

Aluno _____

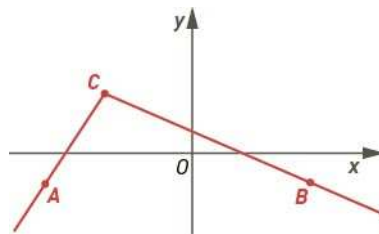
N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1** Seja f uma função real de variável real definida pela seguinte expressão:

$$f(x) = \frac{3 - \sqrt{5 + 2x}}{x^2 - 3x - 4}$$

- 1.1. Determina o domínio da função.
- 1.2. Mostra que 2 é um zero da função.
- 1.3. Determina as coordenadas do ponto do gráfico de f que tem abcissa -2 .

- 2** Seja g a função real de variável real representada na figura.



Sabe-se que:

- a função tem domínio $\mathbb{R}$;
- o gráfico é a reunião das semirretas $\overrightarrow{CA}$ e $\overrightarrow{CB}$;
- $A(-5, -1)$, $B(4, -1)$ e $C(-3, 2)$.

- 2.1. Determina as coordenadas do ponto de interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas.

- 2.2. Mostra que os zeros de g são $-\frac{13}{3}$ e $\frac{5}{3}$.

- 2.3. Completa o seguinte quadro de sinais da função g e indica, na forma de intervalo ou reunião de intervalos de números reais, o conjunto de valores do domínio para os quais a função é negativa.

x	$-\infty$				$+\infty$
$g(x)$		0		0	

- 2.4. Constrói um quadro de variação e indica os intervalos de monotonia e extremos.

1

$$1.1. D_f = \{x \in \mathbb{R} : 5 + 2x \geq 0 \wedge x^2 - 3x - 4 \neq 0\}$$

$$5 + 2x \geq 0 \wedge x^2 - 3x - 4 \neq 0 \iff 2x \geq -5 \wedge x \neq \frac{3 + \sqrt{9+16}}{2} \wedge x \neq \frac{3 - \sqrt{9+16}}{2}$$

$$\iff x \geq -\frac{5}{2} \wedge x \neq \frac{3+5}{2} \wedge x \neq \frac{3-5}{2} \iff x \geq -\frac{5}{2} \wedge x \neq 4 \wedge x \neq -1$$

$$D_f = \left[-\frac{5}{2}, +\infty\right] \setminus \{-1, 4\}$$

$$1.2. f(2) = \frac{3 - \sqrt{5+2 \times 2}}{2^2 - 3 \times 2 - 4} = \frac{3-3}{-6} = 0$$

$$1.3. f(-2) = \frac{3 - \sqrt{5-4}}{(-2)^2 + 6 - 4} = \frac{1}{3}. \text{ Então, o ponto é } \left(-2, \frac{1}{3}\right).$$

2

2.1. Atendendo a que é a semirreta $\dot{CB}$ que intersesta o eixo das ordenadas, determinemos a equação da reta CB . Seja $y = mx + b$ a equação reduzida da reta CB .

$$m = \frac{-1-2}{4+3} = -\frac{3}{7}. \text{ Como } C \text{ pertence à reta, } 2 = -\frac{3}{7} \times (-3) + b \iff \frac{14-9}{7} = b \iff \frac{5}{7} = b$$

Então, CB é definida por $y = -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7}$ e intersesta o eixo das ordenadas no ponto $\left(0, \frac{5}{7}\right)$.

2.2. Seja $y = m'x + b'$ a equação da reta CA . Então $m' = \frac{-1-2}{-5+3} = \frac{3}{2}$.

$$\text{Como } C \text{ pertence à reta, } 2 = \frac{3}{2} \times (-3) + b' \iff \frac{13}{2} = b'.$$

A reta CA é representada por $y = \frac{3}{2}x + \frac{13}{2}$.

Para determinar os zeros de g , intersestam-se as semirretas com o eixo Ox , definido por $y = 0$.

$$\blacksquare \frac{3}{2}x + \frac{13}{2} = 0 \wedge x \leq -3 \iff x = -\frac{13}{3}$$

$$\blacksquare -\frac{3}{7}x + \frac{5}{7} = 0 \wedge x \geq -3 \iff x = \frac{5}{3}. \text{ Os zeros são } -\frac{13}{3} \text{ e } \frac{5}{3}.$$

2.3.

x	$-\infty$	$-\frac{13}{3}$		$\frac{5}{3}$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+	0	-

$$g(x) < 0 \iff x \in \left]-\infty, -\frac{13}{3}\right[\cup \left]\frac{5}{3}, +\infty\right[$$

2.4. A ordenada do ponto C é um máximo da função.
Crescente em $]-\infty, -3]$;

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$

Decrescente em $[-3, +\infty[$.