

Teste 5 – Generalidades acerca de funções reais de variável real

Nome da escola _____ Ano letivo ____ / ____
 Nome _____ N.º ____ Turma ____ Data ____ / ____ / ____

Grupo I

Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.

Para cada item, seleciona a opção correta.

1. O gráfico de uma função f real de variável real é o conjunto

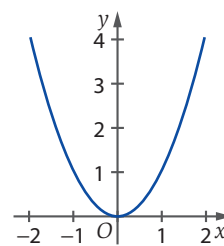
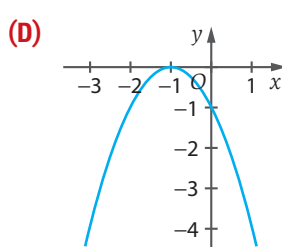
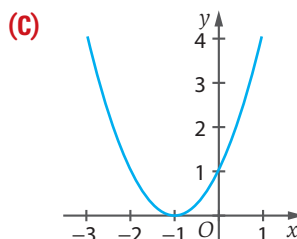
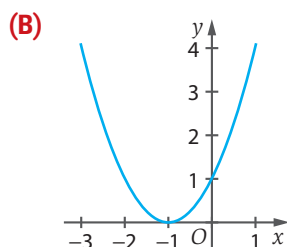
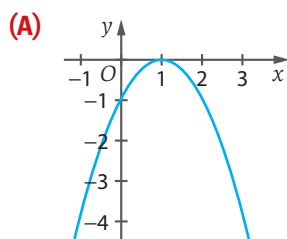
$$G_f = \{(-3, -2), (-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 3)\}$$

Qual dos seguintes conjuntos é o gráfico da função f^{-1} , inversa de f ?

- (A) $\{(-3, -2), (-2, -1), (-1, 0), (0, 1), (1, 2), (2, 3)\}$
 (B) $\{(-3, -2), (-1, -2), (0, -1), (1, 0), (1, 2), (2, 3)\}$
 (C) $\{(-2, -3), (-1, -2), (0, -1), (1, 0), (2, 1), (3, 2)\}$
 (D) $\{(-2, -3), (-2, -1), (0, -1), (1, 0), (1, 2), (3, 2)\}$
2. Considera a função g , de domínio $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$, definida por $g(x) = 2x + 1$.
 O contradomínio da função g , D_g^i , é:
- (A) $\mathbb{R}$ (B) $\{-3, -1, 1, 3, 5\}$ (C) $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$ (D) $\{-3, -2, 1, 3, 4\}$
3. Seja f uma função ímpar, definida em $D_f \subset \mathbb{R}$. Se $a \in D_f$, então as coordenadas do ponto do gráfico de f de abscissa $-a$ são:
- (A) $(-a, f(a))$ (B) $(a, f(a))$ (C) $(-a, -f(a))$ (D) $(a, f(-a))$

4. Considera a função real de variável real $g: x \mapsto g(x)$, cujo gráfico está representado no referencial o.n. ao lado.

Qual dos gráficos seguintes representa a função definida por $x \mapsto -g(x-1)$?



Grupo II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todas as justificações necessárias.

5. Considera uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 3x - 1$.

5.1 Justifica que f é uma função bijetiva.

5.2 Determina uma expressão analítica da função f^{-1} .

5.3 Representa num referencial ortonormado os gráficos das funções f e f^{-1} .

5.4 Determina a imagem dos pontos A e B do gráfico de f de abscissas respetivamente -1 e 2 pela reflexão axial de eixo com equação $y = x$ e verifica que se tratam de pontos do gráfico de f^{-1} .

6. Sejam f e g as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas respetivamente por:

$$f(x) = 3x - 2 \quad \text{e} \quad g(x) = x^2$$

6.1 Calcula $(f \circ g)(2)$, $(g \circ f)(2)$ e $(f \circ f)(2)$.

6.2 Determina $(f \circ g)(x)$, $(g \circ f)(x)$ e $(f \circ f)(x)$.

6.3 As funções f e g são permutáveis? Justifica a tua resposta.

7. Determina o domínio das funções reais de variável real definidas por:

7.1 $\sqrt{x-1}$

7.2 $\frac{x-1}{\sqrt{x+1}}$

7.3 $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2-1}}$

8. O pentágono $[ABCGD]$, representado na figura, é composto por um quadrado $[ABCD]$ e um triângulo $[DCG]$. Sabe-se que:

- $[DC]$ e $[GH]$ são perpendiculares;
- $[AHGF]$ é um quadrado.

Sabe-se ainda que, numa mesma unidade de medida:

- a área do quadrado $[ABCD]$ é x^2 ;
- a área do quadrado $[AHGF]$ é 16 .

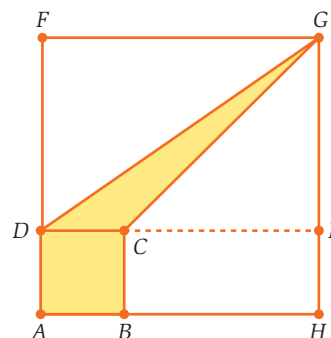
Seja a a função que a cada valor de x faz corresponder a área do pentágono $[ABCGD]$, definida no conjunto de valores possíveis de x , no contexto desta situação.

8.1 Indica o domínio da função a .

8.2 Mostra que a área do pentágono $[ABCGD]$ pode ser dada pela expressão:

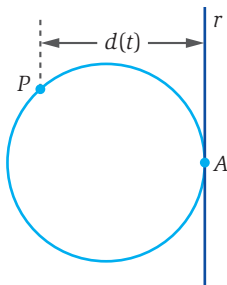
$$a(x) = \frac{x^2}{2} + 2x$$

8.3 Determina o valor de x para o qual a área do pentágono $[ABCGD]$ é igual a 6 .



9. Na figura seguinte estão representadas:

- uma circunferência de raio 1 ;
- uma reta r , tangente à circunferência no ponto A .

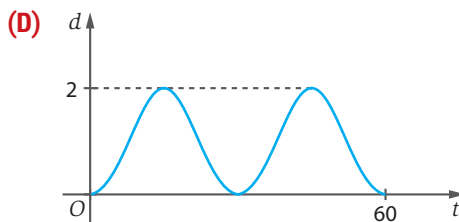
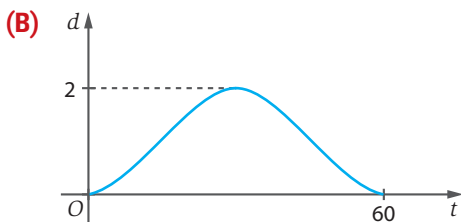
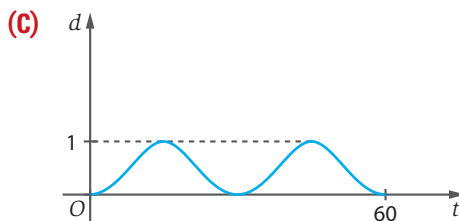
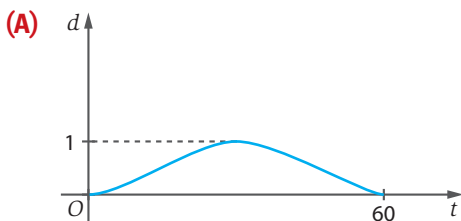


Admite que um ponto P , partindo de A , se desloca sobre a circunferência em sentido contrário ao dos ponteiros do relógio, descrevendo uma única volta em 60 segundos.

Seja $d(t)$ a distância do ponto P à reta r , t segundos após o início do movimento.

Qual dos gráficos seguintes pode representar a função d ?

Numa pequena composição, justifica a tua resposta.



Adaptado do Exame Nacional de Matemática, 12.º ano, 1.ª fase, 2.ª chamada, 1999.

FIM