

TESTE 1

1. B
2. A
3. D
4. C
5. C
6.1 V
6.2 V
7.1 V
7.2 F
7.3 V

- 8.1 $\Rightarrow$
8.2 $\Rightarrow$
8.3 $\Leftarrow$
8.4 $\Leftrightarrow$

9.1

$\forall x \in A, p(x): V$
 $\exists x \in A: q(x): V$

9.2

$\sim (\forall x \in A, p(x)) \Leftrightarrow \exists x \in A: \sim p(x)$
 $\sim (\exists x \in A: q(x)) \Leftrightarrow \forall x \in A, \sim q(x)$

9.3

$p(x)$: possível universal
 $\sim p(x)$: impossível
 $q(x)$: possível
 $\sim q(x)$: possível

- 10.1 O Matias não estuda ou não é inteligente.
10.2 Nem a Maria nem a Inês vão à festa de finalistas.

TESTE 2

1. B
2. C
3. D
4. C
5. A

- 7.1 $P = 8\sqrt{2}$ cm
7.2 $A = 6$ cm²

- 8.1 Por exemplo, $(x+8)^2 - x^2$
8.2 16 cm

9.1 $A^2(x) = 9x^2 - 12x + 4$

9.2 $B(x) \times A(x) = 9x^2 - 4$

9.3 $Q(x) = x^2 + 2x + 5$
 $R(x) = 15x - 5$

10.2 $4\sqrt{2} + 4$

10.3 $-2(x+2)(x+1)(x-2)$

10.4 $]-\infty, -2] \cup [-1, 2]$

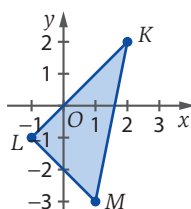
TESTE 3

- 1.1 C
1.2 A
1.3 B

2. D
3. B

- 4.1 $y > x \vee y \geq 2$
4.2 $y \geq 3 \wedge x^2 + (y-1)^2 < 9$

5.1



5.2 $y = -x + 1$

5.3 $(1, 0)$

5.4 $\overline{LM}^2 + \overline{LK}^2 = \overline{MK}^2$

6. $\|\overrightarrow{AC}\| = 10\sqrt{2}$

8.1

a. $(x, y) = (1, 0) + k(0, 1), k \in \mathbb{R}$

b. $y = 0$

c. $y = \frac{2}{3}x + 2$

8.2 $x^2 + y^2 - 2y - 8 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x^2 + (y-1)^2 = 9$; portanto, define
uma circunferência de centro $(0, 1)$ e
raio 3.

8.3 $y \leq \frac{2}{3}x + 2 \wedge x \geq 1 \wedge x^2 + (y-1)^2 \leq 9$

8.4 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$

TESTE 4

1. B
2. B
3. C
4. A
5. A

6.1

$A(4, 0, 0)$
 $C(2, 3, 0)$
 $G(2, 3, 2)$

6.2

$\overrightarrow{AC}(-2, 3, 0)$

$\overrightarrow{CG}(0, 0, 2)$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG}$ tem coordenadas $(-2, 3, 2)$

6.3 $(2, -3, 0)$

6.4 $K(3, 3, 2)$

7.1 $A(0, 0, -2\sqrt{2}), C(0, 0, 2\sqrt{2}),$
 $F(-2, 2, 0), D(2, -2, 0)$ e
 $G(-2, -2, 0)$

7.2

a. $z = 0$

b. $y = 2 \wedge z = 0$

c. $x^2 + y^2 + (z + 2\sqrt{2})^2 = 16$

8.1 $x = 4$

8.2 $(x+4)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 89$; todos
exceto A.

8.3 12 cm

8.4 108 cm²

9.1 $A(2, 0, 0), B(2, 2, 0), C(0, 2, 0),$
 $D(2, 0, 2), F(0, 2, 2), G(0, 0, 2),$
 $P(1, 1, -2), Q(1, 1, 4)$ e
 $O(0, 0, 0)$

9.2 $QD: (x, y, z) =$
 $= (1, 1, 4) + k(1, -1, -2), k \in \mathbb{R}$
 $QF: (x, y, z) =$
 $= (1, 1, 4) + k(1, -1, 2), k \in \mathbb{R}$

9.3 $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$

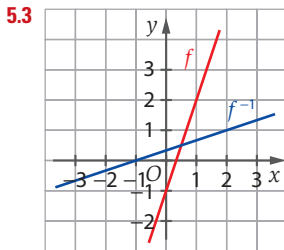
F é interior à superfície esférica.

9.4 $8\sqrt{2}$

TESTE 5

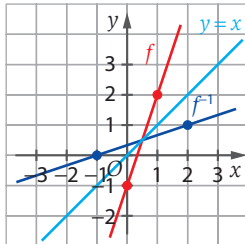
1. C
2. B
3. C
4. A
- 5.1 f é injetiva ($x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 \neq 3x_2$) e sobrejetiva (o contradomínio coincide com o conjunto de chegada, $\mathbb{R}$)

5.2 $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{3}$



5.4 $A(-1, 0); B(2, 1)$

$f^{-1}(0) = -1$;
 $f^{-1}(1) = 2$



6.1
 $(f \circ g)(2) = 10$
 $(g \circ f)(2) = 16$
 $(f \circ f)(2) = 10$

6.2 $(f \circ g)(x) = 3x - 2$
 $(g \circ f)(x) = 9x^2 - 12x + 4$
 $(f \circ f)(x) = 9x - 8$

6.3 Não são permutáveis pois
 $(f \circ g)(x) \neq (g \circ f)(x)$

7.1 $[1, +\infty[$
7.2 $]-1, +\infty[$
7.3 $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

8.1 $D_a =]0, 4[$
8.3 $x = 2$

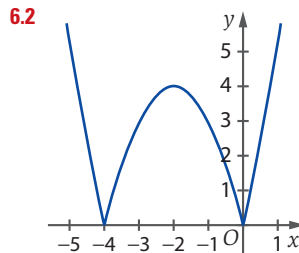
9. B

No instante inicial, P coincide com A , pelo que pertence à reta r . Portanto, $d(0) = 0$. De seguida, enquanto P percorre a circunferência, a distância a r aumenta, até ao valor máximo 2, correspondente ao diâmetro da circunferência, no instante em que P está no ponto diametralmente oposto a A . A seguir, P percorre a restante semicircunferência, diminuindo a distância a r , até voltar a coincidir com A , passados 60 segundos, tendo-se, então, $d(60) = 0$.

TESTE 6

1. A
2. A
3. D
4. B
5. D

6.1 $h(x) = \begin{cases} (x+2)^2 - 4 & \text{se } x \leq -4 \vee x \geq 0 \\ -(x+2)^2 + 4 & \text{se } -4 < x < 0 \end{cases}$



- 6.3
a. h é decrescente em $]-\infty, -4]$ e em $[-2, 0]$; é crescente em $[-4, -2]$ e em $[0, +\infty[$. Tem mínimo absoluto 0 e máximo relativo 4.
- 6.4 Concavidade voltada para cima em $]-\infty, -4]$ e em $[0, +\infty[$ e voltada para baixo em $[-4, 0]$.
- 6.5 $[-2 - 2\sqrt{2}, -2 + 2\sqrt{2}]$

7. $x = \frac{11}{18}$

8.1 $D_f = [-2, +\infty[$

8.2 4

8.4 $D_a =]0, +\infty[$

9.1 $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$; $D_g = \mathbb{R}$

9.2 $(f \times g)(x) = \sqrt[3]{2x+2}$
 $D_{f \times g} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

10. $x \mapsto -\frac{3}{8}(x+3)^2 + 6$

TESTE 7

1. D
2. C
3. C
4. B
5. D

6. $\sum_{i=1}^9 (2i+1)$

7.1 $x_{(2)} = 50$ e $\tilde{x}_2 = 60$

7.2 $\tilde{x} = \{50, 60, 70, 80, 90, 90, 100, 110, 120\}$

7.3

$\tilde{x}_j$	50	60	70	80	90	100	110	120
n_j	2	1	1	1	2	2	1	1

7.4

- a. $\bar{x} \approx 84$
b. $SS_x \approx 5655$
c. $s_x \approx 24$
d. $P_{75} = 100$

8.1

Classes	n_j
$[50, 60[$	5
$[60, 70[$	15
$[70, 80[$	22
$[80, 90[$	20
$[90, 100[$	8
$[100, 110[$	4

- 8.2 $P_{75} \approx 87$. Verifica-se que a percentagem de utentes do ginásio com peso inferior ou igual a cerca de 87 quilogramas é no mínimo 75%, ou seja, pelo menos 75%, dos utentes do ginásio tem no máximo 87 kg (com aproximação às unidades).