

## Teste 3 – Sucessões

Nome da escola \_\_\_\_\_ Ano letivo \_\_\_\_ / \_\_\_\_  
Nome \_\_\_\_\_ N.º \_\_\_\_ Turma \_\_\_\_ Data \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

## Cotações

## Grupo I

**Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.  
Para cada item, seleciona a opção correta.**

- [10] 1. A sucessão  $(u_n)$ , de termo geral  $u_n = (-1)^n + 3n$ , é uma sucessão
- (A) crescente. (C) não monótona.  
(B) decrescente (D) constante.
- [10] 2. Relativamente à sucessão  $(v_n)$  de termo geral  $v_n = \frac{4n-1}{n}$  qual das afirmações seguintes é verdadeira?
- (A) A sucessão não é limitada.  
(B) A sucessão é limitada, 3 é um minorante e 4 é um majorante.  
(C) A sucessão é limitada, 3 é um majorante e 4 é um minorante.  
(D) A sucessão é limitada, 4 é um minorante e 5 é um majorante.
- [10] 3. A sucessão  $(a_n)$  está assim definida: 
$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{n+1} = \frac{1}{2} a_n, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$
- Qual das seguintes afirmações é verdadeira?
- (A)  $(a_n)$  é uma progressão geométrica de razão  $\frac{1}{2}$ .  
(B)  $(a_n)$  é uma progressão geométrica de razão  $-3$ .  
(C)  $(a_n)$  é uma progressão aritmética de razão  $\frac{1}{2}$ .  
(D)  $(a_n)$  é uma progressão aritmética de razão  $-3$ .
- [10] 4. Uma progressão aritmética de termo geral  $b_n = -2(3-n)$  tem razão
- (A)  $-6$  (C)  $2$   
(B)  $-2$  (D)  $3$

## Cotações

[10] 5. Qual é o valor de  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 3}{-5}$ ?

(A)  $-\frac{2}{5}$

(B)  $\frac{3}{5}$

(C)  $-\infty$

(D)  $+\infty$

## Grupo II

**Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuares e todas as justificações necessárias.**

6. Considera a sucessão  $(u_n)$  definida por:

$$u_n = \frac{2n + 3}{n + 2}$$

[10] 6.1 Verifica se  $\frac{25}{13}$  é termo da sucessão  $(u_n)$  e, em caso afirmativo, indica a respetiva ordem.

[10] 6.2 Estuda a monotonia de  $(u_n)$ .

[10] 6.3 Verifica se  $(u_n)$  é limitada.

[10] 6.4 Prova, por definição, que  $u_n \rightarrow 2$ .

[10] 6.5 Calcula  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 - 5}{n + 1} \times u_n \right)$ .

7. De uma progressão geométrica  $(u_n)$  sabe-se que

$$u_1 = \frac{1}{3^{28}} \quad \text{e} \quad u_{10} = \frac{1}{3^{10}}.$$

[10] 7.1 Determina a razão da progressão geométrica.

[5] 7.2 Calcula  $u_{20}$ .

[10] 7.3 Define  $(u_n)$  por recorrência.

[10] 7.4 Escreve uma expressão do termo geral desta progressão.

[15] 7.5 Mostra que a soma dos vinte termos consecutivos de  $(u_n)$ , a partir do 10.º, é

$$\frac{3^{30} - 3^{-10}}{8}.$$

**Cotações** 8. Numa feira de agricultura, o Sr. Pedro, negociante de cavalos, pedia por um cavalo puro-sangue a quantia de 4 000 000 euros. O Sr. João estava muito interessado em comprar o cavalo, mas considerava o preço muito elevado.

O Sr. Pedro propôs-lhe, então, o seguinte negócio:

«O cavalo tem 4 ferraduras, e cada uma delas tem 8 cravos. O Sr. João dá-me um **cêntimo** pelo primeiro cravo da ferradura da pata **dianteira esquerda**; dois cêntimos pelo segundo cravo da mesma ferradura, e assim sucessivamente, duplicando sempre, até ao oitavo cravo dessa ferradura, pelo qual me dá 1,28 euros.»

«Repare: pelos oito cravos da ferradura desta pata, o Sr. João paga-me 2,55 euros. Barata a feira! Continuemos para os outros cravos. Pelo primeiro cravo da pata **dianteira direita**, o Sr. João dá-me 2,56 euros, isto é, o dobro do valor do oitavo cravo da pata dianteira esquerda, e assim sucessivamente, duplicando sempre, até se terem esgotado os 32 cravos das ferraduras do cavalo.»

«O Sr. João aceita pagar-me, por este cavalo, a quantia total do valor dos cravos das ferraduras?»

- [10] 8.1 Verifica que o valor total dos cravos da ferradura da pata **dianteira esquerda** é de 2,55 euros, tal como o Sr. Pedro refere.
- [20] 8.2 Mostra que, de acordo com a proposta do Sr. Pedro, o valor a pagar pelo cavalo é superior a 4 000 000 euros.

(Exames nacionais de Matemática B)

- [20] 9. Demonstra a seguinte propriedade utilizando o princípio de indução matemática:

«Se  $n \in \mathbb{N}$ , então  $n^3 - n$  é múltiplo de 3.»

**FIM**