

Teste 4 – Geometria analítica no espaço. Cálculo vetorial no espaço

Nome da escola _____ Ano letivo ____ / ____
 Nome _____ N.º ____ Turma ____ Data ____ / ____ / ____

Grupo I

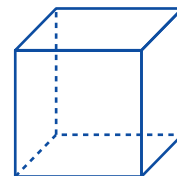
Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.
 Para cada item, seleciona a opção correta.

1. Considera, num referencial o.n. do espaço, a esfera de centro no ponto $C(1, -2, 5)$ e raio 2. A interseção da esfera com o plano de equação $z = 4$ é:

(A) uma circunferência de raio $\sqrt{3}$.
 (B) um círculo de centro $(1, -2, 4)$.
 (C) um círculo de centro $(1, -2, 5)$.
 (D) um círculo de raio 2.

2. Orientando as arestas de um cubo, quantos vetores diferentes se podem definir?

(A) 3 (B) 6 (C) 12 (D) 24



3. Num referencial o.n. $Oxyz$, o ponto de interseção da reta definida por $(x, y, z) = (-1, 2, 0) + k(2, -1, 3)$, $k \in \mathbb{R}$, com o plano xOz tem coordenadas:

(A) $(-1, 2, 0)$ (B) $(1, 0, 2)$ (C) $(3, 0, 6)$ (D) $(1, 0, 6)$

4. Os vetores $\vec{a}(-5, 2, 5)$ e $\vec{b}(-1, m, 1)$ são colineares se:

(A) $m = \frac{2}{5}$ (B) $m = \frac{1}{5}$ (C) $m = \frac{5}{2}$ (D) $m = 5$

5. Relativamente aos vetores $\vec{a}(\sqrt{12}, -4, 6)$ e $\vec{b}(2, -\sqrt{3}, 3)$ considera as proposições seguintes:

I. $\vec{a}$ e $\vec{b}$ são colineares.

II. $\|\vec{a}\| = 2\|\vec{b}\|$

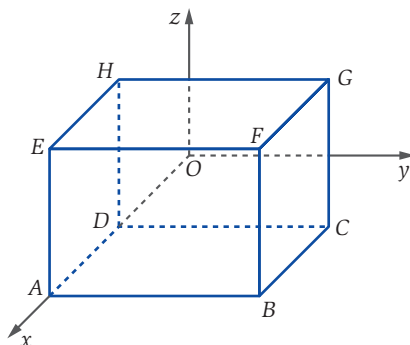
Quanto ao valor lógico das proposições, podemos dizer que:

(A) I é falsa e II é verdadeira.
 (B) I é verdadeira e II é falsa.
 (C) São ambas falsas.
 (D) São ambas verdadeiras.

Grupo II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todas as justificações necessárias.

6. A figura representa, num referencial o.n. $Oxyz$, um paralelepípedo reto $[ABCDEFGH]$.



Sabe-se que:

- a aresta $[DA]$ está contida no eixo Ox ;
- a face $[ABCD]$ está contida no plano xOy ;
- D é ponto médio de $[OA]$;
- o ponto F tem coordenadas $(4, 3, 2)$.

6.1 Indica as coordenadas dos pontos A , C e G .

6.2 Determina as coordenadas do vetor $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CG}$.

6.3 Indica as coordenadas do vetor simétrico de $\overrightarrow{AC}$.

6.4 Indica as coordenadas de K , ponto médio de $[FG]$.

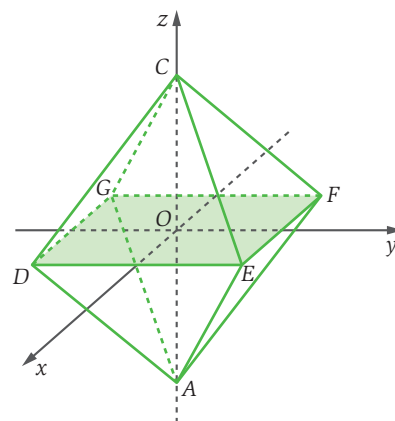
7. No referencial o.n. $Oxyz$ está representado um octaedro, tal que:

- o centro geométrico do sólido coincide com a origem do referencial;
- os vértices A e C pertencem ao eixo Oz ;
- os eixos Ox e Oy intersectam o quadrado $[DEFG]$ nos pontos médios dos seus lados;
- $E(2, 2, 0)$

7.1 Determina as coordenadas dos restantes vértices do octaedro.

7.2 Escreve equações cartesianas que representem os seguintes conjuntos de pontos:

- plano DEF ;
- reta EF ;
- superfície esférica com centro em A e que contém o ponto F .



8. No referencial o.n. $Oxyz$ da figura está representado um prisma triangular reto com 8 cm de altura.

O ponto O é o ponto médio de $[FB]$, $\overline{FA} = 4$ cm e $\overline{FC} = 3$ cm.

As faces do prisma $[FCEB]$ e $[FADB]$ estão contidas nos planos coordenados xOy e xOz , respetivamente.

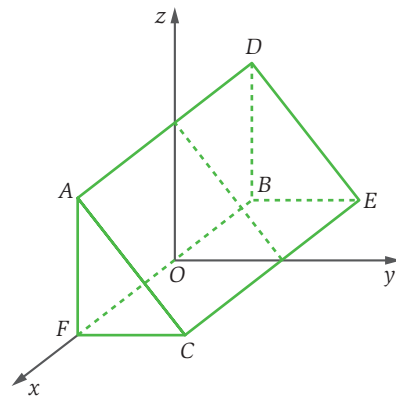
8.1 Escreve uma equação do plano ACF .

8.2 Escreve uma equação da superfície esférica de centro E e raio igual à norma de $\overrightarrow{AE}$.

Quais são os vértices do prisma que pertencem ao interior da superfície esférica?

8.3 Calcula o perímetro do polígono que se obtém no prisma através da interseção com o plano de equação $x = 2$.

8.4 Determina a área total do prisma.



9. O poliedro da figura é formado por um cubo e duas pirâmides quadrangulares regulares.

Sabe-se que:

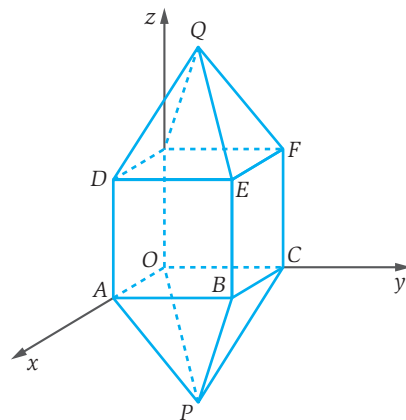
- o vértice O do poliedro é a origem do referencial o.n.;
- o vértice E do poliedro tem coordenadas $(2, 2, 2)$;
- os vértices A e C pertencem, respetivamente, aos eixos Ox e Oy ;
- a altura de cada uma das pirâmides é igual ao comprimento da aresta do cubo.

9.1 Indica as coordenadas de todos os vértices do poliedro, exceto as do vértice E .

9.2 Escreve uma equação vetorial da reta QD e uma equação vetorial da reta QF .

9.3 Apresenta a equação reduzida da superfície esférica de diâmetro $[QP]$ e justifica que o ponto F não pertence a essa superfície esférica.

9.4 Determina a área do polígono que resulta da interseção do plano ADQ com o poliedro.



FIM