

Miniteste de Avaliação 2

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1 Considera o polinómio $P(x) = x^4 - 6x^3 + 2x - 6$.

Recorrendo à regra de Ruffini determina o quociente e o resto da divisão inteira de $P(x)$ pelo polinómio:

1.1. $x + 2$

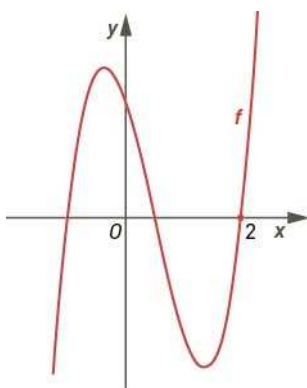
1.2. $2x - 2$

- 2 Considera os polinómios do tipo $-x^3 + ax^2 - 3x + b$, $a, b \in \mathbb{R}$.

2.1. Determina os valores de a e de b para que o polinómio dado seja divisível por $x + 1$ e dividido por $x - 2$ dê resto 3.

2.2. Considera $a = 3$ e $b = 1$ e mostra que 1 é uma raiz de multiplicidade 3.

- 3 Na figura está representada uma função f em que a expressão algébrica é o polinómio $2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$, ou seja, $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 3x + 2$.



Sabe-se que o ponto $(2, 0)$ pertence ao gráfico de f .

3.1. Decompõe $f(x)$ em fatores de grau não superior ao primeiro.

3.2. Resolve a inequação $f(x) < 0$.

1

1.1. Divisor: $x + 2$

Designando por Q e R o quociente e o resto, respetivamente, obtém-se:

$$P(x) = (x + 2) Q(x) + R$$

$$Q(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 30 \text{ e } R = 54$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -6 & 0 & 2 & -6 \\ -2 & & -2 & 16 & -32 & 60 \\ \hline & 1 & -8 & 16 & -30 & 54 \end{array}$$

1.2. Divisor: $2x - 2 = 2(x - 1)$

Neste caso, $P(x) = 2(x - 1) Q(x) + R$

$$P(x) = (x - 1)(x^3 - 5x^2 - 5x - 3) - 9$$

$$\text{Então, } 2Q(x) = x^3 - 5x^2 - 5x - 3 \Leftrightarrow Q(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{3}{2}; R = -9$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -6 & 0 & 2 & -6 \\ 1 & & 1 & -5 & -5 & -3 \\ \hline & 1 & -5 & -5 & -3 & -9 \end{array}$$

2

2.1.

$$\begin{cases} -(-1)^3 + a(-1)^2 - 3(-1) + b = 0 \\ -2^3 + a \times 2^2 - 3 \times 2 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + a + 3 + b = 0 \\ -8 + 4a - 6 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 - a \\ 4a + b = 17 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 - a \\ 4a - 4 - a = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 - a \\ 3a = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -11 \\ a = 7 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & -1 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & & -1 & 2 & -1 \\ \hline & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & & -1 & 1 & \\ \hline & -1 & 1 & 0 \\ 1 & & -1 & \\ \hline & -1 & 0 \end{array}$$

2.2. $-x^3 + 3x^2 - 3x + 1 = -(x - 1)^3$

Conclui-se que 1 é uma raiz de multiplicidade 3.

3

3.1. Sabe-se que $f(2) = 0$

$$f(x) = (x - 2)(2x^2 + x - 1)$$

$$\text{cálculo auxiliar: } 2x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{1}{2}$$

$$f(x) = 2(x - 2)(x + 1)\left(x - \frac{1}{2}\right), \text{ ou seja, } f(x) = (x - 2)(x + 1)(2x - 1)$$

$$\begin{array}{r|rrrr} & 2 & -3 & -3 & 2 \\ 2 & & 4 & 2 & -2 \\ \hline & 2 & 1 & -1 & 0 \end{array}$$

3.2.

$$f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty, -1[\cup \left] \frac{1}{2}, 2[$$

x	$-\infty$	-1		$\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$x - 2$	-	-	-	-	-	0	+
$x + 1$	-	0	+	+	+	+	+
$2x - 1$	-	-	-	0	+	+	+
$f(x)$	-	0	+	0	-	0	+