

**Versão 1****Grupo I**

Para cada uma das questões deste grupo, **selecione a resposta correta entre as alternativas apresentadas. Não apresente cálculos.**

1. Sejam p e q duas proposições com o mesmo valor lógico. Qual das seguintes proposições é **falsa**?

☐ $p \Leftrightarrow q$ ☐ $p \Rightarrow q$ ☐ $p \vee \sim q$ ☐ $p \wedge \sim q$

2. Considera as proposições p , q e r tais que a proposição $p \Rightarrow q \vee \sim r$ é **falsa**.

Qual é, respetivamente, o valor lógico das proposições p , q e r ?

☐ V, V e V ☐ V, F e V ☐ V, F e F ☐ F, F e V

3. Considera as proposições:

(I) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 > 0$ (II) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 - 1 > 0$ (III) $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 + 1 < 0$ (IV) $\exists x \in \mathbb{R}: x^2 - 1 < 0$

Qual das seguintes afirmações é **verdadeira**?

☐ II e III são verdadeiras ☐ I e IV são verdadeiras
☐ I e III são verdadeiras ☐ II e IV são verdadeiras

4. Seja p a proposição $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 < 5$.

Qual das seguintes expressões é equivalente à proposição $\sim p$?

☐ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \geq 5$ ☐ $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 5$ ☐ $\exists n \in \mathbb{N}: n^2 \geq 5$ ☐ $\exists n \in \mathbb{N}: n^2 > 5$

5. Considere a proposição: "Se trabalhar então tem dinheiro".

Qual das proposições corresponde à **negação da proposição p**?

☐ Se tem dinheiro, então trabalha. ☐ Tem dinheiro e não trabalha.
☐ Se não trabalha, então tem dinheiro. ☐ Se não tem dinheiro então não trabalha.

GRUPO II

Nas questões deste grupo apresente o raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o valor exato. Apresente os resultados simplificados.

1. Considere as seguintes proposições:

- a: Existe um número primo que é par.
- b: Todos os quadrados são retângulos.
- c: A equação $x^2 - 4 = 0$ tem duas soluções.

Indique o valor lógico das seguintes proposições:

- 1.1. a, b e c
- 1.2. $a \vee (b \wedge \sim c)$
- 1.3. $a \vee b \Rightarrow b \wedge c$
- 1.4. $(a \Leftrightarrow c) \Rightarrow [\sim a \wedge (a \vee b)]$

2. Sejam p e q duas proposições.

- 2.1. Usando as propriedades lógicas, mostre que $[\sim q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow \sim q)] \Leftrightarrow q$
- 2.2. Construa a tabela de verdade da proposição $\sim q \Rightarrow \sim(p \Rightarrow \sim q)$ e confirme a equivalência enunciada na alínea anterior.

3. Sejam p e q duas proposições. Simplifique as seguintes proposições:

- 3.1. $[p \Rightarrow (p \wedge \sim q)] \wedge (\sim p \vee q)$
- 3.2. $\sim[\sim p \wedge (p \vee \sim q)] \vee q$

4. Considere, em $\mathbb{R}$, as seguintes condições:

$$\begin{aligned} p(x): x^2 &\geq 0 \\ q(x): |x| &< 0 \\ r(x): x^2 - 16 &= 0 \end{aligned}$$

- 4.1. Classifica cada uma das condições.
- 4.2. Indica, justificando, o valor lógico de:

- 4.2.1. $\forall x \in \{-4, 4\}, r(x)$
- 4.2.2. $\forall x \in \mathbb{N}, p(x)$
- 4.2.3. $\exists x \in \mathbb{R}: \sim q(x)$
- 4.2.4. $\exists x \in \mathbb{R}: \sim p(x) \wedge r(x)$
- 4.2.5. $\forall x \in \mathbb{R}, r(x) \vee p(x)$

5. Considere os seguintes conjuntos A, B e C definidos por:

$$A = \{x \in \mathbb{R}: -4 < x \leq 1\} \quad B = \{x \in \mathbb{Z}: 2x + 4 > 0\} \quad C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$$

Define em extensão cada um dos seguintes conjuntos:

- 5.1. $A \cap B$
- 5.2. $A \cup C$
- 5.3. $A \cap \bar{B}$
- 5.4. $C \setminus B$

Questão	GI	1.1	1.2	1.3	1.4	2.1	2.2	3.1	3.2	4.1	4.2.1	4.2.2	4.2.3	4.2.4	4.2.5	5.1	5.2	5.3	5.4	GII	Total
Cotação	40	3	6	6	6	12	10	20	20	9	6	6	6	10	10	7	7	7	7	160	200