

Teste de Avaliação 1

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1 No plano, em relação a um referencial o.n. Oxy , considera os semiplanos fechados definidos pelas inequações:

$$x \geq -2 \text{ e } y \leq 3$$

Seja P um ponto do plano que pertence a um e a um só dos dois semiplanos.

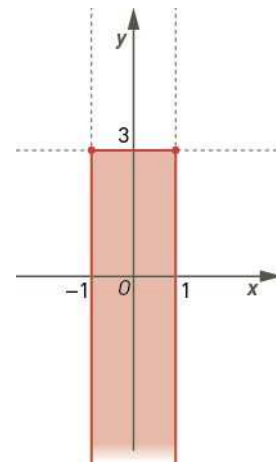
As coordenadas do ponto P podem ser:

- (A) $\left(-1, \frac{5}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{7}{2}, 2\right)$ (C) $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$ (D) $\left(-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}\right)$

- 2 No plano, munido de um referencial o.n. Oxy , a região colorida corresponde a um conjunto de pontos $P(x, y)$.

O conjunto representado na figura pode ser definido pela condição:

- (A) $\sim (x^2 \leq 1 \vee y > 3)$
 (B) $(-1 \leq x \leq 1 \vee y \leq 3)$
 (C) $(x \geq -1 \wedge y \leq 3)$
 (D) $\sim (x^2 > 1 \vee y > 3)$



- 3 Em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considera os pontos $A(k, k+5, k^2)$, $k \in \mathbb{R}$ e $B(-1, 4, 9)$.

Os pontos A e B definem uma reta paralela ao eixo Oz se k é igual a:

- (A) -1 (B) 3 (C) 4 (D) 0

- 4 Em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considera o ponto $P(-2, 3, -5)$ e o plano α que passa em P e é paralelo a yOz .

As coordenadas do ponto de interseção do plano α com o eixo Ox são:

- (A) $(0, 0, -5)$ (B) $(-2, 0, 0)$ (C) $(-2, 3, 0)$ (D) $(0, 3, 0)$

- 5 No espaço, em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, seja P um ponto do 3.º octante.

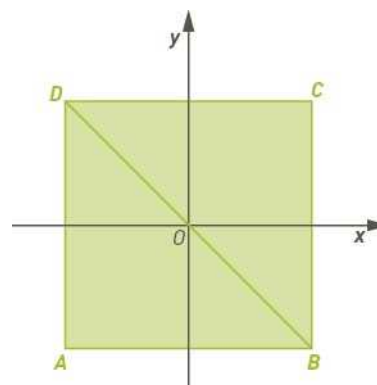
O simétrico de P em relação ao eixo Ox pode ser:

- (A) $(-3, -\sqrt{2}, -\pi)$ (B) $(3, -\pi, -\sqrt{5})$
 (C) $(-\pi, \sqrt{3}, -\sqrt{5})$ (D) $(-3, -\pi, \sqrt{5})$

- 6 Na figura, em referencial o.n. Oxy , está representado um quadrado $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- o centro do quadrado coincide com o ponto O ;
- a reta AB é paralela a Ox ;
- $\overline{BD} = 6$



6.1. Determina as coordenadas dos vértices do quadrado.

6.2. Dá exemplo das coordenadas de um ponto do 2.º quadrante que pertença a $[BD]$.

6.3. Determina para que valores de k o ponto P de coordenadas $(2k^2, k-1)$ pertence a $[BD]$ e ao 4.º quadrante.

- 7 No espaço, em relação a um referencial o.n. $Oxyz$, considera o ponto $P(2, -1, 3)$.

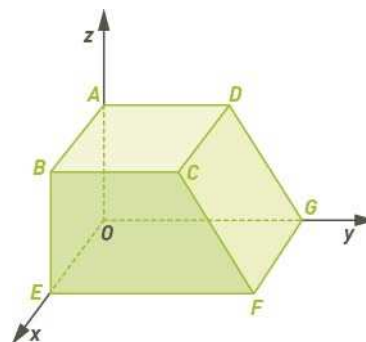
7.1. Indica as coordenadas da projeção ortogonal de P sobre Oz .

7.2. Determina k de modo que $(k, -1, k^2 - 7)$ sejam as coordenadas do simétrico de P em relação Oy .

- 8 Na figura, em referencial o.n. $Oxyz$, está representado um prisma quadrangular reto em que as bases são trapézios.

Sabe-se que:

- a face $[OEFG]$ está contida no plano xOy ;
- a base $[OGDA]$ está contida no plano yOz ;
- a face $[ABCD]$ é um quadrado de área 9 e está contida no plano definido pela equação $z = 3$;
- as coordenadas do vértice F são $(3, 5, 0)$.



8.1. Determina as coordenadas do vértice C .

8.2. Define por um sistema de equações a reta BC .

8.3. Determina as coordenadas do ponto de interseção do plano definido pela equação $z = 2$ com a reta CF .

- 1 Das quatro opções apresentadas, o ponto $\left(-\frac{3}{2}, \frac{7}{2}\right)$ pertence a um e um só dos semiplanos dados. Basta notar que $-\frac{3}{2} \geq -2$ mas $\frac{7}{2} > 3$.

Opção: (C)

- 2 $\sim(x^2 > 1 \vee y > 3) \Leftrightarrow x^2 \leq 1 \wedge y \leq 3 \Leftrightarrow x \leq 1 \wedge x \geq -1 \wedge y \leq 3$

Opção: (D)

- 3 Uma reta paralela a Oz e que passa por B é definida por $x = -1 \wedge y = 4$ sendo $z \in \mathbb{R}$.
Então, $k = -1 \wedge k + 5 = 4 \Leftrightarrow k = -1$.

Opção: (A)

- 4 O plano α que passa em P e é paralelo a yOz tem por equação $x = -2$.
Então, o eixo Ox intersesta α no ponto $(-2, 0, 0)$.

Opção: (B)

- 5 Um ponto $P(x, y, z)$ pertencente ao 3.º octante é tal que $x < 0 \wedge y < 0 \wedge z > 0$.
O seu simétrico é um ponto $P'(x', y', z')$ pertencente ao 6.º octante tal que $x' < 0 \wedge y' > 0 \wedge z' < 0$.

Das opções dadas, apenas $(-\pi, \sqrt{3}, -\sqrt{5})$ satisfaz essas condições.

Opção: (C)

6

6.1. Seja $\overline{AB} = \overline{AD} = a$. Então, $a^2 + a^2 = 6^2 \Leftrightarrow 2a^2 = 36 \Leftrightarrow a^2 = 18$.

Então, $a = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Assim $\overline{AB} = \overline{AD} = 3\sqrt{2}$.

$$A\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right), B\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2}\right), C\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right), D\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$$

6.2. A reta BD é a bissetriz dos quadrantes pares, definida por $y = -x$.

Para pertencer ao 2.º quadrante, o ponto deve ter abcissa negativa e ordenada positiva.

Por exemplo, o ponto $D\left(-\frac{3\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$ satisfaz as condições.

6.3. Para pertencer ao 4.º quadrante, o ponto deve ter abcissa positiva e ordenada negativa.

$$BD: y = -x$$

$$k-1 = -2k^2 \wedge 2k^2 > 0 \wedge k-1 < 0 \Leftrightarrow 2k^2 + k - 1 = 0 \wedge k \neq 0 \wedge k < 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-1 \pm \sqrt{1+8}}{4} \wedge k \neq 0 \wedge k < 1 \Leftrightarrow \left(k = -1 \vee k = \frac{1}{2}\right) \wedge k \neq 0 \wedge k < 1$$

$$\text{Conclui-se que } k \in \left\{-1, \frac{1}{2}\right\}.$$

7

7.1. A projeção ortogonal de $P(2, -1, 3)$ sobre Oz é o ponto $(0, 0, 3)$.

7.2. O simétrico de $P(2, -1, 3)$ em relação a Oy é o ponto $(2, -1, -3)$.

$$\text{Então, } k = -2 \wedge k^2 - 7 = -3 \Leftrightarrow k = -2 \wedge k^2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = -2 \wedge (k = 2 \vee k = -2) \Leftrightarrow k = -2.$$

8

8.1. Determina as coordenadas do vértice C .

$$\overline{BC}^2 = 9, \text{ ou seja, } \overline{BC} = 3. \text{ Também } \overline{AB} = 3.$$

Como a face $[ABCD]$ está contida no plano $z = 3$, tem-se $\overline{BE} = 3$.

Assim, $C(3, 3, 3)$.

8.2. $x = 3 \wedge z = 3$

8.3. $\overline{CF} = (3, 5, 0) - (3, 3, 3) = (0, 2, -3)$

Uma equação vetorial de CF é $(x, y, z) = (3, 5, 0) + k(0, 2, -3)$, $k \in \mathbb{R}$, isto é, $(x, y, z) = (3, 5+2k, -3k)$, $k \in \mathbb{R}$.

Para pertencer ao plano $z = 2$, tem-se $-3k = 2 \Leftrightarrow k = -\frac{2}{3}$.

$$\text{Então, } (x, y, z) = \left(3, \frac{11}{3}, 2\right).$$