

Lógica e Teoria dos Conjuntos

Questão-aula 1 (pág. 5)

Considera as expressões:

I:

II:

III:

IV:

As designações são:

(A) I e II

(B) II e III

(C) III e IV

(D) I e IV

Resposta: (D)

Questão-aula 2 (pág. 6)

Considera as proposições:

I: — — —

II: Um triângulo retângulo tem um ângulo obtuso.

III: 5 é solução da equação .

O valor lógico de cada uma das proposições é, respetivamente:

(A) V; F; F.

(B) F; F; V.

(C) F; V; F.

(D) F; F; F.

Resposta: (B)

Questão-aula 3 (pág. 7)

Considera as proposições:

O João pratica atletismo.

A Beatriz estuda Inglês.

A tradução para linguagem matemática da proposição “Se o João pratica atletismo então a Beatriz estuda Inglês” é:

(A) .

(B) .

(C) .

(D) .

Resposta: (A)

Questão-aula 4 (pág. 8)

Dadas as proposições:

Num paralelogramo, é igual o ponto médio das suas diagonais.

Numa circunferência, o diâmetro não passa pelo centro da circunferência.

O valor lógico de , e é, respetivamente:

(A) F; F; F.

(B) F; V; V.

(C) V; F; V.

(D) V; F; F.

Resposta: (D)

Questão-aula 5 (pág. 9)

Considera as proposições:

Um pentágono tem 6 lados

Indica a opção correta.

- (A) a proposição “ ” é falsa.
(B) a proposição “ um pentágono tem 6 lados ” é verdadeira.
(C) a proposição “ ” se e só se “um pentágono tem 6 lados” é falsa.
(D) a proposição “ ” se e só se “um pentágono tem 6 lados” é verdadeira.

Resposta: (C)

Questão-aula 6 (pág. 9)

Considera as proposições “ é múltiplo de ” e “ ”.

A negação de cada uma das proposições é:

- (A) “ não é múltiplo de ” e “ ”.
(B) “ é múltiplo de ” e “ ”.
(C) “ não é múltiplo de ” e “ ”
(D) “ é múltiplo de ” e “ ”

Resposta: (C)

Questão-aula 7 (pág. 18)

Considera as proposições:

é um caso notável.

é múltiplo de . — — —

Os pares de proposições equivalentes são:

- (A) e . (B) e . (C) e (D) e .

Resposta: (C)

Questão-aula 8 (pág. 19)

Considera as proposições: “Se é peixe então tem escamas”. Utilizando a implicação contrarrecíproca, podemos afirmar:

- (A) Se é peixe então não tem escamas.
(B) Se não tem escamas então não é peixe.
(C) Se não é peixe então não tem escamas.
(D) Se não é peixe então não tem escamas.

Resposta: (B)

Outra proposta (pág. 20)

Dadas as proposições , e mostra, usando as propriedades das operações lógicas, que

Resposta:

Outra proposta (pág. 22)

Uma ilha tem dois tipos de habitantes: cavaleiros, que falam sempre a verdade e bandidos que mentem sempre. Supõe que numa viagem a esta ilha encontramos dois habitantes e . À pergunta, “quem são vocês”: respondeu “ é um cavaleiro” e respondeu “Nós os dois somos tipos opostos de habitantes”. Quem são A e B?

Resposta:

Sejam e as proposições “ é um cavaleiro” e “ é um cavaleiro”, respetivamente; então e são as afirmações que dizem ser e bandidos, respetivamente.

Primeiro, vamos considerar a possibilidade de ser cavaleiro; ou seja, a proposição é verdadeira.

Se isso ocorre, então ele está a dizer a verdade, o que implica que é um cavaleiro.

Sendo assim, também está a dizer a verdade; no entanto, ele diz que os dois são de tipos diferentes e estamos a concluir que ambos são cavaleiros, o que é absurdo. Então, devemos pensar que é um bandido, logo está a mentir, e portanto também é bandido. Este facto é plausível, pois se ele também está a mentir, então ambos devem ser habitantes do mesmo tipo, o que é verdade. Podemos então concluir que ambos são bandidos.

Questão-aula 9 (pág. 24)

Considera as expressões

I: — II: — III: — IV: —

As expressões que representam expressões designatórias são:

(A) I e IV. (B) II e III. (C) II e IV (D) I e IV.

Resposta: (B)

Questão-aula 10 (pág. 25)

Considera as seguintes expressões:

$$\text{I: } \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{II: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{III: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{IV: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

Indica a opção correta.

O domínio de cada uma das expressões é, respetivamente:

(A) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(B) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(C) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(D) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

Resposta: (B)

Questão-aula 11 (pág. 26)

Dadas as expressões

$$\text{I: } \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{II: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{III: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{IV: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

O domínio de cada uma delas é, respetivamente:

(A) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(B) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(C) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

(D) $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$; $\mathbb{R}$

Resposta: (A)

Outra proposta (pág. 27)

Dadas as condições

$$\text{I: } \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \quad \text{II: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1} \quad \text{III: } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 1}$$

O número x satisfaz as condições:

(A) I, II e III.

(B) I, III.

(C) II, III.

(D) I, II.

Resposta: (C)

Questão-aula 12 (pág. 28)

Considera os conjuntos (conjunto das Mulheres portuguesas) e (conjunto dos Homens portugueses). A tradução em linguagem matemática de “Todas as mulheres portuguesas são sereias” e de “Existe pelo menos um homem português” é:

- (A) , é sereia e , é português.
- (B) , é sereia e é português.
- (C) é sereia e , é português.
- (D) é sereia e é português.

Resposta: (B)

Questão-aula 13 (pág. 29)

A condição é:

- (A) possível em ; universal em ; impossível em .
- (B) universal em ; possível em ; impossível em .
- (C) impossível em ; possível em ; universal em .
- (D) possível em ; impossível em ; universal em .

Resposta: (D)

Questão-aula 14 (pág. 30)

As condições

I: II:
III: IV:

são, respetivamente:

- (A) universal, universal, possível, impossível.
- (B) universal, possível, universal, impossível.
- (C) possível, possível, universal, universal.
- (D) universal, impossível, possível, universal.

Resposta: (A)

Questão-aula 15 (pág. 35)

Indica a opção correta.

Os conjuntos representados em extensão são, respetivamente:

- (A) ; ;
- (B) ; ;
- (C) ; ;
- (D) ; ;

Resposta: (C)

Questão-aula 16 (pág. 36)

Considera o conjunto . O conjunto definido em compreensão é:

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

Resposta: (B)

Questão-aula 17 (pág. 37)

Considera as proposições:

I:

II: –

III

O valor lógico de I, II, III é, respetivamente:

- (A) V; V; V.
- (B) V; F; F.
- (C) F; F; F.
- (D) F; V; F.

Resposta: (D)

Questão-aula 18 (pág. 39)

Sejam $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 1 = 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 2 = 0\}$. Os conjuntos $A \cup B$, $A \cap B$ e $A \setminus B$ são, respetivamente:

(A) $\{-1, 1\}$; $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\{-1, 1\}$;

(B) $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\{-1, 1\}$; $\{-1, 1\}$;

(C) $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\{-1, 1\}$;

(D) $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$; $\{-1, 1\}$; $\{-1, 1, \sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$;

Resposta: (B)

Questão-aula 19 (pág. 41)

No conjunto $\mathbb{R}$, sejam $P(x) = x^2 - 1 = 0$, $Q(x) = x^2 - 2 = 0$, uma condição universal e $R(x) = x^2 - 3 = 0$ uma condição impossível.

As equivalências

correspondem, em termos de conjuntos a, respetivamente:

(A) $P \wedge Q \equiv R$; $P \vee Q \equiv R$; $P \rightarrow R \equiv R$.

(B) $P \wedge Q \equiv R$; $P \vee Q \equiv R$; $P \rightarrow R \equiv R$.

(C) $P \wedge Q \equiv R$; $P \vee Q \equiv R$; $P \rightarrow R \equiv R$.

(D) $P \wedge Q \equiv R$; $P \vee Q \equiv R$; $P \rightarrow R \equiv R$.

Resposta: (A)

Questão-aula 20 (pág. 42)

Dadas as seguintes condições, no conjunto indicado:

I: $x^2 - 1 = 0$, em $\mathbb{R}$ II: $x^2 - 2 = 0$, em $\mathbb{R}$

III: $x^2 - 3 = 0$, em $\mathbb{R}$

a) Simplifica-as.

b) Define, em extensão, o seu conjunto-solução.

Resolução:

a) Para I temos

$x^2 - 1 = 0$ é uma condição possível em $\mathbb{R}$ e

$x^2 - 2 = 0$ é uma condição impossível em $\mathbb{R}$

Assim, $\neg (p \vee q)$ é equivalente a $\neg p \wedge \neg q$, em $\mathcal{U}$.

Para II temos

$p \vee (p \wedge q)$ é uma condição possível em $\mathcal{U}$ e
 $\neg (p \vee (p \wedge q))$ é uma condição impossível

Assim, $p \vee (p \wedge q)$ é equivalente a p , em $\mathcal{U}$.

Para III temos

$p \wedge (p \vee q)$ é uma condição possível em $\mathcal{U}$ e
 $\neg (p \wedge (p \vee q))$ é uma condição impossível em $\mathcal{U}$

Assim, $p \wedge (p \vee q)$ é equivalente a p , em $\mathcal{U}$.

b) Para I temos

Para II temos

Para III temos

Outra proposta (pág. 43)

1. Simplifica indicando, sempre que possível, as propriedades utilizadas:

- a) $\neg (p \vee \neg p)$ (em $\mathcal{U}$)
- b) $\neg (p \wedge \neg p)$ (em $\mathcal{U}$)
- c) $\neg (p \vee (p \wedge q))$ (em $\mathcal{U}$)
- d) $\neg (p \wedge (p \vee q))$ (em $\mathcal{U}$)

Resposta:

- a) falsa ou qualquer outra condição impossível em $\mathcal{U}$.
- b) verdadeira ou qualquer outra condição impossível em $\mathcal{U}$.
- c) falsa
- d) falsa

2. Utilizando o respetivo quantificador, transforma as condições em proposições verdadeiras:

- a) $\forall x (x \vee \neg x)$
- b) $\exists x (x \wedge \neg x)$
- c) $\forall x (x \vee x)$
- d) $\exists x (x \wedge x)$

Resposta:

- a) verdadeira
- b) falsa
- c) verdadeira
- d) verdadeira

Outra proposta (pág. 44)

1. Utilizando as propriedades que aprendeste, escreve uma expressão equivalente, em , a:

- a)
- b)
- c)
- d)

Resposta:

- a) A disjunção de uma condição possível com uma condição impossível é uma condição possível.
- b) (ou qualquer condição que seja impossível). A conjunção de uma condição possível com uma condição impossível é uma condição impossível.
- c) (ou qualquer condição que seja impossível). A conjunção de uma condição qualquer com uma condição impossível é uma condição impossível.
- d) . A disjunção de uma condição qualquer com uma condição impossível é uma condição qualquer.

2. Justifica as equivalências:

- a)
- b)
- c)

Resposta:

- a) A conjunção de uma condição qualquer com uma condição impossível é uma condição impossível.
- b) A conjunção de uma condição universal com uma condição qualquer é uma condição qualquer.
- c) A disjunção de uma condição impossível com uma condição qualquer é uma condição qualquer.

Questão-aula 21 (pág. 49)

Considera a proposição:

. A negação da proposição é:

- (A)
- (B)
- (C)
- (D)

Resposta: (D)

Outra proposta (pág. 51)

1. Simplifica as proposições aplicando as propriedades estudadas:

- a)** **b)** **c)**

Resposta:

- a)**

Propriedade associativa e idempotência.

- b)**

elemento neutro da disjunção; propriedade comutativa; propriedade distributiva da disjunção em relação à conjunção; elemento absorvente da conjunção; elemento neutro da disjunção.

- c)**

Negação da implicação; dupla negação, princípio do 3.º excluído; elemento absorvente da conjunção.

2. Sendo U o universo considerado, simplifica:

- a)  b)  c) 

Resolução:

- a)**

- b)**

- c)**