

Teste de Avaliação 1

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1 Considera o polinómio $P(x) = x^3 - 3x - 2$.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A) -1 é uma raiz de multiplicidade 2. (B) 2 é uma raiz de multiplicidade 2.
(C) -2 é uma raiz simples. (D) 1 é raiz de multiplicidade 1.

- 2 Dados dois polinómios $P(x)$ e $T(x)$ sabe-se que:

- o grau do polinómio $P(x) \times T(x)$ é 9;
- o quociente da divisão inteira de $P(x)$ por $T(x)$ é um polinómio de grau 1.

Então, o grau do polinómio $P(x)$ é:

- (A) 8 (B) 3
(C) 5 (D) 4

- 3 Seja $P(x)$ um polinómio tal que $P(x) = (x+2)^n (x-1) (x^2-4)$, $n \in \mathbb{N}$.

Qual dos seguintes polinómios representa o quociente da divisão inteira de $P(x)$ por $x-2$?

- (A) $(x+2)^n (x-1)$ (B) $(x+2)^{n+1} (x-1)$
(C) $(x+2)^n$ (D) $(x+2)^{n-1} (x-1)$

- 4 Seja $Q(x)$ um polinómio de grau 2.

Sabe-se que:

- o resto da divisão de $Q(x)$ por $x-2$ é zero;
- a soma das raízes do polinómio é igual a 5.

Podes concluir que $Q(x)$ é divisível por:

- (A) $x+3$ (B) $x+5$
(C) $x-5$ (D) $x-3$

- 5 Sabe-se que $P(x) = 3(x-2)^5(x-k)$; $a \neq 0$ e $k \in \mathbb{R}$.

Sabe-se que o resto da divisão de $P(x)$ por $x-3$ é igual a 1.

O valor de k é:

- (A) 3 (B) $\frac{8}{3}$
(C) $\frac{1}{3}$ (D) -1

6 Considera o polinómio $P(x)$ do 3.º grau que:

- admite 2 como raiz simples;
- 1 como raiz de multiplicidade 2;
- dividido por $x+1$ dá resto 12.

Representa $P(x)$ na forma reduzida.

7 Considera o polinómio $P(x) = x^4 + 5x^3 + 9x^2 + 7x + 2$.

Sabe-se que -1 é raiz do polinómio.

7.1. Determina a multiplicidade da raiz -1 .

7.2. Determina os valores de x que satisfazem a condição $P(x) > 0$.

8 Considera os polinómios:

$$A(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 6$$

$$B(x) = x^3 + 2x^2 - 9x - 18$$

8.1. Resolve a equação $A(x) = 0$, sabendo que $A(x)$ é divisível por $x^2 + 3$.

8.2. Decompõe $B(x)$ em polinómios do primeiro grau, sabendo que $B(3) = 0$.

9 Considera o polinómio $P(x) = x^4 - 5x^2 + 4$.

9.1. Determina o quociente e o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $x^2 - 3x$, recorrendo ao algoritmo da divisão.

9.2. Determina as raízes do polinómio $P(x)$.

Sugestão: Considera $y = x^2$.

10 Considera a família de polinómios $A(x)$ tais que:

$$A(x) = -x^3 + kx^2 - k + 1, \quad k \in \mathbb{R}$$

10.1. Resolve a equação $A(x) = 0$ no caso de $A(x)$ ser divisível por $x + 2$.

10.2. Mostra que o resto da divisão de $A(x)$ por $x^2 - 1$ não depende do valor de k .

- 1 $P(x) = x^3 - 3x - 2$. Verifica-se que $P(1) \neq 0$ pelo que 1 não é raiz do polinómio.

$P(-2) = (-2)^3 - 3 \times (-2) - 2 = -4$. Como $P(-2) \neq 0$, -2 não é raiz do polinómio.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 0 & -3 & -2 \\ & & -1 & 1 & 2 \\ \hline & 1 & -1 & -2 & 0 \\ & & -1 & 2 & \\ \hline & 1 & -2 & 0 & \\ & & -1 & & \\ \hline & 1 & -3 & & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 2 & 1 & 0 & -3 & -2 \\ & & 2 & 4 & 2 \\ \hline & 1 & 2 & 1 & 0 \\ & & 2 & 8 & \\ \hline & 1 & 4 & 9 & \end{array}$$

$P(x) = (x+1)^2 (x-2)$, então -1 é uma raiz de multiplicidade 2.

Opção: (A)

- 2 Sejam m e n os graus de $P(x)$ e $T(x)$, respetivamente.

$$\begin{cases} m+n=9 \\ m-n=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n=4 \\ m=5 \end{cases}. \text{ O polinómio } P(x) \text{ tem grau } 5.$$

Opção: (C)

- 3 $P(x) = (x+2)^n (x-1) (x^2-4) = (x+2)^n (x-1) (x+2) (x-2)$
 $= (x+2)^{n+1} (x-1) (x-2)$

Então, o quociente da divisão inteira de $P(x)$ por $x-2$ é $(x+2)^{n+1} (x-1)$.

Opção: (B)

- 4 Se o resto da divisão de $Q(x)$ por $x-2$ é zero, então 2 é raiz do polinómio.

Se $Q(x)$ é um polinómio de grau 2, tem, no máximo, duas raízes.

$Q(x) = a(x-2)(x-\alpha)$, sendo α outra raiz de $Q(x)$.

$2+\alpha=5 \Leftrightarrow \alpha=3$. Então, $Q(x)$ é divisível por $(x-3)$.

Opção: (D)

- 5 $P(3)=1 \Leftrightarrow 3(3-k)=1 \Leftrightarrow 9-3k=1 \Leftrightarrow k=\frac{8}{3}$

Opção: (B)

- 6 $P(x) = a(x-2)(x-1)^2$

$$P(-1)=12 \Leftrightarrow a(-1-2)(-1-1)^2=12 \Leftrightarrow -12a=12 \Leftrightarrow a=-1$$

$$P(x) = -(x-2)(x-1)^2 = -(x-2)(x^2-2x+1) = -x^3+4x^2-5x+2$$

Conclui-se que $P(x) = -x^3+4x^2-5x+2$.

$$\begin{array}{r} -x^3 \quad + kx^2 \quad \quad \quad -k+1 \quad \bigg| \quad x^2 - 1 \\ x^3 \quad \quad \quad -x \quad \quad \quad \quad \quad \quad -x+k \\ \hline \quad + kx^2 \quad -x \quad \quad \quad -k+1 \\ \quad \quad \quad -kx^2 \quad \quad \quad \quad \quad \quad +k \\ \hline \quad \quad \quad -x \quad \quad \quad +1 \end{array}$$