

Miniteste de Avaliação 1

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

1 Considera os polinómios:

- $P(x) = 3x^5 - 6x^4 - 6x^3 - 11x^2$
- $T(x) = x^2 + 2x$

1.1. Sem efetuares a divisão inteira de $P(x)$ por $T(x)$ mostra que o quociente e o resto dessa divisão são respetivamente os polinómios $Q(x) = 3x^3 - 6x + 1$ e $R(x) = -2x$.

1.2. Seja n um número natural.

Determina n , sabendo que o grau do polinómio $(T(x))^n \times P(x)$ é 13.

2 Recorre ao algoritmo da divisão inteira e determina o quociente e o resto da divisão do polinómio $2x^4 - x^2 + 1$ pelo polinómio $x^3 - 3x + 2$.

3 Considera o polinómio $P(x) = x^3 - 3x + 2$.

Seja k um número real diferente de zero.

Determina k de modo que:

3.1. $(x^3 - 3x + 2) \times (x - k)$ seja um polinómio incompleto;

3.2. o polinómio $x^3 - 3x + 2$ seja divisível por $x^2 + kx + 1$, $k \in \mathbb{R}$.

1

1.1. Pretende-se provar que $P(x) = Q(x)T(x) + R(x)$.

$$\begin{aligned} Q(x)T(x) + R(x) &= (3x^3 - 6x + 1)(x^2 + 2x) - 2x \\ &= 3x^5 - 6x^3 + x^2 + 6x^4 - 12x^2 + 2x - 2x = 3x^5 + 6x^4 - 6x^3 - 11x^2 = P(x) \end{aligned}$$

1.2. Sendo T um polinómio do 2.º grau, então o grau do polinómio $(T(x))^n$ é $2n$ e o grau do polinómio $(T(x))^n \times P(x)$ é $2n + 5$.

Sabe-se que $2n + 5 = 13$. Daqui resulta que $n = 4$.

Determina n , sabendo que o grau do polinómio $(T(x))^n \times P(x)$ é 13.

2

$$\begin{array}{r} 2x^4 + 0x^3 - x^2 + 0x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^3 - 3x + 2 \\ \hline 2x \end{array} \right. \\ - 2x^4 \qquad + 6x^2 - 4x \\ \hline \qquad \qquad \qquad 5x^2 - 4x + 1 \end{array}$$

Quociente: $2x$

Resto: $5x^2 - 4x + 1$

3

$$\begin{aligned} 3.1. \quad (x^3 - 3x + 2)(x - k) &= x^4 - 3x^2 + 2x - kx^3 + 3kx - 2k \\ &= x^4 - kx^3 - 3x^2 + (2 + 3k)x - 2k \end{aligned}$$

Como $k \neq 0$, o polinómio é incompleto se e só se $2 + 3k = 0$, ou seja, $k = -\frac{2}{3}$.

3.2. Para que o polinómio $x^3 - 3x + 2$ seja divisível por $x^2 + kx + 1$, $k \in \mathbb{R}$,

$$\begin{aligned} x^3 - 3x + 2 &= (x^2 + kx + 1)(x - a) \\ (x^2 + kx + 1)(x - a) &= x^3 + kx^2 + x - ax^2 - akx - a = x^3 + (k - a)x^2 + (1 - ak)x - a \end{aligned}$$

Pretende-se que:

$$x^3 + (k - a)x^2 + (1 - ak)x - a = x^3 - 3x + 2$$

Daqui resulta que:

$$\begin{cases} k - a = 0 \\ 1 - ak = -3 \\ -a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = a \\ 1 + 2k = -3 \\ a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ -3 = -3 \\ a = -2 \end{cases}$$

O valor de k é -2 .