

Teste 6 – Monotonia, extremos e concavidade. Funções quadráticas, raiz quadrada, raiz cúbica, módulo e definidas por ramos

Nome da escola _____ Ano letivo ____ / ____ / ____
 Nome _____ N.º ____ Turma ____ Data ____ / ____ / ____

GRUPO I

Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.
 Para cada item, seleciona a opção correta.

1. Considera a função f de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = |-3x - 6| - 1$.

Apenas uma das expressões seguintes também define a função f . Qual?

(A)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & \text{se } x \geq -2 \\ -3x - 7 & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

(C)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 5 & \text{se } x \geq 0 \\ -3x - 7 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

(B)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 7 & \text{se } x \geq -2 \\ -3x - 7 & \text{se } x < -2 \end{cases}$$

(D)
$$f(x) = \begin{cases} 3x + 7 & \text{se } x \geq 0 \\ -3x - 7 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

2. Considera uma função g , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x) = mx + b$, em que m e b designam números reais. Sabe-se que a função f é estritamente crescente e o zero da função é uma constante negativa.

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $m > 0 \wedge b > 0$

(B) $m > 0 \wedge b < 0$

(C) $m < 0 \wedge b > 0$

(D) $m < 0 \wedge b < 0$

3. Considera a função g , cujo gráfico se representa na figura seguinte.

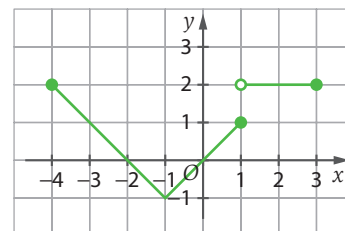
Relativamente aos extremos de g é correto afirmar que:

(A) g não tem máximo absoluto.

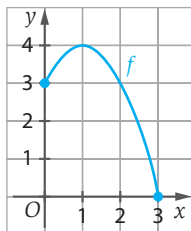
(B) 1 é um máximo relativo.

(C) 1 é um mínimo relativo.

(D) 2 é o máximo absoluto e -1 é o mínimo absoluto.



4. Na figura seguinte apresenta-se o gráfico da função f .



É correto afirmar que:

- (A) A função f é monótona e a concavidade do gráfico é voltada para baixo.
 (B) A função f não é monótona e a concavidade do gráfico é voltada para baixo.
 (C) A função f é monótona e a concavidade do gráfico é voltada para cima.
 (D) A função f não é monótona e a concavidade do gráfico é voltada para cima.
5. O conjunto-solução da equação $\sqrt{x} = x$ é:
- (A) $\{\}$
 (B) $\{0\}$
 (C) $\{1\}$
 (D) $\{0, 1\}$

GRUPO II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todas as justificações necessárias.

6. Seja h a função definida em $\mathbb{R}$ por:

$$h(x) = |(x+2)^2 - 4|$$

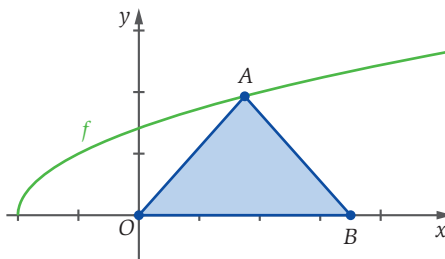
- 6.1 Define a função h por ramos.
 6.2 Esboça o gráfico da função h .
 6.3 Apresenta os intervalos de monotonia e os extremos da função h .
 6.4 Estuda o sentido da concavidade do gráfico de h .
 6.5 Resolve a inequação $h(x) \leq 4$.

7. Resolve a seguinte equação:

$$2 + 3\sqrt{x - \frac{1}{2}} = \sqrt[3]{27}$$

8. Na figura seguinte está representada graficamente, em referencial o.n., a função f , definida por $f(x) = \sqrt{x+2}$. Está também assinalado o ponto A , um ponto do gráfico de f , de abcissa x , para $x > 0$.

Para cada posição de A , seja $[OAB]$ o triângulo isósceles em que O é a origem do referencial e B é um ponto do eixo Ox , com $\overline{AO} = \overline{AB}$.



- 8.1 Indica o domínio de f .
- 8.2 Calcula a abcissa do ponto B , sendo a ordenada do ponto A igual a 2.
- 8.3 Mostra que a área, a , do triângulo $[OAB]$, em função da abcissa de A , x , é dada por $a(x) = x\sqrt{x+2}$.
- 8.4 Indica o domínio da função a .
9. Considera as funções f , g e h definidas, nos seus domínios de existência, por:

$$f(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{x+2}}, \quad g(x) = \sqrt[3]{2x+4} \quad \text{e} \quad h(x) = 4x^3 + 2$$

- 9.1 Determina os domínios das funções f e g .
- 9.2 Apresenta uma expressão analítica da função $(f \times g)(x)$, o mais simplificada possível, e indica o respetivo domínio.
- 9.3 Mostra que $g \circ h$ pode ser definida por

$$x \mapsto 2\sqrt[3]{x^3 + 1}$$

10. Define, analiticamente, uma função quadrática, tal que:

- o vértice da respetiva parábola tem coordenadas $(-3, 6)$;
- 1 é um zero da função.

FIM