

Teste de Avaliação 1

 Unidade 5
Funções

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

- 1 Seja f uma função de A em B , sendo $A = \{-3, -2, 1, 4\}$ e $B = \{4, 5, 6, 8\}$ e f^{-1} a função inversa de f . O gráfico de f é $G_f = \{(-3, 5), (-2, 4), (1, 6), (4, 8)\}$.

Seja g uma função de domínio B definida por $g(x) = 2x - 4$.

Indica a afirmação verdadeira:

- (A) $f^{-1}(4) = 8$ (B) $(g \circ f)(-2) = f^{-1}(8)$
(C) $(f \circ g)(4) = (g \circ f)(4)$ (D) $f^{-1}(6) = (g \circ f)(-3)$

- 2 Seja $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ e h uma função **ímpar** de A em $\mathbb{R}$.
 $h(1) = 4$, $h(-2) = 3$ e $h(3) = -5$. O contradomínio de h é:

- (A) $\{-5, 3, 4\}$ (B) $\{-5, 0, 3, 4\}$
(C) $\{-5, -4, -3, 0, 3, 4, 5\}$ (D) $\{-5, -4, -3, 3, 4, 5\}$

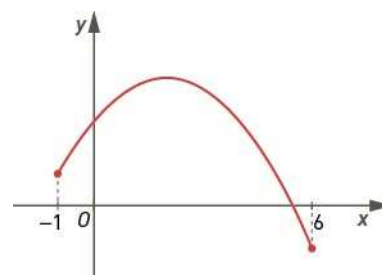
- 3 Seja g uma função afim tal que $g(x) = 2x - 6kx + 3$. Os valores de k que transformam g numa função decrescente são os que pertencem ao conjunto:

- (A) $] -\infty, 0[$ (B) $] 3, +\infty[$ (C) $] -\infty, \frac{1}{3}[$ (D) $] \frac{1}{3}, +\infty[$

- 4 Na figura está representada parte do gráfico de uma função f de concavidade voltada para baixo.
 A , B e C são pontos do gráfico de f , de abcissas a , b e c , respetivamente, e tais que $a < b < c$.

Sejam m_{AB} e m_{BC} os declives das retas AB e BC , respetivamente.

Quais os valores que podem corresponder a m_{AB} e m_{BC} ?



- (A) $m_{AB} = -2$ e $m_{BC} = -1$ (B) $m_{AB} = -2$ e $m_{BC} = 1,5$
(C) $m_{AB} = -1,4$ e $m_{BC} = -2$ (D) $m_{AB} = 0$ e $m_{BC} = 2$

- 5 Dada uma função f sabe-se que $G_f = \{(-4, -1), (-3, 2), (1, 3), (2, 5)\}$.

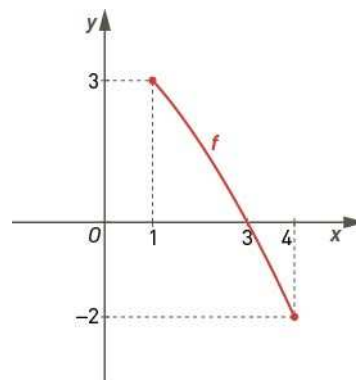
Seja g a função definida por $g(x) = f\left(\frac{x}{4}\right)$.

Qual dos seguintes pontos pertence ao gráfico de g ?

- (A) $(1, 12)$ (B) $(4, 3)$ (C) $(-12, 8)$ (D) $(-1, -1)$

6 Acerca da função real de variável real f representada na figura, sabe-se que:

- é bijetiva;
- tem domínio $[1, 4]$;
- tem contradomínio $[-2, 3]$;
- $f(1) = 3$, $f(3) = 0$ e $f(4) = -2$.



Seja f^{-1} a função inversa de f .

6.1. Indica o valor de $f^{-1}(3)$.

6.2. Determina as coordenadas do ponto de interseção do gráfico de f^{-1} com o eixo das ordenadas.

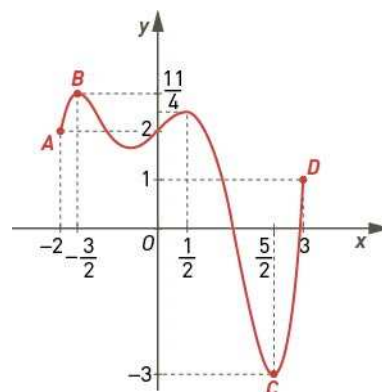
6.3. Considera a função g definida por $g(x) = f(x - 2)$.

Identifica:

- a) o domínio e o contradomínio de g ;
- b) os zeros de g .

7 Na figura está representada graficamente uma função h de domínio $[-2, 3]$.

Sabe-se que nos pontos B e C a função atinge, respetivamente, um máximo e um mínimo absolutos, sendo $B\left(-\frac{3}{2}, \frac{11}{4}\right)$ e $C\left(\frac{5}{2}, -3\right)$.



7.1. Indica o domínio e o contradomínio de cada uma das seguintes funções:

a) $g(x) = \frac{5}{4} + f(x + 4)$

b) $h(x) = f\left(\frac{x}{2}\right)$

7.2. Seja i a função tal que $i(x) = f(x) + 2k$.

Determina os valores de k para os quais a equação $i(x) = 0$ é impossível.

7.3. Seja m a função do tipo $m(x) = a + f(x - b)$, $a, b \in \mathbb{R}$, tal que $E(2, 1)$ é o ponto onde a função m atinge um mínimo absoluto.

Determina os valores de a e b .

8 Dada uma função f do tipo $f(x) = ax^2$, sabe-se que os pontos $A(-1, 3)$, $B(2, -1)$ e $C(3, -2)$ pertencem ao seu gráfico. Conclui se a é positivo ou negativo.

1 $f^{-1}(4) = 8$ é falsa pois $f^{-1}(4) = -2$;
 $(g \circ f)(-2) = g(f(-2)) = g(4) = 4$;
 $f^{-1}(8) = 4$. Então, $(g \circ f)(-2) = f^{-1}(8)$ é verdadeira.

$(f \circ g)(4) = f(g(4)) = f(4) = 8$;
 $(g \circ f)(4) = g(f(4)) = g(8) = 12$. A afirmação é falsa.

$f^{-1}(6) = 1$;
 $(g \circ f)(-3) = g(f(-3)) = g(5) = 6$. A afirmação é falsa.

Opção: (B)

2 Atendendo a que $h(-x) = -h(x)$, $\forall x$, $-x \in D_f$, o contradomínio de h é $\{-5, -4, -3, 0, 3, 4, 5\}$.

Opção: (C)

3 $g(x) = 2x - 6kx + 3 \iff g(x) = (2 - 6k)x + 3$

O gráfico de g é uma reta. Para g ser decrescente, $2 - 6k < 0$, ou seja, $k > \frac{1}{3}$.

Opção: (D)

4 Como a concavidade está voltada para baixo e $a < b < c$, então $m_{AB} > m_{BC}$.
 Isto acontece para $m_{AB} = -1,4$ e $m_{BC} = -2$.

Opção: (C)

$$g(4) = f\left(\frac{4}{4}\right) = f(1) = 3 .$$

5 O ponto $(4, 3)$ pertence ao gráfico de g .

Opção: (B)

6

6.1. Seja $f^{-1}(3) = x$. Então $f(x) = 3$, ou seja, $x = 1$.

6.2. Pretende-se conhecer $f^{-1}(0)$.

Considerando $f^{-1}(0) = a$, tem-se $f(a) = 0$, ou seja, $a = 3$.

Então, o ponto de interseção do gráfico de f^{-1} com o eixo das ordenadas é $(0, 3)$.

6.3. a) O domínio de f é $[1, 4]$. Então, o domínio de g é $[3, 6]$.

O contradomínio mantém-se: $[-2, 3]$.

b) Se 3 é zero de f , então 5 é zero de g .

7.

7.1. a) $D_g = [-6, -1]$ e $D'_g = \left[-\frac{7}{4}, 4\right]$

b) $D_h = [-4, 6]$; $D'_h = \left[-3, \frac{11}{4}\right]$

7.2. A equação $i(x) = 0$ é impossível se $2k > 3 \vee 2k < -\frac{11}{4}$, ou seja, $k > \frac{3}{2} \vee k < -\frac{11}{8}$.

Então, $k \in \left]-\infty, -\frac{11}{8}\right[\cup \left]\frac{3}{2}, +\infty\right[$.

7.3. Como o ponto onde f admite o mínimo absoluto é $\left(\frac{5}{2}, -3\right)$, conclui-se que:

$$-3 + a = 1 \Leftrightarrow a = 4.$$

Por outro lado, $\frac{5}{2} + b = 2 \Leftrightarrow b = -\frac{1}{2}$.

Então, $a = 4$ e $b = -\frac{1}{2}$.

8

Podemos observar que as abcissas de A , B e C são crescentes.

Sejam m_{AB} e m_{BC} os declives das retas AB e BC , respetivamente.

Então, tem-se:

$$m_{AB} = \frac{-1-3}{2+1} = -\frac{4}{3}$$

$$m_{BC} = \frac{-2+1}{3-2} = -1$$

Verifica-se que $m_{AB} < m_{BC}$, o que significa que os declives são crescentes, isto é, a concavidade está voltada para cima. Então $a > 0$, isto é, a é positivo.