

Questão-aula 1

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Num grupo de 80 jovens foi realizada uma votação para determinar a profissão que gostariam de ter. Obtiveram-se os resultados que se seguem:

Futebolista: 12

Professor: 14

Médico: 8

Engenheiro informático: 20

Jornalista: 20%

- 1.1. Quantos jovens escolheram Jornalista como profissão?
- 1.2. Quantos jovens não manifestaram qualquer preferência?
- 1.3. Qual a profissão que venceu a votação? Determine a respetiva percentagem.
- 1.4. Atendendo ao resultado obtido na alínea anterior, podemos afirmar que a profissão vencedora obteve maioria absoluta? Fundamente a sua resposta.

2. Considere a tabela seguinte, que resulta da eleição para a presidência do clube de natação “Mariposa”.

1.ª preferência	Almeida	Bento	Damião
2.ª preferência	Castro	Castro	Castro
3.ª preferência	Damião	Almeida	Almeida
4.ª preferência	Bento	Damião	Bento
N.º de votos	130	100	85

- 2.1. Considerando apenas a primeira preferência, quem vence a eleição? Determine, com aproximação às décimas, a respetiva percentagem.
- 2.2. Determine o vencedor da eleição aplicando o método de eliminação *run-off standard*.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Considere a tabela seguinte, que resulta da eleição para a presidência do clube de natação “Mariposa”.

1.ª preferência	Almeida	Bento	Damião
2.ª preferência	Castro	Castro	Castro
3.ª preferência	Damião	Almeida	Almeida
4.ª preferência	Bento	Damião	Bento
N.º de votos	130	100	85

- 1.1. Determine o vencedor da eleição aplicando:

- o método de eliminação *run-off* sequencial;
- o método de Borda;
- o método de Condorcet.

- 1.2. O que podemos concluir a partir dos resultados obtidos nas alíneas anteriores?

2. Observe os resultados obtidos na votação que se segue.

1.º – Vermelho	2.º – Amarelo	3.º – Azul	(10 votos)
1.º – Amarelo	2.º – Azul	3.º – Vermelho	(12 votos)
1.º – Azul	2.º – Vermelho	3.º – Amarelo	(10 votos)

- 2.1. Quem vence nos “confrontos”:

- Vermelho vs. Amarelo?
- Amarelo vs. Azul?

- 2.2. Tendo em conta os resultados obtidos na alínea anterior, hipoteticamente qual seria o vencedor do confronto Vermelho vs. Azul? É isso que acontece na realidade? Fundamente a sua resposta.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Três candidatos, Ricardo, Nuno e Daniel, apresentaram-se à eleição do Melhor Pasteleiro do Ano. Os votos são atribuídos por um júri especializado constituído por dez elementos, designados pelas letras A a J. Na tabela seguinte, encontram-se os resultados dessa votação.

Pasteleiros	Elementos do júri									
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Ricardo	X	X		X	X		X	X		X
Nuno		X	X			X	X		X	
Daniel	X	X		X		X		X		X

Utilizando o sistema de aprovação, responda às questões que se seguem.

- 1.1. Quem venceu a eleição? Determine a percentagem de votos de cada um dos candidatos.
- 1.2. Se algum dos candidatos desistir ou for desclassificado, haverá alteração no resultado final? Fundamente a sua resposta.

2. Considere os resultados obtidos nas eleições para a Direção da Associação Nacional dos Clubes de Pesca Desportiva (ANCPD). Vão ser distribuídos oito mandatos por quatro associações regionais: Robalos, Marmotas, Trutas e Sardinhas.

O número de mandatos que cabe a cada uma das associações regionais depende do número de votos obtido.

Associação	N.º de votos
Robalos	245
Marmotas	852
Trutas	207
Sardinhas	624
Total	1928

Em todas as questões que se seguem apresente os quocientes arredondados às unidades.

Determine a distribuição dos mandatos para a Direção da ANCPD através do método de:

- 2.1. Hondt;
- 2.2. Sainte-Laguë.

Questão-aula 4

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Considere os resultados obtidos nas eleições para a Direção da Associação Nacional dos Clubes de Pesca Desportiva. Vão ser distribuídos oito mandatos por quatro associações regionais: Robalos, Marmotas, Trutas e Sardinhas (de acordo com o número de votos obtido).

Associação	N.º de votos
Robalos	245
Marmotas	852
Trutas	207
Sardinhas	624
Total	1928

Nas questões que se seguem, se proceder a arredondamentos conserve quatro casas decimais.

1. Calcule o divisor-padrão e diga qual é o seu significado.
2. Determine a quota-padrão de cada uma das associações.
3. Efetue a distribuição dos mandatos recorrendo ao método de Hamilton.
4. Supondo que foi admitida a votação uma outra associação, Fanecas, com 120 votos, efetue novamente a distribuição dos oito mandatos pelo método de Hamilton. O que se pode concluir?

Questão-aula 5

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

No Agrupamento de Escolas de Algures, pretende-se formar uma comissão para organizar ações de sensibilização sobre os perigos da Internet e segurança de conteúdos digitais.

Entre os alunos de três níveis de ensino, 2.º Ciclo, 3.º Ciclo e Secundário, serão escolhidos 30 representantes de acordo com o número de alunos que frequentam cada um desses níveis.

Nível	N.º de alunos
2.º Ciclo	80
3.º Ciclo	242
Secundário	180

Determine como deverá ser formada esta comissão, aplicando o:

1. Método de Jefferson (caso seja necessário, utilize o divisor modificado 16,1);
2. Método de Webster;
3. Método de Hill-Huntington.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Considere a tabela que se segue com os resultados de uma votação envolvendo três candidatos, A, B e C.

1.ª escolha	A	A	B	C	C
2.ª escolha	B	C	A	A	B
3.ª escolha	C	B	C	B	A
N.º de votos	10	8	12	6	14

- 1.1. Determine o vencedor pela aplicação do método de Borda.

- 1.2. Determine o vencedor aplicando o método de Condorcet.

2. As Ilhas *Ursidae* são um arquipélago fictício que engloba três ilhas: *Melursus*, *Tremarctos* e *Arctodus*.

De quatro em quatro anos são eleitos 12 representantes para o Parlamento Regional do Arquipélago em função do número de habitantes de cada uma das três ilhas.

Suponhamos que a distribuição da população do arquipélago é a seguinte:

	Melursus	Tremarctos	Arctodus
População	1840	1090	1132

Complete a tabela que se segue com a distribuição dos lugares no Parlamento das Ilhas *Ursidae*.

Ilha	Hamilton	Adams	Webster	Hill-Huntington
Melursus				
Tremarctos				
Arctodus				

Sugestão: Divisores modificados – Adams (370), Webster (330) e Hill-Huntington (330).

Questão-aula 7

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Um grupo de cinco pessoas vai dividir entre si uma tarte de amêndoa utilizando o método do último a diminuir. Intervêm pela ordem seguinte: António, Bruno, Carlos, Diego e Eduardo. Na primeira e segundas voltas ninguém diminui, na terceira volta o Diego e o Eduardo diminuem.

- 1.1. Quem fica com a primeira fatia de tarte?
- 1.2. Quem corta no início da segunda volta?
- 1.3. Quem fica com a segunda fatia de tarte?
- 1.4. Quem fica com a terceira fatia de tarte?
- 1.5. Quais são as duas últimas pessoas a escolher? Como procedem?

2. Três herdeiros, A, B e C, pretendem dividir um terreno entre eles. Admitamos que o terreno foi dividido em três parcelas e que o valor do terreno é diferente para cada um deles.

Na tabela que se segue podemos observar a avaliação, numa escala de 1 a 10 pontos, que cada um dos três amigos fez do terreno e de cada uma das três parcelas em que foi dividido.

Parcela do terreno	Herdeiro A	Herdeiro B	Herdeiro C
Parcela 1	2	3	$\frac{10}{3}$
Parcela 2	6	3,5	$\frac{10}{3}$
Parcela 3	2	3,5	$\frac{10}{3}$

Efetue uma distribuição equilibrada para esta situação.

Questão-aula 8

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Dois primos, Mónica e Filipe, vão dividir alguns bens que adquiriram em conjunto com um grupo de amigos nas últimas férias de verão que passaram no Algarve.

O procedimento que vão usar para efetuar a divisão dos bens é o método do ajuste na partilha.

A pontuação que atribuíram a cada um dos bens está indicada na tabela que se segue.

Bens	Mónica	Filipe
Trivial Pursuit	20	25
Baralho de cartas	10	5
Monopólio	25	30
Bola de voleibol	35	20
Raquetes	10	20
Total	100	100

Efetue uma partilha equilibrada do conjunto de bens.

Questão-aula 9

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

A Constança, o Tiago e o Vasco herdaram um conjunto de bens: um automóvel, uma casa, um apartamento, um conjunto de joias e 200 000 euros em dinheiro.

Para efetuar a partilha vão utilizar o método das licitações secretas.

Na tabela que se segue encontram-se as licitações efetuadas por cada um dos intervenientes.

Bens	Constança	Tiago	Vasco
Dinheiro	200 000 €	200 000 €	200 000 €
Automóvel	25 000 €	30 000 €	32 000 €
Casa	180 000 €	210 000 €	190 000 €
Apartamento	80 000 €	100 000 €	110 000 €
Joias	50 000 €	30 000 €	40 000 €

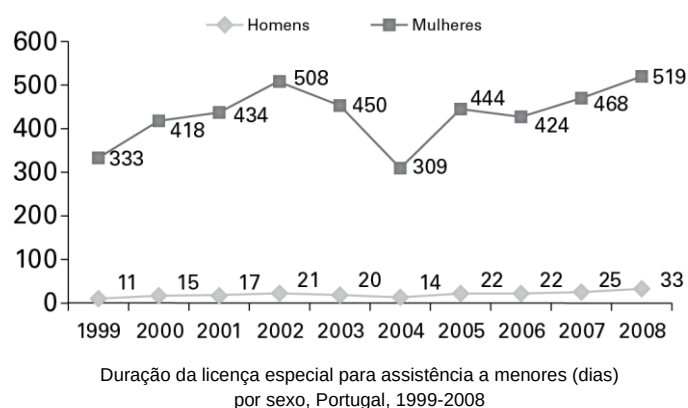
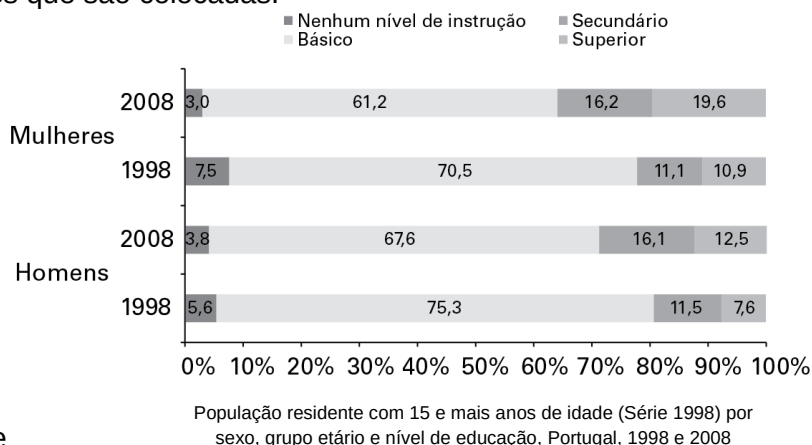
Descreva como será efetuada a partilha equilibrada dos bens.

Questão-aula 10

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Analise os gráficos e responda às questões que são colocadas.

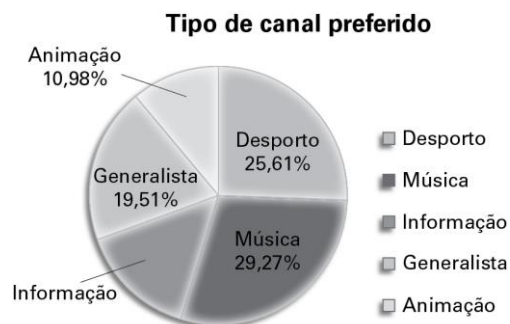
- Em dez anos, qual foi a percentagem de aumento de mulheres possuidoras de um nível superior de educação? Apresente o resultado com uma casa decimal.
- Em termos de pontos percentuais, de quanto foi o aumento da percentagem de mulheres possuidoras de um nível superior de educação?
- Qual o género sexual que, durante este período, manteve sempre a liderança em termos de assistência a menores?
- Neste século, em que ano se verificou o menor número de dias de duração da licença para assistência a menores? E o maior?
- A maior percentagem de aumento (de 1999 para 2008) verificou-se nos homens ou nas mulheres? Indique, com aproximação às décimas, as respetivas percentagens.



Questão-aula 11

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

O Henrique fez um inquérito aos 82 alunos das turmas do 10.º ano da sua escola sobre o tipo/género de canal preferido. Cada aluno apenas escolheu uma opção entre “Animação”, “Generalista”, “Desporto”, “Informação” e “Música”. Com a informação que recolheu, construiu o gráfico seguinte.



1. Que percentagem dos alunos inquiridos prefere os canais de Informação?
2. Quantos alunos a mais dizem preferir canais de Desporto em relação aos que dizem preferir canais de Animação?
3. Elabore uma tabela de frequências absolutas, absolutas acumuladas, relativas (dízima e percentagem) e relativas acumuladas.
Apresente as dízimas com quatro casas decimais e as percentagens com aproximação às centésimas.
4. Construa um gráfico de barras que represente os dados recolhidos pelo Henrique.

Questão-aula 12

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Os tempos (em minutos) que os 26 alunos de uma turma do 10.º ano demoraram na resolução de uma ficha de trabalho foram os seguintes:

61	75	70	73	77	68	55	50	68	71	50	64	65
70	75	69	57	60	66	79	77	51	60	58	66	78

1. Construa um diagrama de caule-e-folhas.
2. Agrupando os dados em classes, elabore uma tabela de frequências absolutas e relativas, simples e acumuladas.
Se tiver de proceder a arredondamentos conserve duas casas decimais.
3. Construa um histograma de frequências absolutas para os tempos que os alunos da turma do 10.º ano demoraram na resolução da ficha de trabalho.

Questão-aula 13

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Durante quinze dias, numa maternidade, os pesos dos bebés à nascença distribuíram-se da seguinte forma:

Pesos (em gramas)	Número de bebés
[2400 , 2600[	2
[2600 , 2800[	3
[2800 , 3000[	5
[3000 , 3200[	12
[3200 , 3400[	11
[3400 , 3600[	4
[3600 , 3800[	3

- Indique a classe modal.
- Construa um histograma de frequências absolutas.
- Determine, com aproximação às unidades:
 - a mediana;
 - o terceiro quartil;
 - o percentil de ordem 60;
 - o percentil de ordem 25.
- Relativamente à alínea **3.3.**, comente o valor obtido referindo qual o seu significado.

Questão-aula 14

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Os seguintes dados referem-se às idades de um grupo de pessoas candidatas a um concurso televisivo de música *pop-rock*.

45	36	42	19	20	32	20	30
42	19	31	44	31	28	46	41
23	21	39	21	37	21	34	19

- Construa o respetivo diagrama de caule-e-folhas.
- Determine o 1.º quartil, a mediana e o 3.º quartil.
- Construa o respetivo diagrama de extremos e quartis.

Questão-aula 15

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Foi realizado um inquérito acerca do número de livros que cada um dos alunos de uma turma tinha lido nas férias. Os resultados do inquérito estão representados no gráfico que se segue.

1.1. Determine, em média, quantos livros leu cada aluno.

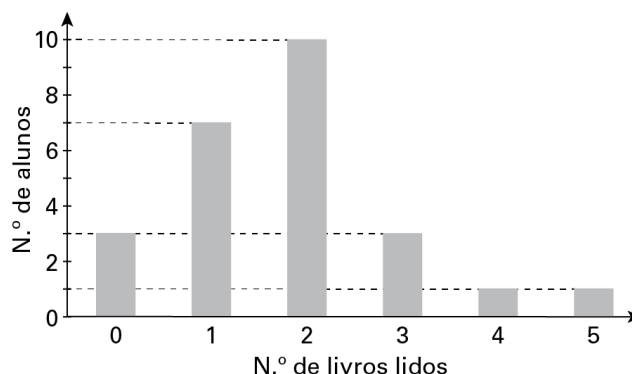
1.2. Se cada aluno tivesse lido mais dois livros nas férias, qual seria o valor da média?

1.3. Determine a mediana do número de livros lidos por aluno.

2. Escreva dois conjuntos de cinco números com:

2.1. a mesma média e as medianas diferentes;

2.2. a mesma mediana e as médias diferentes.



Questão-aula 16

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. A média de cinco números, x_1, x_2, x_3, x_4 e x_5 , é 12. Se juntarmos um sexto número, x_6 , a média passa a ser 13.

Determine x_6 .

2. Os alunos de uma turma participaram numa corrida de 60 metros nos campeonatos interescolares de atletismo. Obtiveram-se os tempos, em segundos, registados a seguir.

14,9	14,2	15,1	15,5	14,7	15,6	15,8
15,7	13,5	15,9	15,8	14,5	13,4	14,4
15,1	14,0	16,3	14,2	15,7	14,9	15,5
16,3	14,6	15,2	15,7	14,4	15,4	15,0

- 2.1. Agrupe os dados numa tabela de frequências absolutas, considerando seis classes com a mesma amplitude e o menor tempo observado como limite inferior da primeira classe.
- 2.2. Determine o tempo médio dos alunos da turma (utilize a tabela de frequências da alínea anterior).
- 2.3. Represente os dados através de um histograma.
- 2.4. Determine a mediana e o percentil de ordem 80. Comente os resultados obtidos.

Questão-aula 17

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Relativamente à idade em que três grupos de mulheres, A , B e C , tiveram o seu primeiro filho, sabe-se que:

$$\begin{array}{lll} \bar{x}_A = 26 & \bar{x}_B = 26 & \bar{x}_C = 24 \\ s_A = 2 & s_B = 1,5 & s_C = 3 \end{array}$$

Em qual dos conjuntos há uma maior *homogeneidade* de idades?

2. No final do primeiro período, o Martinho e o Diogo obtiveram as seguintes classificações a nove disciplinas:

Martinho								
17	11	14	14	14	12	16	16	12

Diogo								
11	13	17	13	11	15	14	15	17

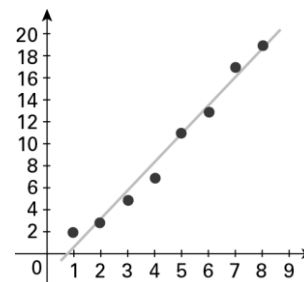
- 2.1. Verifique que a média das classificações do Martinho é igual à média das classificações do Diogo.
- 2.2. Determine, para as classificações do Martinho e do Diogo, a amplitude amostral e o desvio-padrão.
- 2.3. Justifique que, entre as medidas de dispersão calculadas na alínea anterior, o desvio-padrão é a medida que melhor caracteriza a dispersão das classificações.

Questão-aula 18

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Relativamente ao diagrama de dispersão representado, pode dizer-se que:

- (A) A associação linear entre as variáveis é forte.
- (B) A correlação é negativa.
- (C) A reta representada não é a de regressão linear, porque não passa na origem do referencial.
- (D) Não há relação entre as variáveis.



2. Qual das seguintes afirmações é falsa?

- (A) A reta de regressão linear entre duas variáveis permite prever, com exatidão, o valor de uma delas em função do valor da outra.
- (B) Podemos obter para coeficiente de correlação um valor de 0,02.
- (C) Quando existe uma correlação linear negativa entre duas variáveis isso significa que o aumento de uma das variáveis *provoca* uma diminuição da outra variável.
- (D) Havendo uma correlação entre duas variáveis, a reta de regressão é útil na estimativa dos valores de uma variável, sendo conhecidos previamente os valores da outra variável.

3. Considere os seguintes dados, que representam o número de faltas não autorizadas por ano e a distância (em km) a que os trabalhadores da empresa *Alltogether* estão das suas residências.

Distância x	1	3	4	6	10	12	14	18
N.º de faltas y	8	6	8	7	4	5	2	2

3.1. Construa o diagrama de dispersão respetivo.

3.2. Calcule o coeficiente de correlação e comente o resultado obtido no contexto da situação apresentada.

Se proceder a arredondamentos conserve duas casas decimais.

Questão-aula 19

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

O Flávio, praticante de atletismo, depois de terminada uma prova, registou as suas pulsações por minuto.

Os dados recolhidos foram os seguintes:

Tempo decorrido após a prova ter terminado (min) x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
N.º de pulsações y	150	140	128	114	110	90	82	78

1. Construa um diagrama de dispersão e assinale o ponto $(\bar{x}, \bar{y})$.
2. Recorrendo às potencialidades da sua calculadora gráfica, obtenha a equação da reta de regressão e desenhe-a no diagrama da alínea anterior.

Se proceder a arredondamentos, conserve três casas decimais.

3. Utilize a equação da reta de regressão para determinar:
 - 3.1. quantas pulsações teria o Flávio 1,8 min depois de a prova ter terminado;
 - 3.2. quantas pulsações teria 30 min depois de a prova ter terminado. Comente o resultado obtido.
 - 3.3. quanto tempo terá passado após a prova ter terminado sabendo que o Flávio estava com 100 pulsações por minuto.

Questão-aula 20

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

Considere os seguintes dados que representam as notas obtidas por 12 alunos nas disciplinas de Português e Educação Física.

1. Determine o coeficiente de correlação e comente o resultado obtido.
2. Complete a tabela de contingência que se segue.

Considere que em termos qualitativos se segue a seguinte escala:

Suficiente (10-13), Bom (14-16) e Muito Bom (17-20).

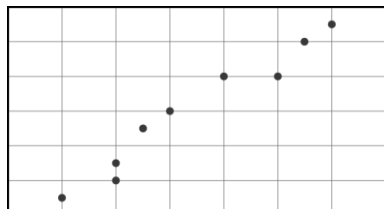
Ed. Física \ Português	Suficiente	Bom	Muito Bom	Total
Suficiente				
Bom				
Muito Bom				
Total				12

Nota a Português (x)	Nota a Educação Física (y)
12	14
10	16
13	18
18	15
16	12
18	15
19	16
11	14
17	15
13	13
10	17
15	14

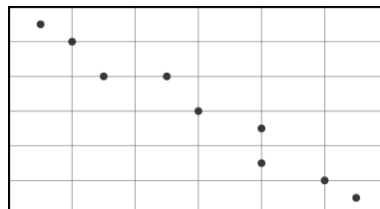
Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Dê dois exemplos de variáveis estatísticas cujos diagramas possam ser:

(A)

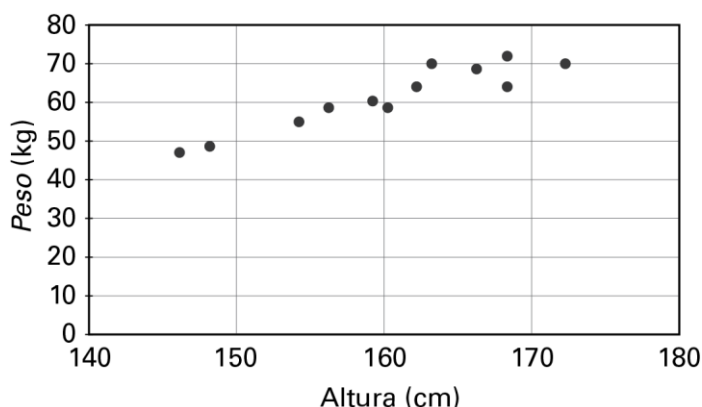


(B)



Classifique as duas correlações.

2. Considere os dados seguintes que relacionam a altura dos alunos de uma turma de 10.º ano com o respetivo *peso*.



Altura (em cm)	Peso (em kg)
168	64
156	58
166	68
163	70
154	55
146	47
159	61
148	48
160	58
172	70
168	72
162	64

- 2.1. Recorde que um dos pontos que pertence sempre à reta de regressão, denominado por **centro de gravidade**, pode ser facilmente calculado, porque tem como coordenadas as médias das variáveis em análise $(\bar{x}, \bar{y})$.

Use a calculadora gráfica para determinar o centro de gravidade da nuvem de pontos e trace a reta de regressão no diagrama de dispersão.

- 2.2. No dia em que foram registados os dados faltaram dois alunos.

- Sabe-se que um deles tem 1,53 m de altura. Faça uma estimativa do seu *peso* (com aproximação às décimas).
- Sabe-se que o outro *pesa* 71 kg. Que altura, com aproximação às décimas, se pode esperar que tenha?

- 2.3. Indique o coeficiente de correlação e classifique o tipo de correlação existente.

Questão-aula 22

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Numa loja de informática, um computador portátil custa 780 € e um disco rígido externo 55 € (preços com IVA incluídos de 23%).

No dia do seu aniversário, a loja permite ao cliente escolher qual o desconto que prefere.

Desconto A	Desconto B
Preço final com 23% de desconto	Preço final com desconto igual ao valor do IVA

Se pretender comprar os dois produtos, qual das duas opções será mais vantajosa? Apresente todos os cálculos que efetuar.

2. Em 2014, o preço de um determinado cabaz de produtos era de 320 €. Nos dois anos seguintes o mesmo cabaz já custava 370 € e 345 €, respetivamente.
- 2.1. Calcule o Índice de Preços do Consumidor (IPC) em 2015 e em 2016 (o ano-base é 2014).
- 2.2. Determine, com aproximação às décimas, qual a taxa de inflação no período compreendido:
- entre os anos de 2014 e 2015;
 - entre os anos de 2015 e 2016.

Questão-aula 23

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Um banco oferece uma taxa anual de 2,8%.
- Que quantia teremos no banco ao fim de 3 anos se depositarmos 10 000 €:
- em regime de capitalização simples;
 - em regime de capitalização composta?
2. O Martim e a Nádia pediram um empréstimo de 25 000 € a uma taxa anual de 16% (em regime de juros compostos).
- Pretendem pagar o empréstimo e os respetivos juros daqui a 5 anos.
- Determine quanto terão de pagar, se os períodos de capitalização forem:
- anuais;
 - trimestrais.
3. Num regime de capitalização composto, à taxa de juro de 3,5% quadrimestral, o capital acumulado ao fim de quatro anos era de 4200 €.
- Determine o capital inicial.

Questão-aula 24

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	MACS 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		
		Data / /20

Os clientes portadores de bilhetes de ida e volta ou um de ida e outro de volta, para Alfa Pendular ou Intercidades, usufruem de tarifas preferenciais de estacionamento nas estações de Lisboa Oriente (Parque da Estação do Oriente), Porto Campanhã, Braga e Pragal.

Horas	Lisboa Oriente	Porto Campanhã	Braga
Até 18h	4,50	3,00	2,00
Até 24h			3,00
24h a 36h	6,50	4,50	5,00
36h a 48h	8,50	6,00	6,00
48h a 60h	10,50	7,50	8,00
60h a 72h	12,00	9,00	9,00

Nota: Oferta limitada aos lugares existentes. Para além das 72 h será praticado o preço previsto para aquele período, acrescido do tarifário geral em vigor no respetivo parque.

Fonte: CP (Comboios de Portugal)

O António, residente em Lisboa, e a Conceição, residente em Braga, combinaram encontrar-se em Coimbra, viajando de comboio a partir das respetivas cidades. No dia 2 de junho, o António deixou o seu carro no parque de estacionamento da Estação do Oriente às 14:00 e a Conceição no parque da estação de Braga às 13:30.

O António regressou no dia 3 de junho, tendo chegado a Lisboa às 14:30.

A Conceição, como ainda visitou a amiga conimbricense Joana, chegou a Braga no dia 4 de junho às 17:45.

Determine quanto irá pagar cada um deles pelo respetivo estacionamento.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	Matemática A 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º Data
Professor		/ /20

1. Realizou-se uma assembleia-geral de uma associação desportiva e recreativa, com o objetivo de eleger um associado para representar a associação em sessões oficiais. Apresentaram a sua candidatura quatro associados, o Alvim (A), o Cardoso (C), o Pereira (P) e o Ramos (R). Ficou estabelecido que cada associado votaria nos quatro candidatos, por ordem de preferência.

Ordem de preferência	Candidatos			
1. ^a	A	R	P	C
2. ^a	C	P	A	R
3. ^a	P	C	C	A
4. ^a	R	A	R	P
N.º de votos	25	50	30	45

Tendo em conta os resultados da votação expressos na tabela responda às questões que se seguem.

- 1.1. Calcule, com aproximação às décimas, a percentagem de primeiras preferências que cada candidato obteve.
- 1.2. Indique o número mínimo de votos que um candidato deveria ter obtido, na primeira preferência, para ser eleito vencedor por maioria absoluta.
- 1.3. Recorrendo ao método de eliminação *run-off standard*, determine qual é o candidato vencedor.

Na sua resposta deve incluir, obrigatoriamente, o número de votos obtidos, na primeira preferência, por cada candidato, em cada uma das contagens que efetuar para determinar o vencedor.

- 1.4. Determine qual o candidato vencedor utilizando o método de Borda.

Considere a atribuição de 4 pontos para as primeiras preferências, 3 pontos para as segundas, 2 pontos para as terceiras e 1 ponto para a quarta preferência.

2. Num concurso para eleger o super-herói mais heroico de sempre, concorrem três personagens de banda desenhada: Homem-Aranha, Capitão América e Super-Homem. Os resultados da votação foram os seguintes:

- 120 votaram: Homem-Aranha e Capitão América
- 204 votaram: Super-Homem
- 88 votaram: Capitão América
- 150 votaram: Homem-Aranha

- 2.1. Quantos votos recebeu cada um dos super-heróis?
- 2.2. Usando o sistema de aprovação, determine quem venceu o concurso e qual a percentagem de votos obtida por cada um dos concorrentes. Apresente os resultados com aproximação às unidades.

3. Numa organização composta por quatro países, existem 40 lugares na Direção da organização para distribuir de acordo com a população de cada um.

Observe na tabela seguinte a população, em milhares, de cada um dos países que pertencem à organização.

País	População (em milhares)
Alfa	650
Beta	1 820
Delta	1 120
Ómega	999

- 3.1. Distribua pelos quatro países de forma exclusivamente proporcional os 40 lugares disponíveis na Direção. Comente os resultados obtidos.

Nas alíneas que se seguem, se proceder a arredondamentos conserve quatro casas decimais.

- 3.2. Determine o divisor-padrão e refira o seu significado.
- 3.3. Calcule a quota-padrão de cada país.
- 3.4. Faça a distribuição, pelos respetivos países, dos lugares disponíveis na Direção, recorrendo ao:
- a) método de Hamilton;
 - b) método de Jefferson.
- 3.5. Será que a introdução de um novo país, **Psi**, com uma população de 530 000 habitantes e com direito a 4 lugares vai influenciar o número de lugares obtido pelos restantes?
- Fundamente a sua resposta recorrendo a ambos os métodos utilizados na alínea anterior.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	Matemática A 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. O Amílcar e o Constantino, diretores de dois museus, receberam uma generosa oferta de quatro valiosas pinturas: uma de Van Gogh, uma de Picasso, uma de Rembrandt e uma de Salvador Dalí. Para decidir qual dos museus vai ficar com cada uma das pinturas durante o primeiro ano de exposição vão utilizar o método das licitações secretas.

Na tabela que se segue encontram-se as licitações, em milhares de euros, efetuadas pelos dois intervenientes na partilha.

Pinturas	Amílcar	Constantino
Van Gogh	90	120
Picasso	75	90
Rembrandt	200	180
Salvador Dalí	100	120

Recorrendo ao método das licitações secretas, efetue a distribuição das pinturas.

2. A Marisa e o Renato querem dividir uma tarte entre si utilizando o método do divisor-selecionador.

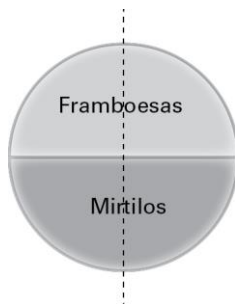
A tarte é coberta metade com mirtilos, metade com framboesas.

A Marisa gosta muito de framboesas mas não gosta de mirtilos.

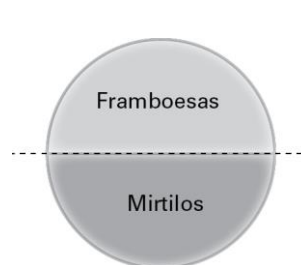
O Renato gosta de framboesa mas gosta muito mais de mirtilos.

Considere as seguintes opções de *corte* da tarte.

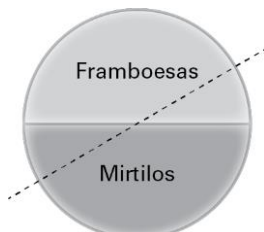
(A)



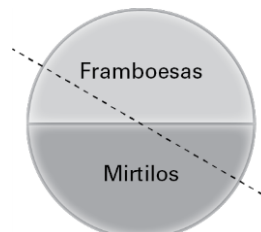
(B)



(C)



(D)



Supondo que ambos desconhecem as preferências um do outro, qual das opções representa uma partilha equilibrada:

- 2.1. para a Marisa se for ela a dividir;
2.2. para o Renato se for ele a dividir?

3. Numa empresa multinacional de cosméticos, os trabalhadores decidiram criar uma comissão com representantes de todas as filiais da empresa para negociar com a administração propostas para melhorar as condições de trabalho.

A distribuição dos trabalhadores pelas diferentes filiais é a seguinte:

Filial	N.º de trabalhadores
Portugal	22
Espanha	32
França	36
Reino Unido	28
Itália	25

Sabe-se que a comissão deverá ter 10 representantes.

- 3.1. Efetue a distribuição dos representantes recorrendo aos métodos de Hondt e de Hill-Huntington.

- 3.2. Compare os resultados obtidos e elabore um pequeno comentário.

4. Uma empresa algarvia de aluguer de automóveis tem 80 veículos disponíveis.

Na tabela seguinte está representada a distribuição dos automóveis pela respetiva marca.

Marca	N.º de automóveis
Seat	12
Kia	16
Hyundai	20
Fiat	14
Opel	18

Pretende-se que 16 destes automóveis estejam disponíveis para alugar a uma comitiva que acompanha um chefe de Estado que está de visita à região.

Utilize o método de Hamilton para determinar a constituição, por marca, desse grupo de 16 automóveis.

Teste de avaliação 3 (90 min)

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	Matemática A 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Perguntou-se o ano de nascimento a 27 pessoas que entravam num teatro para assistir a um musical.

Obtiveram-se os seguintes resultados.

67	53	72	41	33	53	57	60	81
91	80	79	85	79	83	50	40	48
63	68	69	59	36	62	72	74	85

Nota: 67 representa o ano 1967.

1.1. Construa um diagrama de caule-e-folhas para a distribuição dos anos de nascimento.

1.2. Qual é a década mais representada?

2. Complete a seguinte tabela de frequências.

x_i	n_i	N_i	f_i (%)	F_i
12		7		
13			35	
14	3			
15	6		15	
16				

3. Uma amostra de 30 pacotes de bolachas foi selecionada de um conjunto de 600 pacotes.

Os dados seguintes são referentes aos pesos, em gramas, de cada um dos pacotes da amostra.

97	102	100	99	97	98
92	106	101	107	98	100
94	96	100	108	109	94
102	100	96	95	100	108
103	99	98	96	101	107

3.1. Construa uma tabela de frequências (absolutas e relativas), agrupando o peso em intervalos de amplitude 4 (o limite inferior do primeiro intervalo é o valor mínimo da amostra).

3.2. Construa um histograma de frequências absolutas.

3.3. Qual é o peso médio dos pacotes da amostra?

(Utilize a tabela de frequências da alínea 3.1.)

3.4. Determine:

a) o terceiro quartil;

b) o percentil de ordem 90.

4. Os escuteiros estão divididos em quatro grupos distintos de acordo com a idade dos jovens: os Lobitos (dos 6 aos 10 anos), os Exploradores (dos 10 aos 14 anos), os Pioneiros (dos 14 aos 18 anos) e os Caminheiros (dos 18 aos 22 anos).

Um determinado Agrupamento de Escuteiros apresenta a seguinte distribuição de jovens inscritos em cada um dos grupos.

Grupo	Percentagem de inscritos
Lobitos	20
Exploradores	30
Pioneiros	35
Caminheiros	15

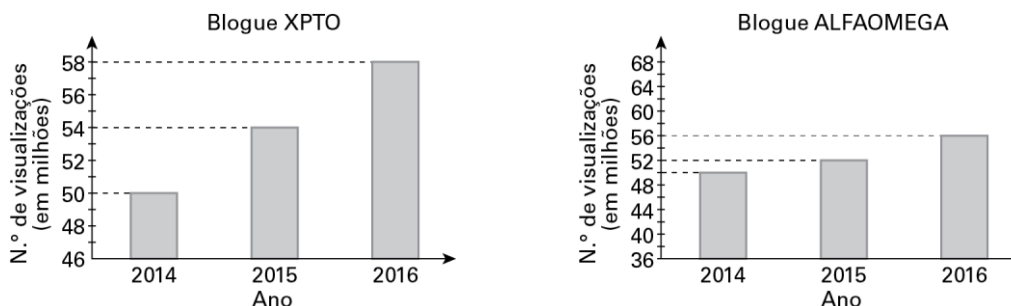
Vai realizar-se uma assembleia-geral do agrupamento onde têm de estar presentes escuteiros de todas as categorias de acordo com o número de inscritos.

- 4.1. Sabendo que o agrupamento tem 120 escuteiros dos quatro grupos, determine o número de jovens inscritos em cada um deles.
- 4.2. Utilizando o método de Jefferson, determine o número de escuteiros de cada grupo que vão estar na assembleia, sabendo que no total serão 22.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	Matemática A 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º
Professor		Data / /20

1. Um famoso bloguista e gestor do blogue XPTO, anunciou um aumento do número de visualizações em relação ao seu principal concorrente, o blogue ALFAOMEGA, ao longo dos três últimos anos.

Para evidenciar este sucesso, utilizou os seguintes gráficos:



A informação é imparcial? Fundamente a sua resposta.

2. Numa loja especializada em *smartphones* da gama média-alta, os preços seguem a seguinte distribuição.

Preço (em euros)	N.º de <i>smartphones</i>
500 – 550	10
550 – 600	15
600 – 650	12
650 – 700	8
700 – 750	5

- 2.1. Determine o preço médio dos *smartphones* da loja.
- 2.2. Calcule, com aproximação às centésimas, a variância e o desvio-padrão.
- 2.3. Construa um histograma utilizando as frequências absolutas.
- 2.4. Determine os quartis da distribuição e a amplitude interquartis.

Se proceder a arredondamentos, conserve uma casa decimal.

3. Pesou-se individualmente um conjunto de 1000 laranjas e registaram-se os valores observados. De seguida, substituiu-se a laranja mais pesada e a laranja mais leve por uma laranja ainda mais pesada e por outra ainda mais leve, respetivamente.

Quais das seguintes medidas estatísticas se mantiveram de certeza inalteradas após a substituição das duas laranjas?

- Média
- Mediana
- Moda
- Desvio-padrão
- Amplitude amostral
- P_{60}
- P_{100}

4. Na tabela seguinte encontram-se registados alguns valores relativos a duas variáveis, temperatura ambiente e número de bebidas geladas vendidas, recolhidos durante várias noites no bar “Noitadas na praia”.

Temperatura ambiente no bar (°C)	N.º de bebidas vendidas
14	4
16	10
18	14
20	14
22	20
24	25
26	25
28	35

- 4.1. Faça um esboço de um diagrama de dispersão que represente os dados da tabela.
- 4.2. Calcule a média de cada uma das variáveis. Apresente os resultados com uma casa decimal.
- 4.3. Recorrendo à sua calculadora gráfica, determine o coeficiente de correlação linear e classifique o tipo de relação existente entre as variáveis.
- 4.4. Recorrendo à sua calculadora gráfica, determine os parâmetros necessários para escrever a equação da reta de regressão.
- 4.5. Utilizando a equação da reta de regressão determinada na alínea anterior, estime:
- quantas bebidas serão vendidas se a temperatura for de 25 °C;
 - qual a temperatura ambiente no bar caso sejam vendidas 30 bebidas.

Nome da Escola	Ano letivo 20 /20	Matemática A 10.º ano
Nome do Aluno	Turma	N.º Data
Professor		/ /20

1. Um capital de 14 000 € foi aplicado num banco X numa conta a prazo com as seguintes condições:

Regime de capitalização composto

Período: 4 anos

Taxa de juro anual: 6%

- 1.1. Qual o valor acumulado no final dos 4 anos?
- 1.2. Quanto acumularia o mesmo capital se estivesse aplicado durante 10 anos?
- 1.3. Se outro banco, Y, propusesse uma taxa trimestral de 1,5%, qual seria a melhor opção?
- 1.4. Se outro banco, Z, propusesse também uma taxa anual de 6% mas com capitalizações quadrimestrais, qual das três opções, X, Y ou Z, seria mais favorável ao investidor?

2. A Maria levantou 20 125 euros de uma conta a prazo com uma taxa de juro anual simples de 3% por um período de 5 anos.

Qual foi o capital investido pela Maria há 5 anos?

3. O Sr. Castro adquiriu um automóvel em 2012 por 23 599 €. A desvalorização anual do automóvel é de 16%.

Em 2015, o Sr. Castro vendeu o automóvel por 15 000 €.

Podemos considerar que o Sr. Castro fez um bom negócio?

Fundamente a sua resposta.

4. O Filipe tem 16 anos e o seu pai disse-lhe que, quando ele nasceu, ganhava o equivalente a 275 €. Considerando que o salário do pai do Filipe sofreu um aumento médio anual de 7%, quanto ganha agora o pai do Filipe?

5. “Foi aprovado o artigo que previa o aumento da taxa normal do IVA de 21% (atual) para 23% a vigorar a partir de 1 de janeiro de 2011.”

(Notícia retirada do jornal Expresso Online de 2010/11/24)

Em dezembro de 2010, um determinado televisor custava 650 € (com IVA incluído). Atendendo ao aumento referido qual é o custo do computador em janeiro de 2011?

6. Usaram-se duas balanças diferentes para efetuar oito pesagens consecutivas da mesma pessoa, tendo-se obtido os resultados seguintes (em kg).

Balança A							
65,1	65,0	65,4	65,2	65,3	65,0	65,0	65,6

Balança B							
65,4	64,9	65,1	65,0	65,3	65,3	65,2	65,4

- 6.1. Calcule a média e o desvio-padrão para cada um dos grupos de pesagens considerados. Sempre que proceder a arredondamentos conserve duas casas decimais.
- 6.2. Das duas balanças escolha, justificando, aquela que é mais fiável.
7. Considere o seguinte conjunto de dados relativo às idades de uma amostra constituída por jovens que se encontravam num festival de música.

Idades	16	17	18	19	20	21	22	23	24
N.º de jovens	50	65	120	45	32	24	10	12	8

- 7.1. Determine a idade média dos jovens da amostra. Apresente o resultado com uma casa decimal.
- 7.2. Determine os quartis do conjunto de dados.
- 7.3. Construa o diagrama de extremos e quartis.
- 7.4. Determine o percentil de ordem 80 e refira o seu significado no contexto da situação apresentada.

Questão-aula 1

1.1. $0,20 \times 80 = 16$

Resposta: 16 jovens

1.2. $80 - (12 + 14 + 8 + 20 + 16) = 10$

Resposta: 10 jovens

1.3. $\frac{20}{80} \times 100 = 25\%$

Resposta: Engenheiro informático (com 25% dos votos).

1.4. Não obteve maioria absoluta pois para isso teria de alcançar mais de 50% dos votos, ou seja, pelo menos 41 votos.

2.1. Número total de votos: $130 + 100 + 85 = 315$

Almeida: 130 votos

$$\frac{130}{315} \times 100 \approx 41,3\%$$

Resposta: O Almeida vence a eleição com aproximadamente 41,3% dos votos como primeira preferência.

2.2. Almeida: 130 votos

Bento: 100 votos

Damião: 85 votos (eliminado)

Castro: 0 votos (eliminado)

Nova contagem

Almeida: $130 + 85 = 215$ votos

Bento: 100 votos

Resposta: O vencedor é o Almeida.

Questão-aula 2

1.1. a) Candidatos eliminados: Castro (0 votos em primeira preferência)

Nova contagem

Almeida: 130 votos

Bento: 100 votos

Damião: 85 votos (eliminado)

Nova contagem

Almeida: $130 + 85 = 215$ votos

Bento: 100 votos

Resposta: O vencedor é o Almeida.

b) Pontuações

Almeida: $130 \times 4 + 100 \times 2 + 85 \times 2 = 890$ pontos

Castro: $130 \times 3 + 100 \times 3 + 85 \times 3 = 945$ pontos

Damião: $130 \times 2 + 100 \times 1 + 85 \times 4 = 700$ pontos

Bento: $130 \times 1 + 100 \times 4 + 85 \times 1 = 615$ pontos

Resposta: O vencedor é o Castro.

c) Almeida vs. Castro (130 vs. 185)

Vencedor: Castro

Castro vs. Bento (215 vs. 100)

Vencedor: Castro

Almeida vs. Damião (230 vs. 85)

Castro vs. Damião (230 vs. 85)

Vencedor: Almeida

Vencedor: Castro

Almeida vs. Bento (215 vs. 100)

Bento vs. Damião (100 vs. 215)

Vencedor: Almeida

Vencedor: Damião

Resposta: O vencedor é o Castro.

1.2. Podemos concluir que métodos eleitorais diferentes podem conduzir a resultados diferentes e consequentemente vencedores distintos numa mesma eleição.

2.1. a) Vermelho: $10 + 10 = 20$ votos

Amarelo: 12 votos

Vencedor: Vermelho

b) Amarelo: $10 + 12 = 22$ votos

Azul: 10 votos

Vencedor: Amarelo

2.2. Seguindo uma lógica de transitividade, o vencedor seria o vermelho pois “vermelho vence amarelo” e “amarelo vence azul”.

No entanto, na realidade quem vence o confronto é o azul, pois alcança $12 + 10 = 22$ votos contra apenas 10 votos do vermelho.

Estamos perante o que usualmente se designa por Paradoxo de Condorcet.

Questão-aula 3

1.1. O Ricardo vence a eleição com 70% de aprovações.

O Nuno obtém 50% de aprovações e o Daniel 60%.

1.2. Só haverá alteração caso seja o Ricardo a desistir (ou a ser desclassificado), passando a ser o Daniel o vencedor.

No entanto, o número de aprovações que cada um dos candidatos obtém mantém-se inalterado, ou seja, não existe transferência de votos entre candidatos.

2.1.

	Robalos	Marmotas	Trutas	Sardinhas
1	245	852	207	624
2	123	426	104	312
3	82	284	69	208
4	61	213	52	156
5	49	170	41	125
6	41	142	35	104

Robalos: 1 mandato
Marmotas: 4 mandatos
Trutas: nenhum mandato
Sardinhas: 3 mandatos

2.2.

	Robalos	Marmotas	Trutas	Sardinhas
1	245	852	207	624
3	82	284	69	208
5	49	170	41	125
7	35	122	30	89
9	27	95	23	69

Robalos: 1 mandato
Marmotas: 3 mandatos
Trutas: 1 mandato
Sardinhas: 3 mandatos

Questão-aula 4

1. Divisor-padrão: $\frac{1928}{8} = 241$ (isto significa que cada um dos oito lugares / mandatos representa 241 eleitores)

2. Quota-padrão (Robalos) = $\frac{245}{241} \approx 1,0166$ Quota-padrão (Marmotas) = $\frac{852}{241} \approx 3,5353$

Quota-padrão (Trutas) = $\frac{207}{241} \approx 0,8589$ Quota-padrão (Sardinhas) = $\frac{624}{241} \approx 2,5892$

3.

Associação	N.º de votos	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra (a atribuir à maior parte decimal) 2	Total a atribuir
Robalos	245	1,0166	1	0,0166		1
Marmotas	852	3,5353	3	0,5353		3
Trutas	207	0,8589	0	0,8589	1	1
Sardinhas	624	2,5892	2	0,5892	1	3
Total	1928		6			8

Robalos: 1 mandato
Marmotas: 3 mandatos
Trutas: 1 mandato
Sardinhas: 3 mandatos

4.

Associação	N.º de votos	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra (a atribuir à maior parte decimal) 3	Total a atribuir
Robalos	245	0,9570	0	0,9570	1	1
Marmotas	852	3,3281	3	0,3281		3
Trutas	207	0,8086	0	0,8086	1	1
Sardinhas	624	2,4375	2	0,4375		2
Fanecas	120	0,4688	0	0,4688	1	1
Total	2048		5			8

Robalos: 1 mandato

Marmotas: 3 mandatos

Trutas: 1 mandato

Sardinhas: 2 mandatos

Fanecas: 1 mandato

A Associação Sardinhas perde um mandato com a introdução da Associação Fanecas (Paradoxo do Novo Estado).

Questão-aula 5

1. Método de Jefferson

Divisor-padrão	16,7333
Divisor modificado	16,1

Nível	N.º de alunos	Quota-padrão	Quota inferior
2.º Ciclo	80	4,7809	4
3.º Ciclo	242	14,4622	14
Secundário	180	10,7570	10
Total	502		28

Nível	N.º de alunos	Quota modificada	Quota modificada inferior
2.º Ciclo	80	4,9689	4
3.º Ciclo	242	15,0311	15
Secundário	180	11,1801	11
Total	502		30

2.º ciclo: 4 representantes

3.º ciclo: 15 representantes

Secundário: 11 representantes

2. Método de Webster

Divisor-padrão	16,7333
----------------	---------

Nível	N.º de alunos	Quota-padrão	Quota arredondada
2.º Ciclo	80	4,7809	5
3.º Ciclo	242	14,4622	14
Secundário	180	10,7570	11
Total	502		30

2.º ciclo: 5 representantes

3.º ciclo: 14 representantes

Secundário: 11 representantes

3. Método de Hill-Huntington

Divisor padrão	16,73
----------------	-------

Nível	N.º de alunos	Quota-padrão	Quota inferior	Quota superior	Média geométrica	Quota arredondada pela regra H-H
2.º Ciclo	80	4,7809	4	5	4,4721	5
3.º Ciclo	242	14,4622	14	15	14,4914	14
Secundário	180	10,7570	10	11	10,4881	11
Total	502					30

2.º ciclo:

5 representantes

3.º ciclo:

14 representantes

Secundário:

11 representantes

Questão-aula 6

1.1. Candidato A: 104 pontos

$$10 \times 3 + 8 \times 3 + 12 \times 2 + 6 \times 2 + 14 \times 1 = 104$$

Candidato B: 98 pontos

$$10 \times 2 + 8 \times 1 + 12 \times 3 + 6 \times 1 + 14 \times 2 = 98$$

Candidato C: 98 pontos

$$10 \times 1 + 8 \times 2 + 12 \times 1 + 6 \times 3 + 14 \times 3 = 98$$

Resposta: O vencedor é o Candidato A.

1.2. A vs. B (A: $10 + 8 + 6 = 24$; B: $12 + 14 = 26$)

Vence B

A vs. C ($10 + 8 + 12 = 30$; C: $6 + 14 = 20$)

Vence A

B vs. C ($10 + 12 = 22$; C: $8 + 6 + 14 = 28$)

Vence C

2. Hamilton

Divisor padrão	338,5000
----------------	----------

Ilha	População	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra (a atribuir à maior parte decimal)	Total a atribuir
					1	
Melursus	1840	5,4357	5	0,4357	1	6
Tremarctos	1090	3,2201	3	0,2201		3
Arctodus	1132	3,3442	3	0,3442		3
Total	4062		11			12

Adams

Divisor-padrão	338,5000
Divisor modificado	370

Ilha	População	Quota-padrão	Quota superior
Melursus	1840	5,4357	6
Tremarctos	1090	3,2201	4
Arctodus	1132	3,3442	4
Total	4062		14

Ilha	População	Quota modificada	Quota modificada superior
Melursus	1840	4,9730	5
Tremarctos	1090	2,9459	3
Arctodus	1132	3,0595	4
Total	4062		12

Webster

Divisor-padrão	338,5000
Divisor modificado	330

Ilha	População	Quota-padrão	Quota arredondada
Melursus	1840	5,4357	5
Tremarctos	1090	3,2201	3
Arctodus	1132	3,3442	3
Total	4062		11

Ilha	População	Quota modificada	Quota modificada arredondada
Melursus	1840	5,5758	6
Tremarctos	1090	3,3030	3
Arctodus	1132	3,4303	3
Total	4062		12

Hill-Huntington

Divisor-padrão	338,50
Divisor modificado	330

Ilha	População	Quota-padrão	Quota inferior	Quota superior	Média geométrica	Quota arredondada pela regra H-H
Melursus	1840	5,4357	5	6	5,4772	5
Tremarctos	1090	3,2201	3	4	3,4641	3
Arctodus	1132	3,3442	3	4	3,4641	3
Total	4062					11

Ilha	População	Quota-padrão	Quota inferior	Quota superior	Média geométrica	Quota modificada arredondada pela regra H-H
Melursus	1840	5,5758	5	6	5,4772	6
Tremarctos	1090	3,3030	3	4	3,4641	3
Arctodus	1132	3,4303	3	4	3,4641	3
Total	4062					12

Ilha	Hamilton	Adams	Webster	Hill-Huntington
Melursus	6	5	6	6
Tremarctos	3	3	3	3
Arctodus	3	4	3	3

Questão-aula 7

- 1.1. António
 - 1.2. Bruno
 - 1.3. Bruno
 - 1.4. Eduardo
 - 1.5. Carlos e Diego. Utilizam o método do divisor-selecionador.
2. Parcela 1: Herdeiro C
Parcela 2: Herdeiro A
Parcela 3: Herdeiro B

Questão-aula 8Distribuição dos itens

Mónica: baralho de cartas e bola de voleibol ($10 + 35 = 45$ pontos)

Filipe: Trivial Pursuit, monopólio e raquetes ($25 + 30 + 20 = 75$ pontos)

Vencedor inicial: Filipe

Item a transferir

Trivial Pursuit: $\frac{25}{20} = 1,25$

Monopólio: $\frac{30}{25} = 1,2$

Raquetes: $\frac{20}{10} = 2$

Item a transferir: Monopólio

Nova pontuação

Mónica: baralho de cartas, bola de voleibol e monopólio ($10 + 35 + 25 = 70$ pontos)

Filipe: Trivial Pursuit e raquetes ($25 + 20 = 45$ pontos)

Como ao transferir o item Monopólio a Mónica fica com mais pontos do que o Filipe, então o item terá de ser fracionado para poder ser partilhado por ambos.

Seja x a fração do item que fica com o Filipe. Então:

$$25 + 30x + 20 = 10 + 25(1 - x) + 35 \Leftrightarrow 30x + 25x = 10 + 25 + 35 - 25 - 20 \Leftrightarrow 55x = 25 \Leftrightarrow x = \frac{25}{55} \Leftrightarrow x = \frac{5}{11}$$

Ou seja, $x \approx 0,4545$.

Distribuição final (partilha equilibrada dos bens)

O Filipe fica com o Trivial Pursuit, as raquetes e aproximadamente 45,45% do Monopólio (totalizando cerca de 58,6 pontos).

A Mónica fica com o baralho de cartas, a bola de voleibol e aproximadamente 54,55% do Monopólio (totalizando cerca de 58,6 pontos).

Questão-aula 9

	Constança	Tiago	Vasco
Valor total licitado	535 000,00	570 000,00	572 000,00
Valor justo	178 333,33	190 000,00	190 666,67
Distribuição dos bens	Jóias	Casa	Automóvel e Apartamento
Valor total dos bens atribuídos	50 000,00	210 000,00	142 000,00
Saldo	128 333,33	-20 000,00	48 666,67
	Recebe	Paga	Recebe
Dinheiro disponível 43 000,00	14 333,33	14 333,33	14 333,33
Total final	192 666,67	204 333,33	205 000,00

Distribuição final (partilha equilibrada dos bens)

A Constança fica com as jóias e recebe

142 666,67 € em dinheiro.

O Tiago fica com a casa e paga 5 666,67 €.

O Vasco fica com o automóvel e o apartamento e recebe 63 000 € em dinheiro.

Questão-aula 10

1. $\frac{19,6\% - 10,9\%}{10,9\%} \approx 0,8\%$

Percentagem de aumento: 0,8% (aprox.)

2. $19,6 - 10,9 = 8,7$

Aumento: 8,7 pontos percentuais.

3. Mulheres

4. Menor número de dias: ano 2004 / Maior número de dias: ano 2008

5. Mulheres: $\frac{519 - 333}{333} \times 100 \approx 55,86\%$ / Homens: $\frac{33 - 11}{11} \times 100 = 200\%$

A maior percentagem de aumento verificou-se nos homens (com um aumento de 200%), enquanto que relativamente às mulheres o aumento foi de aproximadamente 55,86%.

Questão-aula 11

1. $100\% - (19,51\% + 10,98\% + 25,61\% + 29,27\%) = 14,63\%$

14,63% dos alunos preferem os canais de informação.

2. Desporto: $0,2561 \times 82 = 21$

Animação: $0,1098 \times 82 = 9$

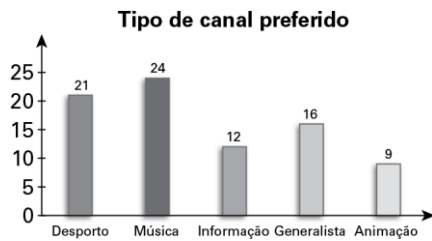
$21 - 9 = 12$

12 alunos a mais.

3.

Tipo de canal	Freq. abs.	Freq. abs. acum.	Freq. rel.	Freq. rel. (%)	Freq. rel. acum.	Freq. rel. acum. (%)
Desporto	21	21	0,2561	25,61%	0,2561	25,61%
Música	24	45	0,2927	29,27%	0,5488	54,88%
Informação	12	57	0,1463	14,63%	0,6951	69,51%
Generalista	16	73	0,1951	19,51%	0,8902	89,02%
Animação	9	82	0,1098	10,98%	1	100%
Total	82	---	1	100%	---	---

4.



Questão-aula 12

1.

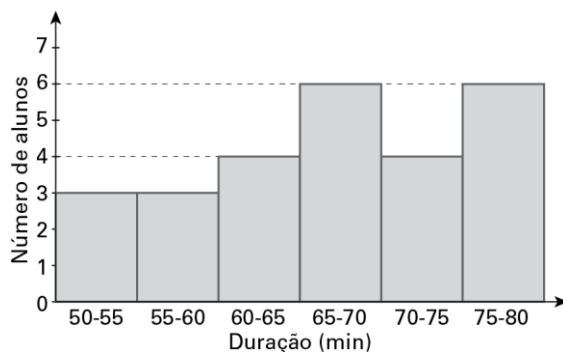
```

5 | 0 0 1 5 7 8
6 | 0 0 1 4 5 6 6 8 8 9
7 | 0 0 1 3 5 5 7 7 8 9
    
```

2. Vamos considerar classes com amplitude 5 (embora a aplicação da Regra de Sturges, que é meramente indicativa, nos conduza a classes de amplitude 5,8).

Tempo (minutos)	Freq. abs.	Freq. abs. acum.	Freq. rel.	Freq. rel. acum.
[50; 55[	3	3	0,12	0,12
[55; 60[	3	6	0,12	0,24
[60; 65[	4	10	0,15	0,39
[65; 70[	6	16	0,23	0,62
[70; 75[	4	20	0,15	0,77
[75; 80[	6	26	0,23	1
Total	26	---	1	---

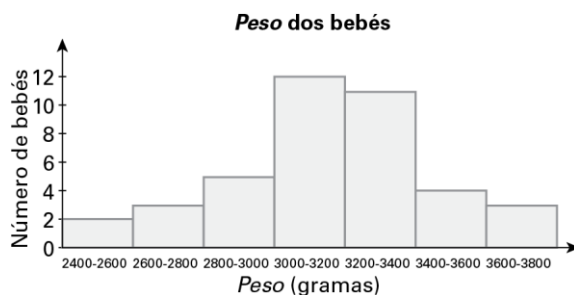
3.



Questão-aula 13

1. [3000;3200[

2.



3.1. $\tilde{x} = P_{50} = 3167$

Vejam os:

Área das barras do histograma:

$$A_1 = 200 \times 2 = 400$$

$$A_1 + A_2 = 200 \times (2 + 3) = 1000$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 200 \times (2 + 3 + 5) = 2000$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 200 \times (2 + 3 + 5 + 12) = 4400$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 200 \times (2 + 3 + 5 + 12 + 11) = 6600$$

Determinação da mediana (Percentil de ordem 50): $x = \frac{50 \times 40 \times 200}{100} = 4000$

Logo, $P_{50} \in [3000; 3200[$.

Assim, $2000 + (P_{50} - 3000) \times 12 = 4000 \Leftrightarrow P_{50} = \frac{4000 - 2000}{12} + 3000$.

$$P_{50} \approx 3167$$

3.2. $Q_3 = P_{75} = 3345$

Determinação do 3.º quartil (Percentil de ordem 75): $x = \frac{75 \times 40 \times 200}{100} = 6000$

Logo, $P_{75} \in [3200; 3400[$.

Assim, $4400 + (P_{75} - 3200) \times 11 = 6000 \Leftrightarrow P_{75} = \frac{6000 - 4400}{11} + 3200$.

$$P_{75} \approx 3345$$

3.3. $P_{60} = 3236$

Determinação do percentil de ordem 60: $x = \frac{60 \times 40 \times 200}{100} = 4800$

Logo, $P_{60} \in [3200; 3400[$.

Assim, $4400 + (P_{60} - 3200) \times 11 = 4800 \Leftrightarrow P_{60} = \frac{4800 - 4400}{11} + 3200$.

$$P_{60} \approx 3236$$

3.4. $P_{25} = 3000$

Determinação do 1.º quartil (Percentil de ordem 25): $x = \frac{25 \times 40 \times 200}{100} = 2000$

Logo $P_{25} \in [3000; 3200[$.

Assim, $2000 + (P_{25} - 3000) \times 12 = 2000 \Leftrightarrow P_{25} = \frac{2000 - 2000}{12} + 3000$.

$$P_{25} = 3000$$

4. Podemos afirmar que, pelo menos, 60% dos bebés que nasceram na maternidade tinham um peso inferior ou igual a 3236 gramas ou que, no máximo, 40% dos bebés nasceram com um peso superior a 3236 gramas.

Questão-aula 14

1.

1		9 9 9
2		0 0 1 1 1 3 8
3		0 1 1 2 4 6 7 9
4		1 2 2 4 5 6

2. 1.º quartil: 21

Determinação do 1.º quartil (Percentil de ordem 25): $x = \frac{25 \times 24}{100} = 6$ (inteiro)

$$\text{Logo, } Q_1 = P_{25} = \frac{X_{(6)} + X_{(7)}}{2} = \frac{21 + 21}{2} = 21.$$

Mediana: 31

Determinação do 2.º quartil (Percentil de ordem 50): $x = \frac{50 \times 24}{100} = 12$ (inteiro)

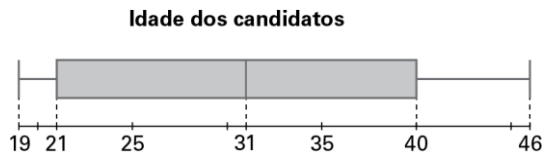
$$\text{Logo, } Q_2 = P_{50} = \frac{X_{(12)} + X_{(13)}}{2} = \frac{31 + 31}{2} = 31.$$

3.º quartil: 40

Determinação do 3.º quartil (Percentil de ordem 75): $x = \frac{75 \times 24}{100} = 18$ (inteiro)

$$\text{Logo, } Q_3 = P_{75} = \frac{X_{(18)} + X_{(19)}}{2} = \frac{39 + 41}{2} = 40.$$

3.



Questão-aula 15

$$1.1. \bar{x} = \frac{3 \times 0 + 7 \times 1 + 10 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 5}{25} = 1,8$$

Cada aluno leu, em média, 1,8 livro nas férias.

1.2. A média seria igual a $1,8 + 2$, ou seja, 3,8 livros.

1.3. $\frac{50 \times 25}{100} = 12,5$ (não inteiro), logo, P_{50} é o elemento de ordem $[12,5] + 1$, ou seja, de ordem 13.

Assim, $P_{50} = X_{(13)} = 2$.

A mediana é 2 livros.

2.1. 3 7 10 12 18, $\bar{x} = 10$ e $\tilde{x} = 10$

e 2 5 8 15 20, $\bar{x} = 10$ e $\tilde{x} = 8$

2.2. 2 6 8 10 12, $\bar{x} = 7,6$ e $\tilde{x} = 8$

e 3 4 8 8 10, $\bar{x} = 6,6$ e $\tilde{x} = 8$

Questão-aula 16

$$1. \frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5}{5} = 12 \Leftrightarrow X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 = 60$$

$$\frac{X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6}{6} = 13 \Leftrightarrow \frac{60 + X_6}{6} = 13 \Leftrightarrow X_6 = 6 \times 13 - 60 \Leftrightarrow X_6 = 18$$

$$X_6 = 18$$

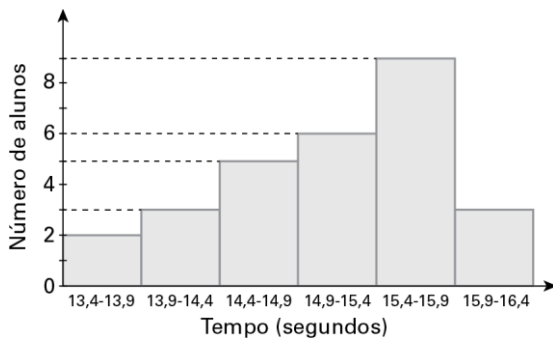
2.1.

Tempos (segundos)	Frequências absolutas
[13,4 ; 13,9[	2
[13,9 ; 14,4[	3
[14,4 ; 14,9[	5
[14,9 ; 15,4[	6
[15,4 ; 15,9[	9
[15,9 ; 16,4[	3
Total	28

2.2. $\bar{x} = \frac{13,65 \times 2 + 14,15 \times 3 + 14,65 \times 5 + 15,15 \times 6 + 15,65 \times 9 + 16,15 \times 3}{28} \approx 15,1$

Tempo médio: 15,1 segundos.

2.3.



2.4. $P_{50} = 15,2$ (Podemos afirmar que, pelo menos, 50% dos alunos obtiveram um tempo inferior ou igual a 15,2 segundos ou que, no máximo, 50% dos alunos obtiveram um tempo superior a 15,2 segundos).

$P_{80} = 15,8$ (Podemos afirmar que, pelo menos, 80% dos alunos obtiveram um tempo inferior ou igual a 15,8 segundos ou que, no máximo, 20% dos alunos obtiveram um tempo superior a 15,8 segundos).

Vamos exemplificar o cálculo do percentil para a ordem 80:

Determinamos $\frac{80 \times 28 \times 0,5}{100} = 11,2$. A área 11,2 só é atingida no 5.º retângulo do histograma. De facto:

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 0,5 \times 2 + 0,5 \times 3 + 0,5 \times 5 + 0,5 \times 6 = 8$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 8 + 0,5 \times 9 = 12,5$$

Assim, o percentil de ordem 80 encontra-se no intervalo [15,4 ; 15,9[.

$$(P_{80} - 15,4) \times 9 + 8 = 11,2 \Leftrightarrow P_{80} = \frac{11,2 - 8}{9} + 15,4$$

Então, $P_{80} = 15,8$.

Questão-aula 17

1. No conjunto B. Como o desvio-padrão é menor, podemos afirmar que as idades das mulheres desse grupo são mais homogêneas (estão mais concentradas ou estão menos dispersas) relativamente à idade média do grupo (26 anos).

2.1. Martinho: $\frac{17 + 11 + 3 \times 14 + 2 \times 12 + 2 \times 16}{9} = 14$

Diogo: $\frac{2 \times 11 + 2 \times 13 + 2 \times 17 + 14 + 2 \times 15}{9} = 14$

2.2. Martinho

Amplitude amostral = $17 - 11 = 6$

Desvio-padrão = 2,06 (2 c. d.)

Diogo

Amplitude amostral = $17 - 11 = 6$

Desvio-padrão = 2,24 (2 c. d.)

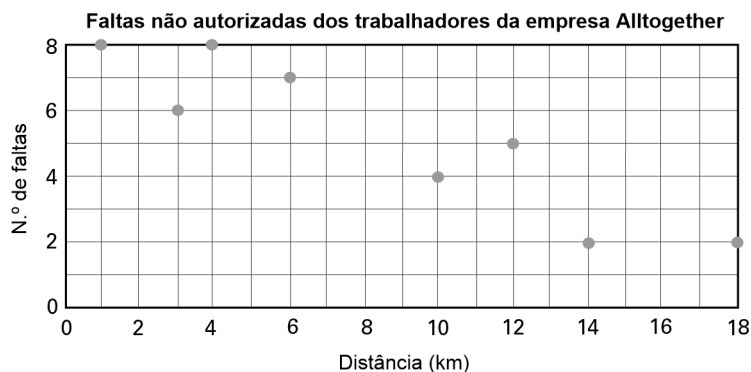
- 2.3. Nas duas amostras as amplitudes são iguais, logo, a medida que melhor caracteriza a dispersão dos dados é o desvio-padrão. Como as médias são iguais e o desvio-padrão das classificações do Martinho é inferior, podemos afirmar que as suas classificações estão menos dispersas, ou seja, estão mais concentradas em torno da classificação média 14.

Questão-aula 18

1. Opção (A)

2. Opção (A)

3.1.

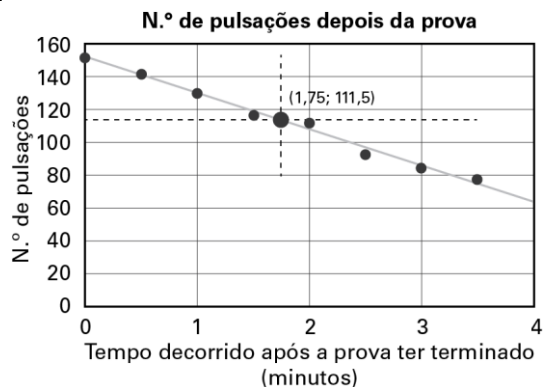


3.2. $r = -0,92$

Podemos afirmar que existe uma correlação negativa forte entre as variáveis, ou seja, observa-se uma correlação forte entre o número de faltas não autorizadas dos trabalhadores e a distância às suas residências, sendo que à medida que a distância aumenta (diminui), o número de faltas diminui (aumenta).

Questão-aula 19

1. e 2.



Equação da reta de regressão: $y = -21,714x + 149,5$

3.1. $y = -21,714 \times 1,8 + 149,5 \approx 110,4$

Teria cerca de 110 pulsações por minuto.

3.2. $y = -21,714 \times 30 + 149,5 \approx -501,92$

O resultado não faz sentido no contexto do problema pois teria um número negativo de pulsações.

3.3. $100 = -21,714x + 149,5 \Leftrightarrow x = \frac{149,5 - 100}{21,714}$

Então, $x \approx 2,3$.

Terá passado cerca de 2,3 minutos.

Questão-aula 20

1. $r \approx -0,16$

Podemos afirmar que a correlação entre as variáveis é fraca, ou seja, a nota a Português e a nota a Educação Física não estão relacionadas *suficientemente bem* para que se possam fazer estimativas ou tirar conclusões de uma a partir da outra.

2.

Ed. Física Português	Suficiente	Bom	Muito Bom	Total
Suficiente	1	3	2	6
Bom	1	1	0	2
Muito Bom	0	4	0	4
Total	2	8	2	12

Questão-aula 21

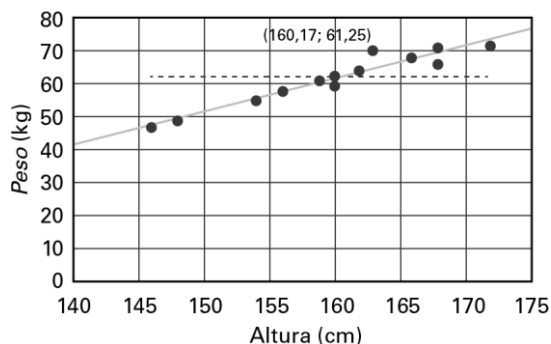
1. (1) Por exemplo: “Número de pontos das equipas no campeonato” e “número de golos marcado pelas equipas no campeonato”.

Correlação positiva forte.

(2) Por exemplo: “Latitude de cidades localizadas no hemisfério norte” e “Temperatura média das cidades localizadas no hemisfério norte”.

Correlação negativa forte.

2.1.



Equação da reta de regressão: $y = 0,973x - 94,615$

2.2. (a) $y = 0,973 \times 153 - 94,615 = 54,254$

Espera-se que tenha aproximadamente 54,3 kg de peso.

(b) $71 = 0,973x - 94,615 \Leftrightarrow x = \frac{71 + 94,615}{0,973}$

Então, $x \approx 170,2$.

Espera-se que tenha aproximadamente 170,2 cm de altura.

2.3. $r = 0,94$ (correlação positiva forte)

Questão-aula 22

1. $780 + 55 = 835$ €

Preço final

Com o desconto A: $0,77 \times 835 = 642,95$ €

Com o desconto B: $\frac{835 \times 100}{123} \approx 678,86$ €

É mais vantajoso optar pelo “Desconto A”.

$$2.1. \text{IPC}(2015) = \frac{370}{320} \times 100 = 115,625$$

$$\text{IPC}(2016) = \frac{345}{320} \times 100 = 107,8125$$

$$2.2. \text{a) } \frac{\text{IPC}(2015) - \text{IPC}(2014)}{\text{IPC}(2014)} \times 100 = \frac{115,625 - 100}{100} \times 100 \approx 15,6\%$$

$$\text{b) } \frac{\text{IPC}(2016) - \text{IPC}(2015)}{\text{IPC}(2015)} \times 100 = \frac{107,8125 - 115,625}{115,625} \times 100 \approx -6,8\%$$

Questão-aula 23

$$1.1. 10\,000(1 + 0,028 \times 3) = 10\,840 \text{ €}$$

Teremos no banco 10 840 €.

$$1.2. 10\,000(1 + 0,028)^3 \approx 10\,863,74 \text{ €}$$

Teremos no banco 10 863,74 €.

$$2.1. 25\,000(1 + 0,16)^5 \approx 52\,508,54 \text{ €}$$

Terão de pagar 52 508,54 €.

$$2.2. 25\,000 \left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^{5 \times 4} \approx 54\,778,08 \text{ €}$$

Terão de pagar 54 778,08 €.

$$3. 4200 = C_0(1 + 0,035)^{4 \times 3} \Leftrightarrow C_0 = \frac{4200}{(1 + 0,035)^{12}}$$

$$C_0 \approx 2779,49$$

Capital inicial: 2779,49 €.

Questão-aula 24

O António deixou o seu automóvel estacionado no parque da Estação do Oriente durante um dia e mais 30 minutos (24 horas e 30 minutos). De acordo com a tabela, pagou então 6,50 €.

A Conceição deixou o seu automóvel estacionado no parque da Estação de Braga durante dois dias e mais 4 horas e 15 minutos (52 horas e 15 minutos). De acordo com a tabela, pagou então 8 €.

O António pagou 6,50 € e a Conceição 8 €.

Teste de avaliação 1

$$1.1. \text{Alvim (A): } \frac{25}{150} \times 100 \approx 16,7\%$$

$$\text{Cardoso (C): } \frac{45}{150} \times 100 = 30\%$$

$$\text{Pereira (P): } \frac{30}{150} \times 100 = 20\%$$

$$\text{Ramos (R): } \frac{50}{150} \times 100 \approx 33,3\%$$

$$1.2. \frac{150}{2} + 1 = 75 + 1 = 76$$

No mínimo 76 votos.

1.3. A: 25 votos (eliminado)

R: 50 votos

P: 30 votos (eliminado)

C: 45 votos

Nova contagem:

R: 50 votos

C: 45 + 25 + 30 = 100 votos

Vencedor: Cardoso

1.4. A: $25 \times 4 + 50 \times 1 + 30 \times 3 + 45 \times 2 = 330$ pontos

C: $25 \times 3 + 50 \times 2 + 30 \times 2 + 45 \times 4 = 415$ pontos

P: $25 \times 2 + 50 \times 3 + 30 \times 4 + 45 \times 1 = 365$ pontos

R: $25 \times 1 + 50 \times 4 + 30 \times 1 + 45 \times 3 = 390$ pontos

Vencedor: Cardoso

2.1. Homem-Aranha: $120 + 150 = 270$ votos

Capitão América: $120 + 88 = 208$ votos

Super-Homem: 204 votos

2.2. Homem-Aranha: $\frac{270}{562} \times 100 \approx 48\%$

Capitão América: $\frac{208}{562} \times 100 \approx 37\%$

Super-Homem: $\frac{204}{562} \times 100 \approx 36\%$

3.1. Alfa: $\frac{650}{4589} \times 40 \approx 5,67$ lugares

Beta: $\frac{1820}{4589} \times 40 \approx 15,86$ lugares

Delta: $\frac{1120}{4589} \times 40 \approx 9,76$ lugares

Ómega: $\frac{999}{4589} \times 40 \approx 8,71$ lugares

Uma mera distribuição proporcional produz resultados não inteiros, o que não conduz a uma distribuição exata dos lugares (que têm de ser necessariamente inteiros).

3.2. Divisor-padrão = $\frac{4589}{40} = 114,7250$

Significa que cada um dos 40 lugares na Direção representa aproximadamente 115 000 habitantes dos países que pertencem à organização.

3.3. Alfa: 6,6657 Beta: 15,8640

Delta: 9,7625 Ómega: 8,7078

3.4. a) Método de Hamilton

Divisor-padrão 114,7250

País	N.º de habitantes	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra (a atribuir à maior parte decimal) 3	Total a atribuir
Alfa	650	5,6657	5	0,6657		5
Beta	1820	15,8640	15	0,8640	1	16
Delta	1120	9,7625	9	0,7625	1	10
Ómega	999	8,7078	8	0,7078	1	9
Total	4589		37			40

b) Método de Jefferson

Divisor-padrão 114,7250
Divisor modificado 110

País	N.º de habitantes	Quota-padrão	Quota inferior
Alfa	650	5,6657	5
Beta	1820	15,8640	15
Delta	1120	9,7625	9
Ómega	999	8,7078	8
Total	4589		37

País	N.º de habitantes	Quota modificada	Quota modificada inferior
Alfa	650	5,9091	5
Beta	1820	16,5455	16
Delta	1120	10,1818	10
Ómega	999	9,0818	9
Total	4589		40

- 3.5. Através do método de Jefferson não há influência pois cada um dos países mantém o número de lugares que já tinha. Já no que diz respeito ao método de Hamilton, verifica-se que Ómega perde um lugar para Alfa. Estamos na presença de um dos paradoxos de Hamilton, mais concretamente o Paradoxo do Novo Estado. Vejamos:

Método de Jefferson

Divisor-padrão	116,3409
Divisor modificado	110

País	N.º de habitantes	Quota-padrão	Quota inferior
Alfa	650	5,5870	5
Beta	1820	15,6437	15
Delta	1120	9,6269	9
Ómega	999	8,5868	8
Psi	530	4,5556	4
Total	5119		41

País	N.º de habitantes	Quota modificada	Quota modificada inferior
Alfa	650	5,9091	5
Beta	1820	16,5455	16
Delta	1120	10,1818	10
Ómega	999	9,0818	9
Psi	530	4,8182	4
Total	5119		44

Método de Hamilton

Divisor padrão	116,3409
-----------------------	-----------------

País	N.º de habitantes	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de lugares extra (a atribuir à maior parte decimal) 3	Total a atribuir
Alfa	650	5,5870	5	0,5870	1	6
Beta	1820	15,6437	15	0,6437	1	16
Delta	1120	9,6269	9	0,6269	1	10
Ómega	999	8,5868	8	0,5868		8
Psi	530	4,5556	4	0,5556		4
Total	5119		41			44

Teste de avaliação 2

1.

	Amílcar	Constantino
Valor total licitado	465,00	510,00
Valor Justo	232,50	255,00
Distribuição dos bens	Rembrandt	Van Gogh Picasso Salvador Dalí
Valor total dos bens atribuídos	200,00	330,00
Saldo	32,50	– 75,00
	Recebe	Paga
Dinheiro disponível 42,50	21,25	21,25
Total final	253,75	276,25

Distribuição final

Amílcar: fica com a pintura de Rembrandt e recebe 53 750 € em dinheiro.

Constantino: fica com as pinturas de Van Gogh, Picasso e Salvador Dalí, recebe 21 250 € e paga 75 000 € em dinheiro (ou seja, na prática tem de dispendar 53 750 €).

2.1. Marisa: Opção A

2.2. Renato: Opção A

3.1. Hondt

	Portugal	Espanha	França	Reino Unido	Itália
1	22	32	36	28	25
2	11	16	18	14	12,5
3	7,33	10,67	12	9,33	8,33
4	5,50	8,00	9,00	7,00	6,25
5	4,40	6,40	7,20	5,60	5,00
6	3,67	5,33	6,00	4,67	4,17

Portugal: 1 representante
 Espanha: 2 representantes
 França: 3 representantes
 Reino Unido: 2 representantes
 Itália: 2 representantes

Hill-Huntington

Divisor-padrão	14,30
----------------	-------

País	N.º de trabalhadores	Quota-padrão	Quota inferior	Quota superior	Média geométrica	Quota arredondada pela regra H-H
Portugal	22	1,5385	1	2	1,4142	2
Espanha	32	2,2378	2	3	2,4495	2
França	36	2,5175	2	3	2,4495	3
Reino Unido	28	1,9580	1	2	1,4142	2
Itália	25	1,7483	1	2	1,4142	2
Total	143					11

Divisor modificado	15
--------------------	----

País	N.º de trabalhadores	Quota-padrão modificada	Quota inferior	Quota superior	Média geométrica	Quota modificada arredondada pela regra H-H
Portugal	22	1,4667	1	2	1,4142	2
Espanha	32	2,1333	2	3	2,4495	2
França	36	2,4000	2	3	2,4495	2
Reino Unido	28	1,8667	1	2	1,4142	2
Itália	25	1,6667	1	2	1,4142	2
Total	143					10

Portugal: 2 representantes
 Espanha: 2 representantes
 França: 2 representantes
 Reino Unido: 2 representantes
 Itália: 2 representantes

- 3.2. Podemos observar que o método de Hondt favorece a filial maior (com mais trabalhadores), França, penalizando a filial mais pequena, Portugal, que tem menos um representante comparativamente com o resultado da aplicação do método de Hill-Huntington.

4.

Divisor-padrão	5,0000
----------------	--------

Marca	N.º de automóveis	Quota-padrão	Quota inferior	Parte decimal da quota-padrão	N.º de automóveis extra (a atribuir à maior parte decimal) 2	Total a atribuir
Seat	12	2,4000	2	0,4000		2
Kia	16	3,2000	3	0,2000		3
Hyundai	20	4,0000	4	0,0000		4
Fiat	14	2,8000	2	0,8000	1	3
Opel	18	3,6000	3	0,6000	1	4
Total	80		14			16

Constituição do grupo:

Seat: 2 automóveis
 Fiat: 3 automóveis

Kia: 3 automóveis
 Opel: 4 automóveis

Hyundai: 4 automóveis

Teste de avaliação 3

1.1.

3	3 6
4	0 1 8
5	0 3 3 7 9
6	0 2 3 7 8 9
7	2 2 4 9 9
8	0 1 3 5 5
9	1

1.2. A década de 60.

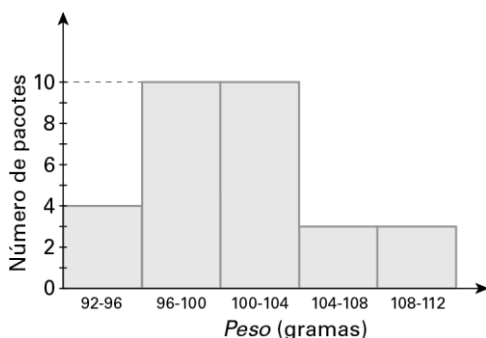
2.

x_i	n_i	N_i	$f_i (\%)$	F_i
12	7	7	17,5	17,5
13	14	21	35	52,5
14	3	24	7,5	60
15	6	30	15	75
16	10	40	25	100
	40		100	

3.1.

Pesos (g)	Freq. absoluta	Freq. relativa
[92 ; 96[	4	0,1333
[96 ; 100[	10	0,3333
[100 ; 104[	10	0,3333
[104 ; 108[	3	0,10
[108 ; 112[	3	0,10
Total	30	1 (aprox.)

3.2.



3.3. $\bar{x} = \frac{4 \times 94 + 10 \times 98 + 10 \times 102 + 3 \times 106 + 3 \times 110}{30} = 100,8$

Peso médio dos pacotes da amostra: 100,8 g.

3.4. a) 3.º quartil: 103,4 g

b) $P_{90} = 108$ g

4.1. Lobitos: $0,20 \times 120 = 24$

Exploradores: $0,30 \times 120 = 36$

Pioneiros: $0,35 \times 120 = 42$

Caminheiros: $0,15 \times 120 = 18$

4.2.

Divisor-padrão	5,4545
Divisor modificado	5

Grupo	N.º de inscritos	Quota-padrão	Quota inferior
Lobitos	24	4,4000	4
Exploradores	36	6,6000	6
Pioneiros	42	7,7000	7
Caminheiros	18	3,3000	3
Total	120		20

Grupo	N.º de inscritos	Quota modificada	Quota modificada inferior
Lobitos	24	4,8000	4
Exploradores	36	7,2000	7
Pioneiros	42	8,4000	8
Caminheiros	18	3,6000	3
Total	120		22

Lobitos: 4 elementos

Exploradores: 7 elementos

Pioneiros: 8 elementos

Caminheiros: 3 elementos

Teste de avaliação 4

1. A informação apresentada desta forma não é imparcial pois o bloguista optou por apresentar os dados graficamente utilizando escalas diferentes no eixo vertical (onde se encontram as frequências absolutas), transmitindo a ideia de que não só o blogue XPTO teve uma grande evolução comparativamente com o blogue ALFAOMEGA mas também, como as barras são mais altas, que obteve um número de visualizações muito superior. Ora, isto não corresponde à “verdade”, pois se observarmos com atenção, o número de visualização de ambos os blogues ao longo dos três anos é muito semelhante. Assim, apesar de os dados não estarem incorretos, os gráficos foram elaborados com o claro objetivo de influenciar opiniões.

$$2.1. \bar{x} = \frac{525 \times 10 + 575 \times 15 + 625 \times 12 + 675 \times 8 + 725 \times 5}{50} = 608$$

Os smartphones da loja custam, em média, 608 €.

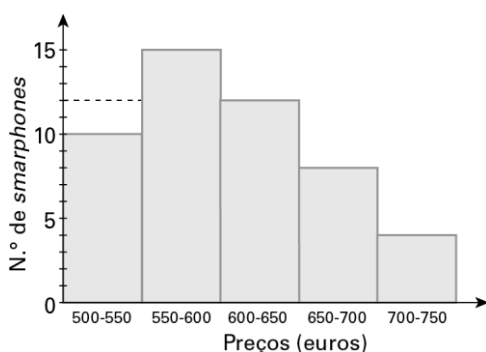
2.2.

Classe	x_i'	n_i	$(x_i' - \bar{x})^2$	$n_i (x_i' - \bar{x})^2$
[500 ; 550[	525	10	6889	68 890
[550 ; 600[	575	15	1089	16 335
[600 ; 650[	625	12	289	3 468
[650 ; 700[	675	8	4489	35 912
[700 ; 750[	725	5	13 689	68 445
Total		50		193 050

$$\text{Variância: } s^2 = \frac{193\,050}{50-1} \approx 3939,80$$

$$\text{Desvio-padrão: } s = \sqrt{\frac{193\,050}{50-1}} \approx 62,77$$

2.3.



2.4. Área das barras do histograma:

$$A_1 = 50 \times 10 = 500$$

$$A_1 + A_2 = 50 \times (10 + 15) = 1250$$

$$A_1 + A_2 + A_3 = 50 \times (10 + 15 + 12) = 1850$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 = 50 \times (10 + 15 + 12 + 8) = 2250$$

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 50 \times 50 = 2500$$

$$\text{Determinação do 1.º quartil (Percentil de ordem 25): } x = \frac{25 \times 50 \times 50}{100} = 625$$

$$\text{Logo, } P_{25} \in [550; 600[.$$

$$\text{Assim, } 500 + (P_{25} - 550) \times 15 = 625 \Leftrightarrow P_{25} = \frac{625 - 500}{15} + 550.$$

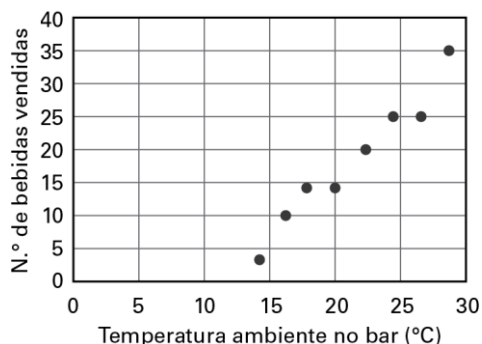
$$Q_1 = P_{25} \approx 558,3$$

$$\text{De modo análogo, } Q_2 = P_{50} = 600 \text{ e } Q_3 = P_{75} \approx 653,1.$$

$$\text{Amplitude interquartis: } Q_3 - Q_1 = 653,1 - 558,3 = 94,8$$

3. A mediana e o P_{60} são as únicas medidas que certamente permaneceram inalteradas.

4.1.



4.2. Média das temperaturas: 21 °C

Média do número de bebidas: 18,4 bebidas

4.3. $r \approx 0,98$ (correlação positiva muito forte)

4.4. Equação da reta de regressão: $y = 1,97x - 23$

4.5. a) $y = 1,97 \times 25 - 23 = 26,25$

Estima-se que serão vendidas cerca de 26 bebidas.

b) $30 = 1,97x - 23 \Leftrightarrow x = \frac{30 + 23}{1,97}$

Então, $x \approx 26,9$. Estima-se que a temperatura seja de, aproximadamente, 27 °C.

Teste de avaliação 5

1.1. $C_4 = 14\,000(1+0,06)^4 \approx 17\,674,68$

Valor acumulado: 17 674,68 €.

1.2. $C_{10} = 14\,000(1+0,06)^{10} \approx 25\,071,88$

Valor acumulado: 25 071,88 €.

1.3. $n = 4 \text{ anos} = 4 \times 4 \text{ trimestres} = 16 \text{ trimestres}$

$C_{16} = 14\,000(1+0,015)^{16} \approx 17\,765,80$

A melhor opção seria o banco Y.

1.4. $C_4 = 14\,000 \left(1 + \frac{0,06}{3}\right)^{3 \times 4} \approx 17\,755,39$

A melhor opção é o banco Y.

2. $20\,125 = C_0(1+0,03 \times 5) \Leftrightarrow C_0 = \frac{20\,125}{1+0,03 \times 5} \Leftrightarrow C_0 = 17\,500$

Capital investido: 17 500 €.

3. Valor do automóvel em 2015:

$0,84^3 \times 23\,599 \approx 13\,987,22 \text{ €}$

Podemos considerar que o Sr. Castro fez um bom negócio ao vender o automóvel por 15 000 €.

4. $275 \times 1,07^{16} \approx 811,85 \text{ €}$

Ganha agora cerca de 811,85 €.

5. Preço sem IVA:

650 ----- 121%

$x \text{ ----- } 100\% \quad x = \frac{650 \times 100}{121} \approx 537,19$

Preço com IVA em 2011: $1,23 \times 537,19 \approx 660,74$

Em janeiro de 2011 custa 660,74 €.

6.1. Balança A

Média: 65,2

Desvio-padrão: 0,22

Balança B

Média: 65,2

Desvio-padrão: 0,19

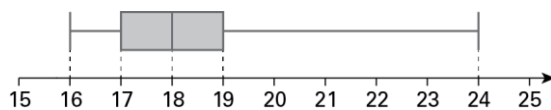
6.2. A balança mais fiável é a B pois é a que apresenta um menor desvio-padrão, o que é indicador de existir maior homogeneidade nos valores das pesagens.

$$7.1. \bar{x} = \frac{16 \times 50 + 17 \times 65 + 18 \times 120 + 19 \times 45 + 20 \times 32 + 21 \times 24 + 22 \times 10 + 23 \times 12 + 24 \times 8}{366} \approx 18,4$$

A idade média é de, aproximadamente, 18,4 anos.

$$7.2. Q_1 = P_{25} = 17; Q_2 = P_{50} = 18; Q_3 = P_{75} = 19$$

7.3.



$$7.4. \frac{80 \times 366}{100} = 292,8 \text{ (não é inteiro)}$$

Assim, P_{80} é o elemento de ordem $[292,8] + 1$ na amostra ordenada, ou seja, o elemento de ordem 293.

Através das frequências absolutas acumuladas, observa-se que o elemento de ordem 293 é o 20. Assim, $P_{80} = 20$.

Podemos afirmar que, pelo menos, 80% dos jovens que estavam no festival tinham idade inferior ou igual a 20 ou que, no máximo, 20% dos jovens tinham idade superior a 20.