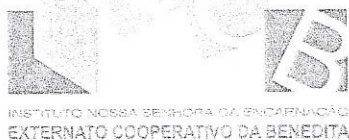


FICHA DE AVALIAÇÃO



Curso: Científico-Humanístico

Disciplina: Matemática A

Ano: 12.º

Turma: B

Data: 3-12-2018

Ano Letivo: 2018-2019

VERSÃO 2

GRUPO I

- As sete questões deste grupo são de escolha múltipla.
- Para cada uma delas, são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.
- Escreva na sua folha de respostas a letra correspondente à alternativa que selecionar para responder a cada questão.
- Não apresente cálculos nem justificações.

1. Sejam C_1 e C_2 duas circunferências distintas e concêntricas.

Considere quatro pontos em C_1 e três pontos em C_2 . Supondo que não existem 3 pontos colineares entre si, quantos triângulos é possível formar com os 7 pontos considerados, de forma que não pertençam todos à mesma circunferência?

(A) 35

(B) 30

(C) 18

(D) 12

2. Numa caixa com doze compartimentos, pretende-se arrumar dez copos com tamanho e forma iguais: sete brancos, um verde, um azul e um violeta.

Em cada compartimento pode ser arrumado apenas um copo. De quantos modos diferentes se podem arrumar os dez copos nessa caixa?

(A) ${}^{12}A_7 \times 3!$

(B) ${}^{12}A_7 \times {}^5C_3$

(C) ${}^{12}C_7 \times {}^{12}A_3$

(D) ${}^{12}C_7 \times {}^5A_3$

3. Um saco A tem três bolas vermelhas e duas pretas. Um saco B tem duas bolas vermelhas e três pretas.

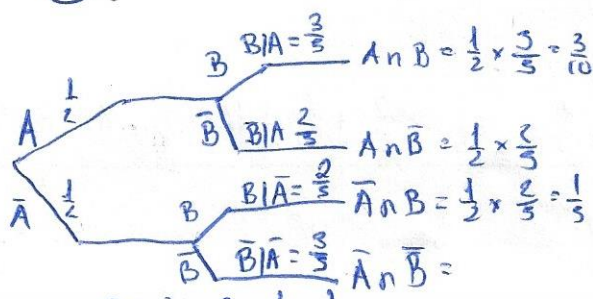
Escolhe-se, ao acaso, um dos sacos e retira-se, aleatoriamente, uma bola. Se a bola extraída for vermelha, qual é a probabilidade de ter saído do saco A?

(A) $\frac{3}{5}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{3}{10}$

(D) $\frac{5}{6}$



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{\frac{3}{10}}{\frac{3}{10} + \frac{1}{5}} = \frac{3}{5}$$

Handwritten notes:

$$3 \times 4 = 12$$

$$12 \div 3 = 4$$

Handwritten note: 12

Handwritten note: "B" vermelha

4. Considere duas sucessões, (a_n) e (b_n) , tais que:

- $\lim a_n = -\infty$
- $b_n \geq -2 - a_n, \forall n \in \mathbb{N}$

Então:

(A) $\lim b_n = -\infty$

(C) $\lim b_n \in [-2, +\infty[$

(B) $\lim b_n = +\infty$

(D) $\lim b_n \in]-\infty, -2]$

5. Relativamente a duas funções, f e g , sabe-se que:

- $D_f = D_g$
- f e g são funções contínuas no seu domínio
- $f(2) - g(2) > 0$
- $f(3) - g(3) < 0$

Qual das afirmações seguintes é necessariamente verdadeira?

- (A) Os gráficos cartesianos de f e g não se intersectam.
- (B) A função $f - g$ é decrescente.
- (C) Os gráficos cartesianos de f e g intersectam-se em, pelo menos, um ponto.
- (D) A função $f - g$ é crescente.

6. Considere a função g , definida por:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x-2)(x+2)}{x} = 0$$

$$g(x) = \begin{cases} \sin x, & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x^2 - 4}{x}, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

O teorema de Weierstrass garante a existência de máximo e mínimo absolutos de g em:

- (A) $] -1, 1[$ (B) $[-1, 1]$ (C) $] -1, 0[$ (D) $[-4, 0]$

7. Considere a função $h: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $h(x) = \frac{x}{2} + \sqrt{4x}$.

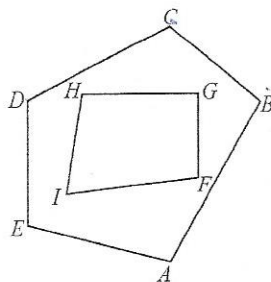
No gráfico cartesiano da função h existe um ponto no qual a reta tangente é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares. Qual é a abcissa desse ponto?

- (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

GRUPO II

Nas questões desta segunda parte, apresente o seu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

1. Na figura estão representados um pentágono $[ABCDE]$ e um quadrilátero $[FGHI]$.



Dos nove vértices representados, não existem três colineares.

- 1.1. Quantos vetores é possível definir com os nove vértices?
- 1.2. O Pitágoras e o Platão escolheram cada um, e em segredo, um dos nove vértices representados. Qual é a probabilidade de os dois vértices por eles escolhidos, pertencerem ambos ao mesmo polígono? Apresente o resultado na forma de percentagem, arredondado às unidades.

2. Considere a sucessão (a_n) de termo geral $a_n = \frac{4n-3}{8n+2}$.

- 2.1. Determine, recorrendo ao teorema das sucessões encastradas, $\lim (a_n)^n$.
- 2.2. Determine, por comparação, $\lim (a_n + 1)^n$.

3. Determine o limite da sucessão (x_n) , de termo geral $x_n = \sum_{k=1}^n \frac{2}{\sqrt{n^2+k}}$.

4. De uma função f , sabe-se que é diferenciável em todos os pontos do seu domínio, e que $f'(1) = 2$.

Qual é o valor de $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{2x - 2}$?

$$\frac{f(x) - f(1)}{x - 1}$$

5. Considere a função polinomial $p(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 1$.

- 5.1. Escreva a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função p no ponto $T(-1, 21)$.
- 5.2. Determine os intervalos de monotonia e identifique os extremos, caso existam, da função p .
- 5.3. Justifique que a equação $p(x) = 0$ tem uma, e uma só, solução no intervalo $] -1, 1[$.

6. Seja $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função contínua em $[1, 2]$ e diferenciável em $]1, 2[$, tal que $f(1) = f(2)$.
 Prove que existe, pelo menos, um ponto $T(c, f(c))$, $c \in]1, 2[$, no qual a reta tangente ao gráfico de f no ponto T é paralela ao eixo das abcissas.

COTAÇÕES

Grupo I	56
Cada resposta certa.....	8
Grupo II	144

QUESTÃO	1.1	1.2	2.1	2.2	3	4	5.1	5.2	5.3	6
COTAÇÃO	10	14	16	14	15	15	14	16	15	15