

Teste 5 – Funções Reais de Variável Real

Nome da escola _____ Ano letivo ____ / ____
Nome _____ N.º ____ Turma ____ Data ____ / ____ / ____

Cotações

Grupo I

Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.
Para cada item, seleciona a opção correta.

- [10] 1. O gráfico de uma função f é uma parábola com a concavidade voltada para cima cujo vértice é o ponto de coordenadas $(3, 2)$. Seja f' a função derivada da função f .

Qual dos valores seguintes é positivo?

- (A) $f'(1)$ (B) $f'(2)$ (C) $f'(3)$ (D) $f'(4)$

(Adaptado de testes intermédios)

- [10] 2. Relativamente a uma função f , real de variável real, sabe-se que a sua derivada está definida em $\mathbb{R}$ por $f'(x) = -x + 10$. É correto afirmar que:

- (A) A função f não tem extremos relativos.
(B) A função f tem exatamente um máximo relativo.
(C) A função f é monótona.
(D) A função f tem exatamente um mínimo relativo.

- [10] 3. A reta de equação $y = x + 2$ é tangente ao gráfico de uma função f no ponto de abcissa 2.

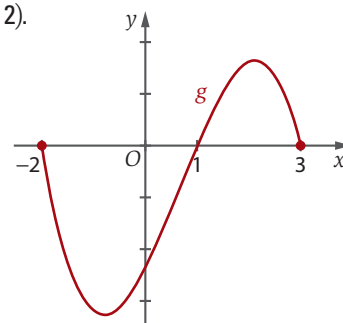
Qual é o valor de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$?

- (A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) 0

- [10] 4. Na figura seguinte, está representada graficamente a função g , de domínio $[-2, 3]$, com três zeros (-2 , 1 e 3) e dois extremos absolutos (em $x = -1$ e em $x = 2$).

Qual é o conjunto solução da condição $g(x) \times g'(x) < 0$?

- (A) $] -2, 1[$
(B) $] -2, -1[$
(C) $] -2, -1[\cup] 1, 3[$
(D) $] -1, 1[\cup] 2, 3[$

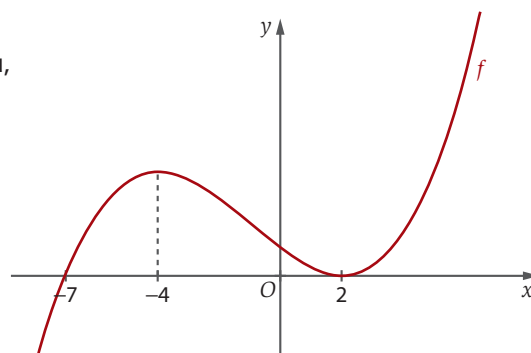


Cotações

- [10] 5. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f , polinomial do terceiro grau, de domínio $\mathbb{R}$.

Como se representa na figura, a função f :

- tem dois zeros: -7 e 2 ;
- tem um máximo relativo em $x = -4$ e um mínimo relativo em $x = 2$.



Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) A função $f \times f'$ tem quatro zeros e a função $\frac{f'}{f}$ tem dois zeros.
- (B) A função $f \times f'$ tem quatro zeros e a função $\frac{f'}{f}$ tem um zero.
- (C) A função $f \times f'$ tem três zeros e a função $\frac{f'}{f}$ tem dois zeros.
- (D) A função $f \times f'$ tem três zeros e a função $\frac{f'}{f}$ tem um zero.

Grupo II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que efetuares e todas as justificações necessárias.

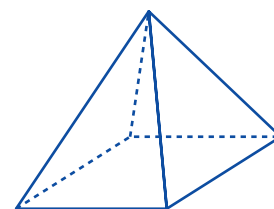
- [15] 6. Seja g uma função real de variável real. Sabe-se que:

- $g'(4) = 7$;
- a reta tangente ao gráfico de g no ponto de abcissa 4 interseja o eixo Oy no ponto de ordenada -26 .

Determina $g(4)$.

- [20] 7. Relativamente à pirâmide quadrangular representada na figura, sabe-se que as dimensões têm as seguintes relações, para $x \in]0, 9[$:

- a base é um quadrado de perímetro $8x$;
- a altura da pirâmide mede $9 - x$.



Determina o volume máximo de uma pirâmide que obedece a estas relações.

Cotações

- [20] 8. Na figura, está representada parte do gráfico da função f , de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por

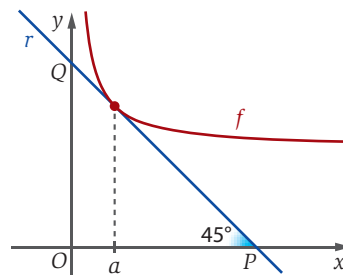
$$f(x) = \frac{3+2x}{x}.$$

Nesta figura:

- a reta r é tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa a ($a > 0$);
- os pontos P e Q são os pontos de interseção da reta r com os eixos coordenados.

Sabe-se que $\widehat{OPQ} = 45^\circ$.

Determina o valor de a .



- [25] 9. Mostra, utilizando as regras de derivação, que:

$$\left(\frac{2x+4}{\sqrt{3x+2}} \right)' = \frac{3x-2}{(3x+2)\sqrt{3x+2}}$$

10. Num jogo de futebol, um guarda-redes pontapeou uma bola em direção ao meio campo da equipa adversária.

A altura da bola, h , em metros, em relação ao solo, em cada instante t , em segundos, contados a partir do instante em que o guarda-redes pontapeou a bola até ao instante em que a bola tocou no solo, é dada por:

$$h(t) = 1 + 15t - 5t^2$$

- [10] 10.1 Calcula a altura da bola no momento em que foi pontapeada pelo guarda-redes.
- [15] 10.2 Calcula a velocidade média da bola, na direção vertical, desde o instante $t = 1$ até ao instante $t = 2$. Interpreta o resultado obtido.
- [20] 10.3 Calcula a taxa de variação instantânea de h em $t = 3$. Interpreta o resultado obtido no contexto da situação descrita.

- [25] 11. Considera a função racional g definida como se segue:

$$g(x) = \frac{x}{x-4}$$

Demonstra que g' , função derivada de g , pode ser definida por

$$g'(x) = -\frac{4}{(x-4)^2}$$

Na tua demonstração, não recorras a qualquer regra de derivação.

FIM