

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1 Sabe-se que $a = 6 \sqrt[4]{2}$.

Qual dos seguintes números representa a ?

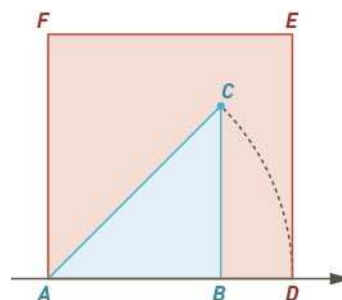
- (A) $2^{\frac{5}{4}} \times 3$ (B) $2^{\frac{1}{4}} \times 6$
(C) $12^{\frac{1}{4}}$ (D) $2 \times 6^{\frac{1}{4}}$

- 2 Sobre a reta numérica da figura estão representados os pontos A e B de abscissas 2 e $\sqrt{5}$, respetivamente.

Sabe-se que o triângulo $[ABC]$ é isósceles e retângulo em B .

O ponto D é um ponto de interseção da circunferência de centro A e raio $\overline{AC}$ com a reta numérica. A área do quadrado $[ADEF]$ é:

- (A) $18 - 8\sqrt{5}$ (B) $9 - 4\sqrt{5}$
(C) $\sqrt{18 - 8\sqrt{5}}$ (D) 9



- 3 Um número real é representado por $\sqrt{a \sqrt[3]{a \sqrt{a}}}$, sendo $a > 0$.

Qual das seguintes expressões representa o mesmo número?

- (A) $\sqrt[12]{a}$ (B) $\sqrt[4]{a^3}$
(C) $\sqrt[6]{a^5}$ (D) $\sqrt[4]{a}$

- 4 Sabendo que a área do quadrado $[ABCD]$ representado na figura é $\sqrt[3]{2^2}$, então, o seu perímetro é igual a:

- (A) $2^{\frac{2}{9}}$ (B) $2^{\frac{4}{3}}$
(C) $2^{\frac{7}{3}}$ (D) $2^{\frac{8}{3}}$



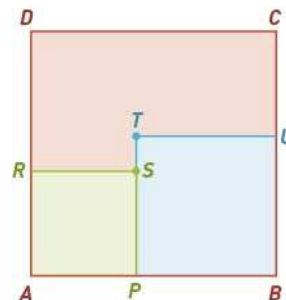
- 5 Do retângulo $[ABCD]$ representado na figura, sabe-se que a sua área é 5 e que $\overline{AB} = 2 + \sqrt{3}$.

Então, $\overline{AD}$ é:

- (A) $\frac{5}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $2 - \sqrt{3}$
(C) $\frac{67}{50}$ (D) $10 - 5\sqrt{3}$



- 6** Na figura está representado um quadrado $[ABCD]$ cujo lado tem medida igual à soma das medidas dos lados de dois quadrados, $[APSR]$ e $[PBUT]$, de áreas 3 e 5, respetivamente.



6.1. Mostra que a área do quadrado $[ABCD]$ é $8 + 2\sqrt{15}$.

6.2. Determina a área do hexágono $[RSTUCD]$.

- 7** Representa o número $\sqrt[5]{81}$ na forma de potência tal que:

7.1. a base é 9;

7.2. o expoente é $\frac{4}{5}$.

- 8** Simplifica cada uma das seguintes expressões:

8.1. $\left(\frac{16}{5}\right)^{-1} \times \frac{1}{2^{-3}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2^{-2} - \left(\frac{3}{7}\right)^0$

8.2. $\frac{\sqrt{2^{\frac{1}{3}}} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2^3}}$

- 9** Mostra que $\left(3^{\frac{1}{2}} + 9^{-\frac{1}{4}}\right) \left(3^{\frac{1}{2}} - 9^{-\frac{1}{4}}\right) = \frac{2^3}{3}$.

- 10** Seja $a = 7 + 5\sqrt{2}$ e $b = \sqrt{2} - 3$.

Calcula e apresenta o resultado com denominador racional.

10.1. $\frac{b^2}{a}$

10.2. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$

1 $a = 6 \sqrt[4]{2} = 6 \times 2^{\frac{1}{4}}$

Opção: (B)

2 $\overline{AB} = \sqrt{5} - 2$. Pelo Teorema de Pitágoras, tem-se:

$$\overline{AC}^2 = (\sqrt{5} - 2)^2 + (\sqrt{5} - 2)^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 5 - 4\sqrt{5} + 4 + 5 - 4\sqrt{5} + 4 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 18 - 8\sqrt{5}$$

A área do quadrado $[ADEF]$ é $\overline{AD}^2$.

Como $\overline{AD} = \overline{AC}$, a área do quadrado é $18 - 8\sqrt{5}$.

Opção: (A)

3 Sendo $a > 0$, tem-se:

$$\sqrt{a^3 a \sqrt{a}} = \sqrt[3]{a^3 a \sqrt{a}} = \sqrt[6]{a^4 \times \sqrt{a}} = \sqrt[6]{\sqrt{a^9}} = \sqrt[12]{a^9} = \sqrt[4]{a^3}$$

Opção: (B)

4 Se $\overline{AB}^2 = \sqrt[3]{2^2}$, então $\overline{AB} = \sqrt[3]{\sqrt[3]{2^2}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt[6]{2^2} \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt[3]{2}$

O perímetro P é dado por $P = 4 \sqrt[3]{2} = 2^2 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{\frac{7}{3}}$.

Opção: (C)

5 $\overline{AD} = \frac{5}{2 + \sqrt{3}} = \frac{5(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} = \frac{10 - 5\sqrt{3}}{4 - 3} = 10 - 5\sqrt{3}$

Opção: (D)

6

6.1. $\overline{AP} = \sqrt{3}$ e $\overline{PB} = \sqrt{5}$

$$\overline{AB} = \sqrt{3} + \sqrt{5}$$

Sendo $A_{[ABCD]}$ a área do quadrado, tem-se:

$$A_{[ABCD]} = (\sqrt{3} + \sqrt{5})^2 = 3 + 2\sqrt{15} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$$

6.2. $A_{[RSTUCD]} = 8 + 2\sqrt{15} - (3 + 5) = 2\sqrt{15}$

7

7.1. $\sqrt[5]{81} = (9^2)^{\frac{1}{5}} = 9^{\frac{2}{5}}$

7.2. $\sqrt[5]{81} = (3^4)^{\frac{1}{5}} = 3^{\frac{4}{5}}$

8

$$\begin{aligned}
 8.1. \quad & \left(\frac{16}{5}\right)^{-1} \times \frac{1}{2^{-3}} : \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - 2^{-2} - \left(\frac{3}{7}\right)^0 \\
 &= \frac{5}{16} \times 2^3 : 2^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 1 = \frac{5}{16} \times 2 - \frac{1}{4} - 1 \\
 &= \frac{5}{8} - \frac{2}{8} - \frac{8}{8} = -\frac{5}{8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.2. \quad & \frac{\sqrt{2^{\frac{1}{3}}} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt{2} + \sqrt{2^3}} = \frac{\left(2^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{2} + 2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{1}{3}}}{3\sqrt{2}} = \frac{2^{\frac{1}{6}} \times 2^{\frac{2}{6}}}{3 \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}}{3 \times 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

9

$$\begin{aligned}
 & \left(3^{\frac{1}{2}} + 9^{-\frac{1}{4}}\right) \left(3^{\frac{1}{2}} - 9^{-\frac{1}{4}}\right) = \left(3^{\frac{1}{2}} + (3^2)^{-\frac{1}{4}}\right) \left(3^{\frac{1}{2}} - (3^2)^{-\frac{1}{4}}\right) \\
 &= \left(3^{\frac{1}{2}} + 3^{-\frac{1}{2}}\right) \left(3^{\frac{1}{2}} - 3^{-\frac{1}{2}}\right) = \left(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \left(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \\
 &= 3 - \frac{1}{3} = \frac{8}{3} = \frac{2^3}{3}
 \end{aligned}$$

10

$$\begin{aligned}
 10.1. \quad & \frac{b^2}{a} = \frac{(\sqrt{2}-3)^2}{7+5\sqrt{2}} = \frac{2-6\sqrt{2}+9}{7+5\sqrt{2}} = \frac{11-6\sqrt{2}}{7+5\sqrt{2}} \\
 &= \frac{(11-6\sqrt{2})(7-5\sqrt{2})}{(7+5\sqrt{2})(7-5\sqrt{2})} = \frac{77-55\sqrt{2}-42\sqrt{2}+60}{-1} \\
 &= -137 + 97\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10.2. \quad & \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{7+5\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-3} \\
 &= \frac{(7-5\sqrt{2})}{(7+5\sqrt{2})(7-5\sqrt{2})} + \frac{(\sqrt{2}+3)}{(\sqrt{2}-3)(\sqrt{2}+3)} \\
 &= \frac{7-5\sqrt{2}}{49-50} + \frac{\sqrt{2}+3}{2-9} = -7 + 5\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}+3}{7} \\
 &= \frac{-49+35\sqrt{2}-\sqrt{2}-3}{7} = \frac{-52+34\sqrt{2}}{7}
 \end{aligned}$$