



FICHA DE AVALIAÇÃO

Curso: Científico-Humanístico

Disciplina: Matemática A

Ano: 12.º

Turmas: A, B, C

Data: 24-05-2017

Ano Letivo: 2016-2017

VERSÃO 1

GRUPO I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Não apresente cálculos nem justificações.

1. Cinco amigos vão dar um passeio num automóvel de cinco lugares. Sabendo que só três deles podem conduzir, o número de formas diferentes de ocuparem os lugares durante o passeio é dado por:

(A) ${}^3C_1 \times {}^4C_4$

(B) ${}^3C_1 \times {}^4A_4$

(C) ${}^3C_1 \times {}^5C_4$

(D) ${}^3A_1 \times {}^4A_4$

A ordem, não importa
C - 1 não ocupa, não importa

2. Os acontecimentos A e B são subconjuntos do mesmo espaço amostral.

Sabe-se que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(A) = 0,3$.

Considerando que A e B são acontecimentos independentes, qual é o valor de $P(B)$?

(A) $\frac{7}{10}$

(B) $\frac{4}{10}$

(C) $\frac{7}{13}$

(D) $\frac{4}{7}$

3. Sejam $a, b \in]1, +\infty[$, tais que $a^2 = b$.

Qual é o valor de $\log_a(\sqrt{b} \times a^{\log_b a})$?

(A) 1

(B) $\frac{3}{2}$

(C) 2

(D) $\frac{5}{2}$

4. Considere a sucessão (a_n) , definida por $a_n = \frac{n^2 + 1}{n^2}$.

Seja f a função contínua, de domínio $]1, +\infty[$, definida por $f(x) = \frac{1+x}{\ln x}$.

Qual o valor de $\lim f(a_n)$?

(A) $-\infty$

(B) 0

(C) 1

(D) $+\infty$

5. Considere as funções f e g diferenciáveis no seu domínio, $\mathbb{R}$.

Sabendo que a função g admite um zero para $x = 0$, qual é necessariamente o valor do limite abaixo?

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(g(x)) - f(0)}{x}$$

(A) $f'(0) + g'(0)$

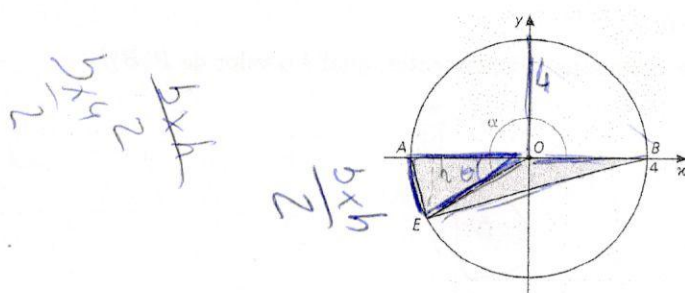
(B) $(f'(0))^2$

(C) $f'(0) \times g'(0)$

(D) $(g'(0))^2$

- 6.

Na figura seguinte estão representados, em referencial o.n. xOy , uma circunferência de raio 4 e o triângulo, de área 8, $[AEB]$.



Qual é o valor exato de α , amplitude em radianos, do ângulo BOE ?

(A) $\frac{2\pi}{3}$

(B) $\frac{7\pi}{6}$

(C) $\frac{4\pi}{3}$

(D) $\frac{3\pi}{2}$

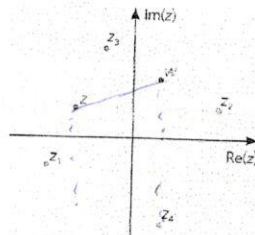
$$(-4 + 2i) + (6 + 4i)$$

$$(-2 + 10i)$$

$$(-4, 4i)$$

$$(2, 6i)$$

7. Na figura seguinte estão representados, no plano complexo, os afixos de seis números complexos, z , w , z_1 , z_2 , z_3 e z_4 .



$$z(-2, 2)$$

$$w(1, 3)$$

$$z + w = (-2 + 1) + (2 + 3i)$$

Dos pontos dados, qual representa o afixo do número complexo $z + w$?

$$(-1 + 4i)$$

(A) z_1

(B) z_2

$$z + w$$

$$(a + bi) + (c + di)$$

(D) z_4

$$(a + c) + (b + d)i$$



GRUPO II

Nas questões deste grupo, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. A Marta tem sete amigas que fazem anos no próximo mês de Junho mas só tem presente para cinco, pois apenas comprou três CDs diferentes e dois livros também diferentes.

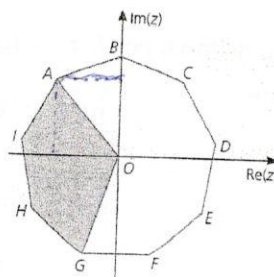
De quantas maneiras distintas pode a Marta presentear as amigas?

A Marta pediu ajuda a dois dos seus colegas para resolver este problema, tendo-lhe sido apresentadas as seguintes resoluções:

- Paulo: ${}^7A_3 \times {}^4A_2$
- Madalena: ${}^7C_3 \times {}^5A_3 \times 2!$

Ambas as respostas estão corretas. Numa pequena composição, explique o raciocínio de cada um dos colegas da Marta.

2. Na figura está representado, no plano complexo, um eneágono regular centrado na origem. Sabe-se que o ponto A é o afixo do número complexo $w = -2 + 2i$.



- 2.1. Seja z o número complexo cujo afixo é o ponto G . Determine, na forma trigonométrica, $iz \times w^3$.
- 2.2. Justifique que o afixo do número complexo $-\sqrt{6} + \sqrt{2}i$ não pertence à região do plano complexo representada a sombreado.

3. Para um dado $k \in \mathbb{R}$ seja f a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{x+3} - 2x - 7}{2x + 6}, & \text{se } x < -3 \\ \sqrt{2}x^2 + 3\sqrt{2}x + kx, & \text{se } x > -3 \end{cases}$$

Recorrendo exclusivamente a processos analíticos, resolva os itens seguintes.

- 3.1. Sabendo que existe $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$, determine o valor de k .

- 3.2. Suponha que $k = 0$, e considere a função g , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$, tal que $g'(x) = f'(x) + 2\sin(2x)$. Estude a função g quanto ao sentido das concavidades do seu gráfico e quanto à existência de pontos de inflexão, no intervalo $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$.

Na sua resposta, apresente:

- O(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem a concavidade voltada para baixo;
- O(s) intervalo(s) em que o gráfico de g tem a concavidade voltada para cima;
- A(s) abscissa(s) do(s) ponto(s) de inflexão do gráfico de g .

4. Considere a função h , de domínio $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, definida por $h(x) = e^{-2x-2} + \sin(x^2 + 1)$.

Sabe-se que:

- O ponto T pertence ao gráfico de h ;
- A reta tangente ao gráfico de h , no ponto T , tem inclinação igual a $\frac{2\pi}{3}$ radianos.

Determine a abscissa do ponto T , recorrendo à calculadora gráfica.

Na sua resposta deve:

- Equacionar o problema;
 - Reproduzir o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
 - Indicar a abscissa de T com arredondamento às centésimas.
5. Sejam f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = x$, e g uma função contínua em $[a, b]$, $a < b$, tal que $g(a) = b$ e $g(b) = a$.

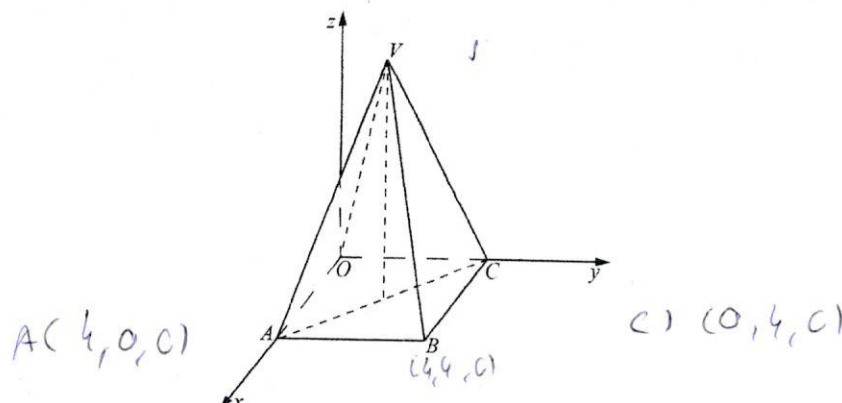
Considere a função h , de domínio $[a, b]$, definida por $h(x) = (g \circ f)(x) - x$.

Mostre que h tem, pelo menos, um zero.

$$h(x) = (g(f(x))) - x$$

$$h(x) = g(x) - x$$

6. A figura representa uma pirâmide quadrangular regular recta cuja base está contida no plano xOy .



Os pontos A e C pertencem aos eixos Ox e Oy , respetivamente.

Sabendo que $B(4, 4, 0)$ e que a altura da pirâmide é o dobro da aresta da base, determine :

- 6.1. Uma equação vetorial da reta BV .
- 6.2. Uma equação cartesiana do plano BCV .

$$(x, y, z) = (x_0, y_0, z_0) + k \cdot (d_1, d_2, d_3), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$BV = (b_1, b_2, b_3) - (a_1, a_2, a_3)$$

COTAÇÕES

Grupo I	56
Cada resposta certa.....	8
Grupo II	144

QUESTÃO	1.	2.1	2.2	3.1	3.2	4.	5.	6.1	6.2
COTAÇÃO	15	18	15	15	18	18	18	12	15