

Lógica e teoria dos conjuntos

1. PROPOSIÇÕES

1. b. e d.

2. Designações: b., e. e h.; proposições verdadeiras: c., d. e f.; proposições falsas: a. e g.

3.1 V

3.2 $(-1)^3 = -1 \notin \mathbb{R}^+$; F

3.3 $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = \left(-\frac{1}{3}\right)^6 \neq \left(-\frac{1}{3}\right)^7$; F

3.4 V

3.5 $(6^2 - 3^2) : 3^3 = (36 - 9) : 27 = 27 : 27 = 1$

$3^3 : (6^2 - 3^2) = 27 : (36 - 9) = 27 : 27 = 1$; F

3.6 $\sqrt{9} = 3 \in \mathbb{N}$; V

4. As proposições p e q são equivalentes, pois têm o mesmo valor lógico (ambas são verdadeiras).

Cálculos auxiliares:

$$3 + 2(x - 4) = 2x - 5 \iff 3 + 2x - 8 = 2x - 5 \iff$$

$$\iff 2x - 5 = 2x - 5 \iff 0 = 0 \text{ P.V.}$$

5.1 Falso (Negação de uma proposição verdadeira.)

5.2 Verdadeiro (Uma disjunção de proposições, em que pelo menos uma das proposições é verdadeira, é verdadeira.)

5.3 Falso (Uma conjunção de proposições, em que pelo menos uma das proposições é falsa, é falsa. Neste caso, tem-se $\sim p$ é falsa.)

5.4 Falso (Negação da proposição $p \vee q$, que de 5.2, sabemos que é verdadeira.)

6.1 $\frac{6}{7}$ é um número racional e 7 é um número primo.

Valor lógico: V

6.2 $\frac{6}{7}$ é um número racional ou 7 é um número primo.

Valor lógico: V

6.3 7 não é um número primo. Valor lógico: F

7.1 Verdadeiro (A conjunção de duas proposições só é verdadeira quando ambas forem verdadeiras.)

7.2 Verdadeiro (A conjunção de duas proposições verdadeiras é verdadeira.)

8.1 Falso (Sendo falsa a conjunção de uma proposição qualquer com uma proposição verdadeira, então a primeira tem de ser falsa.)

8.2 Falso (Sendo falsa a disjunção de uma proposição qualquer com uma proposição falsa, então a primeira tem de ser falsa.)

8.3 Verdadeira (Sendo falsa a conjunção de uma proposição qualquer com uma proposição verdadeira, então a primeira tem de ser falsa. Sendo $\sim a$ falsa, a é verdadeira.)

8.4 Não é possível determinar o valor lógico de $a \wedge \sim a$, pois independentemente do valor lógico de a , $a \wedge \sim a$ é falsa.

9.1 p e q têm ambas valor lógico V, pois a sua conjunção só pode ser verdadeira se ambas o forem.

9.2 p e q têm ambas valor lógico F, pois a sua disjunção só pode ser falsa se ambas o forem.

9.3 p tem valor lógico F e q verdadeiro, pois $\sim p$ e q têm que ser proposições verdadeiras para que $\sim p \wedge q$ seja verdadeira.

9.4 p e q têm ambas valor lógico V, pois se $\sim(p \wedge q)$ é falsa, então $p \wedge q$ é verdadeira. Logo, p e q são verdadeiras.

10.1 As proposições operandas são a : «O avião faz escala em Madrid» e b : «O avião faz escala em Paris.»

A proposição p é uma conjunção das proposições a e b ; a proposição q é a disjunção das proposições a e b .

10.2 $p: a \wedge b$; $q: a \vee b$.

11.1 Este mineral é diamante e tem dureza 10.

11.2 Se este mineral é diamante, então tem dureza 10.

12.1 V, porque as duas proposições são falsas.

12.2 F, porque o antecedente é verdadeiro e o consequente é falso.

12.3 V, porque 2 é o único número par que é primo. Assim, se o antecedente é verdadeiro, o consequente também é. Por outro lado, se o antecedente é falso, o consequente pode ser verdadeiro ou falso. Em qualquer dos casos, a implicação é verdadeira.

13. Dado que $p \implies q$ é uma proposição falsa, sabemos que p é verdadeira e q é falsa. Logo:

13.1 $\sim p \implies \sim q$ tem valor lógico verdadeiro, pois o antecedente é falso;

13.2 $q \implies p$ tem valor lógico verdadeiro, pois o antecedente é falso.

14.1 a : «Este paralelogramo tem as diagonais perpendiculares.»
 b : «Este paralelogramo é um losango.»

14.2 $(a \implies b) \wedge (b \implies a)$

14.3 $a \iff b$; Este paralelogramo tem as diagonais perpendiculares se e somente se é um losango.

15.1 Falso, porque as duas proposições têm valores lógicos diferentes (a primeira proposição é falsa e a segunda é verdadeira).

15.2 Verdadeiro, porque as duas proposições têm o mesmo valor lógico (são verdadeiras).

16.1

p	v	$p \wedge v$
V	V	V
F	V	F

Como p e $p \wedge v$ têm sempre o mesmo valor lógico, são equivalentes, isto é, $p \wedge v \iff p$.

16.2

p	f	$p \wedge f$
V	F	F
F	F	F

Como f e $p \wedge f$ têm sempre o mesmo valor lógico, são equivalentes, isto é, $p \wedge f \Leftrightarrow f$.

16.3

p	f	$p \vee f$
V	F	V
F	F	F

Como p e $p \vee f$ têm sempre o mesmo valor lógico, são equivalentes, isto é, $p \vee f \Leftrightarrow p$.

16.4

p	v	$p \vee v$
V	V	V
F	V	V

Como v e $p \vee v$ têm sempre o mesmo valor lógico, são equivalentes, isto é, $p \vee v \Leftrightarrow v$.

17.

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$	$p \vee \sim p$
V	F	F	V
F	V	F	V

Observando a tabela, podemos concluir que:

- $p \wedge \sim p \Leftrightarrow f$ (princípio da não contradição);
- $p \vee \sim p \Leftrightarrow v$ (princípio do terceiro excluído).

18.1 Verdadeiro, porque $\sim q \Rightarrow \sim p$ é equivalente a $p \Rightarrow q$.

18.2 Verdadeiro, porque $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$.

18.3 Verdadeiro, porque o consequente da implicação é uma proposição verdadeira.

19.1 Verdadeiro, porque $\sim \sim p$ é equivalente a p .

19.2 Falso, porque $\sim \sim p \wedge \sim p$ é equivalente a $p \wedge \sim p$ e, pelo princípio da não contradição, esta proposição é falsa.

19.3 Verdadeiro, porque $p \vee \sim \sim \sim p$ é equivalente a $p \vee \sim p$ e, pelo princípio do terceiro excluído, esta proposição é verdadeira.

20.1 $\sim(\sim a \vee b) \Leftrightarrow \sim(\sim a) \wedge \sim b \Leftrightarrow a \wedge \sim b$

20.2 $\sim(\sim a \wedge b) \Leftrightarrow \sim(\sim a) \vee \sim b \Leftrightarrow a \vee \sim b$

20.3 $\sim[(\sim a \wedge b) \vee a] \Leftrightarrow \sim(\sim a \wedge b) \wedge \sim a \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (a \vee \sim b) \wedge \sim a \Leftrightarrow (a \wedge \sim a) \vee (\sim b \wedge \sim a) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow f \vee (\sim b \wedge \sim a) \Leftrightarrow \sim b \wedge \sim a$

20.4 $\sim[(\sim a \wedge b) \wedge a] \Leftrightarrow \sim(\sim a \wedge b) \vee \sim a \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow (a \vee \sim b) \vee \sim a \Leftrightarrow a \vee \sim a \vee \sim b \Leftrightarrow v \vee \sim b \Leftrightarrow v$

21.1 Eu não vou ao teatro ou não chego cedo a casa (negação de uma conjunção).

21.2 Eu não compro uma camisa nem umas calças (negação de uma disjunção).

21.3 Madrid é a capital de Espanha (negação de uma negação).

22. Aplicando as primeiras leis de De Morgan, temos:

22.1 $\sim p \wedge \sim q \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$

22.2 $\sim p \wedge q \Leftrightarrow \sim(p \vee \sim q)$

22.3 $p \wedge q \Leftrightarrow \sim(\sim p \vee \sim q)$

23. Aplicando as primeiras leis de De Morgan, temos:

23.1 $\sim p \vee \sim q \Leftrightarrow \sim(p \wedge q)$

23.2 $\sim p \vee q \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$

23.3 $p \vee q \Leftrightarrow \sim(\sim p \wedge \sim q)$

24.1 A equivalência é falsa porque as duas últimas colunas da tabela de verdade não são iguais.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \vee q$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V	F	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	V	F	V	F
F	F	V	V	F	V

24.2 A equivalência é verdadeira porque a antepenúltima coluna e a última coluna da tabela de verdade são iguais.

p	q	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$p \wedge \sim q$	$\sim(p \wedge \sim q)$
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	F
F	V	F	V	F	V
F	F	V	V	F	V

25.1 Faz sol e eu levo o chapéu.

25.2 Não faz sol, mas eu levo o chapéu.

25.3 Se faz sol, então eu não levo o chapéu.

26.1

p	q	$p \wedge q$	$q \wedge p$
V	V	V	V
V	F	F	F
F	V	F	F
F	F	F	F

26.2

p	q	r	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \wedge r$	$q \wedge r$	$p \wedge (q \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F
V	F	V	F	F	F	F
V	F	F	F	F	F	F
F	V	V	F	F	V	F
F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

26.3

p	q	r	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	V	F	V	V
V	F	F	F	F	F	F	F
F	V	V	V	F	F	F	F
F	V	F	V	F	F	F	F
F	F	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F	F

27. Se p é falsa e $p \vee q$ verdadeira, então q é verdadeira.

Assim:

27.1 q é verdadeira.

27.2 $p \wedge q \Leftrightarrow f \wedge v \Leftrightarrow f$; valor lógico: falso.

27.3 $\sim p \vee q \Leftrightarrow v \vee v \Leftrightarrow v$; valor lógico: verdadeiro.

27.4 $\sim(\sim p \wedge q) \Leftrightarrow p \vee \sim q \Leftrightarrow f \vee f \Leftrightarrow f$; valor lógico: falso.

27.5 $(p \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow (f \Rightarrow f) \Leftrightarrow v$; valor lógico: verdadeiro.

27.6 $(\sim p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (v \Leftrightarrow v) \Leftrightarrow v$; valor lógico: verdadeiro.

28.1 $\sim p \wedge (p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge p) \wedge q \Leftrightarrow f \wedge q \Leftrightarrow f$

Valor lógico: falso.

28.2 $\sim p \vee (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \vee p) \vee q \Leftrightarrow v \vee q \Leftrightarrow v$

Valor lógico: verdadeiro.

28.3 $\sim p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow f \vee (\sim p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \wedge q$

Não é possível indicar o valor lógico da proposição

$\sim p \wedge q$, pois depende dos valores lógicos de p e de q .

28.4 $[\sim p \wedge (p \vee q)] \wedge \sim q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [(\sim p \wedge p) \vee (\sim p \wedge q)] \wedge \sim q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [f \vee (\sim p \wedge q)] \wedge \sim q \Leftrightarrow (\sim p \wedge q) \wedge \sim q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \sim p \wedge (q \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \wedge f \Leftrightarrow f$

Valor lógico: falso.

28.5 $[p \vee (\sim p \wedge q)] \vee \sim q \Leftrightarrow [(p \vee \sim p) \wedge (p \vee q)] \vee \sim q \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow [v \wedge (p \vee q)] \vee \sim q \Leftrightarrow p \vee (q \vee \sim q) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow p \vee v \Leftrightarrow v$

Valor lógico: verdadeiro.

29.1 Sabendo que a proposição $p \Rightarrow (q \Rightarrow r)$ é falsa, sabemos que p é verdadeira e $q \Rightarrow r$ é falsa. Por outro lado, dado que $q \Rightarrow r$ é falsa, concluímos que q é verdadeira e r é falsa.

29.2 Sabendo que a proposição $\sim(p \Rightarrow q) \wedge r$ é verdadeira, sabemos que $\sim(p \Rightarrow q)$ e r são verdadeiras. Como $\sim(p \Rightarrow q)$ é verdadeira, então $p \Rightarrow q$ é falsa e, consequentemente, p é verdadeira e q é falsa.

30.

p	q	$q \wedge p$	$p \Rightarrow q \wedge p$	$\sim p$	$q \vee \sim p$
V	V	V	V	F	V
V	F	F	F	F	F
F	V	F	V	V	V
F	F	F	V	V	V

Como a antepenúltima e a última colunas são iguais, verifica-se que $(p \Rightarrow q \wedge p) \Leftrightarrow (q \vee \sim p)$.

31.1 $\sim p \wedge q$

31.2 $p \Leftrightarrow q$

31.3 $q \Rightarrow p$

32.1 $\sim(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow a \wedge \sim b$

32.2 $\sim(a \wedge \sim b) \Leftrightarrow \sim a \vee b$

32.3 $\sim(\sim a \vee b) \Leftrightarrow a \wedge \sim b$

32.4 $\sim(\sim a \wedge \sim b) \Leftrightarrow a \vee b$

33.1 $\sim \sim p \wedge \sim(\sim \sim q \vee \sim p) \Leftrightarrow p \wedge \sim(q \vee \sim p) \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow p \wedge (\sim q \wedge p) \Leftrightarrow p \wedge \sim q \wedge p \Leftrightarrow (p \wedge p) \wedge \sim q$
 $\Leftrightarrow p \wedge \sim q$

33.2 O Rodrigo tem 5 anos, mas a Beatriz não tem 6 anos.

34.1 $\sim(p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim p \wedge q$

34.2 $\sim(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow p \wedge \sim q$

34.3 $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow \sim(p \wedge \sim q)$

35.1 Sabendo que a proposição $\sim p \wedge q$ é verdadeira, sabemos que as proposições $\sim p$ e q são verdadeiras. Logo, p é falsa e q é verdadeira.

35.2 Sabendo que a proposição $p \Rightarrow \sim p \vee q$ é falsa, sabemos que p é verdadeira e $\sim p \vee q$ é falsa. Assim, $\sim p$ e q são falsas. Logo, p é verdadeira e q é falsa.

36.1 $p \Rightarrow p$ só seria falsa se p pudesse ser simultaneamente verdadeira e falsa. Mas como o princípio da não contradição garante que isso não é possível, $p \Rightarrow p$ é verdadeira independentemente do valor lógico de p .

36.2 $p \Rightarrow (p \vee q)$ só seria falsa se p fosse verdadeira e simultaneamente $p \vee q$ fosse falsa. Mas sendo p verdadeira, $p \vee q$ também é verdadeira. Assim, $p \Rightarrow (p \vee q)$ não pode ser falsa, pelo que é verdadeira independentemente dos valores lógicos de p e de q .

36.3 $(p \wedge q) \Rightarrow p$ só seria falsa se $p \wedge q$ fosse verdadeira e simultaneamente p fosse falsa. Mas sendo $p \wedge q$ verdadeira, p também é verdadeira. Assim, $(p \wedge q) \Rightarrow p$ não pode ser falsa, pelo que é verdadeira independentemente dos valores lógicos de p e de q .

36.4 $q \Rightarrow (p \wedge q)$ pode ser falsa. Basta considerar q verdadeira e p falsa.

36.5 $(p \vee q) \Rightarrow p$ pode ser falsa. Basta considerar p falsa e q verdadeira.

37.1

p	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
V	F	F
F	V	F

37.2

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
V	V	F	F	V
V	F	F	F	V
F	V	V	V	F
F	F	V	F	V

37.3

p	q	r	$p \Rightarrow q$	$r \Rightarrow q$	$(p \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow q)$	$p \vee r$	$p \vee r \Rightarrow q$
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	V	V
V	F	V	F	V	F	V	F
V	F	F	F	V	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	F	V
F	F	V	V	F	F	V	F
F	F	F	V	V	V	F	V

38. Sabendo que a proposição $\sim(p \vee q) \wedge \sim(\sim r)$ é verdadeira, sabemos que as proposições $\sim(p \vee q)$ e $\sim(\sim r)$ são verdadeiras. Desta forma, $p \vee q$ é falsa e, portanto, p e q são falsas. Além disso, r também é verdadeira, pois é equivalente a $\sim(\sim r)$.

No contexto do problema, concluímos que a Mafalda não é licenciada em Português, a Mafalda não tem 32 anos e a Mafalda nasceu na Madeira.

39.1 $\sim(\sim p \wedge \sim q) \Leftrightarrow p \vee q$

39.2 $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \sim p \vee q \Leftrightarrow p \Rightarrow q$
Ou, diretamente, $\sim(p \wedge \sim q) \Leftrightarrow p \Rightarrow q$

39.3 $\sim(p \wedge \sim q) \wedge \sim(q \wedge \sim p) \Leftrightarrow (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

39.4 $(p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q) \Leftrightarrow p \wedge (q \vee \sim q) \Leftrightarrow p \wedge v \Leftrightarrow p$

39.5 $\sim p \wedge \sim q \Rightarrow p \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \Rightarrow p \Leftrightarrow \Leftrightarrow \sim[\sim(p \vee q)] \vee p \Leftrightarrow p \vee q \vee p \Leftrightarrow \Leftrightarrow (p \vee q) \vee q \Leftrightarrow p \vee q$

39.6 Começemos por simplificar o consequente da proposição dada:

$\sim p \wedge ((p \wedge q) \vee (p \wedge \sim q)) \Leftrightarrow \Leftrightarrow [\sim p \wedge (p \wedge q)] \vee [\sim p \wedge (p \wedge \sim q)] \Leftrightarrow \Leftrightarrow (\sim p \wedge p \wedge q) \vee (\sim p \wedge p \wedge \sim q) \Leftrightarrow \Leftrightarrow (f \wedge q) \vee (f \wedge \sim q) \Leftrightarrow f \vee f \Leftrightarrow f$

Desta forma, a expressão dada é equivalente a:

$q \Rightarrow f \Leftrightarrow \sim q \wedge f \Leftrightarrow \sim q$

40.1 $\sim p \wedge q \Leftrightarrow f \wedge q \Leftrightarrow f$

40.2 $(p \Rightarrow \sim p) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim p \Leftrightarrow \sim p$; valor lógico: F

40.3 $(\sim p \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (f \wedge q \Rightarrow r) \Leftrightarrow (f \Rightarrow r) \Leftrightarrow v$

40.4 $(\sim p \Rightarrow q \vee r) \Leftrightarrow (f \Rightarrow q \vee r) \Leftrightarrow v$

41. A proposição dada é falsa porque $(p \wedge \sim q)$ é a negação de $(p \Rightarrow q)$.

42. Sabendo que a proposição $\sim c$ é verdadeira, concluímos que a proposição c é falsa. Sabendo que a proposição $b \Rightarrow c$ é verdadeira e a proposição c é falsa, concluímos que b é falsa. Sabendo que $a \Rightarrow b$ é verdadeira e b é falsa, concluímos que o valor lógico de a é falso.

2. CONDIÇÕES E CONJUNTOS

43. As expressões que representam condições são as das alíneas b., d., e., f. e h.
44. $p(x)$ é verdadeira para qualquer número do intervalo $]-\infty, -2[$ e é falsa para qualquer número do intervalo $[-2, +\infty[$; $q(x)$ é verdadeira para $x = -1$ ou $x = 1$ e é falsa para qualquer valor de x que seja diferente de -1 e 1 .

45.

Condição	Classificação	
	$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{R}$
$x + 1 = 0$	Impossível	Possível
$x^2 + 4 > 0$	Universal	Universal
$x^2 + 5 < 0$	Impossível	Impossível
$x^2 + 2x - 1 = 0$	Impossível	Possível
$x^2 - 5x + 6 = 0$	Possível	Possível
$-5 + x^2 > -6$	Universal	Universal

46.1 $\sim(x \leq 3) \Leftrightarrow x > 3$

46.2 $\sim(x \neq 5) \Leftrightarrow x = 5$

46.3 $\sim(x > -1) \Leftrightarrow x \leq -1$

46.4 $\sim(x \leq \sqrt{5}) \Leftrightarrow x > \sqrt{5}$

46.5 $\sim(x = -9) \Leftrightarrow x \neq -9$

46.6 $\sim(2x < 5) \Leftrightarrow 2x \geq 5$

47. A proposição $\forall x, x^2 \geq x$ é falsa, porque a condição $x^2 \geq x$ é possível, em $\mathbb{R}$, mas não é universal. Por exemplo, para

$$x = \frac{1}{2} \text{ temos } \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \text{ e } \frac{1}{4} < \frac{1}{2}.$$

A proposição $\exists x: x^2 - 3 > 0$ é verdadeira, porque a condição $x^2 - 3 > 0$ é possível em $\mathbb{R}$. Por exemplo, para $x = 2$ temos $2^2 - 3 = 1$ e $1 > 0$.

48.1 Por exemplo, $\mathbb{R}^-$.

48.2 Por exemplo, $]0, +\infty[$.

48.3 Por exemplo, $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

49.1 $x > x - 1 \wedge 2x < x^2$

49.2 $2x < x^2 \vee x > x - 1$

49.3 $(x > x - 1 \Rightarrow 2x < x^2) \vee x > x - 1$

50.1 $\sim(\exists x: x < x + 2) \Leftrightarrow \forall x, \sim(x < x + 2) \Leftrightarrow \forall x, x \geq x + 2$

50.2 $\sim(\forall x, x^2 \geq x^3 - x) \Leftrightarrow \exists x, \sim(x^2 \geq x^3 - x) \Leftrightarrow \exists x, x^2 < x^3 - x$

51.1 V

51.2 V

51.3 V

51.4 V

51.5 F

51.6 V

51.7 F

- 52.1 Qualquer número real adicionado de uma unidade é um número maior do que o próprio número. Proposição verdadeira.

- 52.2 Existe pelo menos um número real que é igual ao seu quadrado. Proposição verdadeira.

- 52.3 Todo o número real não nulo é igual ao seu inverso. Proposição falsa.

- 52.4 Todo o número real é igual a si próprio. Proposição verdadeira.

53.1 $\exists x \in \mathbb{Z}: -1 < x < 6$

53.2 $\exists x \in \mathbb{R}: x \in [1, 5]$

53.3 $\forall x \in \mathbb{R}, (x \text{ é par} \vee x \text{ é ímpar})$

53.4 $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 0$

53.5 $\exists x \in \mathbb{R}: (x > 1 \wedge x \leq 2)$

54.1 $\sim(\exists_{x \in \mathbb{R}} 3x + 5 = 0) \Leftrightarrow \forall_{x \in \mathbb{R}} \sim(3x + 5 = 0) \Leftrightarrow \Leftrightarrow \forall_{x \in \mathbb{R}} 3x + 5 \neq 0$

54.2 $\sim(\forall_{x \in \mathbb{R}} x^2 > 0) \Leftrightarrow \exists_{x \in \mathbb{R}} \sim(x^2 > 0) \Leftrightarrow \exists_{x \in \mathbb{R}} x^2 \leq 0$

54.3 $\sim\left(\forall_{y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} y = \frac{1}{y}\right) \Leftrightarrow \exists_{y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} \sim\left(y = \frac{1}{y}\right) \Leftrightarrow \Leftrightarrow \exists_{y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}} y \neq \frac{1}{y}$

54.4 $\sim(\forall_{x \in \mathbb{R}} x = x) \Leftrightarrow \exists_{x \in \mathbb{R}} \sim(x = x) \Leftrightarrow \exists_{x \in \mathbb{R}} x \neq x$

55.1 Há pelo menos uma mulher que não é teimosa.

55.2 O quadrado de qualquer número natural é par.

55.3 Qualquer número real é menor ou igual ao seu quadrado.

55.4 Há pelo menos um entrevistador que não é jornalista.

56. A condição $p(x)$ é universal, por exemplo, em $]-2, 2[$; a condição $q(x)$ é universal, por exemplo, em $]2, 5]$.

- 57.1 Por exemplo, $x = 3$ não verifica a condição $x > 1 \Rightarrow x > 9$, pois tem-se $3 > 1$ e $3 < 9$. Assim, a condição não é universal e a proposição é falsa.

- 57.2 Por exemplo, $x = 2$ não verifica a proposição dada porque $2 < 2 \wedge 2 > 2$ é uma proposição falsa.

58.1 $A = \{x \in \mathbb{N}: x \text{ é divisor de } 10\}$

58.2 $A = \{n \in \mathbb{N}: n + 1 = 2\}$

58.3 $A = \{x \in \mathbb{R}: x = x\}$

58.4 $A = \{x \in \mathbb{R}: x^2 < 0\}$

59.1 $A = \{1, 2, 5, 10\}$

59.2 $A = \{1\}$

60.1 $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x = 2 \vee x = 3\}$

60.2 $\{x \in \mathbb{R} : x(x - 5) = 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x = 0 \vee x = 5\}$

60.3 $\{n \in \mathbb{N} : n - 3 = 20\} = \{n \in \mathbb{N} : n = 17\}$

60.4 $\{x \in \mathbb{Z} : x^2 = 25\} = \{x \in \mathbb{Z} : x = -5 \vee x = 5\}$

60.5 $\{n \in \mathbb{N}_0 : n(n + 2) = 0\} = \{n \in \mathbb{N}_0 : n = 0\}$

60.6 $\{x \in \mathbb{Q} : (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{9}) = 0\} = \{x \in \mathbb{Q} : x = -3\}$

60.7 $\{x \in \mathbb{Z}^+ : x^2 - 4 = 0\} = \{x \in \mathbb{Z}^+ : x = 2\}$

61.1 $\{x \in \mathbb{N} : x^2 = 9\} = \{x \in \mathbb{N} : x = -3 \vee x = 3\} =$
 $= \{x \in \mathbb{N} : x = 3\} = \{3\}$

61.2 $\{x \in \mathbb{Z} : -2 < x \leq 3\} = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

61.3 $\{x \in \mathbb{R} : x = 2 \vee x = 3\} = \{2, 3\}$

61.4 $\{x \in \mathbb{N} : 2x + 10 < 16\} = \{x \in \mathbb{N} : x < 3\} = \{1, 2\}$

61.5 $\{x \in \mathbb{Z} : |x| = 6\} = \{x \in \mathbb{Z} : x = -6 \vee x = 6\} = \{-6, 6\}$

61.6 $\{x \in \mathbb{N} : x^2 - 6x + 9 = 0\} = \{x \in \mathbb{N} : (x - 3)^2 = 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{N} : x = 3\} = \{3\}$

61.7 $\{x \in \mathbb{R} : 2x - 4 = 3x - 1\} = \{x \in \mathbb{R} : x = -3\} = \{-3\}$

62.1 $x > 2 \Rightarrow x^2 > 4$ (O conjunto associado à primeira condição está contido no conjunto associado à segunda.)

62.2 $(x - 1)(x - 2) = 0 \Leftarrow x = 1$ (O conjunto associado à segunda condição está contido no conjunto associado à primeira.)

62.3 $x = 3 \Rightarrow x^4 = 81$ (O conjunto associado à primeira condição está contido no conjunto associado à segunda.)

62.4 $x > 3 \Leftrightarrow x^3 > 27$ (O conjunto associado à primeira condição está contido no conjunto associado à segunda e vice-versa.)

62.5 $|x + 3| < 2 \Rightarrow x + 3 < 2$ (O conjunto associado à primeira condição está contido no conjunto associado à segunda.)

63.1 $\bar{A} = \{x \in \mathbb{R} : \sim(x \geq 3)\} = \{x \in \mathbb{R} : x < 3\} =]-\infty, 3[$

63.2 $\bar{B} = \{x \in \mathbb{R} : \sim(x - 4 = 0)\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 4\} = \mathbb{R} \setminus \{4\} =$
 $=]-\infty, 4[\cup]4, +\infty[$

63.3 $A \cap B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\} \cap \{x \in \mathbb{R} : x - 4 = 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \wedge x - 4 = 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \wedge x = 4\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x = 4\} = \{4\}$

63.4 $A \cup B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\} \cup \{x \in \mathbb{R} : x - 4 = 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \vee x - 4 = 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \vee x = 4\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3\} = [3, +\infty[$

63.5 $A \setminus B = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \wedge x - 4 \neq 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x \geq 3 \wedge x \neq 4\} = [3, 4[\cup]4, +\infty[$

64.1 Condições universais: $x = x$ e $x \notin \emptyset$;
 condições possíveis: $x \in \mathbb{N}$;
 condições impossíveis: $x \neq x$, $x \notin \mathbb{R}$ e $x \in \emptyset$.

64.2

a. Impossível (conjunção de uma condição impossível com uma condição possível).

b. Universal (disjunção de uma condição universal com uma condição impossível).

c. Possível (disjunção de uma condição possível com uma condição impossível).

d. Universal (disjunção de uma condição possível com uma condição universal).

e. Possível (disjunção de uma condição possível com uma condição impossível).

65.1 $\mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} : x(x + 3) = 0\} = \mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} : x = 0 \vee x = -3\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x \neq 0 \wedge x \neq -3\} = \mathbb{R} \setminus \{-3, 0\}$

65.2 $\mathbb{R} \setminus \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5 = 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 5 \neq 0\} =$
 $= \{x \in \mathbb{R} : x^2 \neq 5\} = \mathbb{R} \setminus \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

66. Mostraremos que $A = B$, recorrendo ao princípio da dupla inclusão.

$A = \{x \in \mathbb{N} : -5 < x < 5\} = \{1, 2, 3, 4\}$; como qualquer elemento de A satisfaz a condição que define o conjunto B , podemos afirmar que $A \subset B$.

Por outro lado,

$B = \{x \in \mathbb{N} : 3x \leq 12\} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$; como qualquer elemento de B satisfaz a condição que define o conjunto A , podemos afirmar que $B \subset A$.

Assim, tendo-se $A \subset B$ e $B \subset A$, conclui-se que $A = B$.

67. Começamos por mostrar que

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Rightarrow x > 3 \vee x < -3:$$

$$x^2 > 9 \Rightarrow x^2 - 9 > 0 \Rightarrow (x - 3)(x + 3) > 0 \Rightarrow$$

 $\Rightarrow (x - 3 > 0 \wedge x + 3 > 0) \vee (x - 3 < 0 \wedge x + 3 < 0) \Rightarrow$
 $\Rightarrow (x > 3 \wedge x > -3) \vee (x < 3 \wedge x < -3) \Rightarrow x > 3 \vee x < -3$

Mostremos, agora, que $\forall x \in \mathbb{R}, x > 3 \vee x < -3 \Rightarrow x^2 > 9$:
 $x > 3 \vee x < -3 \Rightarrow x^2 > 9$ (basta considerar $x > 3 \Rightarrow x^2 > 9$).
 Conclui-se, portanto, que $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 9 \Leftrightarrow x > 3 \vee x < -3$.

68. A condição $x^2 = -2$ é impossível em $\mathbb{R}$; $x^2 > -2$ é universal e $x^2 \geq 4$ é possível.

68.1 Impossível (conjunção com uma condição impossível é impossível).

68.2 Possível (disjunção de uma condição possível com uma condição impossível é possível).

68.3 Impossível (conjunção com uma condição impossível é impossível).

68.4 $x^2 \geq -2 \Leftrightarrow x^2 > -2 \vee x^2 = -2$ é universal (disjunção com uma condição universal é universal).

69.1 $\bar{D} = \bar{\mathbb{R}} = \emptyset$

69.2 $\bar{C} = \bar{\emptyset} = \mathbb{R}$

69.3 $A \cap C =]-1, 6[\cap \emptyset = \emptyset$

69.4 $A \cap D =]-1, 6[\cap \mathbb{R} =]-1, 6[$

69.5 $B \cup C =]-\infty, 0] \cup \emptyset =]-\infty, 0]$

69.6 $B \cup D =]-\infty, 0] \cup \mathbb{R} = \mathbb{R}$

69.7 $A \cup \bar{B} =]-1, 6[\cup]-\infty, 0] =$
 $=]-1, 6[\cup]0, +\infty[=]-1, +\infty[$

69.8 $\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B} =]-1, 6[\cap]-\infty, 0] =$
 $= (]-\infty, -1] \cup [6, +\infty[) \cap]0, +\infty[= [6, +\infty[$

- 70.1** Como $x^2 < 1$ é impossível em $\mathbb{N}$, a conjunção desta com outra condição é uma condição impossível, logo $x^2 < 1 \wedge x < 3 \Leftrightarrow x^2 < 1$ (ou qualquer outra condição impossível em $\mathbb{N}$).
- 70.2** Como $3x = 8$ é impossível em $\mathbb{N}$, a conjunção desta com outra condição é uma condição impossível, logo $3x = 8 \wedge 2x = 10 \Leftrightarrow 3x = 8$ (ou qualquer outra condição impossível em $\mathbb{N}$).
- 70.3** Como $x^2 + 4 > 0$ é universal em $\mathbb{R}$, a conjunção desta com outra condição é equivalente à outra condição, logo $x^2 + 4 > 0 \wedge x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0$.
- 70.4** Como $x^2 < 0$ é impossível em $\mathbb{R}$, a conjunção desta com outra condição é uma condição impossível, logo $x^2 < 0 \wedge 2x + 7 < 1 \Leftrightarrow x^2 < 0$ (ou qualquer outra condição impossível em $\mathbb{R}$).
- 71.1** Como $2x = 9$ é impossível em $\mathbb{N}$, a disjunção desta com outra condição é equivalente à outra condição, logo $2x = 9 \vee 4x = 8 \Leftrightarrow 4x = 8$.
- 71.2** Como $x^2 < 0$ é impossível em $\mathbb{R}$, a disjunção desta com outra condição é equivalente à outra condição, logo $x^2 < 0 \vee 2x + 7 < 1 \Leftrightarrow 2x + 7 < 1$.
- 71.3** Como $x^2 + 4 > 0$ é universal em $\mathbb{R}$, a conjunção desta com outra condição é uma condição universal, logo $x^2 + 4 > 0 \vee x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4 > 0$ (ou qualquer outra condição universal em $\mathbb{R}$).
- 72.1** É falsa porque existem múltiplos de 5 que não são múltiplos de 10 (o próprio 5, por exemplo).
- 72.2** É falsa porque existem quadriláteros com os lados iguais que não são quadrados (um losango sem ângulos retos, por exemplo).
- 72.3** É falsa porque existem quadriláteros com os ângulos iguais que não têm os lados iguais (um retângulo, por exemplo).
- 73.** Qualquer número que não seja múltiplo de 10 não é múltiplo de 5.
Qualquer quadrilátero que não seja um quadrado não tem os quatro lados iguais.
Qualquer quadrilátero que não tenha os lados iguais não tem os ângulos iguais.
- 74.** O contrarrecíproco da proposição dada é:
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ é par} \Rightarrow n^2 \text{ é par}$. Vejamos que é verdadeiro.
Seja n um número natural par. Então, n pode ser escrito na forma $n = 2m$, com $m \in \mathbb{N}$. Desta forma, $n^2 = (2m)^2 = 4m^2 = 2(2m^2)$. Podemos concluir que n^2 é par, pois é da forma $n^2 = 2k$, com $k = 2m^2$ e $k \in \mathbb{N}$.
Sendo verdadeira a proposição
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ é par} \Rightarrow n^2 \text{ é par}$, também é verdadeira a proposição $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \text{ é ímpar} \Rightarrow n \text{ é ímpar}$.

- 75.** O contrarrecíproco da proposição dada é
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ é divisível por } 15 \Rightarrow n \text{ é divisível por } 3$.
Vejamos que é verdadeiro.
Seja n um número natural divisível por 15. Então, n pode ser escrito na forma $n = 15m$, com $m \in \mathbb{N}$, ou seja, $n = 3 \times 5m$. Podemos concluir que n é divisível por 3, pois é da forma $n = 3k$, com $k = 5m$ e $k \in \mathbb{N}$.
Sendo verdadeira a proposição
 $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ é divisível por } 15 \Rightarrow n \text{ é divisível por } 3$, também é verdadeira a proposição $\forall n \in \mathbb{N}, n \text{ não é divisível por } 3 \Rightarrow n \text{ não é divisível por } 15$.
- 76.1** $\exists x: x \text{ é bom estudante e não é bom aluno}$.
76.2 $\exists x: x \geq 0 \wedge x > 0$
76.3 $\exists x: x \text{ é peixe e } (x \text{ não tem escamas ou não tem guelras})$
- 77.** $4 - 2x > 0 \Leftrightarrow -2x > -4 \Leftrightarrow x < 2 \Leftrightarrow x \in]-\infty, 2[$
Opção correta: B
- 78.** $\sim(\forall x \in \mathbb{R}, x^2 = x) \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}: \sim(x^2 = x) \Leftrightarrow \Leftrightarrow \exists x \in \mathbb{R}: x^2 \neq x$
Opção correta: D
- 79.** $\{x \in \mathbb{N}: x^2 = 16\} = \{x \in \mathbb{N}: x = -4 \vee x = 4\} = \{4\}$
Opção correta: C
- 80.** $4x + 1 = 2x + 7 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$ é uma condição possível em $\mathbb{N}$, logo $\exists x \in \mathbb{N}: 4x + 1 = 2x + 7$ é uma proposição verdadeira.
 $4x + 2 < 8 \Leftrightarrow 4x < 6 \Leftrightarrow x < \frac{6}{4} \Leftrightarrow x < \frac{3}{2}$ é uma condição possível, mas não universal em $\mathbb{N}$, logo $\forall x \in \mathbb{N}, 4x + 2 < 8$ é uma proposição falsa.
Opção correta: A
- 81.** $A = \{x \in \mathbb{R}: x \neq -2 \wedge x \neq 2\} = \mathbb{R} \setminus \{-2, 2\}$
 $\bar{A} = \{-2, 2\}$
A condição $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \wedge x = 2$, tem como conjunto-solução $\bar{A}$.
Opção correta: B
- 82.** $A = [-2, 4] \cup [6, 8]$
 $\mathbb{R} \setminus A =]-\infty, -1[\cup]4, 6[\cup]8, +\infty[$
Opção correta: C
- 83.** $x = x$ é universal e $x^2 < 0$ é impossível.
A disjunção das duas condições é universal.
A conjunção das duas condições é impossível.
Opção correta: C
- 84.1** Falso (a segunda proposição operanda é falsa, o que torna a conjunção falsa).
84.2 Falso ($\sqrt{49} = 7$ não é irracional).
84.3 Verdadeiro (conjunção de duas proposições verdadeiras).

84.4 Verdadeiro (disjunção de proposições em que uma é verdadeira: 28 é múltiplo de 7).

84.5 Verdadeiro (disjunção de proposições em que uma é verdadeira: 11 é um número primo).

85.1

a: V;

b: F;

c: F.

85.2

a. $\sqrt{7}$ é um número irracional menor ou igual a 3; verdadeiro.

b. $\sqrt{7}$ é um número racional ou $\sqrt{7}$ é maior do que 3; falso.

c. Se $\sqrt{7}$ é menor ou igual a 3, então $1 - \sqrt{7}$ é maior ou igual a -2; verdadeiro.

86.1 Sendo $p \dot{\vee} q$ verdadeira quando e apenas quando p e q têm valores lógicos distintos, podemos pensar numa disjunção de duas proposições compostas por p e q , em que pelo menos uma delas seja verdadeira quando p e q têm valores lógicos distintos e que, caso contrário, ambas as proposições dessa disjunção sejam falsas. Por exemplo, $p \wedge \sim q$ e $\sim p \wedge q$ satisfazem o pretendido. Assim, temos: $p \dot{\vee} q \Leftrightarrow (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$.

86.2

a. Não, porque a equivalência não se verifica quando p e q são falsas.

b. Não, porque a equivalência só se verifica quando p e q são verdadeiras.

c. Não, porque a equivalência não se verifica quando p é falsa e q é verdadeira.

d. Sim, pois $p \Leftrightarrow q$ quando, e apenas quando, p e q têm valores lógicos iguais, ou seja, $p \Leftrightarrow q$ é a negação de $p \dot{\vee} q$.

87. A implicação «O Carlos não sai de casa quando está a chover.» apenas se verifica quando não se verifica que «O Carlos tem aulas». Isto é, se o Carlos não tiver aulas, então estando a chover, ele não sai de casa. Simbolicamente, temos:

$$\sim c \Rightarrow (a \Rightarrow \sim b)$$

88.1 $A = \{1, 2, 3\}$

88.2 $B = \{-3, -2, -1, 0\}$

88.3 $C = \{-2, 2\}$

88.4 $\bar{C} = U \setminus C = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$

88.5 $A \setminus C = \{1, 3\}$

88.6 $B \cap \bar{C} = \{-3, -2, -1, 0\} \cap \{-3, -1, 0, 1, 3\} = \{-3, -1, 0\}$

88.7 $A \cup \overline{B \cap C} = \{1, 2, 3\} \cup \overline{\{-3, -2, -1, 0\} \cap \{-2, 2\}} = \{1, 2, 3\} \cup \overline{\{-2\}} = \{1, 2, 3\} \cup \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\} = \{-3, -1, 0, 1, 2, 3\}$

89. $P = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é um número primo} \wedge n < 10\} = \{2, 3, 5, 7\}$

$Q = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é múltiplo de 3 e divisor de 18}\} = \{3, 6, 9, 18\}$

$R = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ é divisor de } 18 \vee n < 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 18\}$

$S = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ não é divisor de } 18 \wedge n < 10\} = \{4, 5, 7, 8\}$

90.1 $A = \{n \in \mathbb{N} : 2n - 5 < 10 \wedge n \text{ é ímpar}\} =$

$$= \left\{ n \in \mathbb{N} : n < \frac{15}{2} \wedge n \text{ é ímpar} \right\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

90.2 $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - 8 = 2x\} = \{x \in \mathbb{R} : x = -2 \vee x = 4\} = \{-2, 4\}$

Cálculos auxiliares:

$$x^2 - 8 = 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 4$$

90.3 $A \setminus C = \{1, 3, 5, 7\} \setminus (]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[) = \{1\}$

90.4 $B \cap C = \{-2, 4\} \cap (]-\infty, -2] \cup [2, +\infty[) = \{-2, 4\}$

TESTE

1. «6 é múltiplo de 3 mas 3 não é múltiplo de 6» traduz a conjunção de «6 é múltiplo de 3», q , com a negação de «3 é múltiplo de 6», $\sim p$.

Opção correta: D

2. $a \wedge \sim a$ é uma proposição falsa, independentemente do valor lógico de a . Como a disjunção de uma proposição falsa com uma segunda proposição é equivalente à segunda, tem-se $(a \wedge \sim a) \vee b \Leftrightarrow b$.

Opção correta: A

3. Como $x^2 + 1 > x$ é uma condição universal em $\mathbb{R}$, $x^2 + 1 > x \vee x^2 = x$ é universal em $\mathbb{R}$. Assim, $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > x \vee x^2 = x$ é uma proposição verdadeira, cuja negação é $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 \leq x \vee x^2 \neq x$, com valor lógico falso.

Opção correta: C

4. Esta proposição é equivalente a dizer que qualquer que seja o número racional, o seu quadrado é diferente de 2. Simbolicamente, tem-se $\forall x \in \mathbb{Q}, x^2 \neq 2$.

Opção correta: B

5. $A = \{x \in \mathbb{R} : x < 5\} =]-\infty, 5[$
 $B = \{x \in \mathbb{R} : |x| = 3\} = \{-3, 3\}$
 $C = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 2\} =]-\infty, 2]$

$$(A \setminus B) \cap C = (]-\infty, 5[\setminus \{-3, 3\}) \cap]-\infty, 2] = (]-\infty, -3[\cup]-3, 3[\cup]3, 5[) \cap]-\infty, 2] =]-\infty, -3[\cup]-3, 2]$$

Opção correta: C

6.1 Falso

6.2 Verdadeiro

6.3 Verdadeiro

6.4 Falso

6.5 Falso

6.6 Verdadeiro

7.1 $a \Leftrightarrow b$, a : «5163 é múltiplo de 3»; b : «a soma dos algarismos de 5163 é um número múltiplo de 3».

7.2 $\sim a \wedge \sim b$, a : «102 é um número ímpar»; b : « $\sqrt{11}$ é um número racional».

7.3 $a \Rightarrow (b \wedge c \wedge d)$, a : «3400 termina em dois zero»; b : «3400 é múltiplo de 2»; c : «3400 é múltiplo de 5»; d : «3400 é múltiplo de 4».

8.1 Para qualquer concretização de $x \in \mathbb{R}$, a implicação $x=2 \Rightarrow x^2=4$ é verdadeira, pois o conjunto correspondente a $x=2$, $\{2\}$, está contido no conjunto correspondente a $x^2=4$, $\{-2, 2\}$.

A condição contrarrecíproca é $x^2 \neq 4 \Rightarrow x \neq 2$.

8.2 A implicação $x^2=9 \Rightarrow x=3$ não é verdadeira para $x=-3$. Com efeito, $(-3)^2=9 \Rightarrow -3=3$ é falsa.

A condição contrarrecíproca é $x \neq -3 \Rightarrow x^2 \neq 9$

8.3 Qualquer quadrilátero que seja quadrado é retângulo, pelo que a implicação é verdadeira para qualquer concretização de x no universo considerado.

A condição contrarrecíproca é:

x não é retângulo $\Rightarrow x$ não é quadrado.

8.4 Qualquer losango tem as diagonais perpendiculares, pelo que a implicação é verdadeira para qualquer concretização de x no universo considerado.

A condição contrarrecíproca é:

as diagonais de x não são perpendiculares $\Rightarrow x$ não é losango.