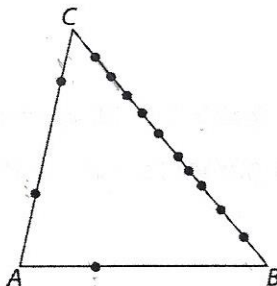


Apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações que entenderes necessárias.

NOTA: Nas questões de escolha múltipla são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correta.

CADERNO 1

1. Num triângulo $[ABC]$ assinalaram-se treze pontos: um ponto em $[AB]$, dois pontos em $[AC]$ e dez pontos em $[BC]$, como indicado na figura.



Quantos triângulos diferentes se podem construir com estes treze pontos?

- (A) 286
(B) 285
(C) 166
(D) 120

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(\overline{A \cup B}) = P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 1 - P(A \cup B)$$

$$P(\overline{A \cap B}) = P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

2. Um baralho de cartas completo é constituído por 52 cartas, repartidas em quatro naipes (Espadas, Copas, Ouros e Paus). Em cada naipe há 13 cartas: um Ás, três figuras (Rei, Dama e Valete) e mais nove cartas (do Dois ao Dez).

2.1. Utilizando apenas o naipe de ouros, quantas sequências de 13 cartas, com as figuras todas juntas, é possível construir?

2.2. Retirando ao acaso, simultaneamente, cinco cartas de um baralho completo, de quantas maneiras é possível obter pelo menos duas figuras?

2.3. Retirando ao acaso, simultaneamente, seis cartas de um baralho completo, de quantas maneiras é possível obter exatamente dois ases e exatamente quatro cartas de copas?

3. Considere todos os números que se podem obter alterando a ordem dos algarismos do número 1 788 231. Quantos desses números são pares?

(A) 540

(B) 900

(C) 1440

(D) 2160

COTAÇÕES (Caderno 1)

Item					
Cotação (em pontos)					
1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.	Total
8	15	15	20	8	66

CADERNO 2

4. Sejam A e B dois conjuntos tais que $A \subset U$ e $B \subset U$.

O conjunto $\overline{(A \cup B)} \cap (A \cup \overline{B})$ é igual a:

- (A) A (B) U (C) $\emptyset$ (D) $\bar{A}$

5. Oito amigos, quatro rapazes e quatro raparigas vão almoçar e sentam-se numa mesa retangular, ficando quatro de cada lado. De quantas maneiras diferentes se podem sentar de modo que os rapazes não fiquem todos do mesmo lado?

- (A) $4! \times 4! \times 2$ (B) $4! \times 4!$ (C) $8! - 4! \times 4! \times 2$ (D) $8! - 4! \times 4!$
- 1152 576 39768 59744

6. A turma dos gémeos, Pedro e Simão, tem um total de 24 alunos: 10 rapazes (incluindo os gémeos) e 14 raparigas.

Redija, no contexto desta situação, o enunciado de um problema de cálculo combinatório, inventado por si, que admita como resposta correta $2 \times {}^8C_2 \times {}^{14}C_3 + {}^8C_1 \times {}^{14}C_3 = 23296$

No enunciado que apresentar, deve explicitar claramente:

- o número de alunos da turma;
- o número de rapazes e de raparigas;
- o processo cujo número de maneiras pretende que seja calculado (e cujo valor terá de ser dado pela expressão apresentada).

7. Determine o valor natural $n \geq 5$ que verifica a igualdade:

$${}^nA_4 = {}^nC_5 \times {}^2A_3$$

$${}^nA_p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$${}^nC_p = \frac{{}^nA_p}{p!}$$

$${}^nA_p = n^p$$

8. A organização de um festival de cinema pretende exibir um filme por dia durante o tempo de duração do festival. Para tal, possui m filmes de ação todos diferentes e n filmes de outras categorias que não de ação e também todos diferentes entre si.

Se pretender exibir todos os filmes, sendo que os filmes de ação devem ser exibidos em dias consecutivos, quantas formas diferentes existem de o fazer?

- (A) $m! \times n!$ (B) $m! \times (n+1)!$ (C) $m! \times n! \times (n+1)!$ (D) $(m+n)!$

9. De uma certa linha do triângulo de Pascal, sabe-se que a soma do primeiro, do segundo, do penúltimo e do último elemento é 2018.

9.1. Qual é o quinto elemento dessa linha?

9.2. Qual é o maior elemento dessa linha?

Apresente os elementos pedidos na forma nC_p .

10. Numa caixa estão 8 bolas, uma numerada com o número 1, duas com o 2 e cinco com o 3. Considere a experiência aleatória que consiste em retirar, simultaneamente e ao acaso, 6 bolas da caixa e em seguida formar, também ao acaso, um número com 6 algarismos. Sejam A e B os acontecimentos:

A « São retiradas da caixa quatro bolas com o número 3 e duas bolas com o número 2 »

B « O número formado é uma capícuca ». Sem recorrer á fórmula da probabilidade condicionada indique, justificando, o valor de $P(B|A)$.

11. Sejam E um conjunto finito, não vazio, P uma probabilidade no conjunto $\mathcal{P}(E)$ e sejam A e B dois acontecimentos em E tais que $P(A) < 1$.

Prove que:

$$\frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{1 - P(A)} \times P(\bar{A}) + P(B) - P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\bar{A})$$

12. Indique o valor do termo independente do desenvolvimento de $(x - \frac{2}{x})^8$

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item										
Cotação (em pontos)										
4.	5.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	10	11	12.	Total
8	8	20	18	8	12	12	12	20	16	134