

MATEMÁTICA

PRISMA

**APOIO À
IMPLEMENTAÇÃO
DAS APRENDIZAGENS
ESSENCIAIS**

Artur Jorge Ferreira
Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

ASA

MATEMÁTICA

PRISMA

5.º

Artur Jorge Ferreira
Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

ASA

ÍNDICE

► NÚMEROS NATURAIS

APRENDO

1	Potências de expoente natural	4
	Prático	6
2	Números primos e números compostos	8
	Prático	10
3	Decomposição em fatores primos	12
	Prático	14
4	Aplicações da decomposição em fatores primos	16
	Prático	17

► SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

APRENDO

1	Poliedros	20
2	Elementos de um poliedro	20
3	Prismas	20
	Prático	21
4	Prisma	22
	Prático	24
5	Pirâmide	26
	Prático	28
6	Cilindro	30
7	Cone	31
	Prático	32
8	Relação de Euler	34
9	Planificações	35
	Prático	36

SOLUÇÕES

38

► Números naturais





1 Potências de expoente natural

PONTO DE PARTIDA

A Marta contou um segredo a quatro dos seus amigos. Cada um desses amigos revelou o segredo a mais quatro pessoas. Por sua vez, cada uma dessas pessoas divulgou o segredo a outras quatro.

Além da Marta, quantas pessoas sabem o segredo?

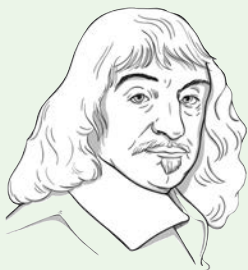


Neste ponto de partida considerou-se o produto de três fatores iguais a 4, ou seja, $4 \times 4 \times 4$. É possível representar este produto de uma forma mais simples, escrevendo uma única vez o fator que se repete e o número de vezes que se repete:

$$4 \times 4 \times 4 = 4^3$$

4^3 diz-se a potência de base quatro e expoente três.

NOTA HISTÓRICA



Foi **René Descartes** (1596-1650), matemático e filósofo francês, quem utilizou pela primeira vez a notação de potências que usamos atualmente.

Uma **potência** é uma forma simplificada de escrever um produto em que todos os fatores são iguais.

A **base da potência** é o fator que se repete e o **expoente da potência** é o número de vezes que se repete esse fator.

$$\begin{array}{c} \text{expoente} \\ \downarrow \\ a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ vezes}} \\ \uparrow \\ \text{base} \end{array}$$

EXEMPLOS

1. $7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$

2. $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10^4$

3. $5 \times 5 = 5^2$

4. $0 \times 0 \times 0 = 0^3$

Leitura de uma potência

Em geral, a expressão a^n lê-se “ a elevado a n ”. No entanto, para alguns expoentes, podemos ler a potência de modo diferente.

A tabela seguinte apresenta as leituras das primeiras potências de base 9.

Potência	Leitura da potência
$9 = 9^1$	Nove elevado a um
$9 \times 9 = 9^2$	Nove elevado a dois ou Nove ao quadrado ou O quadrado de nove
$9 \times 9 \times 9 = 9^3$	Nove elevado a três ou Nove ao cubo ou O cubo de nove
$9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^4$	Nove elevado a quatro ou Nove à quarta
$9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^5$	Nove elevado a cinco ou Nove à quinta

CURIOSIDADE

Nas mais diversas ciências é utilizada uma notação que serve para apresentar números muito pequenos ou muito grandes: a notação científica. Esta notação baseia-se nas potências do número 10.

A utilização de potências é especialmente útil quando queremos escrever números muito grandes. Por exemplo, o número 10 000 000 pode ser dado pelo produto $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10$.

Assim, 10 000 000 pode ser representado, de forma mais simplificada, por 10^7 .

Potência de expoente 1

Qual é o significado de 3^1 ?

Pode entender-se que o expoente 1 significa que o número 3 aparece uma única vez, pelo que $3^1 = 3$.

EXEMPLOS

1. $8^1 = 8$

2. $121^1 = 121$

E se o expoente for 1?





PRÁTICO

EXERCÍCIO
RESOLVIDO

- 1 Representa cada um dos seguintes produtos na forma de uma potência. Indica, para cada potência, a sua base, o seu expoente e a sua leitura.

1.1 $13 \times 13 \times 13 \times 13$

1.2 $5 \times 5 \times 5$

1.3 $2 \times 3 \times 3$

RESOLUÇÃO:

1.1 $13 \times 13 \times 13 \times 13 = 13^4$

Base da potência: 13

Expoente da potência: 4

Leitura da potência: treze elevado a quatro

1.2 $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

Base da potência: 5

Expoente da potência: 3

Leitura da potência: cinco ao cubo

- 1.3 Como os três fatores não são iguais, não se pode representar este produto como uma potência de expoente 3. No entanto, é possível representá-lo como uma potência de expoente 1: $2 \times 3 \times 3 = 18 = 18^1$.

Base da potência: 18

Expoente da potência: 1

Leitura da potência: dezoito elevado a um

- 1 Representa sob a forma de potência cada um dos seguintes produtos.

1.1 $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$

1.2 4×4

1.3 $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

1.4 $1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$

1.5 145×1

1.6 $12 \times 12 \times 12$

- 2 Completa a tabela.



Potência	Base	Expoente	Leitura
6^3			
10^7			
	4	5	
	9		Nove ao quadrado
			Cinco elevado a oito

- 3 Representa 36 como uma potência de base 6.

4 Calcula o valor numérico de cada uma das seguintes potências.

4.1 9^3

4.2 1^9

4.3 11^2

4.4 3^5

4.5 5^3

4.6 10^6

5 Calcula o valor de cada uma das seguintes expressões.

5.1 $2^4 \times 3^2$

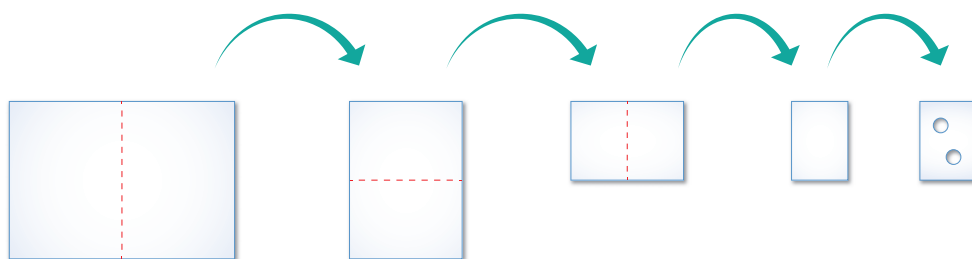
5.2 $3^3 + 4^2 - 2^3$

6 Numa loja de animais há seis gaiolas.
Cada uma dessas gaiolas tem seis ninhos e cada
ninho tem seis pássaros.
Quantos pássaros há na loja de animais?



7 O Mário e o Artur estão a comparar números representados na forma de potência. Eles concordam que o número 5^4 é menor do que o número 5^8 . Contudo, discordam num ponto: o Mário diz que o número 5^8 é o dobro do número 5^4 e o Artur não concorda.
Qual dos dois amigos tem razão? Justifica a tua resposta.

8 O Nuno dobrou uma folha A4 três vezes e, no final, fez dois furos, tal como representa a figura.



Se o Nuno voltar a desdobrar a folha, quantos furos encontrará?
Apresenta o resultado na forma de potência de base 2.

9 Indica três potências de base natural e expoente natural, cujo valor seja 81.

10 O João afirmou que consegue escrever o número um milhão usando apenas três algarismos. Concordas com ele? Quais os três algarismos que terá de utilizar?



2 Números primos e números compostos

PONTO DE PARTIDA 1

1. Na tabela apresentam-se os divisores dos primeiros nove números naturais.

1.1. Qual é o número que é divisor de todos os números naturais?

1.2. O número 1 tem apenas um divisor. Existirá mais algum número com apenas um divisor? Porquê?

Número	Divisores
1	1
2	1, 2
3	1, 3
4	1, 2, 4
5	1, 5
6	1, 2, 3, 6
7	1, 7
8	1, 2, 4, 8
9	1, 3, 9

No ponto de partida verificaste que 1 é divisor de todos os números. Analisando a tabela, verifica-se ainda que cada número é divisor de si mesmo. Torna-se, então, evidente que **qualquer número natural maior do que 1 tem, pelo menos, dois divisores: ele próprio e a unidade**, podendo ter ou não mais divisores.

• Se o número natural não tiver mais divisores além destes dois, o número diz-se **primo**.

Um **número primo** é um número natural que **tem exatamente dois divisores: o 1 e o próprio número**.

EXEMPLOS

Os números 2 e 13 são primos, pois têm exatamente dois divisores.

$$D_2 = \{1, 2\} \text{ e } D_{13} = \{1, 13\}$$

• Se o número natural tiver mais divisores além destes dois, o número diz-se **composto**.

Um **número composto** é um número natural que **tem mais do que dois divisores**.

EXEMPLOS

Os números 6 e 15 são compostos, pois têm mais do que dois divisores.

$$D_6 = \{1, 2, 3, 6\} \text{ e } D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

• O número 1 é um caso especial, pois tem apenas um divisor.

O número 1 não é um número primo nem é um número composto.

CURIOSIDADE

A multiplicação de números primos é a base de um dos sistemas de segurança mais completos do mundo. É este sistema que permite a utilização de cartões multibanco ou a realização de compras *online*.

NOTA

- O conjunto dos números primos é infinito.
- O número 2 é o único número par que é primo. De facto, todos os restantes números pares são múltiplos de 2, pelo que têm mais do que dois divisores: são, portanto, números compostos.

PONTO DE PARTIDA 2

Na Matemática, Eratóstenes ficou conhecido por ter utilizado um método muito simples para encontrar números primos.

Pesquisa um pouco mais sobre a história de Eratóstenes e constrói um desdobrável com a informação recolhida.



O método referido no ponto de partida ficou conhecido como **Crivo de Eratóstenes**. Este método recorre aos múltiplos e aos critérios de divisibilidade para identificar os números primos numa lista com todos os números naturais até um dado número.

Vejamos como funciona o Crivo de Eratóstenes, determinando todos os números primos até 100. Para começar, constrói uma tabela como a da figura.



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

De seguida:

- risca o número 1;
- rodeia o menor dos números restantes (o número 2) e risca todos os seus outros múltiplos;
- repete a etapa anterior, rodeando o menor dos números não riscados (o número 3) e riscando todos os seus outros múltiplos;
- repete novamente o processo, rodeando o menor dos números não riscados (o número 5) e riscando todos os seus outros múltiplos.
- repete o processo até ficarem apenas números rodeados e números riscados.

Repara que os números que rodeaste são aqueles que têm exatamente dois divisores. Os números rodeados são todos os números primos menores do que 100:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

NOTA HISTÓRICA



Eratóstenes de Cirene
viveu entre 273 a. C. e 193 a. C.

ATIVIDADE

Repara que $2 \times 5 + 1 = 11$. A soma de 1 com um múltiplo de 2 é um número primo.

Isto não acontece sempre!

Indica exemplos em que tal acontece.

Procura agora identificar exemplos em que isso não acontece.



PRÁTICO

- 1 Considera os seguintes números.

5 12 25 53 213



Indica, justificando, os números que são primos e os números que são compostos.

RESOLUÇÃO:

- 5 é um número primo, pois $D_5 = \{1, 5\}$.
- 12 é um número composto, pois, além de ser divisível por 1 e por 12, é divisível por 2 (12 é um número par). Assim, 12 tem mais de dois divisores.
- 25 é um número composto, pois, para além de ser divisível por 1 e por 25, também é divisível por 5 (o algarismo das unidades é 5). Assim, 25 tem mais de dois divisores.
- 53 é um número primo, pois $D_{53} = \{1, 53\}$.
- 213 é um número composto, pois, para além de ser divisível por 1 e por 213, também é divisível por 3 ($2 + 1 + 3 = 6$ e 6 é divisível por 3). Assim, 213 tem mais de dois divisores.

- 1 Considera os números seguintes.

11 155 19 102 53 924 49

Indica:

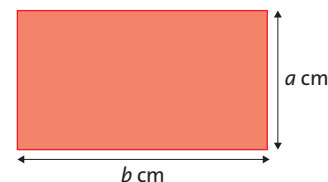
- 1.1 os números pares;
- 1.2 os números divisíveis por 3;
- 1.3 os números divisíveis por 5;
- 1.4 os números divisíveis por 7;
- 1.5 os números primos;
- 1.6 os números compostos.

- 2 Utiliza o Crivo de Eratóstenes para encontrares todos os números primos menores ou iguais a 80.
- 3 Qual é o maior número primo com dois algarismos?
- 4 Seja A um número natural tal que $A = 3 \times 2 \times 7$.
 A é um número primo ou um número composto? Justifica a tua resposta.

- 5 Considera o retângulo da figura.

Sabe-se que:

- a é o único número primo que é par;
- b é um múltiplo de 3, maior do que 4 e menor do que 9.



Determina a área do retângulo, em centímetros quadrados.

- 6 O António é segurança de uma empresa. Cada vez que um automóvel entra nas instalações da empresa, o António regista a matrícula e o nome do condutor, tal como indicado na tabela seguinte.

Matrícula	Condutor
41-BE-81	José Cunha
72-OF-74	Alfredo Miranda
54-RT-87	Vanessa Santos
19-MN-73	Rui Cruz
75-AB-47	Joana Faria

Uma das matrículas registadas na tabela é constituída por dois números primos. Quem é o condutor do automóvel com essa matrícula?

- 7 O número 38 457 é um número primo ou um número composto? Justifica.
- 8 Indica todos os números primos que terminam em 5. Justifica a tua resposta.

- 9 Na figura está representado um cartão de bingo. O Guilherme selecionou os três números primos do cartão e calculou o produto deles.

- 9.1 Determina o produto encontrado pelo Guilherme.
- 9.2 O produto encontrado pelo Guilherme ainda é um número primo? Justifica a tua resposta.



- 10 Comenta a afirmação: “Um número primo não tem divisores”.
- 11 Haverá algum número primo cujo dobro seja um número primo?
- 12 Dá exemplo de um número primo formado por dois algarismos que sejam números primos.
- 13 Dá exemplo de um número primo formado por três algarismos que, dois a dois, formem números primos de dois algarismos.



3

Decomposição em fatores primos

PONTO DE PARTIDA

1. Considera o número 84.

1.1. Escreve 84 como:

- a) um produto de dois fatores, sendo 14 um desses fatores;
- b) um produto de três fatores;
- c) um produto de quatro fatores.

1.2. Qual é a característica comum aos fatores da alínea c)?

Como já sabes, um número composto admite mais do que dois divisores. Desta forma, é possível escrevê-lo como um produto de fatores diferentes de si próprio e da unidade.

Por exemplo, 60, sendo um número composto, admite diferentes decomposições.

$$60 = 6 \times 10$$

$$60 = 2 \times 30$$

$$60 = 2 \times 3 \times 10$$

$$60 = 4 \times 3 \times 5$$

$$60 = 3 \times 20$$

$$60 = 15 \times 4$$

$$60 = 5 \times 12$$

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Contudo, só uma das decomposições é constituída apenas por fatores primos.

$$60 = \textcircled{2} \times \textcircled{2} \times \textcircled{3} \times \textcircled{5}$$

São números primos

Quando um número está escrito como um produto de números primos, diz-se que o número está **decomposto em fatores primos**.

No exemplo anterior, diz-se que $2 \times 2 \times 3 \times 5$ é a decomposição em fatores primos do número 60. Como o fator 2 se repete, pode utilizar-se a notação de potências para simplificar a representação: $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.

A decomposição em fatores primos é única para cada número, a menos da troca da ordem dos fatores.

Teorema Fundamental da Aritmética

Dado um número natural superior a 1, existe uma só sequência, crescente em sentido lato, de números primos cujo produto é igual a esse número.

NOTA

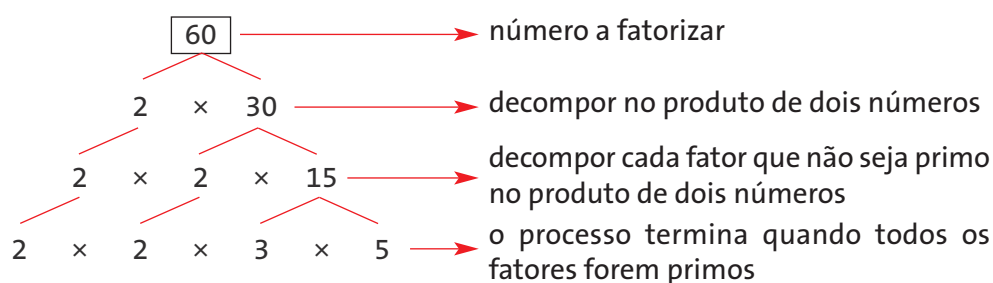
Uma sequência **crescente em sentido lato** é uma sequência em que cada elemento, a partir do segundo, é maior ou igual ao anterior.

Para decompor um número em fatores primos, podem utilizar-se diferentes processos.

1.º processo:

- Começa-se por escrever o número como o produto de dois quaisquer fatores.
- Escreve-se cada fator que não seja primo como o produto de dois novos fatores.
- Repete-se o processo até que todos os fatores da decomposição sejam primos.

EXEMPLO



NOTA

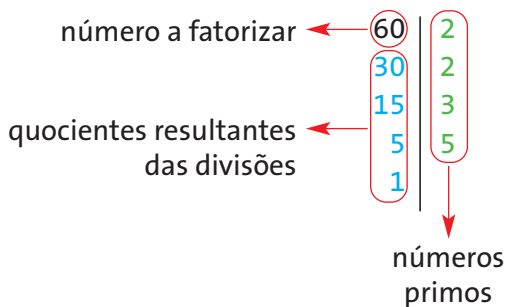
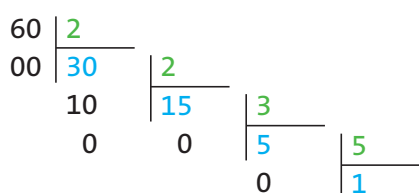
Qualquer um dos processos fica mais simples se, na procura dos divisores, considerarmos os números primos por ordem crescente.

Assim, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$.

2.º processo:

- Começa-se por dividir o número por um seu divisor primo.
- Divide-se o quociente obtido por um divisor primo.
- Repete-se o processo até obter quociente 1.

EXEMPLO



Assim, $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ou, de forma simplificada, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$.



PRÁTICO

1 Considera o número 84.

1.1 Determina a sua decomposição em fatores primos.

1.2 Determina todos os divisores de 84.



RESOLUÇÃO:

1.1 Utilizando um dos processos referidos:

84	2	→ começamos com o primo 2, pois 84 é um número par
42	2	
21	3	→ como 21 não é par, passamos ao primo seguinte, o 3
7	7	
1		

Assim, a decomposição em fatores primos de 84 é: $84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$.

1.2 Consideremos a decomposição em fatores primos obtida na alínea anterior. Para determinar todos os divisores de 84, consideramos a unidade e todos os diferentes produtos desses fatores.

Produtos com dois fatores: $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$ $2 \times 7 = 14$ $3 \times 7 = 21$

Produtos com três fatores: $2 \times 2 \times 3 = 12$ $2 \times 2 \times 7 = 28$ $2 \times 3 \times 7 = 42$

Produto de todos os fatores: $2 \times 2 \times 3 \times 7 = 84$

Logo, $D_{84} = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84\}$.

1 De seguida apresentam-se alguns números, escritos como um produto de fatores.

$$12 = 2 \times 6$$

$$44 = 2 \times 2 \times 11$$

$$66 = 2 \times 33$$

$$100 = 2^2 \times 5^2$$

1.1 Quais dos números estão escritos como um produto de fatores primos?

1.2 Escreve como um produto de fatores primos os números que não indicaste na alínea anterior.

2 Completa cada um dos esquemas seguintes.



2.1

52	□
26	2
□	13
1	

$$\square = \square \times 2 \times 13$$

2.2

150	2
75	□
25	□
□	5
1	

$$150 = 2 \times \square \times \square \times 5$$

2.3

36				
□		× 18		
2	×	2	×	□
2	×	□	×	□
2	×	□	×	3

$$36 = 2 \times 2 \times \square \times 3$$

3 Decompõe em fatores primos cada um dos seguintes números.

3.1 54

3.2 112

3.3 168

3.4 60

3.5 $10 \times 12 \times 4$

3.6 $14 \times 20 \times 8$

4 Efetua a decomposição em fatores primos para determinares todos os divisores dos seguintes números.

4.1 30

4.2 126

4.3 210

5 Um determinado número natural admite a seguinte decomposição em fatores primos.

$$2 \times 3^2 \times 7 \times 13$$

Sem determinar o número, indica:

5.1 dois divisores desse número, que sejam primos;

5.2 dois divisores, não primos, desse número;

5.3 um múltiplo desse número.

6 O Manuel tem um jardim retangular com 35 m^2 de área.

Determina as medidas do comprimento e da largura do jardim, sabendo que são dois números primos.

7 A decomposição de um número em fatores primos é $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$. Qual das seguintes afirmações é falsa?

[A] O número é divisível por 10.

[B] O número é divisível por 28.

[C] O número é divisível por 27.

[D] O número é divisível por 35.

8 Os números 3, 7 e 13 fazem parte da decomposição em fatores primos de um número. Sabendo que o zero é o algarismo das unidades desse número, indica mais dois fatores primos que fazem parte da sua decomposição.

9 A Lurdes fez 30 croquetes para uma festa. Ela pretende separar os croquetes de forma igual por mais do que um prato. Quantos croquetes poderá ter cada prato? Explica o teu raciocínio.



4

Aplicações da decomposição em fatores primos

Vejamos como **determinar os divisores de um número** e **simplificar frações** através da decomposição em fatores primos.

1. Determinar os divisores de um número

- Para obter todos os divisores de um número natural, basta encontrar todos os pares de números naturais cujo produto seja esse número.

Por exemplo, vamos determinar todos os divisores de 48.

Para tal, calculam-se todos os pares de números naturais cujo produto é 48.

$$\begin{array}{lll} 1 \times 48 = 48 & 4 \times 12 = 48 & 48 \text{ não é divisível por } 7 \\ 2 \times 24 = 48 & 48 \text{ não é divisível por } 5 & 8 \times 6 = 48 \text{ (repete-se)} \\ 3 \times 16 = 48 & 6 \times 8 = 48 & \end{array}$$

1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 e 48 são os **divisores de 48**.

$$D_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

- Observa agora como obter os divisores de 48, recorrendo à sua **decomposição num produto de fatores primos**.

Vamos considerar a unidade e todos os diferentes produtos desses fatores.

- **Produtos com dois fatores:** $2 \times 2 = 4$ e $2 \times 3 = 6$
- **Produtos com três fatores:** $2 \times 2 \times 2 = 8$ e $2 \times 2 \times 3 = 12$
- **Produtos com quatro fatores:** $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ e $2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$
- **Produtos com cinco fatores:** $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$

Assim:

$$D_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{aligned} 48 &= 2^4 \times 3 = \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \end{aligned}$$

2. Simplificar frações

Multiplicar e dividir por um mesmo número não altera o resultado. Deste modo, podemos **simplificar frações** utilizando a decomposição em fatores primos.

Vamos simplificar a fração $\frac{48}{150}$.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$48 = 2^4 \times 3$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5^2$$

$$\begin{aligned} \frac{48}{150} &= \frac{2^4 \times 3}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times 5} = \\ &= \frac{2^3}{5^2} = \end{aligned}$$

$$= \frac{8}{25} \rightarrow$$

Fração
irredutível



PRÁTICO

EXERCÍCIO
RESOLVIDO

- 1 Considera os números 180 e 294.

1.1 Decompõe os dois números em fatores primos e identifica os fatores comuns e não comuns.

1.2 Simplifica a fração $\frac{180}{294}$.

RESOLUÇÃO:

1.1 Começamos por decompor 180 e 294 em fatores primos.

180	2	294	2
90	2	147	3
45	3	49	7
15	3	7	7
5	5	1	
1			

Temos $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ e $294 = 2 \times 3 \times 7 \times 7$.

Os fatores comuns são 2 e 3. Os fatores não comuns são 2, 3 e 5 (da decomposição de 180) e 7 e 7 (da decomposição de 294).

$$1.2 \quad \frac{180}{294} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 5}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 7 \times 7} = \frac{2 \times 3 \times 5}{7 \times 7} = \frac{30}{49}$$

- 1 Simplifica cada uma das seguintes frações, utilizando a decomposição em fatores primos.

1.1 $\frac{42}{60}$

1.2 $\frac{14}{210}$

1.3 $\frac{90}{105}$

- 2 Decompõe o número 1400 num produto de fatores primos e determina os seus divisores.

- 3 Simplifica o quociente seguinte:

$$\frac{5 \times 7^3 \times 11 \times 13^2}{2^3 \times 5 \times 7^2 \times 13^2}$$

- 4 Utiliza a decomposição em fatores primos para simplificar a fração $\frac{350}{588}$.

► Sólidos geométricos





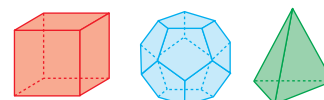
1 Poliedros

Poliedros são sólidos limitados apenas por superfícies planas.

Não poliedros são sólidos limitados, no todo ou em parte, por superfícies curvas.

EXEMPLOS

Poliedros



Não poliedros



2 Elementos de um poliedro

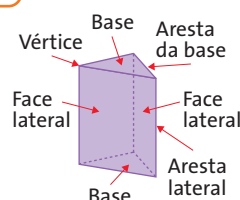
Num poliedro é possível identificar **faces** (faces laterais e bases), **arestas** (arestas laterais e arestas da base) e **vértices**. As faces, as arestas e os vértices dizem-se os **elementos do poliedro**.

EXEMPLO

5 faces

9 arestas

6 vértices



3 Prismas

Um **paralelepípedo retângulo** é um poliedro com seis faces retangulares.

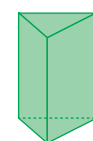
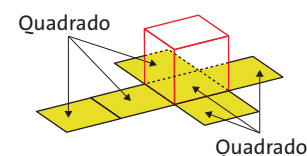
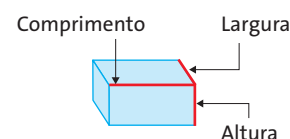
As dimensões de um paralelepípedo são os comprimentos de três arestas concorrentes num vértice: a – altura, l – largura e c – comprimento.

Um **cubo** é um paralelepípedo retângulo cujas faces são quadrados.

Um **prisma triangular reto** é um poliedro com cinco faces, das quais duas são triangulares e as restantes três são retangulares. As faces triangulares são paralelas.

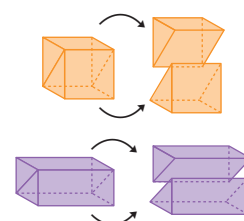
O cubo e o paralelepípedo retângulo podem ser decompostos em dois prismas triangulares retos.

EXEMPLOS



Tem 5 faces:

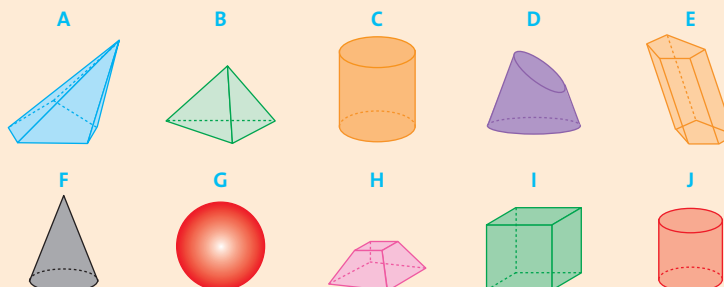
- 2 bases triangulares
- 3 faces laterais retangulares





- 1 Observa os seguintes sólidos.

EXERCÍCIO
RESOLVIDO

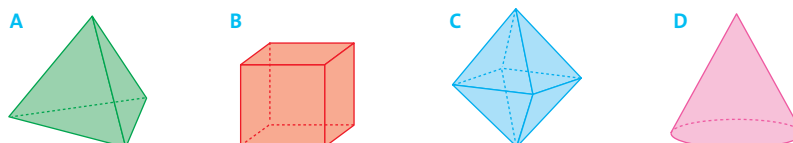


Identifica os sólidos que são poliedros.

RESOLUÇÃO:

Os poliedros são sólidos limitados apenas por superfícies planas. Assim, os poliedros são os sólidos A, B, E, H e I.

- 1 Observa os seguintes sólidos geométricos.



- 1.1 Qual dos sólidos não é um poliedro?
1.2 Quantas faces tem o sólido A?
1.3 Quantos vértices tem o sólido B?
1.4 Quantas arestas tem o sólido C?

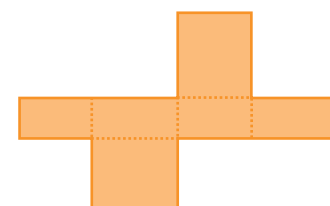
- 2 Identifica o polígono que não pode ser uma das faces de um prisma triangular reto.



- 3 Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- [A] O cubo não é um paralelepípedo.
[B] Um prisma triangular reto pode ser decomposto em dois cubos.
[C] Todas as arestas de um cubo têm o mesmo comprimento.
[D] Um prisma triangular reto não admite faces com a forma de um quadrado.

- 4 Na figura apresenta-se a planificação de um paralelepípedo.
Assinala, na planificação, três arestas do paralelepípedo que sejam concorrentes num vértice.





4 Prisma

PONTO DE PARTIDA

1. Na figura estão representados os prismas A e B.

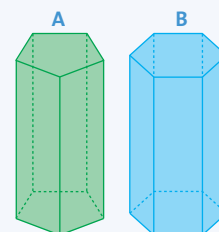
1.1. Justifica que os prismas são poliedros.

1.2. Qual é o polígono da base de cada um dos prismas?

1.3. Para cada um dos prismas, relaciona o número total de vértices com o número de vértices do polígono da base.

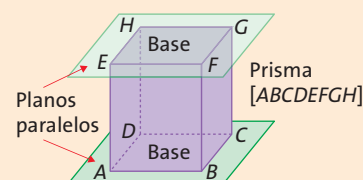
1.4. Para cada um dos prismas, relaciona o número total de arestas com o número de lados do polígono da base.

1.5. Para cada um dos prismas, relaciona o número total de faces laterais com o número de lados do polígono da base.



Vamos estudar algumas propriedades dos prismas.

Um **prisma** é um poliedro com duas faces geometricamente iguais (bases do prisma), situadas, respetivamente, em dois planos paralelos e cujas restantes faces (faces laterais) são paralelogramos.



Os prismas classificam-se de acordo com o polígono da sua base.

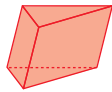
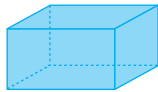
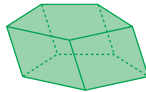
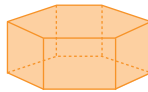
NOTA

O paralelepípedo e o cubo são casos particulares dos prismas quadrangulares.

Um **paralelepípedo** é um prisma cujas faces são paralelogramos.

Se as faces do paralelepípedo são retângulos, então o prisma diz-se um paralelepípedo retângulo.

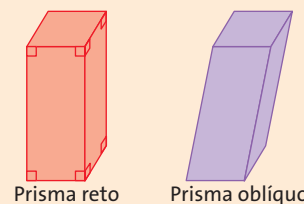
Um **cubo** é um paralelepípedo cujas faces são quadrados.

				
Polígono da base	Triângulo	Quadrilátero	Pentágono	Hexágono
Classificação	Prisma triangular	Prisma quadrangular	Prisma pentagonal	Prisma hexagonal

Há prismas cujas faces laterais são retângulos e prismas cujas faces laterais são paralelogramos não retângulos.

Um **prisma reto** é um prisma cujas faces laterais são retângulos.

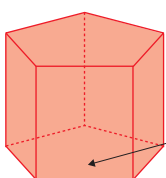
Um **prisma oblíquo** é um prisma que não é reto.



Os prismas retos cujas bases são polígonos regulares dizem-se **prismas regulares**.

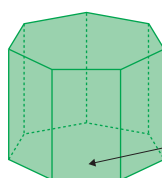
EXEMPLOS

1. Prisma pentagonal regular.



A base é um pentágono regular.

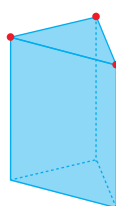
2. Prisma heptagonal regular.



A base é um heptágono regular.

Vértices de um prisma

Qualquer vértice de um prisma é vértice de uma das duas bases. Como as bases são iguais, têm o mesmo número de vértices.



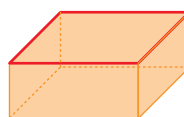
Número de vértices da base: 3

Número total de vértices: $2 \times 3 = 6$

Num prisma, o **número total de vértices** é igual ao dobro do número de vértices de uma das suas bases.

Arestas de um prisma

Qualquer aresta de um prisma é uma aresta de uma das suas bases, que são iguais, ou é uma aresta lateral. As arestas laterais são tantas quantas as arestas de cada base.



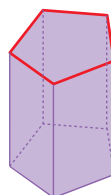
Número de arestas da base: 4

Número total de arestas: $3 \times 4 = 12$

Num prisma, o **número total de arestas** é igual ao triplo do número de arestas de uma das suas bases.

Faces de um prisma

Um prisma tem tantas faces laterais quantas as arestas de uma das bases.



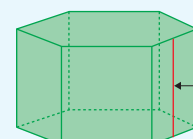
Número de arestas da base: 5

Número total de faces: $5 + 2 = 7$

Num prisma, o **número total de faces** é igual à soma do número de arestas de uma das suas bases com 2.

NOTA

Num prisma reto, chama-se **altura** do prisma a qualquer segmento de reta com extremos em cada uma das bases e paralelo a qualquer aresta lateral.



Altura



PRÁTICO

- 1 Um determinado prisma tem seis vértices.

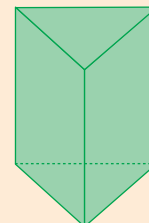
1.1 Como se classifica o prisma?

1.2 Quantas arestas tem o prisma?



RESOLUÇÃO:

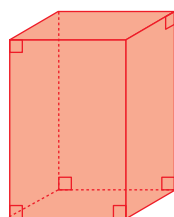
1.1 Sabe-se que, num prisma, o número total de vértices é igual ao dobro do número de vértices de uma das suas bases. Logo, cada base tem três vértices ($6 : 2 = 3$), ou seja, é um triângulo. Como os prismas se classificam de acordo com o polígono da sua base, podemos concluir que se trata de um prisma triangular.



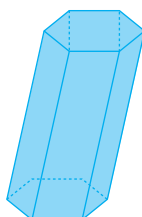
1.2 O número total de arestas de um prisma é igual ao triplo do número de arestas de uma das suas bases. Na alínea anterior, verificámos que cada uma das bases tem três vértices e, consequentemente, três arestas. Logo, o prisma tem nove arestas ($3 \times 3 = 9$).

- 1 Considera os seguintes prismas.

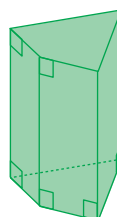
A



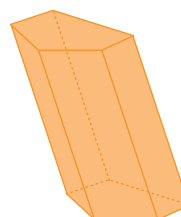
B



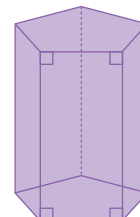
C



D



E



- 1.1 Identifica os prismas oblíquos e os prismas retos.
- 1.2 Indica o número de arestas e de vértices do prisma B.
- 1.3 Indica o número de faces do prisma D.
- 1.4 Classifica os prismas de acordo com o polígono da base.

- 2 Quantos vértices tem um prisma quadrangular?

- 3 Quantas arestas tem um prisma pentagonal?

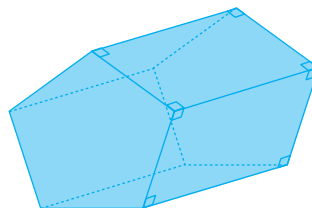
- 4 Quantas faces tem um prisma hexagonal?

5 Considera o prisma da figura.

5.1 Quantas arestas tem o prisma? E quantos vértices?

5.2 Apenas uma das seguintes afirmações, referentes ao prisma da figura, é verdadeira. Indica-a.

- [A] É um prisma oblíquo.
- [B] É um prisma pentagonal.
- [C] Todas as suas faces são quadriláteros.
- [D] As suas faces laterais são pentágonos.



6 Indica o polígono da base de um prisma com:

- 6.1 12 arestas;
- 6.2 12 vértices;
- 6.3 5 faces;
- 6.4 7 faces laterais.

7 Como se designa um prisma com:

- 7.1 18 arestas?
- 7.2 6 vértices?
- 7.3 6 faces?
- 7.4 2 faces hexagonais?

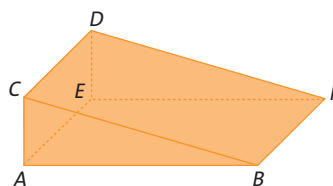
8 Alguns prismas têm faces pentagonais. Indica o número máximo de faces pentagonais que um prisma pode ter.

9 Poderá existir um prisma com 17 arestas? Porquê?

10 Na figura está representado um prisma triangular reto.

A altura do prisma pode ser dada pelo comprimento de uma das seguintes arestas. Qual?

- [A] $[AB]$
- [B] $[BF]$
- [C] $[AC]$
- [D] $[DF]$



11 Qual é o número mínimo de faces de um prisma?

12 Justifica a afirmação: “O número total de vértices de um prisma é sempre um número par”.



5

Pirâmide

PONTO DE PARTIDA

1. Na figura estão representadas as pirâmides A e B.

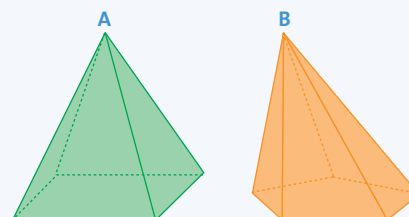
1.1. Justifica que as pirâmides são poliedros.

1.2. Qual é o polígono da base de cada uma das pirâmides?

1.3. Para cada uma das pirâmides, relaciona o número total de vértices com o número de vértices do polígono da base.

1.4. Para cada uma das pirâmides, relaciona o número total de arestas com o número de lados do polígono da base.

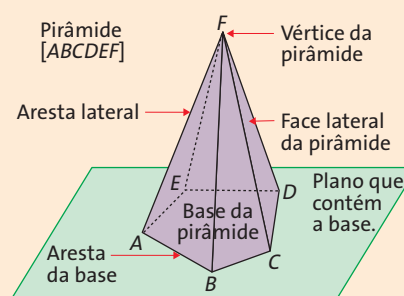
1.5. Para cada uma das pirâmides, relaciona o número total de faces laterais com o número de lados do polígono da base.



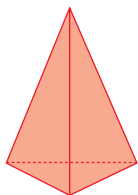
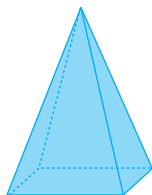
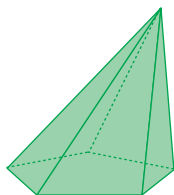
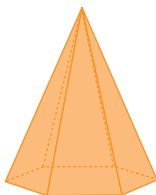
Vamos estudar algumas propriedades das pirâmides.

Uma **pirâmide** é um poliedro determinado por um polígono (base da pirâmide), que constitui uma das suas faces, e por um ponto (vértice da pirâmide), exterior ao plano, que contém a base.

As restantes faces (faces laterais) são triângulos determinados pelo vértice da pirâmide e pelos lados da base.

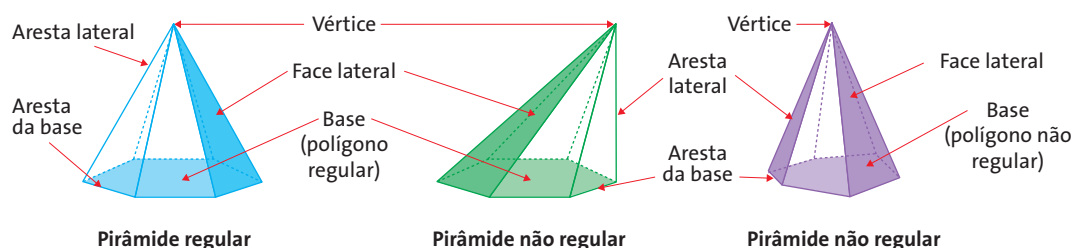


As pirâmides, tal como os prismas, classificam-se de acordo com o polígono da sua base.

				
Polígono da base	Triângulo	Quadrilátero	Pentágono	Hexágono
Classificação	Pirâmide triangular	Pirâmide quadrangular	Pirâmide pentagonal	Pirâmide hexagonal

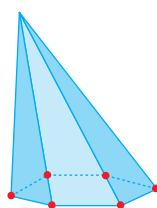
Há pirâmides regulares e pirâmides não regulares.

Uma **pirâmide regular** é uma pirâmide cuja base é um polígono regular e cujas arestas laterais são iguais.



Vértices de uma pirâmide

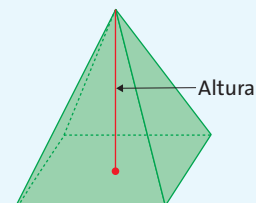
Um vértice de uma pirâmide é um vértice da base ou é o único vértice exterior ao plano da base.



Número de vértices da base: 6
Número total de vértices: $6 + 1 = 7$

NOTA

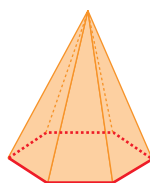
A **altura** de uma pirâmide regular é o segmento de reta definido pelo vértice da pirâmide e pelo centro do polígono da base.



Numa pirâmide, o **número total de vértices** é igual à soma do número de vértices da sua base com 1.

Arestas de uma pirâmide

Numa pirâmide, as arestas laterais são tantas quantos os vértices da sua base. Por outro lado, os vértices da base são tantos quantas as arestas da base.

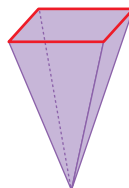


Número de arestas da base: 6
Número total de arestas: $2 \times 6 = 12$

Numa pirâmide, o **número total de arestas** é igual ao dobro do número de arestas da sua base.

Faces de uma pirâmide

Uma pirâmide tem tantas faces laterais quantas as arestas da sua base.



Número de arestas da base: 4
Número total de faces: $4 + 1 = 5$

Numa pirâmide, o **número total de faces** é igual à soma de 1 com o número de arestas da sua base.



PRÁTICO

- 1 Uma pirâmide tem seis vértices.

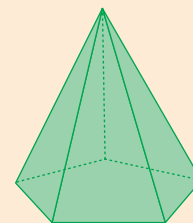
1.1 Como se classifica a pirâmide?

1.2 Quantas arestas tem a pirâmide?



RESOLUÇÃO:

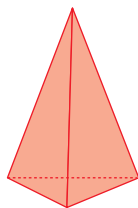
1.1 Sabemos que, para obter o número total de vértices de uma pirâmide, basta somar 1 ao número de vértices da sua base. Assim, se a pirâmide tem seis vértices, podemos concluir que a sua base tem cinco vértices, ou seja, é um pentágono. Como as pirâmides se classificam de acordo com o polígono da sua base, concluímos que se trata de uma pirâmide pentagonal.



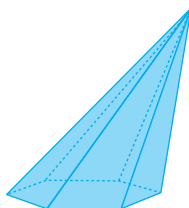
1.2 O número total de arestas de uma pirâmide é igual ao dobro do número de arestas da sua base. Na alínea anterior, verificámos que a base da pirâmide tem cinco vértices; por isso, sabemos que tem cinco arestas. Logo, a pirâmide tem 10 arestas ($2 \times 5 = 10$).

- 1 Considera as seguintes pirâmides.

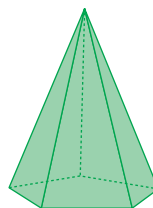
A



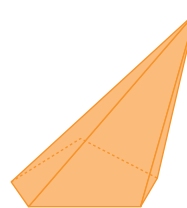
B



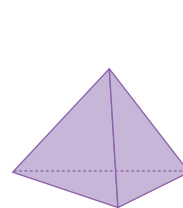
C



D



E



- 1.1 Indica o número de arestas e de vértices da pirâmide B.
1.2 Indica o número de faces da pirâmide A.
1.3 Classifica as pirâmides de acordo com o polígono da base.

- 2 Quantos vértices tem uma pirâmide quadrangular?

- 3 Quantas arestas tem uma pirâmide triangular?

- 4 Quantas faces tem uma pirâmide heptagonal?

- 5 Indica o polígono da base de uma pirâmide com:

5.1 8 arestas;

5.2 4 vértices;

5.3 6 faces;

5.4 5 faces laterais.

6 Como se designa uma pirâmide com:

6.1 12 arestas?

6.2 6 vértices?

6.3 7 faces?

6.4 1 face pentagonal?

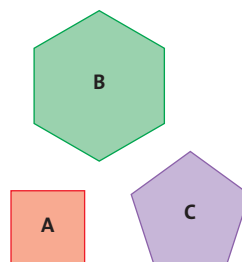
7 Poderá existir uma pirâmide com 13 arestas? Porquê?

8 Na figura estão representados três polígonos, A, B e C.

8.1 Como se chama uma pirâmide que tem o polígono B como base?

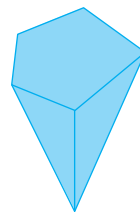
8.2 Quantas faces, arestas e vértices tem uma pirâmide que tem o polígono C como base?

8.3 Quantas faces iguais ao polígono A poderá ter uma pirâmide?



9 Qual é o número mínimo de arestas de uma pirâmide?

10 Na figura está representada uma pirâmide. Na posição em que se encontra, apenas estão visíveis três das suas faces. Quantas são as faces da pirâmide que não estão visíveis?



11 Qual é o nome da pirâmide que tem tantas faces como um prisma pentagonal?

12 Um determinado prisma tem 15 arestas. A base desse prisma também é a base de uma pirâmide. Quantos vértices tem essa pirâmide?

13 Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

[A] As faces laterais de uma pirâmide são sempre triângulos isósceles.

[B] As faces laterais de uma pirâmide são sempre triângulos equiláteros.

[C] As faces laterais de uma pirâmide regular são sempre triângulos isósceles.

[D] As faces laterais de uma pirâmide regular são sempre triângulos equiláteros.

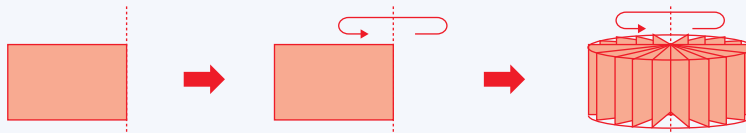
14 Imagina uma pirâmide cuja base é um polígono com k lados. Quantas arestas tem essa pirâmide?



6 Cilindro

PONTO DE PARTIDA

Imagina um retângulo a rodar em torno de um dos seus lados, a uma velocidade muito elevada. Que sólido se obtém?



Na figura estão representados dois círculos, C_1 e C_2 , com o mesmo raio, situados em planos paralelos, e o eixo que une os centros desses círculos, O_1 e O_2 .

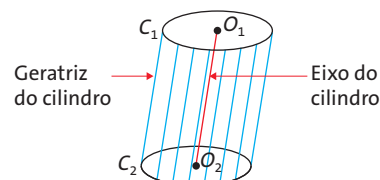
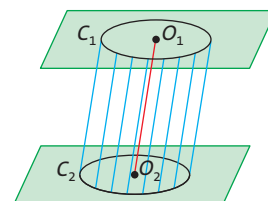
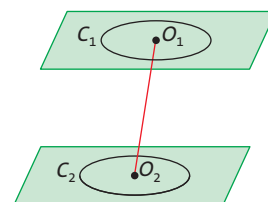
Considera todos os segmentos de reta que unem as circunferências dos dois círculos e que são paralelos ao segmento de reta $[O_1O_2]$.

O sólido que fica delimitado pelos dois círculos e pela superfície formada pelos referidos segmentos de reta é o **cilindro de bases C_1 e C_2** .

O segmento de reta $[O_1O_2]$ designa-se por **eixo do cilindro**.

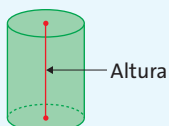
Cada um dos segmentos de reta paralelos ao eixo do cilindro é uma **geratriz do cilindro**.

O conjunto de todos os segmentos de reta paralelos ao eixo do cilindro diz-se a **superfície lateral do cilindro**.



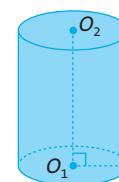
NOTA

Num cilindro reto, chama-se **altura do cilindro** a qualquer segmento de reta cujos extremos estão nas suas bases, paralelo ao eixo do cilindro.

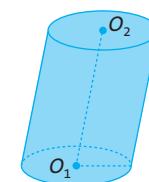


Cilindro reto e cilindro oblíquo

Um cilindro diz-se um **cilindro reto** quando o seu eixo é perpendicular aos raios de qualquer uma das bases. Caso contrário, diz-se um **cilindro oblíquo**.



Cilindro reto

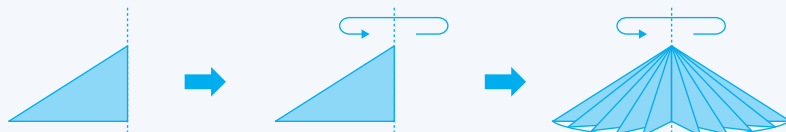


Cilindro oblíquo

7 Cone

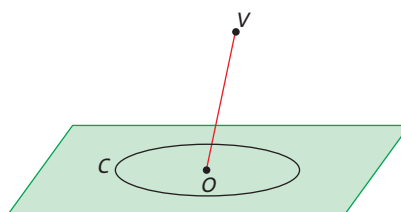
PONTO DE PARTIDA

Imagina um triângulo retângulo a rodar em torno de um dos seus lados menores, a uma velocidade muito elevada. Que sólido se obtém?



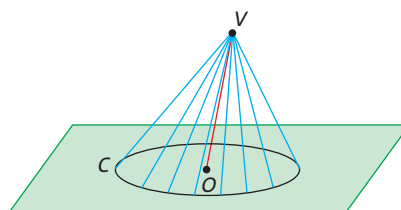
Na figura está representado um plano, que contém o círculo C , de centro O .

O ponto V é um ponto exterior ao plano.



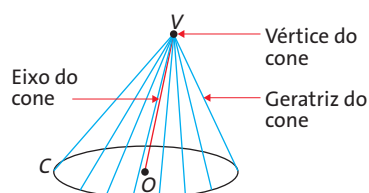
Considera todos os segmentos de reta que unem o ponto V aos pontos da circunferência do círculo C .

O sólido que fica delimitado pelo círculo e pela superfície formada pelos referidos segmentos de reta é o **cone de base C e vértice V** .



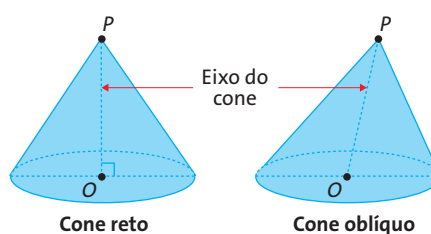
O segmento de reta $[OV]$ designa-se por **eixo do cone**.

Cada um dos segmentos de reta que unem o vértice aos pontos da circunferência do círculo C é uma **geratriz do cone** e o conjunto de todos esses segmentos diz-se a **superfície lateral do cone**.



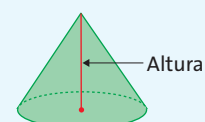
Cone reto e cone oblíquo

Um cone diz-se um **cone reto** quando o seu eixo é perpendicular aos raios da base. Caso contrário, diz-se um **cone oblíquo**.



NOTA

Num cone reto, chama-se **altura** ao eixo do cone.





PRÁTICO

1 Observa o cilindro representado na figura.

1.1 Um cilindro é um poliedro? Justifica a tua resposta.

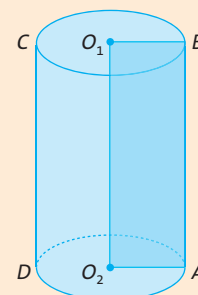
1.2 Relativamente ao cilindro da figura, indica como pode ser designado o segmento de reta:

a) $[AB]$

b) $[O_1O_2]$

1.3 Sabe-se que o cilindro da figura é um cilindro reto. Indica dois segmentos de reta que sejam perpendiculares.

EXERCÍCIO
RESOLVIDO



RESOLUÇÃO:

1.1 Não, o cilindro não é um poliedro, pois não é exclusivamente limitado por superfícies planas.

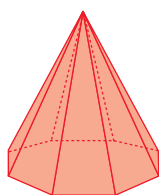
1.2 a) O segmento de reta $[AB]$ pode ser designado por geratriz do cilindro.

b) O segmento de reta $[O_1O_2]$ pode ser designado por eixo do cilindro.

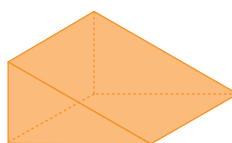
1.3 Um cilindro é reto quando o seu eixo é perpendicular aos raios das bases. Assim, os segmentos de reta $[O_1O_2]$ e $[O_2A]$ são perpendiculares.

1 Qual dos seguintes sólidos é, tal como o cilindro, limitado por superfícies planas e por superfícies não planas?

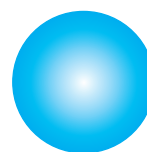
[A]



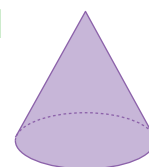
[B]



[C]



[D]



2 A figura representa um cone. Depois de a copiares para o teu caderno, legenda-a, usando três dos termos à disposição.



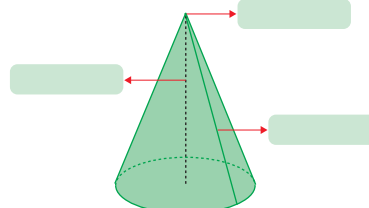
Apótema

Aresta

Vértice

Geratriz

Altura

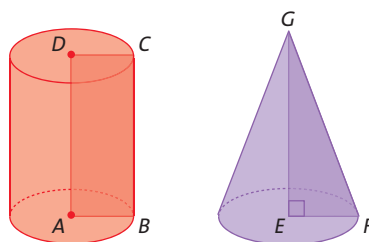


Adaptado de Prova Final de Matemática, 2.º ciclo – 2.ª fase, 2015

3 Observa o cilindro e o cone representados na figura.

Indica um segmento de reta que represente:

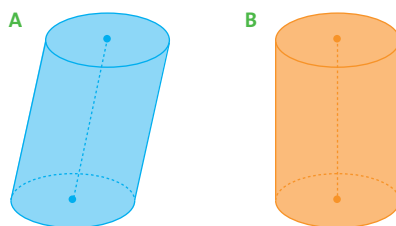
- 3.1 um raio de uma das bases do cilindro;
- 3.2 um raio da base do cone;
- 3.3 o eixo do cilindro;
- 3.4 o eixo do cone;
- 3.5 uma geratriz do cilindro;
- 3.6 uma geratriz do cone.



4 Considera os dois cilindros representados na figura.

Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- [A] Ambos os cilindros são poliedros.
- [B] Apenas o cilindro A é um poliedro.
- [C] O cilindro A é um cilindro reto.
- [D] O cilindro B tem duas bases.



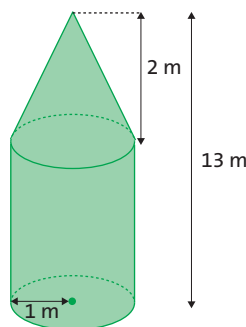
5 Qual das seguintes afirmações é **falsa**?

- [A] A base de um cone é um círculo.
- [B] Um cone é reto quando o seu eixo é perpendicular aos raios da base.
- [C] Todas as superfícies que limitam um cone são curvas.
- [D] Um cone tem apenas um vértice.

6 Na figura está representado um sólido que pode ser decomposto num cone e num cilindro, ambos retos.

Indica a medida :

- 6.1 da altura do cone;
- 6.2 da altura do cilindro.



7 Qual é o sólido que se obtém quando o semicírculo da figura roda em torno do seu lado representado a vermelho?





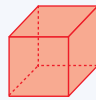
8

Relação de Euler

PONTO DE PARTIDA

1. Observa os poliedros seguintes.

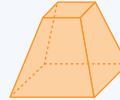
A



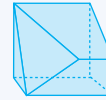
B



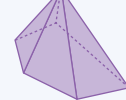
C



D



E



1.1. Para cada sólido, determina a soma do número de vértices com o número de faces.

1.2. Compara o número de arestas de cada sólido com a soma obtida na alínea anterior. Existe alguma relação?

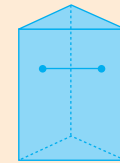
Como sabes, os sólidos geométricos podem ser agrupados em poliedros e não poliedros. Os poliedros podem, ainda, ser divididos em dois grandes grupos: os **poliedros convexos** e os **poliedros não convexos**.

NOTA HISTÓRICA

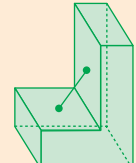


A relação de Euler foi enunciada pela primeira vez em 1750 por **Leonhard Euler** (1707-1783).

Um **poliedro é convexo** quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do poliedro está nele contido. Caso contrário, diz-se um **poliedro não convexo**.



Poliedro convexo



Poliedro não convexo

Da definição anterior resulta que **todos os prismas regulares e todas as pirâmides regulares são poliedros convexos**.

Relação de Euler: Em qualquer poliedro convexo, a soma do número de faces (F) com o número de vértices (V) é igual à soma do número de arestas (A) com 2.

$$F + V = A + 2$$

NOTA

Número de faces Número de arestas

↓ ↓

$$F + V = A + 2$$

 ↑

Número de vértices

EXEMPLOS

Sólido	Faces	Vértices	Arestas	$F + V = A + 2$
	7	10	15	$7 + 10 = 15 + 2$
	7	7	12	$7 + 7 = 12 + 2$
	6	8	12	$6 + 8 = 12 + 2$

9

Planificações

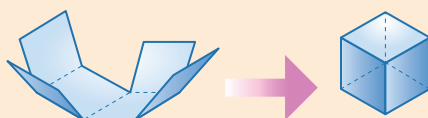
PONTO DE PARTIDA

Observa as três figuras seguintes, referentes ao mesmo cubo. Completa a planificação do cubo.



O método mais usual para a construção de modelos de sólidos é a utilização de planificações.

Uma **planificação** é uma figura plana que, por dobragem e colagem, dá origem ao modelo de um sólido.

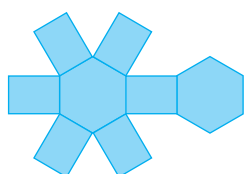


Como todas as faces de um poliedro são figuras planas, facilmente se conclui que:

Todos os poliedros podem ser planificados.

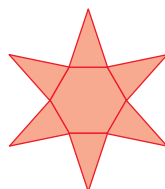
EXEMPLOS

1.



Planificação de um prisma hexagonal

2.

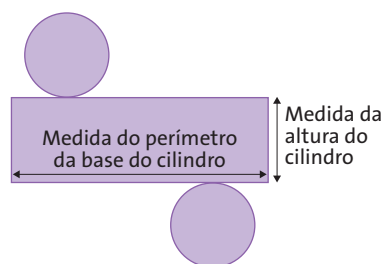


Planificação de uma pirâmide hexagonal

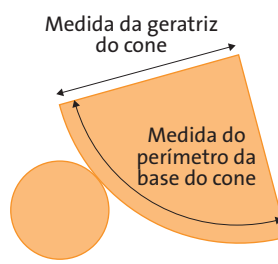
Nem todos os não poliedros podem ser planificados.

A **esfera** é um dos sólidos que **não admite planificação**.

O **cilindro** e o **cone** são exemplos de não poliedros que **podem ser planificados**.



Planificação de um cilindro



Planificação de um cone

CURIOSIDADE

Sabias que o artista e matemático alemão **Albrecht Dürer** (1471-1528) compilou, numa das suas obras, um conjunto de planificações de poliedros, com o objetivo de ajudar os pintores da sua época a melhorar as características dos desenhos?



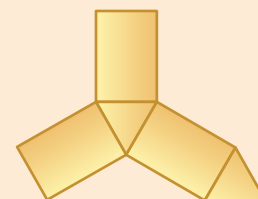
PRÁTICO

- 1 Na figura está representada a planificação de um sólido.

EXERCÍCIO
RESOLVIDO

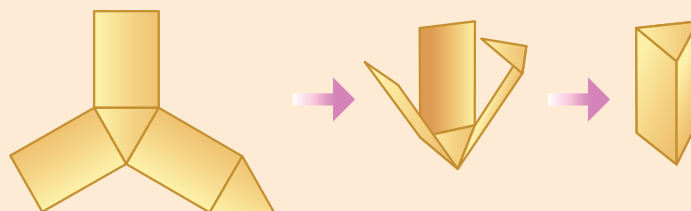
1.1 Identifica o sólido geométrico que corresponde à planificação.

1.2 Confirma que se verifica a relação de Euler no sólido geométrico que corresponde à planificação.



RESOLUÇÃO:

1.1 A planificação corresponde a um prisma triangular.

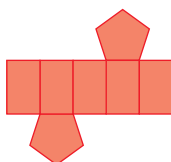


1.2 O prisma triangular que corresponde à planificação dada tem cinco faces, seis vértices e nove arestas.

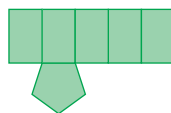
A relação de Euler define que a soma do número de faces (F) com o número de vértices (V) é igual ao número de arestas (A) mais duas unidades. Assim, como $5 + 6 = 9 + 2$, concluímos que o prisma verifica a relação de Euler.

- 1 Qual das seguintes planificações corresponde à planificação de um prisma pentagonal?

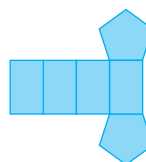
[A]



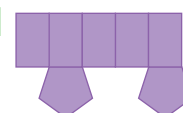
[B]



[C]



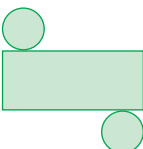
[D]



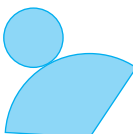
- 2 Existe algum poliedro convexo com 39 arestas, 15 faces e 24 vértices? Porquê?

- 3 Identifica o sólido geométrico que corresponde a cada uma das seguintes planificações.

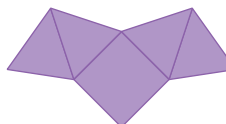
3.1



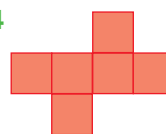
3.2



3.3



3.4

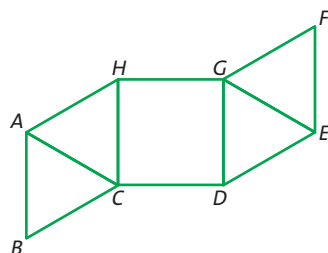


4 Um poliedro convexo tem 10 faces e 10 vértices. Quantas arestas tem o poliedro?

5 Um poliedro convexo tem 14 faces e 36 arestas. Quantos vértices tem o poliedro?

6 Um poliedro convexo tem 6 vértices e 9 arestas. Quantas faces tem o poliedro?

7 Na figura está representada a planificação de um sólido geométrico.

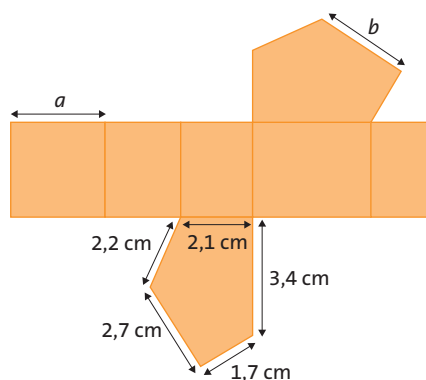


7.1 Identifica o sólido geométrico que corresponde à planificação.

7.2 Na construção do sólido através da planificação, o vértice F vai juntar-se com outro vértice. Qual?

 7.3 Pinta de verde os polígonos que correspondem às faces laterais do sólido.

8 A figura representa a planificação de um prisma pentagonal. Na planificação, estão indicados os comprimentos dos lados de uma das bases do prisma. Os comprimentos de duas arestas do prisma estão identificados pelas letras a e b .



Indica o valor dos comprimentos a e b .

Adaptado de Prova Final de Matemática, 2.º ciclo – 1.ª fase, 2015

SOLUÇÕES

► NÚMEROS NATURAIS

PRÁTICO – págs. 6 e 7

1. 1.1 3^5 1.2 4^2
 1.3 2^6 1.4 1^{11}
 1.5 145^1 1.6 12^3

2.

Potência	Base	Expoente	Leitura
6^3	6	3	Seis ao cubo
10^7	10	7	Dez elevado a sete
4^5	4	5	Quatro à quinta
9^2	9	2	Nove ao quadrado
5^8	5	8	Cinco elevado a oito

3. 6^2
 4. 4.1 729 4.2 1
 4.3 121 4.4 243
 4.5 125 4.6 1 000 000
 5. 5.1 144 5.2 35
 6. 216 pássaros.
 7. O Artur.
 8. 2^4 furos.
 9. 3^4 , 9^2 e 81^1 .
 10. Sim. Terá de utilizar o 1, o 0 e o 6: 10^6 .

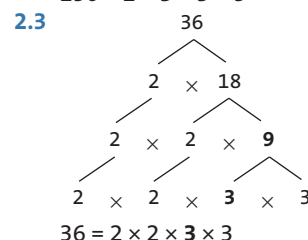
PRÁTICO – págs. 10 e 11

1. 1.1 102 e 924 1.2 102 e 924
 1.3 155 1.4 924 e 49
 1.5 11, 19 e 53 1.6 155, 102, 924 e 49
 2. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73 e 79.
 3. 97
 4. Número composto.
 5. $A = 12 \text{ cm}^2$
 6. O Rui Cruz.
 7. Número composto.
 8. 5
 9. 9.1 25 259 9.2 Não.
 10. A afirmação é falsa.
 11. Não.
 12. Por exemplo, 53.
 13. Por exemplo, 131.

PRÁTICO – págs. 14 e 15

1. 1.1 44 e 100
 1.2 $12 = 2^2 \times 3$
 $66 = 2 \times 3 \times 11$
 2. 2.1
- | | |
|----|----|
| 52 | 2 |
| 26 | 2 |
| 13 | 13 |
| 1 | |
- $52 = 2 \times 2 \times 13$

- 2.2
- | | |
|-----|---|
| 150 | 2 |
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |
- $150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$



3. 3.1 $54 = 2 \times 3^3$
 3.2 $112 = 2^4 \times 7$
 3.3 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 3.4 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
 3.5 $10 \times 12 \times 4 = 2^5 \times 3 \times 5$
 3.6 $14 \times 20 \times 8 = 2^6 \times 5 \times 7$
 4. 4.1 $D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$
 4.2 $D_{126} = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126\}$
 4.3 $D_{210} = \{1, 2, 3, 5, 6, 7, 10, 14, 15, 21, 30, 35, 42, 105, 210\}$
 5. 5.1 Por exemplo, 3 e 7.
 5.2 Por exemplo, 6 e 26.
 5.3 Por exemplo, 3276.
 6. 7 m e 5 m
 7. [C]
 8. 2 e 5
 9. 2, 3, 5, 6, 10 ou 15 croquetes.

PRÁTICO – pág. 17

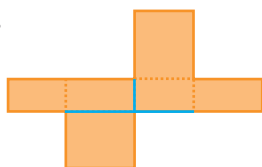
1. 1.1 $\frac{7}{10}$
 1.2 $\frac{1}{15}$
 1.3 $\frac{6}{7}$
 2. $\frac{77}{8}$
 3. $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$
 $D_{1400} = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 20, 25, 28, 35, 40, 50, 56, 70, 80, 100, 140, 175, 200, 280, 350, 700, 1400\}$
 4. $\frac{25}{42}$

► SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

PRÁTICO – pág. 21

1. 1.1 D 1.2 Quatro faces.
 1.3 Oito vértices. 1.4 Doze arestas.
 2. [D]

3. [C]
4. Por exemplo,



PRATICO – págs. 24 e 25

1. 1.1 Prismas oblíquos: **B** e **D**.
Prismas retos: **A**, **C** e **E**.
- 1.2 18 arestas e 12 vértices.
- 1.3 Sete faces.
- 1.4 **A**: Prisma quadrangular
B: Prisma hexagonal
C: Prisma quadrangular
D: Prisma pentagonal
E: Prisma pentagonal
2. Oito vértices.
3. 15 arestas.
4. Oito faces.
5. 5.1 15 arestas e 10 vértices. 5.2 [B]
6. 6.1 Quadrilátero 6.2 Hexágono
6.3 Triângulo 6.4 Heptágono
7. 7.1 Prisma hexagonal 7.2 Prisma triangular
7.3 Prisma quadrangular 7.4 Prisma hexagonal
8. Dois
9. Não, porque o número de arestas é um múltiplo de 3.
10. [B]
11. Cinco
12. O número total de vértices de um prisma é o dobro do número de vértices de uma das suas bases. Logo, é um número par.

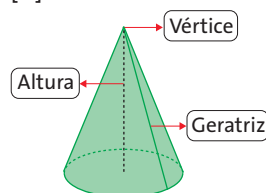
PRATICO – págs. 28 e 29

1. 1.1 Doze arestas e sete vértices.
1.2 Quatro faces.
1.3 **A**: Pirâmide triangular
B: Pirâmide hexagonal
C: Pirâmide pentagonal
D: Pirâmide pentagonal
E: Pirâmide triangular
2. Cinco vértices.
3. Seis arestas.
4. Oito faces.
5. 5.1 Quadrilátero 5.2 Triângulo
5.3 Pentágono 5.4 Pentágono
6. 6.1 Pirâmide hexagonal
6.2 Pirâmide pentagonal
6.3 Pirâmide hexagonal
6.4 Pirâmide pentagonal
7. Não, porque o número de arestas é um número par.
8. 8.1 Pirâmide hexagonal
8.2 Seis faces, dez arestas e seis vértices.
8.3 Uma
9. Seis
10. Três
11. Pirâmide hexagonal

12. Seis
13. [C]
14. $2 \times k$

PRATICO – págs. 32 e 33

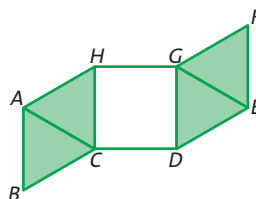
1. [D]
- 2.



3. 3.1 Por exemplo, [AB]. 3.2 [EF]
3.3 [DA] 3.4 [GE]
3.5 [CB] 3.6 [GF]
4. [D]
5. [C]
6. 6.1 2 m 6.2 11 m
7. Esfera

PRATICO – págs. 36 e 37

1. [A]
2. Não.
3. 3.1 Cilindro
3.2 Cone
3.3 Pirâmide quadrangular
3.4 Cubo
4. 18
5. 24
6. Cinco
7. 7.1 Pirâmide quadrangular
7.2 H
7.3



8. $a = 2,7 \text{ cm}$ e $b = 2,7 \text{ cm}$