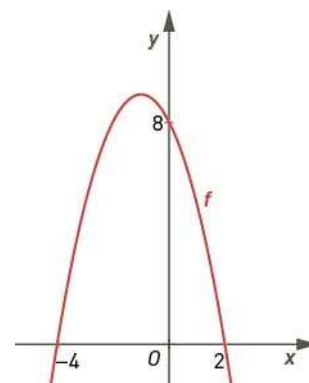


Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1** No referencial da figura encontra-se representada graficamente uma função quadrática f e seja g a função definida por $g(x) = x^2 + x - 1$.



1.1. Mostra que $f(x) = -x^2 - 2x + 8$.

1.2. Determina o contradomínio de f .

1.3. Determina as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos de g e f .

- 2** Num laboratório foi estudada a evolução de uma colónia de bactérias. Verificou-se que o número N de bactérias, em milhares, h horas após o início da contagem, é dado por $N(h) = -h^2 + 6h + 8$. Sabe-se que a primeira contagem se realizou às 14 h.

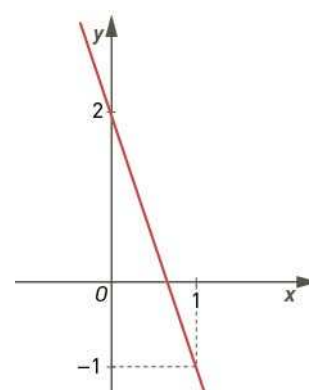
2.1. Quantas bactérias havia às 18 horas?

2.2. Calcula $N(2) - N(1)$ e interpreta o resultado no contexto do problema.

2.3. Em que período do dia o número de bactérias foi superior a 13 000?

2.4. A experiência terminou quando o número de bactérias se reduziu a 1000.
A que horas terminou a experiência?

- 3** Considera as funções f definida por $f(x) = 6x^2 - x - 2$ e g que se encontra representada no referencial da figura pela reta que passa pelos pontos $(1, -1)$ e $(0, 2)$.



3.1. Mostra que $g(x) = -3x + 2$.

3.2. Determina os valores de x para os quais:

a) $f(x) - g(x) < 0$

b) $f(x) \times g(x) \geq 0$

- 1** 1.1. $f(x) = a(x+4)(x-2)$. Sabe-se que $f(0) = 8$, ou seja, $-8a = 8 \Leftrightarrow a = -1$.

Então $f(x) = -(x+4)(x-2) = -x^2 - 2x + 8$.

- 1.2. zeros de f : -4 e 2 . Então, a abcissa do vértice da parábola é -1 .

Sendo $f(-1) = 9$, conclui-se que o contradomínio de f é $] -\infty, 9]$.

- 1.3. $g(x) = f(x) \Leftrightarrow x^2 + x - 1 = -x^2 - 2x + 8 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+72}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{81}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \vee x = -3$

Os pontos de interseção dos gráficos de g e f têm abcissas $\frac{3}{2}$ e -3 .

- 2** 2.1. Das 14 h às 18 h decorreram 4 h.

Sendo $N(h) = -h^2 + 6h + 8$, tem-se $N(4) = 16$. Às 18 h havia 16 000 bactérias.

- 2.2. $N(2) - N(1) = 16 - 13 = 3$. Significa que entre o fim da 1.ª hora e o fim da 2.ª hora, isto é, das 15 h às 16 h, houve um aumento de 3 000 bactérias.

- 2.3. $N(h) > 13 \Leftrightarrow -h^2 + 6h + 8 > 13 \Leftrightarrow -h^2 + 6h - 5 > 0$

zeros: $h = \frac{-6 \pm \sqrt{36-20}}{-2} \Leftrightarrow h = 1 \vee h = 5$

O número de bactérias foi superior a 13 000 entre as 15 h e as 19 h.

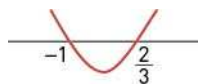
- 2.4. $N(h) = 1 \Leftrightarrow -h^2 + 6h + 7 = 0 \Leftrightarrow h = \frac{-6 \pm \sqrt{36+28}}{-2} \Leftrightarrow h = -1 \vee h = 7$

Atendendo ao contexto, conclui-se que a experiência terminou ao fim de 7 horas, isto é, às 21 horas.

- 3** 3.1. Sendo m o declive da reta, $m = \frac{2 - (-1)}{0 - 1} = -3$. Então $g(x) = -3x + 2$.

- a) $f(x) - g(x) < 0 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 2 + 3x - 2 < 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 2x - 4 < 0$

zeros: $6x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+96}}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 10}{12} \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \vee x = -1$.



Então, $x \in] -1, \frac{2}{3} [$

- b) $f(x) \times g(x) \geq 0 \Leftrightarrow (6x^2 - x - 2) \times (-3x + 2) \geq 0 \Leftrightarrow (6x^2 - x - 2) \times (-3x + 2) \geq 0$

zeros: $6x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \vee x = -\frac{1}{2}$; $-3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		$\frac{2}{3}$	$+\infty$
$6x^2 - x - 2$	+	0	-	0	+
$-3x + 2$	+	+	+	0	-
$P(x)$	+	0	-	0	-

Então, $x \in] -\infty, -\frac{1}{2}] \cup \left\{ \frac{2}{3} \right\}$.