

Aluno _____

N.º ____ Turma ____ Data ____ - ____ - ____

1 Sabe-se que $\sum_{i=1}^n x_i = \frac{n^2 + 5n}{2}$.

Pode concluir-se que $\sum_{i=1}^{12} (6x_i - 3)$ é igual a:

- (A) 102 (B) 609
(C) 576 (D) 594

2 Dada uma amostra $\tilde{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, sabe-se que $SS_x = 496$ e $(s_x)^2 = 3,2$.

Pode concluir-se que a dimensão da amostra é:

- (A) 248 (B) 156
(C) 154 (D) 155

3 Dada uma amostra de dimensão 50, sabe-se que:

$$x_{(30)} = 85 ; x_{(31)} = 87 ; x_{(32)} = 87 ; x_{(33)} = 91 ; x_{(34)} = 91 ; x_{(35)} = 93$$

O valor do percentil 64 é:

- (A) 89 (B) 32
(C) 87 (D) 91

4 A soma $8^2 + 13^2 + 18^2 + 23^2 + 28^2 + 33^2$ pode ser representada por:

- (A) $\sum_{k=1}^6 ((3k)^2 - 1)$ (B) $\sum_{k=2}^7 (5k - 2)^2$
(C) $\sum_{k=8}^{33} k^2$ (D) $\sum_{k=1}^6 (8k)^2$

5 Relativamente a uma amostra em que se registaram os **tempos de espera** de atendimento de um serviço telefónico, obteve-se uma média de 8 minutos e um desvio-padrão de 3 minutos.

A proporção de chamadas cujo tempo de espera foi inferior a 2 minutos é:

- (A) 12,5% (B) maior que 25%
(C) maior que 50% (D) menor que 25%

6 Acerca dos somatórios $\sum_{i=1}^{50} x_i$ e $\sum_{i=51}^{85} x_i$, sabe-se que $\sum_{i=1}^{50} x_i = 5100$ e $\sum_{i=51}^{85} x_i = 9520$.

6.1. Mostra que $\sum_{i=1}^{50} \left(x_i + \frac{1}{2} \right) = 5125$.

6.2. Calcula o valor de $\sum_{i=1}^{85} (3x_i + 2)$.

7 Sabe-se que $\sum_{i=1}^n (3i - 1) = \frac{3n^2 + n}{2}$.

7.1. Calcula o valor de $\sum_{i=36}^{62} (3i - 1)$.

7.2. Determina o número de parcelas do somatório $\sum_{i=1}^n (3i - 1) = 495$.

8 No histograma da figura está representada a distribuição das idades dos sócios de uma associação cultural de uma localidade.



A partir dos dados apresentados, faz uma estimativa do valor do percentil de ordem 40. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

9 Uma empresa comercializa bombons empacotados num determinado tipo de sacos.

Relativamente a 10 sacos, fez-se o registo do número de bombons existentes em cada saco, obtendo-se a seguinte amostra:

$$\tilde{x} = (26, 25, 28, 26, 31, 26, 28, 27, 29, 28)$$

9.1. Determina:

- a) o número de bombons que tem, em média, cada saco;
- b) a soma dos quadrados dos desvios em relação à média (SS_x);
- c) a variância e o desvio-padrão (2 casas decimais).

9.2. Determina o(s) percentil(is) a que corresponde o valor 27.

1 Como $\sum_{i=1}^n x_i = \frac{n^2 + 5n}{2}$, então $\sum_{i=1}^{12} x_i = \frac{12^2 + 5 \times 12}{2} = 102$.

Ora, $\sum_{i=1}^{12} (6x_i - 3) = 6 \sum_{i=1}^{12} x_i - \sum_{i=1}^{12} 3 = 6 \times 102 - 12 \times 3 = 576$

Opção: (C)

2 Sabe-se que $(s_x)^2 = \frac{SS_x}{n-1}$, sendo n a dimensão da amostra.

Como $SS_x = 496$ e $(s_x)^2 = 3,2$, tem-se:

$$3,2 = \frac{496}{n-1} \Leftrightarrow n-1 = \frac{496}{3,2} \Leftrightarrow n-1 = 155 \Leftrightarrow n = 156$$

Opção: (B)

3 Para determinar o percentil de ordem 64, considera-se $\frac{64 \times 50}{100} = 32$ (número inteiro).

$$P_{64} = \frac{x_{(32)} + x_{(33)}}{2} = \frac{87 + 91}{2} = 89$$

Opção: (A)

4 Na sequência $8^2 + 13^2 + 18^2 + 23^2 + 28^2 + 33^2$, observa-se que a diferença entre bases consecutivas é 5, sendo 8 a primeira.

$$(5 \times 2 - 2)^2 + (5 \times 3 - 2)^2 + (5 \times 4 - 2)^2 + (5 \times 5 - 2)^2 + (5 \times 6 - 2)^2 + (5 \times 7 - 2)^2 = \sum_{k=2}^7 (5k - 2)^2$$

Opção: (B)

5 Repara que $]\bar{x} - 2s_x, \bar{x} + 2s_x[=]2, 14[$

Sabe-se que a proporção de elementos da amostra não pertencentes a $]\bar{x} - 2s_x, \bar{x} + 2s_x[$

é inferior a $\frac{1}{k^2}$. Então, a proporção de chamadas cujo tempo de espera foi inferior a

2 minutos é inferior a $\frac{1}{4}$, ou seja, 25%.

Opção: (D)

6

$$6.1. \sum_{i=1}^{50} \left(x_i + \frac{1}{2} \right) = \sum_{i=1}^{50} x_i + \sum_{i=1}^{50} \frac{1}{2} = 5100 + 50 \times \frac{1}{2} = 5125$$

$$6.2. \sum_{i=1}^{85} x_i = \sum_{i=1}^{50} x_i + \sum_{i=51}^{85} x_i = 5100 + 9520 = 14\,620$$

$$\sum_{i=1}^{85} (3x_i + 2) = 3 \sum_{i=1}^{85} x_i + \sum_{i=1}^{85} 2 = 3 \times 14\,620 + 85 \times 2 = 44\,030$$

7

$$7.1. \sum_{i=36}^{62} (3i - 1) = \sum_{i=1}^{62} (3i - 1) - \sum_{i=1}^{35} (3i - 1) = \frac{3 \times 62^2 + 62}{2} - \frac{3 \times 35^2 + 35}{2} = 3942$$

$$\text{Então, } \sum_{i=36}^{62} (3i - 1) = 3942.$$

$$7.2. \sum_{i=1}^n (3i - 1) = 495 \Leftrightarrow \frac{3n^2 + n}{2} = 495 \Leftrightarrow 3n^2 + n - 990 = 0 \Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 11\,880}}{6}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{-1 \pm 109}{6} \Leftrightarrow n = 18 \vee n = -\frac{55}{3}. \text{ Como } n \in \mathbb{N}, \text{ tem-se } n = 18.$$

O somatório tem 18 parcelas.

8

Seja A a área do histograma e $x = P_{40}$.

$$A = 10 \times (14 + 32 + 38 + 26 + 18 + 10) = 1380.$$

Calculando 40% da área, obtém-se:

$$0,4 \times 1380 = 552. \text{ Então, atendendo às áreas dos retângulos do histograma,}$$

$$140 + 320 + (x - 40) \times 38 = 552 \Leftrightarrow 460 + 38x - 1520 = 552 \Leftrightarrow 38x = 1612$$

$$\Leftrightarrow x = 42,4$$

9

$$9.1. \text{ a) } \bar{x} = \frac{26 + 25 + 28 + 26 + 31 + 26 + 28 + 27 + 29 + 28}{10} = 27,4$$

$$\text{b) } SS_x = \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{10} (x_i)^2 - 10 \times 27,4^2 = 28,4$$

$$\text{c) } (s_x)^2 = \frac{SS_x}{n-1} = \frac{28,4}{9} = 3,16; \quad s_x = \sqrt{\frac{SS_x}{n-1}} = 1,78$$

$$9.2. \text{ O valor } 27 \text{ é o } 5.^\circ \text{ valor na amostra ordenada. } x_{(5)} = 27.$$

$$\text{Então, } 4 < \frac{kn}{100} < 5, \text{ ou seja, } 4 < \frac{k}{10} < 5 \Leftrightarrow 40 < k < 50$$

O valor 27 corresponde a qualquer percentil de ordem superior a 40 e inferior a 50.