

Preparação para a

 Porto
Editora

Prova Final 2015

Matemática

Maria Augusta Ferreira Neves
Luísa Faria

6

De acordo com **Programa
e Metas Curriculares**

Inclui

Apoio online
www.paraescolar.pt

Desenvolvimento da matéria do ciclo
Provas-modelo idênticas às provas finais
Provas finais de 2014
Soluções de todas as questões propostas
Resoluções detalhadas *online* de
todas as questões propostas

Apresentação

Para preparar a minha prova final vou rever:

- conceitos;
- procedimentos;
- estratégias de resolução de problemas contextualizados, bem como criticar a plausibilidade dos resultados;
- estratégias de comunicação para eu escrever as minhas ideias e raciocínios matemáticos.

Este livro apresenta a matéria dos 5.º e 6.º anos organizada pelos quatro grandes temas do programa: "Números e operações", "Geometria", "Álgebra" e "Organização e tratamento de dados".

Desta forma, estudo a teoria e resolvo questões que me permitem compreender cada um dos assuntos como um todo sequencial, além de prever as conexões entre os diferentes conteúdos.

Nos manuais, encontrava estas matérias divididas em capítulos, mas nem sempre compreendia as suas ligações.

A Matemática, neste livro, é-me contada como se fosse uma história com princípio, meio e fim. Um fim que será feliz, pois, com o apoio deste livro, o sucesso da minha prova está garantido.

Faz como nós, estuda por este livro onde o difícil se torna fácil.



Números e operações

1. Números naturais 7
2. Números racionais não negativos 12

Questões idênticas às da Prova Final 22

Geometria

1. Retas, semirretas e segmentos de reta 47
2. Ângulos 49
3. Ângulos e triângulos 53
4. Ângulos de lados paralelos e ângulos de lados perpendiculares 58
5. Paralelogramos 60
6. Perímetros e áreas de figuras planas 62
7. Sólidos geométricos 64
8. Volumes 74
9. Isometrias 76

Questões idênticas às da Prova Final 81

Álgebra

1. Sequências e regularidades 105
2. Razão 108
3. Proporção 109
4. Proporcionalidade direta 111
5. Percentagens 113
6. Escalas 115

Questões idênticas às da Prova Final 116

Organização e tratamento de dados

1. População, amostra e variáveis estatísticas 131
2. Tabela de frequências absolutas e relativas 132
3. Referencial cartesiano. Gráfico de linhas 133
4. Gráfico circular 135
5. Amplitude. Moda e média 137

Questões idênticas às da Prova Final 138

Provas Finais

- | | |
|--------------------------------|-----|
| Proposta de prova final 1 | 163 |
| Proposta de prova final 2 | 167 |
| Proposta de prova final 3 | 171 |
| Proposta de prova final 4 | 175 |
| Prova Final de 2014 – 1.ª fase | 180 |
| Prova Final de 2014 – 2.ª fase | 186 |

Soluções 193

Estrutura do livro

O livro apresenta-se dividido em duas partes.

- A primeira parte trata dos conteúdos dos quatro grandes temas do Programa (**Números e operações**, **Geometria**, **Álgebra** e **Organização e tratamento de dados**) com resumos, exemplos e questões idênticas às das provas finais do 2.º ciclo do Ensino Básico.

Resumos, exemplos e questões

- Resumo das matérias do 5.º e do 6.º anos
- Exemplos resolvidos para aplicar a teoria
- Questões para verificar a aprendizagem

1 Números e operações

1. Números naturais

1.1. O conjunto dos números naturais

O conjunto dos números naturais representa-se por $\mathbb{N}$.
 $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
 Na figura 1 estão representados sete números dos quais quatro são números naturais: 1, 3, 7 e 20.
 Escreve-se, por exemplo, $7 \in \mathbb{N}$.

10 se escreve 10
 10 se escreve 10



1.2. Múltiplos de um número natural

Múltiplo de um número natural é todo o número que se obtém multiplicando o número dado por um número natural qualquer.

Por exemplo, os múltiplos naturais de 5 são:

$$5 \times 1 = 5; 5 \times 2 = 10; 5 \times 3 = 15; 5 \times 4 = 20; 5 \times 5 = 25; \dots$$

Escreve-se: $M_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$

10 se escreve 10
 10 se escreve 10

O número 0 é múltiplo de todos os números, mas não é um múltiplo natural.

1.3. Divisores de um número natural

Divisor de um número natural a é qualquer número natural b , tal que a é divisível por b .

Por exemplo, os divisores de 15 são 1, 3, 5 e 15.

Escreve-se: $D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$

O número 1 é divisor de qualquer número.

2.2. Valores aproximados

Na resolução de problemas que envolvam números racionais pode ser necessário determinar a aproximação por excesso, por defeito ou por arredondamento, com uma dada precisão.

Por exemplo, $\frac{1}{2} = 0,5$.

• 0,5 é um valor aproximado por defeito de $\frac{1}{2}$ a menos de uma décima.

• 0,5 é um valor aproximado por excesso de $\frac{1}{2}$ a menos de uma décima.

• 0,5 é o valor aproximado às centésimas.

Exemplo 1

A área de um retângulo é 510 cm^2 e o comprimento é 50 cm .

2

Determina, com aproximação às centésimas do metro, a largura do retângulo.

Solução de exemplo

$510 : 50 = 10,2$

Resposta: A largura do retângulo, com aproximação às centésimas, é $10,2 \text{ cm}$.

2.3. Comparação de números racionais

Qual dos números $\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{6}$ é maior?

Para resolver esta questão pode-se utilizar, por exemplo, um dos dois processos seguintes:

• 1.º processo: Reduzir as frações ao mesmo denominador e comparar os números obtidos.

• 2.º processo: Reduzir os números dados a decimais.

$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ e $\frac{5}{6} = \frac{5}{6}$. Logo, $\frac{2}{3} < \frac{5}{6}$.

Como $63 < 64$, então $\frac{63}{64} < \frac{64}{64}$.

Questões idênticas às das provas finais

Organizadas por títulos, para facilitar um estudo por conteúdos, de acordo com as capacidades de cada aluno

- Exercícios e problemas relacionados com os temas em título
- Itens de seleção
- Itens de construção
- Indicação de que o aluno deve usar a calculadora

Questões idênticas às das Provas Finais

Números naturais, Números decimais

1. Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

1.1. $\frac{27}{12} = \frac{\square}{\square}$ 1.2. $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{72}$

Multiplica de 3 Multiplica de 3 Multiplica de 12 Multiplica de 3 Multiplica de 6 Multiplica de 1

1.3. $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$ 1.4. $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

Divisor de 7 Divisor de 12 Divisor de 14 Divisor de 4 Divisor de 25 Divisor de 9

2. Sabendo que $9 \times 12 = 108$ e que $9 \times 42 = 378$, podemos afirmar, sem calcular a soma, que $108 + 378$ é divisível por 9?

Justifica a tua resposta.

3. Calcula.

$$3.1. \frac{29 \times 18 - 18 \times 18}{18}$$

$$3.2. \frac{375 \times 4 + 8 \times 375}{375}$$

$$3.3. \frac{12 \times 81 - 8 \times 18 - 4 \times 16}{9}$$

$$3.4. \frac{728 \times 18 - 208 \times 18}{18}$$

4. Considera os números $23\ 148$ e 9924 .

4.1. Justifica que os números são divisíveis por 4.

4.2. Justifica, sem efetuares a divisão, que o resto da divisão inteira de $23\ 148$ por 9924 é divisível por 4.

4.3. Efetua a divisão inteira de $23\ 148$ por 9924 e confirma o resultado de 4.2.

5. Utiliza o algoritmo de Euclides para determinares os divisores comuns de:

$$5.1. 345 \text{ e } 285$$

$$5.2. 640 \text{ e } 520$$

$$5.3. 405 \text{ e } 315$$

$$5.4. 1250 \text{ e } 925$$

Questões idênticas às das Provas Finais

26. Três rapazes A, B e C tinham 60 bolotas cada um.

A B C

O rapaz B deu 20% das suas bolotas ao rapaz A e o rapaz C deu um quinto das suas bolotas ao rapaz B.

Com quantas bolotas ficou, agora, cada um dos rapazes?

Esquema A Esquema B Esquema C

27. Numas lojas de brinquedos há tantas bicicletas como triciclos. A Sara comprou 10 bicicletas e o Carlos comprou 10 triciclos. Quantos triciclos há na loja dos brinquedos?

Mostra como chegaste à tua resposta.

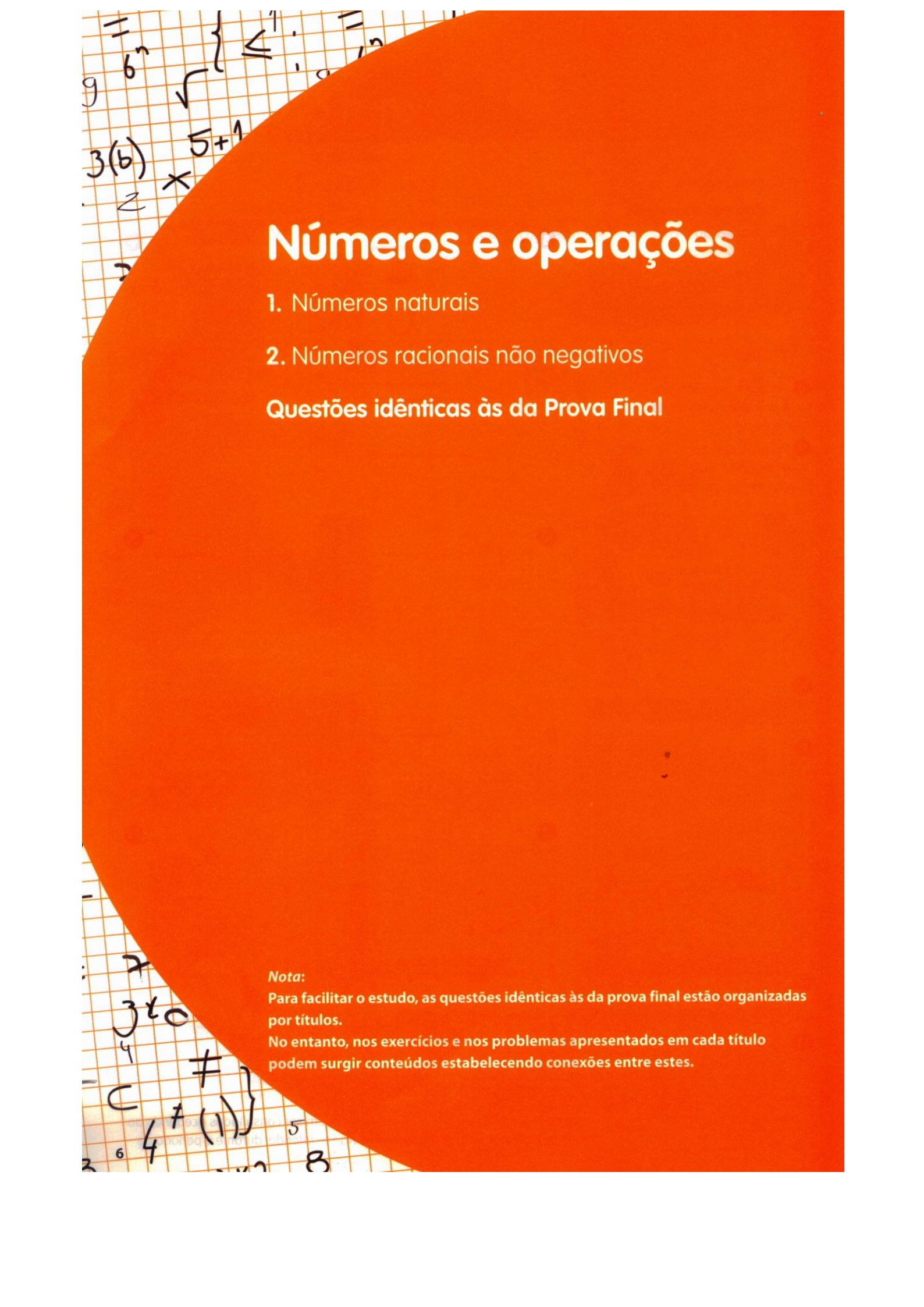
28. Um agricultor colheu 510 maçãs. Colocou parte das maçãs em 15 cestos contendo cada um 12 maçãs. Seguidamente, colocou as restantes em 14 cestos tendo cada cesto o mesmo número de maçãs.

28.1. Quantas maçãs tinha cada cesto do segundo conjunto de 14 cestos?

28.2. Quantos sobram?

29. Um melão e quatro mangas custam 16 euros. Um melão custa mais seis euros do que uma manga. Determina quanto custa cada manga. Todas as mangas têm o mesmo preço. Mostra como obtiveste a tua resposta.

As **resoluções detalhadas** e a explicação de todos os exercícios e problemas podem ser consultados acedendo ao site www.paraescolar.pt. Estes recursos estarão disponíveis, **gratuitamente**, no site referido, durante o período de vigência do livro.



Números e operações

1. Números naturais

2. Números racionais não negativos

Questões idênticas às da Prova Final

Nota:

Para facilitar o estudo, as questões idênticas às da prova final estão organizadas por títulos.

No entanto, nos exercícios e nos problemas apresentados em cada título podem surgir conteúdos estabelecendo conexões entre estes.

Números e operações

1. Números naturais

1.1. O conjunto dos números naturais

O conjunto dos números naturais representa-se por $\mathbb{N}$.

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

Na figura 1 estão representados sete números dos quais quatro são números naturais: 1, 3, 7 e 20.

Escreve-se, por exemplo, $7 \in \mathbb{N}$;

$$\frac{1}{3} \notin \mathbb{N}.$$

Lê-se: pertence a

Lê-se: não pertence a

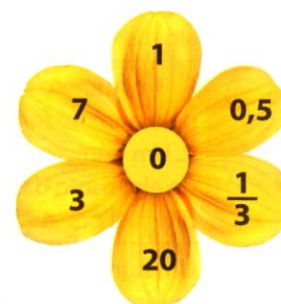


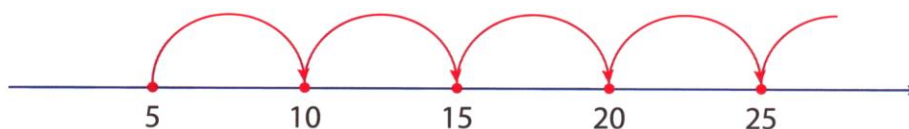
Figura 1

1.2. Múltiplos de um número natural

Múltiplo de um número

Múltiplo natural de um número natural é todo o número que se obtém multiplicando o número dado por um número natural qualquer.

Por exemplo, os múltiplos naturais de 5 são:



$$5 \times 1 = 5; 5 \times 2 = 10; 5 \times 3 = 15; 5 \times 4 = 20; 5 \times 5 = 25; \dots$$

$$\text{Escreve-se: } M_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, \dots\}$$

Lê-se: conjunto dos múltiplos naturais de 5 ou, simplesmente, conjunto dos múltiplos de 5.

- O número 0 é múltiplo de todos os números, mas não é um múltiplo natural.

1.3. Divisores de um número natural

Divisor de um número

Divisor de um número natural a é qualquer número natural b , tal que a divisão inteira de a por b dá resto zero.

Por exemplo, os divisores de 15 são 1, 3, 5 e 15.

$$\text{Escreve-se: } D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

Lê-se: conjunto dos divisores de 15

- O número 1 é divisor de qualquer número.

1.4. Critérios de divisibilidade

	Critério de divisibilidade	Exemplos
2	Um número natural é divisível por dois se e apenas se o seu algarismo das unidades é 0, 2, 4, 6 ou 8.	8; 24; 78; 106; 2010
3	Um número natural é divisível por três se e apenas se a soma dos seus algarismos é um múltiplo de 3.	15; 93; 2001; 15 819; 100 002
4	1. Um número natural é divisível por quatro se e apenas se terminar em 00 ou o número formado pelos dois últimos algarismos for múltiplo de 4. 2. Um número natural é divisível por quatro se e apenas se o dobro do valor do algarismo das dezenas adicionado ao valor do algarismo das unidades for divisível por 4.	100; 15 300; 104; 8724; 17 584
5	Um número natural é divisível por cinco se e apenas se o seu algarismo das unidades é 0 ou 5.	50; 55; 60; 1000; 12 345
9	Um número natural é divisível por nove se e apenas se a soma dos seus algarismos é divisível por 9.	108; 234; 8730; 12 897
10	Um número natural é divisível por dez se e apenas se o seu algarismo das unidades é 0.	110; 10 000; 580; 3010; 157 380

CPPE-M6 © Porto Editora

Exemplo 1

Considera os números da figura 2.
Escreve os que são:

- 1.1. divisíveis por 2 e por 3;
- 1.2. divisíveis por 4;
- 1.3. divisíveis por 9 e por 5.

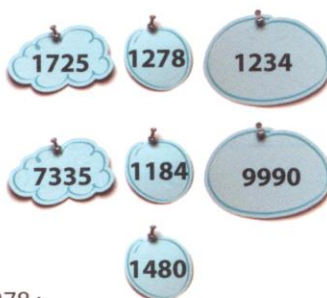


Figura 2

Sugestão de resolução

- 1.1. Divisíveis por 2: 1184; 1234; 1278; 1480 e 9990.
Divisíveis por 3: 1278, 7335 e 9990.
Resposta: 1278 e 9990.
- 1.2. 1184 e 1480
- 1.3. Divisíveis por 5: 1480; 1725; 7335 e 9990.
Divisíveis por 9: 1278; 7335 e 9990.
Resposta: 7735 e 9990

Questão 1

1. Considera os números da figura 3.



Figura 3

Escreve os que são:

- 1.1. múltiplos de 3;
- 1.2. divisíveis por 4 e por 9;
- 1.3. divisíveis por 5 mas não divisíveis por 2.

1.5. Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum de dois ou mais números naturais

Máximo divisor comum de dois números naturais

Ao maior dos divisores comuns de dois números naturais a e b chama-se **máximo divisor comum** de a e b e representa-se por $\text{m.d.c.}(a, b)$.

Mínimo múltiplo comum de dois números naturais

Ao menor dos múltiplos comuns de dois números naturais a e b chama-se **mínimo múltiplo comum** de a e b e representa-se por $m.m.c.(a, b)$.

Da mesma forma se define $m.d.c.$ e $m.m.c.$ de três ou mais números naturais.

Exemplo 2

A Didi tem um saco com 42 balões vermelhos, outro saco com 28 balões azuis e outro com 35 balões amarelos.

A Didi vai fazer o número máximo de conjuntos, utilizando **todos** os balões, de modo que cada conjunto tenha:

- balões das três cores;
- o mesmo número de balões de cada cor.

Quantos conjuntos pode formar?

Quantos balões de cada cor tem cada conjunto?



Sugestão de resolução

O número que pretendemos encontrar é o máximo divisor comum de 42, 28 e 35.

$$D_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$D_{35} = \{1, 5, 7, 35\}$$

$$m.d.c.(42, 28, 35) = 7.$$

No máximo, a Didi pode fazer 7 conjuntos.

Como $42 : 7 = 6$, $28 : 7 = 4$ e $35 : 7 = 5$, então cada conjunto tem 6 balões vermelhos, 4 azuis e 5 amarelos.



Exemplo 3

Durante uma campanha de solidariedade social, a turma da Inês vai fazer sacos de oferta com um pacote de arroz, um pacote de leite e um pacote de bolachas.

As bolachas compram-se em embalagens de 36, o leite em embalagens de 12 e o arroz em embalagens de 24 pacotes.

Para que no final não sobre nada, quantas embalagens, **no mínimo**, é necessário comprar?

Sugestão de resolução

Pretendemos determinar o $m.m.c.(36, 12, 24)$.

$$M_{36} = \{36, 72, 108, 144, 180, 216, \dots\}$$

$$M_{12} = \{12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, \dots\}$$

$$M_{24} = \{24, 48, 72, 96, 120, \dots\}$$

$$m.m.c.(36, 12, 24) = 72$$

Como $72 : 36 = 2$, $72 : 12 = 6$ e $72 : 24 = 3$, é necessário comprar 2 embalagens de bolachas, 6 de leite e 3 de arroz.

Questão 2

Durante uma campanha de solidariedade social, a turma da Lúcia recolheu 90 pacotes de leite e 54 pacotes de bolachas.

Pretende-se distribuir todos os pacotes de leite e todos os pacotes de bolachas pelo maior número possível de sacos de oferta, todos com o mesmo conteúdo.

Qual é o número máximo de sacos de oferta que se podem preparar?

Qual é o conteúdo de cada saco?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Questão 3

Numa padaria fazem-se pães de dois tamanhos.

Os maiores *pesam* 40 g e os menores *pesam* 15 g.

Pretende-se colocar os pães em sacos da seguinte forma:

- cada saco só tem pão de um tamanho;
- todos os sacos devem ter o mesmo *peso* que deve ser o menor possível.

Quanto deve *pesar* cada saco?

Quantos pães tem o saco dos pães de menor *peso*?

1.6. Algoritmo de Euclides

Quando pretendemos determinar o m.d.c. de dois números muito grandes, o método mais prático consiste em utilizar o algoritmo de Euclides.

Exemplo 4

Utiliza o algoritmo de Euclides para determinares o m.d.c. de 868 e 775.

Sugestão de resolução

Dividendo	Divisor	Resto	Cálculos auxiliares
868	775	93	$\begin{array}{r} 868 \overline{) 775} \\ 093 \end{array}$
775	93	31	$\begin{array}{r} 775 \overline{) 93} \\ 31 \end{array}$
93	31	0	$\begin{array}{r} 93 \overline{) 31} \\ 00 \end{array}$

m.d.c. (868, 775) = 31

O conhecimento do m.d.c. de dois números permite conhecer os divisores comuns desses números.

Os divisores comuns de 868 e 775 são os divisores do seu m.d.c., ou seja, 1 e 31.

O m.d.c. pode também ser utilizado para escrever a fração irredutível equivalente a uma fração dada.

Por exemplo, $\frac{868}{775} = \frac{868 : 31}{775 : 31} = \frac{28}{25}$.

Os números 28 e 25 são números primos entre si, porque o m.d.c.(28, 25) = 1.

Questão 4

4.1. Utiliza o algoritmo de Euclides para determinares o m.d.c. de 598 e 437.

4.2. Determina os divisores comuns dos números 252 e 396.

4.3. Escreve a fração irredutível equivalente à fração $\frac{425}{1225}$, utilizando o máximo divisor comum dos termos da fração. O que podes concluir relativamente aos termos da fração irredutível que obtiveste?

Dividir dois números pelo máximo divisor comum

Dividindo dois números pelo seu máximo divisor comum obtêm-se dois números primos entre si.

1.7. Números primos e números compostos

Número primo

Um **número primo** é um número natural superior a 1 que tem exatamente dois divisores: 1 e ele próprio.

Número composto

Um **número composto** é um número natural que tem mais de dois divisores naturais distintos.

O número 2 é o único número par que é primo.

O número 1 nem é primo nem composto.

Os números primos menores que 100 são:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

Teorema fundamental da aritmética

Dado um número natural superior a 1, existe uma única sequência crescente em sentido lato de números primos cujo produto é igual a esse número.

Por exemplo: $15 = 3 \times 5$; $315 = 3 \times 3 \times 5 \times 7$.

1.8. Decomposição de um número em fatores primos

Decompor um número em fatores primos

Quando um número está escrito sob a forma de um produto de fatores primos dizemos que está **decomposto em fatores primos**.

Exemplo 5

Decompõe o número 84 em fatores primos.

Sugestão de resolução

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{l} 84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \\ \text{ou} \\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

Relação entre o m.d.c. e o m.m.c. de dois números

O produto do máximo divisor comum pelo mínimo múltiplo comum de dois números é igual ao produto desses números.

$$\text{m.d.c.}(a, b) \times \text{m.m.c.}(a, b) = a \times b$$

Exemplo 6



O produto de dois números é 138 125 e o seu m.d.c. é 25.

6.1. Determina o m.m.c.

6.2. Se um dos números é 325, qual é o outro número?

Sugestão de resolução

6.1. $138\,125 : 25 = 5525$. Logo, o m.m.c. dos dois números é 5525.

6.2. $138\,125 : 325 = 425$

O outro número é 425.

Questão 5

Decompõe em fatores primos cada um dos números seguintes.

5.1. 100 5.2. 180

5.3. 252 5.4. 360

5.5. 756 5.6. 1225

Questão 6

6.1. O m.d.c. $(a, b) = 60$ e o m.m.c. $(a, b) = 1800$.



Determina o resto da divisão inteira de $a \times b$ por 108. Mostra como obtiveste a tua resposta.

6.2. m.d.c. $(a, 15) = 5$ e m.m.c. $(a, 15) = 105$.



Determina a . Mostra como obtiveste a tua resposta.

2. Números racionais não negativos

2.1. O conjunto dos números racionais

Número racional

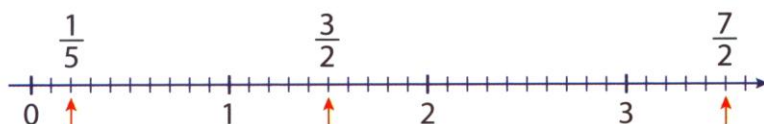
A qualquer quociente entre números inteiros com divisor diferente de zero chama-se **número racional**.

$\frac{2}{3}$ é um número racional representado na forma de fração.

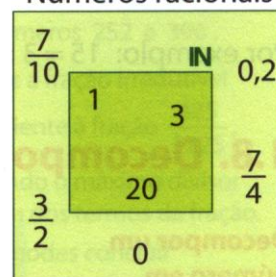
A cada número racional corresponde um ponto na reta numérica.

Por exemplo, $\frac{3}{2} = 3 : 2 = 1,5$; $\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$ e $\frac{1}{5} = 1 : 5 = 0,2$.

Na reta numérica tem-se:



Números racionais



A cada número racional corresponde uma **dízima finita** ou **infinita periódica**.

Por exemplo, $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$ $\frac{5}{6} = 0,83333\dots$

Dízima finita

Dízima infinita periódica de período 3

Qualquer dízima finita transforma-se facilmente numa fração.

Fração decimal

As frações cujo denominador é: 10, 100, 1000, 10 000, ... dizem-se **frações decimais**.

Exemplo 7

Escreve uma fração decimal equivalente a cada um dos números seguintes:

7.1. $\frac{3}{12}$ 7.2. $\frac{7}{14}$ 7.3. $\frac{3}{15}$ 7.4. $\frac{3}{20}$ 7.5. $1\frac{1}{2}$ 7.6. 2,375

Sugestão de resolução

$$7.1. \frac{3}{12} = \frac{3:3}{12:3} = \frac{1}{4} = \frac{1 \times 25}{4 \times 25} = \frac{25}{100} \quad 7.2. \frac{7}{14} = 7 : 14 = 0,5 = \frac{5}{10}$$

$$7.3. \frac{3}{15} = \frac{3:3}{15:3} = \frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10} \quad 7.4. \frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100}$$

$$7.5. 1\frac{1}{2} = \frac{3}{2} = \frac{3 \times 50}{2 \times 50} = \frac{150}{100} \quad 7.6. 2,375 = \frac{2,375 \times 1000}{1000} = \frac{2375}{1000}$$

Questão 7

Escreve uma fração decimal equivalente a cada um dos números seguintes.

$$7.1. \frac{36}{45} \quad 7.2. \frac{3}{20}$$

$$7.3. \frac{17}{34} \quad 7.4. \frac{2}{25}$$

$$7.5. 0,2 \quad 7.6. 1\frac{3}{4}$$

$$7.7. 13,2 \quad 7.8. 1,254$$

2.2. Valores aproximados

Na resolução de problemas que envolvam números racionais pode ser necessário determinar a aproximação **por excesso**, **por defeito** ou por **arredondamento**, com uma dada precisão.

Por exemplo, $\frac{5}{6} = 0,8333\dots$

- 0,8 é um valor aproximado por defeito de $\frac{5}{6}$ a menos de uma décima.
- 0,9 é um valor aproximado por excesso de $\frac{5}{6}$ a menos de uma décima.
- 0,83 é o valor aproximado às centésimas.

Exemplo 8



A área de um retângulo é 510 cm^2 e o comprimento é 56 cm .



Determina, com aproximação às centésimas do metro, a largura do retângulo.

Sugestão de resolução

$$510 : 56 = 9,10714\dots$$

Resposta: A largura do retângulo, com aproximação às centésimas, é $9,11 \text{ cm}$.

Nota

Para se escrever arredondamentos na forma de dízima procede-se do seguinte modo:

- No caso de o primeiro algarismo a desprezar ser maior ou igual a 5, aumenta-se uma unidade ao último algarismo não desprezado.

Por exemplo, $\frac{7}{9} = 0,7777\dots$

$\frac{7}{9} = 0,8$, com aproximação às décimas.

$\frac{7}{9} = 0,78$, com aproximação às centésimas.

- No caso de o primeiro algarismo a desprezar ser menor que 5, mantém-se o último algarismo não desprezado.

Por exemplo, $\frac{1}{3} = 0,3333\dots$

$\frac{1}{3} = 0,3$, com aproximação às décimas.

$\frac{1}{3} = 0,33$, com aproximação às centésimas.

Questão 8

Considera o número racional $2,3570123$.

Escreve o número dado com aproximação:

- 8.1. às unidades;
- 8.2. às décimas;
- 8.3. às centésimas;
- 8.4. às milésimas.

2.3. Comparação de números racionais

Qual dos números $\frac{7}{8}$ ou $\frac{8}{9}$ é maior?

Para resolver esta questão pode-se utilizar, por exemplo, um dos dois processos seguintes:

- **1.º processo:** Reduzir as frações ao mesmo denominador e comparar os números obtidos.

$$\frac{7}{8} = \frac{63}{72}; \quad \frac{8}{9} = \frac{64}{72}$$

(× 9) (× 8)

Como $63 < 64$, então $\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$.

- **2.º processo:** Reduzir os números dados a dízimas.

$$\frac{7}{8} = 0,875; \quad \frac{8}{9} = 0,8888\dots$$

Logo, $\frac{7}{8} < \frac{8}{9}$.

2.4. Frações equivalentes. Fração irredutível

Frações equivalentes

Duas frações são **equivalentes** quando representam o mesmo número racional.

Modo de obter uma fração equivalente a uma fração dada

Pode-se obter uma fração **equivalente** a uma fração dada multiplicando, ou dividindo, os termos da fração pelo mesmo número natural.

Fração irredutível

Uma fração com menores termos do que qualquer outra que lhe seja equivalente chama-se fração **irredutível**.

Por exemplo, são frações irredutíveis $\frac{3}{7}$ e $\frac{7}{23}$. O numerador e o denominador de uma fração irredutível são números primos entre si.

Exemplo 9

Completa.

$$\frac{2}{3} = \frac{\dots}{12} = \frac{4}{\dots}$$

Sugestão de resolução

$$\begin{array}{ccc} & \times 4 & : 2 \\ \frac{2}{3} & = & \frac{8}{12} = \frac{4}{6} \\ & \times 4 & : 2 \end{array}$$

Questão 9

Completa.

9.1. $\frac{1}{12} = \frac{\dots}{36} = \frac{7}{\dots}$

9.2. $\frac{6}{18} = \frac{\dots}{9} = \frac{30}{\dots}$

9.3. $\frac{\dots}{24} = \frac{12}{48} = \frac{3}{\dots}$

2.5. Frações próprias. Fração imprópria e numeral misto

Fração própria

Uma **fração própria** tem o numerador menor ou igual ao denominador, ou seja, representa um número racional menor ou igual a 1.

Fração imprópria

Uma **fração imprópria** tem o numerador maior do que o denominador, ou seja, representa um número racional maior do que 1.

Numeral misto

Um **numeral misto** é uma representação simplificada da soma de um número inteiro com uma fração própria, omitindo-se o sinal de adição.

Exemplo 10

10.1. Escreve na forma de numeral misto $\frac{22}{7}$ e $\frac{38}{3}$.

10.2. Escreve na forma de fração $2\frac{1}{3}$ e $4\frac{2}{5}$.

Sugestão de resolução

$$10.1. \frac{22}{7} = 3\frac{1}{7}; \frac{38}{3} = 12\frac{2}{3}$$

Cálculos auxiliares

$$\begin{array}{r} 22 \overline{) 7} \\ 1 \ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \overline{) 3} \\ 08 \ 12 \\ 2 \end{array}$$

$$10.2. 2\frac{1}{3} = \frac{2 \times 3 + 1}{3} = \frac{7}{3}; 4\frac{2}{5} = \frac{4 \times 5 + 2}{5} = \frac{22}{5}$$

Questão 10

10.1. Escreva na forma de numeral misto.

a) $\frac{48}{5}$ b) $\frac{112}{11}$ c) $\frac{121}{7}$ d) $\frac{316}{27}$

10.2. Escreva na forma de fração.

a) $4\frac{2}{3}$ b) $12\frac{1}{2}$ c) $15\frac{3}{7}$ d) $16\frac{7}{8}$

2.6. Adição e subtração de números racionais**Adição de números racionais representados por frações**

Para adicionar números racionais representados por frações com o mesmo denominador, adicionam-se os numeradores e mantém-se o denominador.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}, \text{ onde } a, b \text{ e } c \text{ são números naturais.}$$

Subtração de números racionais representados por frações

Para subtrair números racionais representados por frações com o mesmo denominador, subtraem-se os numeradores e mantém-se o denominador.

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}, \text{ onde } a, b \text{ e } c \text{ são números naturais e } a \geq c.$$

Por exemplo, $\frac{8}{5} + \frac{3}{5} = \frac{8+3}{5} = \frac{11}{5}$; $\frac{8}{5} - \frac{3}{5} = \frac{8-3}{5} = \frac{5}{5} = 1$.

Adição e subtração de números racionais representados por frações

Para calcular a soma ou a diferença de números racionais representados por frações, devemos, em primeiro lugar, escrever frações equivalentes às dadas, com o mesmo denominador.

Por exemplo, $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} = \frac{6}{15} + \frac{5}{15} = \frac{11}{15}$; $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} = \frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$.

$(\times 3) \quad (\times 5) \qquad (\times 3) \quad (\times 5)$

Propriedades da adição de números racionais

Propriedade	Sejam a e b dois números racionais quaisquer	Exemplo
Comutativa	$a + b = b + a$	$\frac{1}{3} + \frac{5}{4} = \frac{5}{4} + \frac{1}{3}$
Associativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{5} = \frac{2}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)$
Existência de elemento neutro	$a + 0 = 0 + a = a$	$\frac{2}{5} + 0 = 0 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$

Propriedade fundamental da subtração

Numa subtração, a soma do **subtrativo** com a **diferença** é igual ao **aditivo**.

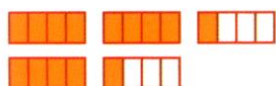
Se $\frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \frac{2}{5}$, então $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$.

2.7. Adição e subtração de números representados por numerais mistos

Para adicionar ou subtrair dois números representados por numerais mistos pode-se sempre reduzir os numerais mistos a frações e, em seguida, aplicar os processos de cálculo já conhecidos.

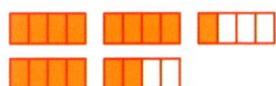
Por exemplo, $4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5} = \frac{21}{5} - \frac{13}{5} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$.

Outro processo consiste em aplicar os métodos que a seguir se exemplificam.



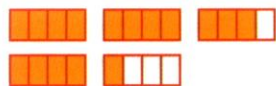
$$\bullet 2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}$$

Adicionam-se as partes inteiras e as frações próprias associadas.



$$\bullet 2\frac{1}{4} + 1\frac{1}{2} = 2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4} = 3\frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4}$$

Subtraem-se as partes inteiras e as frações próprias associadas.



$$\bullet 2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$$

$$\bullet 2\frac{3}{5} - 1\frac{1}{2} =$$

$$= 2\frac{6}{10} - 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{10}$$

Se as frações próprias associadas não têm o mesmo denominador, começa-se por escrever frações equivalentes com o mesmo denominador.

Nota

Por simplificação de linguagem, por vezes diz-se fração em lugar de número representado pela fração.

$$\bullet 4\frac{1}{5} - 2\frac{3}{5} =$$

$$= 3\frac{6}{5} - 2\frac{3}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$\left(\frac{1}{5} < \frac{3}{5}\right). \text{ Mas } 4\frac{1}{5} = 3\frac{6}{5}.$$

A este processo chama-se transporte de uma unidade.

2.8. Produto de um número natural por uma fração

Produto de um número natural por uma fração

Dados os números naturais a , b e n , tem-se: $n \times \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \times n = \frac{n \times a}{b}$.

Exemplo 11

Calcula $\frac{2}{5}$ de 10 L.

Sugestão de resolução

$$\frac{2}{5} \times 10 = \frac{2 \times 10}{5} = 2 \times \frac{10}{5} = 2 \times 2 = 4$$

Resposta: 4 L

Questão 11

Calcula.

11.1. $\frac{3}{2}$ de 20 €

11.2. $\frac{3}{4}$ de 80 g

11.3. $\frac{2}{7}$ de 140 km

11.4. $1\frac{1}{2}$ de 18 dl

2.9. Percentagens**Percentagem**

Percentagem é um quociente em que o divisor é 100.

Por exemplo: $20 : 100 = \frac{20}{100} = 0,20 = 20\%$

Uma percentagem pode ser representada na forma decimal ou de fração.

Por exemplo:

Percentagem	Decimal	Fração
35%	0,35	$\frac{35}{100}$
5%	0,05	$\frac{5}{100}$
1,12%	0,0112	$\frac{112}{10\,000}$

Exemplo 12

Um saco tem 18 bolas sendo 5 verdes e as restantes vermelhas.

Qual é a percentagem de bolas vermelhas?

Apresenta a resposta com aproximação às centésimas.

**Sugestão de resolução**

$$18 - 5 = 13$$

No saco há 18 bolas, sendo 13 vermelhas. Vamos calcular:

Parte
 $\frac{13}{18}$
Todo

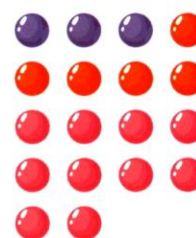
$$13 : 18 = 0,722222\dots$$

Resposta: 72,22% das bolas do saco são vermelhas.

CPPF-M6 © Porto Editora

Questão 12

Observa a figura seguinte.



Relativamente ao número total de bolas, calcula a percentagem de:

12.1. bolas lilás;

12.2. bolas vermelhas;

12.3. bolas cor-de-rosa.

Apresenta os resultados com aproximação às centésimas.

2.10. Multiplicação de números racionais não negativos

Produto de dois números representados por frações

Dados os números naturais a , b , c e d , tem-se:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{10 \times 5}{2} = 10 \times \frac{5}{2}$$

CPPP-M6 e Porto Editora

Propriedades da multiplicação de números racionais

- **Comutativa:** o valor do produto não se altera trocando a ordem dos fatores.

$$a \times b = b \times a$$

- **Associativa:** o valor do produto não se altera se associarmos os fatores de modo diferente.

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

- **Existência de elemento neutro:** o produto de qualquer número por 1 é igual ao próprio número.

$$1 \times a = a \times 1 = a$$

O número 1 é o elemento neutro da multiplicação.

- **Existência de elemento absorvente:** o produto de qualquer número por 0 é igual a 0.

$$a \times 0 = 0 \times a = 0$$

O número 0 é o elemento absorvente da multiplicação.

Nota

As letras a , b e c representam números quaisquer.

Exemplo 13

Calcula.

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{2}{5}$$

Sugestão de resolução

$$\frac{1}{2} \times \frac{7}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{1 \times 7}{2 \times 3} \times \frac{2}{5} = \frac{7}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

Questão 13

Calcula.

$$13.1. \frac{2}{3} \times \frac{1}{7} \times 0,2$$

$$13.2. \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2}$$

$$13.3. 2\frac{1}{3} \times 3\frac{1}{4} \times 1$$

2.11. Números inversos. Quociente de números racionais

Números inversos

Dois números racionais dizem-se **inversos** um do outro quando o respetivo produto for igual a 1.

Por exemplo:

Número	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	7	0,23
Inverso	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{1}{7}$	$\frac{10}{23}$

Quociente entre dois números racionaisDados os números naturais a , b , c e d :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemplo 14

Calcula.

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{7}{2}$$

Sugestão de resolução

$$\frac{2}{3} : \frac{3}{5} : \frac{7}{2} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{3} : \frac{7}{2} = \frac{10}{9} : \frac{7}{2} = \frac{10}{9} \times \frac{2}{7} = \frac{20}{63}$$

Exemplo 15

Calcula.

$$\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \times \frac{0,2}{\frac{1}{3}}$$

Sugestão de resolução

$$\begin{aligned} \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \times \frac{0,2}{\frac{1}{3}} &= \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} \times 0,2 \times \frac{3}{1} = \frac{1}{2} \times 0,2 \times 3 = \quad \text{ou} \quad \left(\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}} \right) \times \left(\frac{\frac{2}{10}}{\frac{1}{3}} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 3 = \frac{6}{20} = \frac{3}{10} \quad \quad \quad = \frac{3}{6} \times \frac{6}{10} = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

Questão 14

Calcula.

$$14.1. \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : \frac{7}{8}$$

$$14.2. \frac{2}{3} : \left(\frac{3}{4} : \frac{7}{8} \right)$$

$$14.3. 0,2 : 1\frac{1}{2} : 1\frac{1}{3}$$

Questão 15

Calcula.

$$15.1. \frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}} : \frac{2}{0,3}$$

$$15.2. \frac{\frac{2}{5}}{\frac{7}{3}} \times \frac{0,3}{\frac{1}{3}}$$

$$15.3. \frac{0,5}{1,25} \times \frac{1,5}{\frac{1}{4}}$$

$$15.4. \frac{1\frac{1}{2}}{0,2} : \frac{\frac{2}{5}}{2\frac{2}{3}}$$

2.12. Potência de expoente natural**Potência**Uma **potência** é a forma mais simples de escrever um produto de fatores iguais.A **base** da potência é o fator que se repete e o **expoente** indica o número de vezes que ele se repete.Por exemplo, 7^3 é uma potência de base 7 e expoente 3. $7^3 = 7 \times 7 \times 7$ **Potência de expoente 1**Qualquer número a elevado a 1 é igual a a .Por exemplo, $27^1 = 27$, $\left(\frac{3}{10}\right)^1 = \frac{3}{10}$, $0,23^1 = 0,23$, $\left(2\frac{1}{5}\right)^1 = 2\frac{1}{5}$.

Leitura de uma potência

Potência	Leitura da potência
$5 = 5^1$	Cinco elevado a um
$5 \times 5 = 5^2$	Cinco ao quadrado ou cinco elevado a dois
$5 \times 5 \times 5 = 5^3$	Cinco ao cubo ou cinco elevado a três
$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$	Cinco elevado a quatro
$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^5$	Cinco elevado a cinco

Exemplo 16

Calcula o valor numérico da expressão:

$$\left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}\right)^2 : \left(2 - 1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{16^1}{4^2 \times 5^2}$$

Sugestão de resolução

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{5}\right)^2 : \left(2 - 1\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{16^1}{4^2 \times 5^2} = \\ & = \left(\frac{3}{15}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{16^1}{4^2 \times 5^2} = \\ & = \left(\frac{1}{5}\right)^2 : \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{16^1}{4^2 \times 5^2} = \\ & = \frac{1}{25} : \frac{1}{8} - \frac{16}{16 \times 25} = \\ & = \frac{1}{25} \times \frac{8}{1} - \frac{1}{25} = \\ & = \frac{8}{25} - \frac{1}{25} = \\ & = \frac{7}{25} \end{aligned}$$

Efetuar a operação dentro dos parênteses.

Calcular o valor das potências.

Efetuar a multiplicação.

Efetuar a subtração.

Questão 16

Calcula o valor numérico de cada uma das expressões seguintes.

16.1. $\left(1\frac{1}{2}\right)^2 \times 2^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^2$

16.2. $\frac{10^2 - 8^2}{2 \times (4 + 2)^2}$

16.3. $\frac{(15 : 3 : 5)^5}{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^3}$

16.4. $\frac{[(6 + 30) : 6]^2}{2 \times 3^3}$

16.5. $\frac{\left(1\frac{1}{2}\right)^2}{\left(1 + 2\frac{1}{2}\right)^2} : \left(2 - \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{1}{7}\right)^2$

2.13. Operações com potências

Produto de potências

$a^m \times a^n = a^{m+n}; m, n \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{Q}$	$7^8 \times 7^{10} = 7^{18}$
$a^m \times b^m = (a \times b)^m; m \in \mathbb{N}, a, b \in \mathbb{Q}$	$\left(\frac{3}{7}\right)^{10} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{10} = \left(\frac{6}{35}\right)^{10}$

Potência de potência

$(a^m)^n = a^{m \times n}, a \in \mathbb{Q}_0^+, m, n \in \mathbb{N}$	$(2^3)^5 = 2^{3 \times 5} = 2^{15}$
---	-------------------------------------

Repara que $2^{2^3} \neq (2^2)^3$, porque $2^8 \neq 2^6$

Quociente de potências

$a^m : a^n = a^{m-n}; m, n \in \mathbb{N}, m > n, a \in \mathbb{Q}^+$	$\left(\frac{2}{3}\right)^{10} : \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \left(\frac{2}{3}\right)^3$
$a^m : b^m = (a : b)^m; m \in \mathbb{N}, a \in \mathbb{Q}_0^+, b \in \mathbb{Q}^+$	$7^8 : 2^8 = \left(\frac{7}{2}\right)^8$

Exemplo 17

Escreve em linguagem simbólica e calcula, apresentando o resultado sob a forma de potência:

17.1. o quociente entre dois elevado a 5 e dois terços elevado a 5;

17.2. o quadrado do produto de dois elevado a 7 por três elevado a 7.

Sugestão de resolução

$$17.1. 2^5 : \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(2 : \frac{2}{3}\right)^5 = \left(2 \times \frac{3}{2}\right)^5 = 3^5$$

$$17.2. (2^7 \times 3^7)^2 = (6^7)^2 = 6^{14}$$

Questão 17

Escreve em linguagem natural e calcula apresentando o resultado sob a forma de potência.

$$17.1. \frac{3^7}{\left(\frac{2}{3}\right)^7}$$

$$17.2. \left[2^5 : \left(\frac{16}{3}\right)^5\right]^2$$

$$17.3. (20^4 \times 2^4)^5$$

$$17.4. 3^{25} : (3^2)^5$$

2.14. Resolução de problemas envolvendo números racionais representados por frações, dízimas, percentagens ou numerais mistos

Exemplo 18

Na segunda-feira a Ana leu 42 páginas de um livro. Na terça-feira, leu $\frac{2}{5}$ do livro. Na quarta-feira, verificou que ainda lhe faltava ler 25% do livro.

Quantas páginas tem o livro?

**Sugestão de resolução**

$$25\% = \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20} \quad \leftarrow \text{Parte do livro que leu na terça-feira e que ainda lhe falta ler.}$$

$$1 - \frac{13}{20} = \frac{20}{20} - \frac{13}{20} = \frac{7}{20} \quad \leftarrow \text{Parte do livro que leu na segunda-feira.}$$

$$42 \text{ corresponde a } \frac{7}{20}. \quad 42 : \frac{7}{20} = 42 \times \frac{20}{7} = 120$$

Resposta: O livro tem 120 páginas.

Questão 18

18.1. A Teresa gastou $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro num bolo e num sumo e ainda ficou com 9 €. Se o sumo custou 3,60 €, calcula quanto custou o bolo. Apresenta a resposta em centimos.

18.2. A Inês, dona de uma casa de decoração, comprou quatro dúzias de velas por 57,60 €. Todas as velas foram compradas ao mesmo preço. A Inês marcou o preço de cada vela com 55% de aumento sobre o preço de compra. Qual o preço de venda de cada vela?

Questões idênticas às da Prova Final

Números naturais. Números decimais

1. Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras

1.1.

$$\begin{array}{c} \boxed{27} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 3} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 7} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 12} \end{array}$$

1.2.

$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 6} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 4} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{72} \\ \uparrow \\ \text{Múltiplo de 9} \end{array}$$

1.3.

$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 7} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 12} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 13} \end{array}$$

1.4.

$$\begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 4} \end{array} + \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 25} \end{array} = \begin{array}{c} \boxed{} \\ \uparrow \\ \text{Divisor de 9} \end{array}$$

2. Sabendo que $9 \times 32 = 288$ e que $9 \times 42 = 378$, podemos afirmar, sem calcular a soma, que $288 + 378$ é divisível por 9?

Justifica a tua resposta. _____

3. Calcula.

3.1. $\frac{29 \times 18 - 19 \times 18}{18}$

3.2. $\frac{375 \times 4 + 8 \times 375}{375}$

3.3. $\frac{15 \times 81}{9} + \frac{8 \times 16 - 4 \times 16}{4}$

3.4. $\frac{218 \times 18 - 200 \times 18}{36}$

4. Considera os números 23 148 e 9924.

4.1. Justifica que os números são divisíveis por 4.

4.2. Justifica, sem efetuares a divisão, que o resto da divisão inteira de 23 148 por 9924 é divisível por 4.

4.3. Efetua a divisão inteira de 23 148 por 9924 e confirma o resultado de 4.2..

5. Utiliza o algoritmo de Euclides para determinares os divisores comuns de:

5.1. 345 e 285

5.2. 640 e 520

5.3. 405 e 315

5.4. 1250 e 925

6. Calcula.

6.1. m.d.c. (30, 60)

6.2. m.d.c. (105, 84)

6.3. m.d.c. (1050, 575)

6.4. m.m.c. (12, 30)

7. Decompõe em fatores primos os números seguintes.

7.1. 10^8

7.2. 6^9

7.3. $14^5 \times 15^4$

7.4. $4^5 \times 21^4 \times 2^3$

8. Desenha um círculo à volta de um dos números dados, sabendo que é múltiplo de 13 e tem um número primo entre 3 e 8 como fator.

37 46 52 64 73 82 91

9. Para cada uma das questões seguintes justifica a tua resposta.

9.1.



Pensei num número:

- É maior que 20 e menor que 30.
- É um número primo.
- Dividido por 5 dá resto 3.

Em que número pensou o Francisco?

Resposta: _____

9.2.



Pensei num número:

- É maior que 20.
- É múltiplo de 2.
- É múltiplo de 3.
- É menor que 30.

Em que número pensou o António?

Resposta: _____

9.3.



Pensei num número:

- É maior que 220.
- É menor que 230.
- É um número ímpar.
- É múltiplo de 3.

Em que número pensou o Lao?

Resposta: _____

9.4.



Pensei num número:

- É maior que 60.
- É menor que 80.
- É múltiplo de 5.
- É múltiplo de 3.

Em que número pensou a Joana?

Resposta: _____

9.5.



Em que número pensou a Leonor?

Resposta: _____

9.6.



Em que número pensou o Duarte?

Resposta: _____

Explica como obtiveste as tuas respostas.

- 10.** Quando ia para a escola, a Catarina encontrou uma caixa de fósforos e verificou que a caixa continha menos de 50 fósforos.

Num intervalo das aulas, a Catarina entreteve-se a construir figuras geométricas com os fósforos da caixa e constatou que:

- quando os separou em grupos de três, para construir triângulos, não sobrou qualquer fósforo;
- quando os separou em grupos de cinco, para construir pentágonos, também não sobrou qualquer fósforo;
- quando os separou em grupos de quatro, para construir quadrados, sobrou um fósforo.

Quantos fósforos continha a caixa que a Catarina encontrou?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 11.** Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

11.1. $(38 + 5) \times 3 = (38 \times \text{_____}) + (5 \times \text{_____})$

11.2. $35 \times 7 = (\text{_____} \times 7) + (5 \times 7)$

11.3. $(\text{_____}) \times 6 = (45 \times 6) - (3 \times 6)$

11.4. $89 \times 4 = (90 \times \text{_____}) - (1 \times \text{_____})$

12. Completa utilizando o mesmo número nos dois .

12.1. $12 \times \square \times \square = 432$

12.2. $12 + \square + \square = 68$

12.3. $120 - \square - \square = 64$

12.4. $300 - \square - \square = 200$

13. Escreve os números em falta.

Pode haver mais do que uma resposta correta.

13.1. $36 + 21 + \square = 80$

13.2. $\square \times \square \times \square = 824$

13.3. $\square + 250 + \square = 450$

13.4. $195 - \square - \square = 31$

13.5. $320 - \square + \square = 560$

13.6. $18 \times \square - \square = 120$

13.7. $18 \times \square - \square = 300$

13.8. $\square : 0,1 : 10^2 = 100$

14. Escreve um dos símbolos $>$ ou $<$ de modo a obteres uma afirmação verdadeira.

$150\,009 \square 2100 : (5 + 2) \times 500$

15. Completa a expressão, com um número ímpar e inferior a uma dezena, de modo a obteres no resultado final um número múltiplo de 3.

$156 + 325 - \square$

Apresenta todas as respostas possíveis.

16. Observa as figuras que representam o chão de quatro salas retangulares. Em cada uma existe um ou dois tapetes.

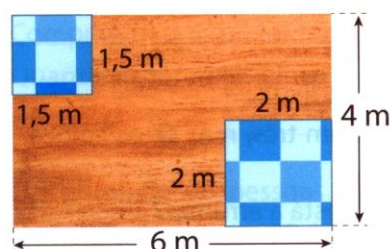


Determina a área descoberta para cada sala.

Apresenta a resposta com aproximação às unidades do metro quadrado.

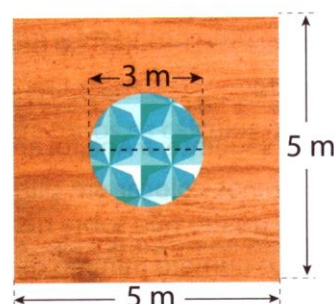
Utiliza 3,14 para valor aproximado de π .

16.1.



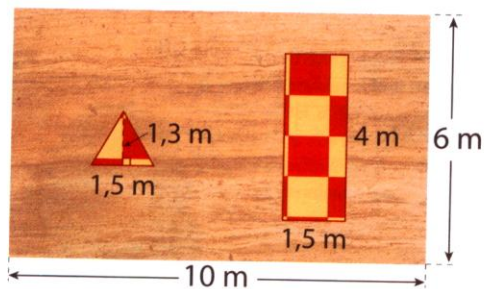
Resposta: _____

16.2.



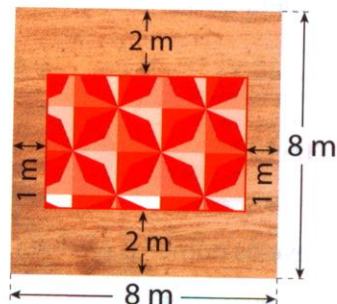
Resposta: _____

16.3.



Resposta: _____

16.4.



Resposta: _____

17. A Filipa está a preparar a sua sala para festejar os anos da filha Bárbara.

Ela tem 6 balões verdes, 12 azuis e 24 vermelhos e pretende fazer conjuntos de balões de modo que todos os conjuntos tenham o mesmo número de balões de cada cor e não sobre nenhum.

No máximo quantos conjuntos de balões pode fazer?

Explica como é formado cada conjunto.

Resposta: _____

18. De uma praça partem autocarros em três direções diferentes.

Sabendo que um parte de 10 em 10 minutos, outro de 12 em 12 minutos e outro de 15 em 15 minutos e que às 8 horas partiram todos ao mesmo tempo, determina o próximo horário a que voltarão a partir em simultâneo.

Resposta: _____

19. A Ana estava a ajudar a mãe a arrumar os livros. Tinham 32 livros para arrumar.

Numa pilha colocaram cinco romances e os restantes em duas pilhas, uma de livros científicos e outra de livros de poesia.

- 19.1. A pilha de livros de poesia tem metade dos livros da pilha de livros científicos.

Quantos livros científicos arrumaram as duas?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 19.2. No dia seguinte, a Ana foi arrumar mais alguns livros.

Se a Ana os colocar em pilhas de cinco sobram três, mas se os colocar em pilhas de três ou quatro não sobra nenhum.

Qual é o número mínimo de livros que a Ana está a arrumar?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

20. Escreve como produto de fatores primos, usando potências, os números seguintes.

20.1. 84

20.2. 360

20.3. 840

21. Uma banda de música tem entre 50 e 72 músicos.

O maestro organizou-os em filas de 7 e sobrou um músico.

Depois agrupou-os em filas de 4 e não sobrou nenhum.

Quantos músicos tem a banda?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

22. No domingo passado os irmãos Pedro e Ana saíram de casa e foram de bicicleta até ao parque da cidade.

O Pedro já percorreu 2,3 km .

A Ana vai atrás e a 0,5 km do Pedro.

A Ana está exatamente a meio da viagem.

Quantos quilómetros separam a casa dos dois irmãos do parque da cidade?

Explica como chegaste à tua resposta.

Podes fazê-lo utilizando palavras, esquemas ou cálculos.

Resposta: _____

23. Num centro comercial há duas salas de cinema com preços diferentes, como se mostra na tabela seguinte.



		Sala Latina	Sala Viterbo
Adulto	Sessão da tarde	3,50 €	3,75 €
	Sessão da noite	4,50 €	4,32 €
Criança	Sessão da tarde	2,50 €	1,35 €
	Sessão da noite	2,25 €	2,10 €

23.1. Os pais da Joana foram ver um filme, na sessão da tarde, à Sala Viterbo.

Compraram dois bilhetes de adulto e três de criança.

Quanto custaram os cinco bilhetes? Apresenta todos os cálculos que efetuares.

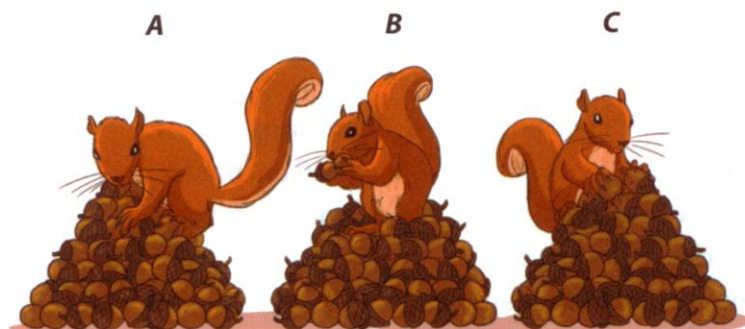
Resposta: _____

23.2. Um grupo de 30 pessoas foi ver um filme na Sala Latina, na sessão da noite.

Quanto custaram os 30 bilhetes se 20% eram de adulto e os restantes de criança?

Resposta: _____

- 24.** Três esquilos *A*, *B* e *C* tinham 60 bolotas cada um.



O esquilo *B* deu 20% das suas bolotas ao esquilo *A* e o esquilo *C* deu um quinto das suas bolotas ao esquilo *B*.

Com quantas bolotas ficou, agora, cada um dos esquilos?

Esquilo *A* _____ Esquilo *B* _____ Esquilo *C* _____

- 25.** Numa loja de brinquedos há tantas bicicletas como triciclos. A Sara contou as rodas e concluiu que, ao todo, as bicicletas e os triciclos tinham 30 rodas.

Quantos triciclos há na loja dos brinquedos?

Mostra como chegaste à tua resposta.



- 26.** Um agricultor colheu 510 maçãs. Colocou parte das maçãs em 15 caixas contendo cada uma 12 maçãs. Seguidamente, colocou as restantes em 14 caixas tendo cada caixa o mesmo número de maçãs.



26.1. Quantas maçãs tinha cada caixa do conjunto das 14 caixas?

26.2. Quantas sobraram?



- 27.** Um guarda-sol, quatro cadeiras e duas mesas custaram 800 euros. Cada mesa custou mais 130 euros do que uma cadeira. O guarda-sol custou o triplo de uma cadeira.

Quanto custou o guarda-sol?

- 28.** Um melão e quatro mangas custam 16 euros. Um melão custa mais seis euros do que uma manga. Determina quanto custa cada manga. Todas as mangas têm o mesmo preço.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

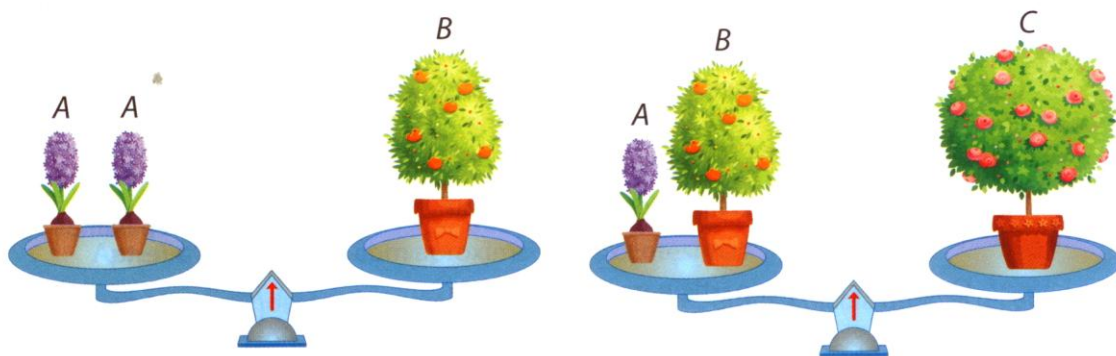
Resolução de problemas envolvendo números naturais e números decimais

- 29.** A Ana quer comprar uma bateria em segunda mão que custa 350 euros. Ela já tem 180 euros e recebe da avó 20 euros por semana.

Quantas semanas ainda tem de esperar para ter dinheiro para comprar a bateria?



- 30.** Observa as duas balanças em equilíbrio.



- 30.1.** Quantos vasos do tipo *B* são necessários para equilibrar a balança se num dos pratos se colocaram seis vasos do tipo *A*?

- 30.2.** Quantos vasos do tipo *C* são necessários para equilibrar a balança se num prato se colocaram seis vasos do tipo *A*?

- 31.** A Ana e o Alexandre tinham ambos a mesma quantia em euros.

A Ana comprou um casaco e gastou 60 euros.

O Alexandre comprou umas sapatilhas e gastou 30 euros.

No final, o Alexandre ficou com o dobro do dinheiro com que a Ana ficou.

Qual a quantia que tinha cada um antes de irem às compras?

Mostra como obtiveste a tua resposta.



- 32.** O Rui e o Henrique foram comer uma piza.

O Rui disse que comeu $\frac{5}{8}$ da piza e que o Henrique comeu $\frac{2}{5}$ da piza.

O Henrique disse que o Rui está a pensar mal, porque tal situação é impossível.

O Henrique tem razão? Justifica a tua resposta.

33. Observa a tabela ao lado.



No dia 2 de janeiro, 146 pessoas pagaram bilhete para assistir ao teatro.

Quanto pagaram ao todo se 98 dessas pessoas tinham idade inferior ou igual a 16 anos?

Entrada no teatro	
Idade	Custo dos bilhetes (em euros)
Inferior ou igual a 16 anos	5,20
Superior a 16 anos	10,50

34. Um espaço pode ser alugado para festas de aniversário de crianças.

Para calcular o custo da festa utiliza-se a fórmula seguinte:

$$\text{Custo} = 75 \text{ euros} + 5 \text{ euros} \times n.^{\circ} \text{ de crianças}$$

34.1. Quanto custa uma festa para 15 crianças?

34.2. A festa de aniversário da Didi custou 175 euros.

Quantas crianças participaram na festa da Didi?

Alugue o nosso espaço para o aniversário do seu filho.

Nós preparamos a festa.

35. A Inês comprou três bolas e duas raquetes por 14,50 €.

O João comprou duas bolas e uma raquete por 9,00 €.



35.1. Quanto custa uma bola e uma raquete?

35.2. Quanto custa uma bola?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

36. Um quilograma de cerejas custa seis euros e um quilograma de bananas custa dois euros.

A mãe da Inês comprou para o seu restaurante dois quilogramas e meio de cerejas e alguns quilogramas de bananas. Pagou com 50 euros e recebeu 21 euros de troco.

Quantos quilogramas de bananas comprou a mãe da Inês?

- 37.** Os livros que a Alice leva na mochila *pesam* cinco vezes mais do que a mochila.



Se os livros e a mochila *pesam* 2,7 kg, quanto *pesa* a mochila?

Apresenta a resposta em gramas.

- 38.** A Adriana tem três fitas de Carnaval.



A fita *A* tem 85 cm de comprimento. A fita *B* tem o quádruplo do comprimento da fita *A*. A fita *C* tem menos 50 cm do que a fita *B*.

Qual é, no total, o comprimento das três fitas?

Apresenta a resposta em metros.

Mostra como obtiveste a tua resposta.



- 39.** A Maria fez 465 rissóis.



Guardou 15 para o jantar e os restantes vendeu-os em caixas de seis.

- 39.1.** Calcula a percentagem de rissóis que a Maria guardou para o jantar.

Apresenta a resposta com aproximação às centésimas.

- 39.2.** Se a Maria vendeu cada caixa de rissóis por 3,50 € euros, calcula quanto recebeu pela venda dos rissóis.

Mostra como obtiveste a tua resposta.



- 40.** O Dinis e o Duarte contaram quantas moedas tinham nos seus mealheiros.

Dinis – Ao todo, tenho 72 moedas.

Duarte – Se me deres $\frac{1}{3}$ das tuas moedas, ficamos com o mesmo número de moedas.

Quantas moedas tem o Duarte?

Mostra como obtiveste a tua resposta.



- 41.** O Luís comprou 3 camisas e 2 pares de calças por 135 euros.



Cada par de calças custou mais 15 euros do que cada camisa.

Quanto custou cada par de calças?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 42.** O António tem, no seu mealheiro, duas vezes mais dinheiro do que o Bernardo. O Carlos tem mais 70 euros do que o Bernardo.



Ao todo têm 1720 euros.

Quanto dinheiro tem cada um no seu malheiro?



- 43.** O Alex tem 85 euros e a Ana 220 euros.

Cada um recebeu a mesma quantia de presente, que juntaram ao dinheiro que já tinham.

Sabendo que a Ana ficou com o dobro do dinheiro do Alex, determina quanto recebeu cada um de presente.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 44.** A Ana, o Alex e a Adriana têm 51 cromos. A Ana tem 11 cromos e o Alex tem o triplo dos cromos que a Adriana tem.

Quantos cromos tem o Alex?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 45.** Na tabela seguinte podes observar o preço de objetos de decoração para árvores de Natal.



Embalagens de laços	Embalagens de bolas
4 laços 	10 bolas 
6 laços 	12 bolas 

- 45.1.** A Ana comprou uma embalagem de 12 bolas e duas embalagens de 4 laços. Quanto pagou, em média, por cada um dos objetos de decoração?

- 45.2.** A Teresa tem 12 euros e quer comprar o maior número possível de bolas e laços. Quantas bolas e laços pode comprar?

- 46.** No lugar de ... escreve um número, representado na forma de fração irredutível.



- 46.1.** ... é menor do que $4\frac{2}{3}$ e maior do que 4,6 ;

- 46.2.** ... é menor do que $12\frac{1}{3}$ e maior do que 12,2 .

Números racionais

47. Calcula o valor de cada uma das expressões numéricas seguintes.

Sempre que possível aplica as regras operatórias da multiplicação e divisão de potências.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

47.1. $\frac{3}{10} - 0,2 + \frac{1}{5}$

47.2. $\frac{7}{3} - \frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$

47.3. $\frac{3}{2} + \frac{1}{3} \times 2^3 : 0,5$

47.4. $1\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 3 : \frac{5}{2}$

47.5. $7\frac{1}{2} - \left[\left(2\frac{1}{2} \right)^2 \right]^2 : \left(\frac{5}{2} \right)^2$

47.6. $\left(\frac{2}{3} \right)^2 \times \frac{9}{4} + \frac{7}{2} \times \frac{2}{5}$

47.7. $\frac{4}{5} : 2 + \frac{4}{5} : 0,2 + \left(\frac{1}{10} \right)^2 : 0,1$

47.8. $\left(0,5 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \right)^2 : \frac{2}{0,2}$

47.9. $\left(\frac{3}{2} : \frac{2}{3} \right) \times \left(\frac{2}{3} : 2 \right)$

47.10. $\left(\frac{1}{3} \right)^2 \times 9 : \left(\frac{1}{2} \right)^2$

47.11. $5 \times 5^3 \times 5^2 : 5^5$

47.12. $\left(\frac{1}{5} \right)^{100} : \left(\frac{1}{5} \right)^{98} \times 5^2 \times \frac{1}{2^{2^3}} \times 2^{10}$

47.13. $(5^{13} : 5^{12} \times 5^2) : 5^6$

47.14. $[7^6 : (7^8 : 7^3)]^7 : (7^2)^3$

47.15. $(3^5 \times 3^5 : 3^{10})^2 \times \frac{3 \times 10^6 + 10^6}{10^7}$

47.16. $\frac{1}{7^5 : (7 \times 7^2)} \times \frac{5 \times 10^4 - 2 \times 10^4}{10^4}$

47.17. $\left(4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} \right)^5 : \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{6} \right)^4$

47.18. $2\frac{1}{5} - \frac{1}{5} : 2 + 3^{20} : (3^2)^9 \times \left(\frac{1}{3} \right)^2$

48. Mostra, recorrendo à definição de potência, que:

48.1. $(7^2)^4 = 7^{2 \times 4} = 7^8$

48.2. $(b^2)^4 = b^8$

48.3. $(a \times b)^5 = a^5 \times b^5$

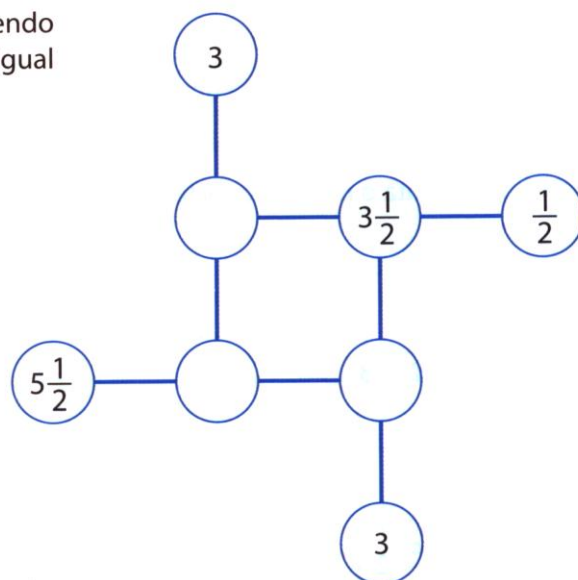
48.4. $\frac{5^8}{5^2} = 5^6$

49. Utilizando a definição de potência, escreve o quociente $\frac{5^3}{8^3}$ na forma de potência.

50. A Inês demorou $1\frac{3}{4}$ h a almoçar. A que horas a Inês iniciou o almoço, sabendo que terminou às 14 h 15 min ?

51. Sabendo que $a = \left(\frac{1}{3} \right)^2$, escreve sob a forma de potência $\frac{1}{a^3}$.

- 52.** Completa o diagrama da figura ao lado sabendo que a soma dos números em cada linha é igual a $8\frac{1}{2}$.



- 53.** Completa de modo a obteres afirmações verdadeiras.

53.1. $\frac{1}{4} < \frac{\square}{7} < \frac{1}{\square} < \frac{3}{5} < \frac{2}{\square}$

53.2. $\frac{3}{5} < \frac{\square}{3} < \frac{7}{\square} < \frac{\square}{10} < 1\frac{1}{3}$

- 54.** Observa os seguintes cartões e os números neles inscritos.



- 54.1.** Indica dois números dos cartões cuja soma seja 2.

Resposta: e .

- 54.2.** Calcula a diferença entre o maior e o menor dos números dos cartões.

Resposta: _____

- 55.** Considera os números 45, 90 e 120.

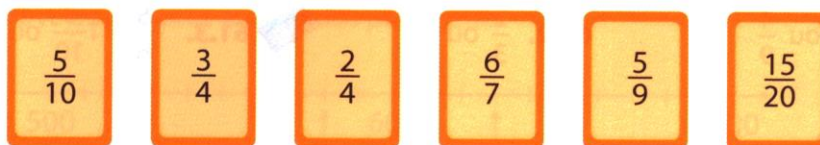
- 55.1.** Calcula o m.m.c.(45, 90, 120).

- 55.2.** Usa o m.m.c.(45, 90, 120) para calcular a soma:

$$\frac{1}{45} + \frac{1}{90} + \frac{1}{120}$$

Apresenta o resultado sob a forma de fração irredutível.

56. A Inês tem seis cartões, como se mostra a seguir.



56.1. Desenha as linhas possíveis de modo a ligares dois cartões cujas frações sejam equivalentes.

56.2. Das frações dadas qual é a que representa o número maior?

Resposta: _____

57. Considera os seguintes números.



57.1. Desenha uma linha que ligue dois cartões cuja soma dos números seja 0,58.

57.2. Escreve os números dados por ordem crescente.

58. Escreve por ordem crescente.

58.1. 9,4 ; 8,5 ; 9,36 ; 8,45

58.2. 2,2 ; 2,14 ; 3,1 ; 3,07

58.3. $\frac{3}{4}$; 70% ; 0,6 ; $\frac{2}{2}$

58.4. $2\frac{1}{3}$; $1\frac{5}{7}$; 2,3 ; 0,2% ; 23,2%

59. Assinala a opção correta. $\frac{10^5 + 1}{10^5}$ é igual a:

☐ 1

☐ 1,1

☐ 1,000 01

☐ 1,01

60. A percentagem de água no corpo do João é $\frac{74}{100}$.

Assinala com X a frase verdadeira.

☐ 0,026% do corpo do João não é água.

☐ 0,026 do corpo do João não é água.

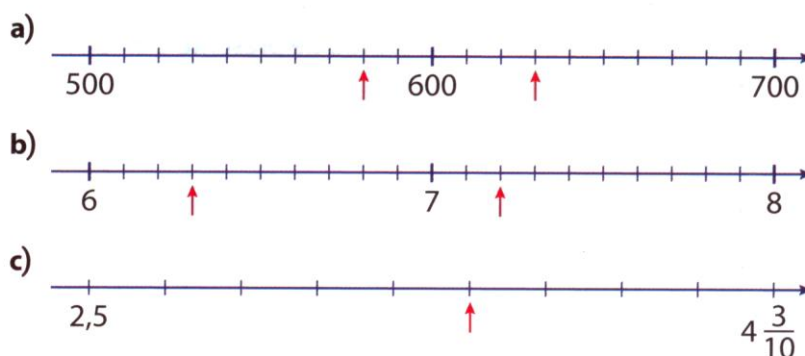
☐ $\frac{13}{50}$ do corpo do João não é água.

☐ $\frac{1}{26}$ do corpo do João não é água.



67. Reta numérica

67.1. Escreve os números assinalados pelas setas.



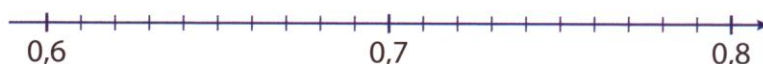
67.2. Encontra o número $\frac{23}{5}$ na reta.

Assinala-o com uma seta.



67.3. Encontra o número $\frac{33}{50}$ na reta.

Assinala-o com uma seta.

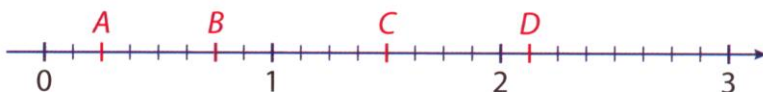


67.4. Encontra os números 1 e $2\frac{1}{7}$ na reta.

Assinala cada um com uma seta.



67.5. Observa a reta numérica seguinte e liga com um traço cada um dos pontos A , B , C e D ao número correspondente.



• A

• B

• C

• D

• 0,75

• $\frac{1}{4}$

• $1\frac{3}{2}$

• $\frac{5}{4}$

• 2,125

• $1\frac{1}{2}$

Problemas envolvendo números racionais representados por frações, dízimas, percentagens ou numerais mistos

- 68.** A Alice comeu $\frac{5}{12}$ das amêndoas que tinha recebido de presente e ainda ficou com 14 .
Quantas amêndoas comeu a Alice?

- 69.** Uma vela nova esteve a arder durante algumas horas.
Quando foi apagada verificou-se que tinham ardido $\frac{2}{3}$ da vela e que a sua altura tinha diminuído em 10 cm .
Qual era a altura da vela nova?



- 70.** Um recipiente tem $\frac{3}{5}$ da sua capacidade ocupados com água.
Com mais 30 L de água fica cheio.
Qual é a capacidade do recipiente?

- 71.** O Duarte tinha 46 cromos. Colocou 19 na sua caderneta e distribuiu os restantes pelo seu primo Dinis e pela sua irmã Ana.
À Ana deu $\frac{2}{3}$ dos cromos restantes.
Quantos cromos deu ao Dinis?
Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 72.** A Rute tem $3\frac{1}{3}$ vezes mais balões do que a Sofia.
A Sofia tem 27 balões.
Quantos balões têm as duas juntas?



- 73.** A piscina municipal que a Luísa utiliza tem duas modalidades de pagamento: mensal de 30,27 euros ou 2,50 euros por cada entrada.
No mês passado a Luísa e a sua filha Beatriz foram 15 vezes à piscina, optando a mãe por pagar as duas entradas diariamente.
Quanto teria poupado a Luísa se optasse pela modalidade de pagamento mensal?

- 74.** O Rui gastou $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro para comprar três candeeiros e $\frac{1}{10}$ do restante numa caixa de velas.



- 74.1.** Qual é o significado de cada uma das expressões seguintes?

- a) $1 - \frac{1}{3}$
 b) $\frac{1}{10} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$
 c) $\frac{1}{3} + \frac{1}{10} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

- 74.2.** Sabendo que o Rui tinha 90 euros, determina quanto custou:

- a) em média, cada candeeiro;
 b) a caixa das velas.

- 75.** A Ana comprou um livro para ler.



Depois de ler 30% do livro no domingo, 0,2 do restante na segunda-feira e 20 páginas na terça-feira, a Ana verificou que ainda lhe faltavam ler 120 páginas.

Calcula quantas páginas a Ana leu no domingo.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 76.** A Adriana foi às compras com 40 euros.

Na primeira compra gastou $\frac{3}{8}$ do dinheiro que tinha, na segunda compra gastou $\frac{2}{5}$ do que tinha e $\frac{1}{3}$ do restante gastou no lanche.

Quanto gastou no lanche?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

- 77.** A Carla comeu metade de um chocolate. A Sara comeu metade de outro chocolate.

Lê os comentários:

Carla: *Comi mais chocolate do que tu.*

Sara: *Não é verdade, comeste exatamente a mesma quantidade de chocolate que eu.*

A Carla tem razão no que diz.

Explica como é possível a Carla ter comido mais chocolate do que a Sara.

78. O Nuno gastou $\frac{1}{3}$ do seu dinheiro na compra de um livro.

O Gaspar gastou $\frac{1}{4}$ do seu dinheiro na compra de um CD.

Será possível que o livro tenha custado tanto como o CD?

Explica a tua resposta. Podes fazê-lo usando esquemas, palavras ou um exemplo.

Resposta: _____

79. Na figura seguinte estão representados quatro cestos, *A*, *B*, *C* e *D*, cada um deles com 90 nozes.



Do cesto *B* retiraram-se 12 nozes e colocaram-se no cesto *A*.

Do cesto *C* retiraram-se metade das nozes e colocaram-se no cesto *B*.

Do cesto *D* retiraram-se $\frac{1}{3}$ das nozes e colocaram-se no cesto *C*.

Quantas nozes tem agora cada cesto?

80. O João tinha 16 L de tinta.



Para pintar um muro gastou 4,35 L e para pintar uma parede gastou 80% da tinta restante.

Determina a quantidade de tinta que ainda lhe sobrou.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

81. Um jardim tem roseiras e estrelícias.



• 30% das plantas são roseiras e as restantes são estrelícias.

• O jardim tem mais 100 estrelícias do que roseiras.

Quantas plantas tem o jardim?

Mostra como obtiveste a tua resposta.



- 82.** Para fazer salada de fruta, compraram-se morangos, framboesas e cerejas, num total de 60 frutos.



- $\frac{2}{3}$ eram morangos
- $\frac{1}{10}$ eram framboesas
- Os restantes eram cerejas

- 82.1.** Escreve o que representa a expressão $1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right)$.

Resposta: _____

- 82.2.** Escreve o que representa a expressão $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) \times 60$.

Resposta: _____

- 82.3.** Calcula o valor da expressão $\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) \times 60$ por dois processos diferentes.

1.º processo

2.º processo

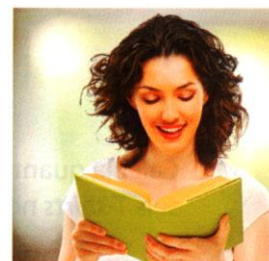
- 82.4.** Quantas cerejas se compraram?

Apresenta os cálculos que efetuares.

Resposta: _____

- 83.** A Alice leu $\frac{3}{8}$ de um livro no sábado e $\frac{1}{5}$ do livro no domingo.

Se no sábado leu 30 páginas, quantas páginas a Alice leu a mais no sábado do que no domingo?



- 84.** A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em função do seu peso.

Peso do cão (em kg)	Número de latas que come por dia
10	1
20	$1\frac{1}{2}$
30	2
40	$2\frac{1}{5}$

- 84.1.** O Pantufa é um cão que *pesa* 20 kg .
Quantas latas de comida come o Pantufa numa semana?
Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 84.2.** Para alimentar o seu cão durante 10 dias, o Dinis comprou 22 latas de comida.
Quanto *pesa* o cão do Dinis?
Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 85.** Na loja da Joana, os preços das *T-shirts* são diferentes antes ou durante os saldos. Antes dos saldos, cada uma custa 7,84 euros e nos saldos cada uma custa $\frac{3}{4}$ do preço anterior.



Calcula quanto gastou o Filipe se comprou, na loja da Joana, cinco *T-shirts* antes dos saldos e seis *T-shirts* nos saldos.

- 86.** O João gastou $1\frac{1}{4}$ h a resolver uma página de problemas do livro de *Preparação para a Prova Final* e a Tita gastou $\frac{1}{5}$ h menos do que o João para resolver os problemas da mesma página.

Determina, em horas e minutos, quanto tempo, no total, os dois levaram a resolver os problemas dessa página.

- 87.** O sr. Joaquim faz casas para pássaros para vender na feira semanal que se realiza na sua cidade.

A figura ao lado mostra um dos modelos que ele vendeu nas duas últimas semanas.

Na primeira semana vendeu $\frac{2}{7}$ das casas e o resto vendeu-as na segunda semana.

Se na primeira semana vendeu menos 9 casas do que na segunda, determina quantas casas vendeu na segunda semana.



- 88.** Um jardineiro tem 140 metros de rede e com ela vai vedar oito jardins iguais.



Na segunda-feira, gastou $\frac{2}{7}$ de rede para vedar cinco jardins.

Na terça-feira vedou mais dois jardins.

Determina a quantidade de rede que:

- 88.1.** utilizou na terça-feira;
- 88.2.** ainda lhe sobrou.
- 89.** Num supermercado há 60 iogurtes de três aromas distintos.
- $\frac{1}{6}$ são de morango, $\frac{2}{5}$ são de banana e os restantes são de pêssego.
- Quantos iogurtes são de pêssego?

- 90.** Um depósito tem 80% da sua capacidade ocupada com água.



Depois de ter sido utilizada alguma água do mesmo, ficou com 30% da água que tinha. Em seguida, deitaram-se 88 L de água no depósito e este ficou completamente cheio. Qual é a capacidade do depósito?

- 91.** A Ana é gerente de uma loja de flores artificiais. Para distribuir pelas lojas revendedoras ela comprou algumas hortênsias.



Na primeira loja entregou $\frac{1}{3}$ e na segunda loja entregou $\frac{1}{5}$ das hortênsias que comprou.

A segunda loja recebeu menos 40 hortênsias do que a primeira loja.

Quantas hortênsias recebeu a primeira loja?

- 92.** As dimensões de um retângulo A são 10 m por 20 m.

As dimensões de um retângulo B são 50% das dimensões do retângulo A .

A Joana afirmou:

– A área do retângulo B é 50% menor que a área do retângulo A .

A Joana tem razão? Justifica a tua resposta.

- 93.** No centro de uma cidade há mais do que uma rotunda.



Para decorar essas rotundas a Câmara comprou 36 azevinhos, 18 oliveiras e 12 pinheiros.

Depois, foram distribuídas pelas rotundas de modo a ficaram com o mesmo número de azevinhos, oliveiras e pinheiros.

- 93.1.** Quantas rotundas pode ter o centro dessa cidade?

- 93.2.** Sabendo que o centro dessa cidade tem o máximo de rotundas possível, determina quantos azevinhos, oliveiras e pinheiros tem cada rotunda.

- 94.** Para decorar as mesas de um restaurante a Helena vai fazer arranjos com uma rosa, uma tulipa e uma gerbélia.



As gerbélias são vendidas em molhos de 6, as rosas em molhos de 18 e as tulipas em molhos de 12.

Quantos molhos terá de comprar, no mínimo, de cada tipo de flores para que depois de finalizar os arranjos não sobre nenhuma flor?

- 95.** O Jorge comprou três cadernetas, cada uma com 20 espaços para colar cromos. Já preencheu $\frac{1}{2}$ dos espaços de uma caderneta, 25% de outra e 0,2 da terceira. Quantos cromos, ao todo, ainda faltam colar nas três cadernetas?

- 96.** Num determinado dia, os amigos Pedro e Tomás chegaram à escola às 8 h 15 min.



O Tomás disse: "Demorei a chegar à escola 1512 segundos."

O Pedro disse: "Eu demorei 23 min 16 s."

Qual dos dois amigos saiu mais cedo de casa?

- 97.** Um horto tem para vender vasos de quatro cores.

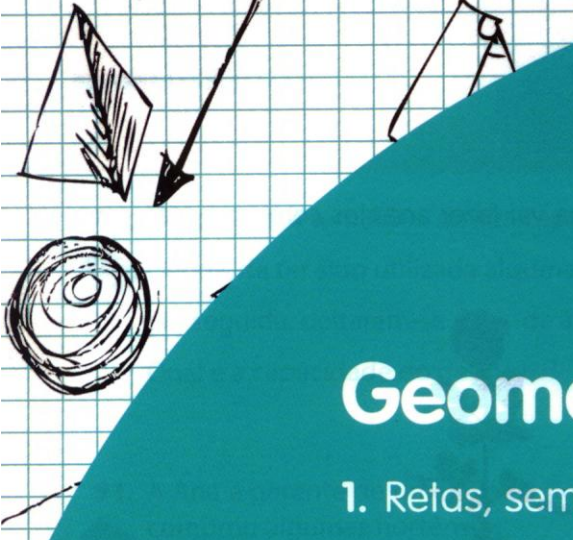


$\frac{2}{5}$ são azuis, $\frac{1}{3}$ vermelhos e os restantes verdes ou amarelos.

A Inês contou os vermelhos, os verdes e os amarelos e verificou que eram 126 e que os vasos verdes eram o triplo dos vasos amarelos.

Quantos vasos verdes há no horto?

Mostra como obtiveste a tua resposta.



Geometria

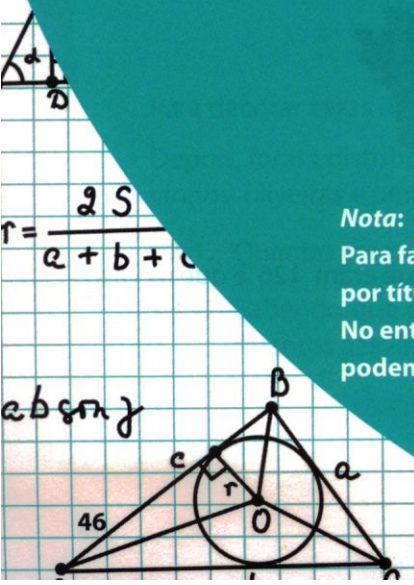
1. Retas, semirretas e segmentos de reta
2. Ângulos
3. Ângulos e triângulos
4. Ângulos de lados paralelos e ângulos de lados perpendiculares
5. Paralelogramos
6. Perímetros e áreas de figuras planas
7. Sólidos geométricos
8. Volumes
9. Isometrias

Questões idênticas às da Prova Final

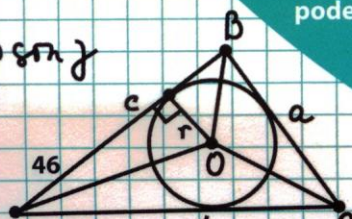
Nota:

Para facilitar o estudo, as questões idênticas às da prova final estão organizadas por títulos.

No entanto, nos exercícios e nos problemas apresentados em cada título podem surgir conteúdos estabelecendo conexões entre estes.


$$r = \frac{2S}{a + b + c}$$

absm y



1. Retas, semirretas e segmentos de reta

1.1. Retas

Por um ponto do plano passa uma infinidade de retas (figura 1). **Por dois pontos no plano passa uma e uma só reta. Dois pontos do plano definem uma reta.**

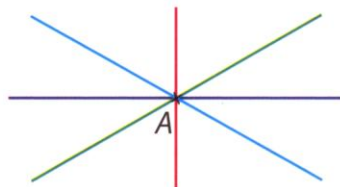


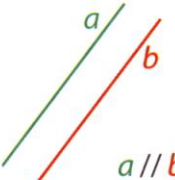
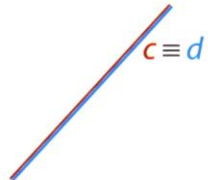
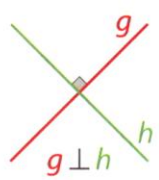
Figura 1



Figura 2

Na figura 2 está representada a reta CD ou reta r .

Posição relativa de retas no plano

Retas paralelas		Retas concorrentes	
Retas estritamente paralelas	Retas coincidentes	Retas oblíquas	Retas perpendiculares
			

1.2. Semirretas

Na figura 3 podemos observar várias semirretas. Por exemplo, a semirreta $\overrightarrow{AD}$ tem origem em A e contém o ponto D .

As semirretas $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{BA}$ têm a mesma reta-suporte.

As semirretas $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{CE}$ são **diretamente paralelas**.

As semirretas $\overrightarrow{AD}$ e $\overrightarrow{BF}$ são **inversamente paralelas**.

As retas e as semirretas são conjuntos de pontos.

A origem de uma semirreta pertence à semirreta.

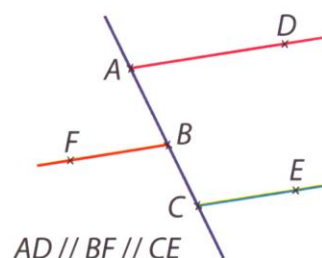


Figura 3

1.3. Segmentos de reta

Na figura 4 está representado o retângulo $[ABCD]$.

Os lados do retângulo são os **segmentos de reta** $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ e $[AD]$.

Os **extremos** do segmento de reta $[AB]$ são os pontos A e B .

Os segmentos de reta são conjuntos de pontos nos quais os extremos estão incluídos.

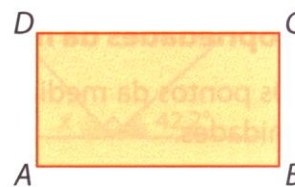


Figura 4

Os segmentos de reta $[AB]$ e $[CD]$ são **paralelos** porque as suas retas-suporte são paralelas.
Os segmentos de reta $[AB]$ e $[BC]$ são **perpendiculares** porque as suas retas-suporte são perpendiculares.

O **comprimento** de um segmento de reta $[AB]$ representa-se por $\overline{AB}$. Por exemplo, na figura 5, está representado um segmento de reta com 4 cm de comprimento: $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$.

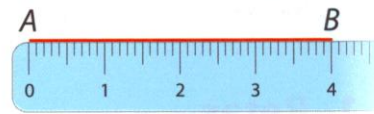


Figura 5

Exemplo 1

Observa a figura 6.

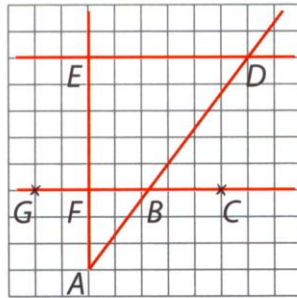


Figura 6

Utilizando as letras da figura, indica:

- 1.1. duas retas perpendiculares;
- 1.2. duas semirretas com a mesma reta-suporte e inversamente paralelas;
- 1.3. dois segmentos de reta paralelos;
- 1.4. duas semirretas diretamente paralelas.

Sugestão de resolução

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1.1. Por exemplo, ED e EF . | 1.2. Por exemplo, $\overrightarrow{FE}$ e $\overrightarrow{FA}$. |
| 1.3. Por exemplo, $[FB]$ e $[ED]$. | 1.4. Por exemplo, $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{ED}$. |

Questão 1

Observa a figura 7.

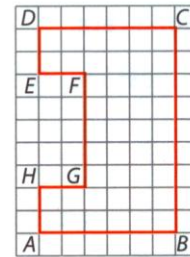


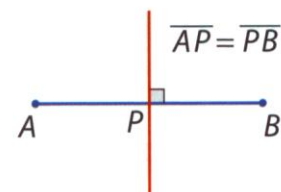
Figura 7

Utilizando as letras da figura, indica:

- 1.1. dois segmentos de reta paralelos e com o mesmo comprimento;
- 1.2. duas semirretas inversamente paralelas;
- 1.3. duas retas perpendiculares;
- 1.4. duas semirretas perpendiculares.

1.4. Mediatriz de um segmento de reta

A mediatriz de um segmento de reta num dado plano é a reta perpendicular a esse segmento no ponto médio.



Propriedades da mediatriz

- Os pontos da mediatriz de um segmento de reta são equidistantes das respetivas extremidades.
- Um ponto equidistante das extremidades de um segmento de reta pertence à respetiva mediatriz.

2. Ângulos

2.1. Ângulo

Na figura 8 estão representados dois ângulos:

- o ângulo **convexo** AVC ;
- o ângulo **côncavo** CVA .

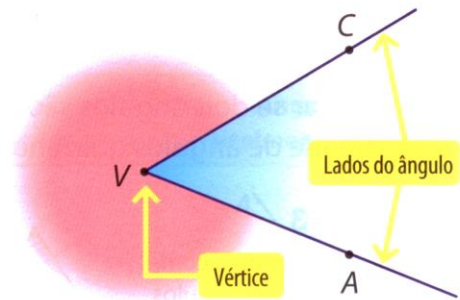
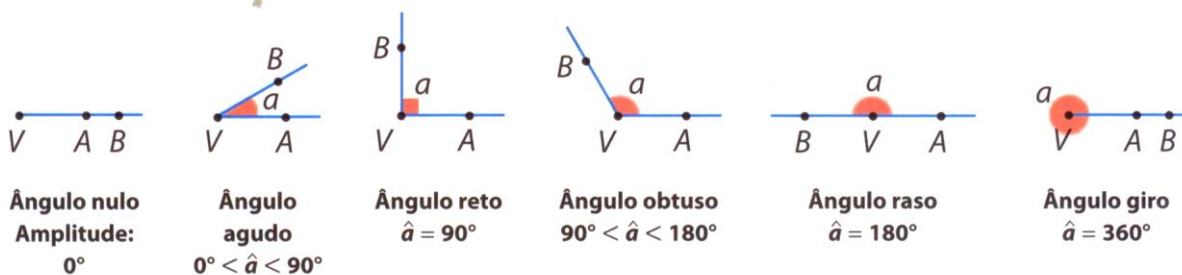


Figura 8

Os ângulos são conjuntos de pontos dos quais fazem parte os lados e o vértice.

2.2. Classificação de ângulos



2.3. Conversão de medidas de ângulos

A amplitude de um ângulo pode ser escrita na forma complexa ou na forma incomplexa.

Exemplo 2

- 2.1. Escreve na forma incomplexa $2^\circ 12' 37''$.
- 2.2. Escreve na forma complexa $38\ 602''$.

Sugestão de resolução

2.1. $2^\circ 12' 37''$

$$2^\circ = (2 \times 60 \times 60)'' = 7200''$$

$$12' = (12 \times 60)'' = 720''$$

$$\text{Logo, } 2^\circ 12' 37'' = (7200 + 720 + 37)'' = 7957''$$

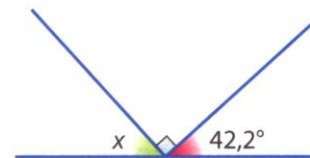
2.2.

$$\begin{array}{r|l} 38\ 602'' & 60 \\ \hline 2\ 60 & 643' \\ 202 & \\ 22'' & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 6\ 43' & 60 \\ \hline 0\ 43' & 10^\circ \end{array}$$

Logo, $38\ 602'' = 10^\circ 43' 22''$

Questão 2

- 2.1. Escreve na forma incomplexa:
 - a) $12^\circ 35' 10''$
 - b) $20^\circ 32''$
- 2.2. Escreve na forma complexa:
 - a) $6373''$
 - b) $3456'$
- 2.3. Observa a figura seguinte.



Escreve na forma complexa a amplitude do ângulo x .

2.4. Critério de igualdade de ângulos

Para verificar se dois ângulos são iguais, sem utilizar transferidor, pode-se utilizar o critério de igualdade de ângulos utilizando um compasso ou uma régua graduada.

Exemplo 3

Verifica, utilizando o compasso, se os dois ângulos representados na figura 9 são iguais.

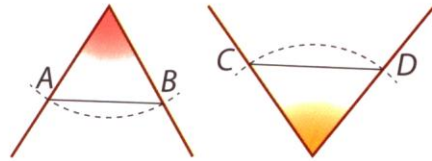


Figura 9

Sugestão de resolução

Com o compasso, desenharam-se arcos de circunferência com centro no vértice dos ângulos e com o mesmo raio.

Ainda com o compasso verificou-se que $\overline{AB} \neq \overline{CD}$. Logo, os ângulos dados não são iguais. Pelo critério de igualdade de ângulos, os ângulos dados só seriam iguais se $\overline{AB} = \overline{CD}$.



Questão 3

Utiliza um compasso ou uma régua graduada para verificar que os ângulos da figura 10 são iguais.

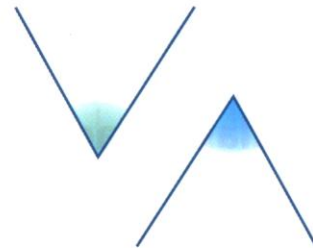


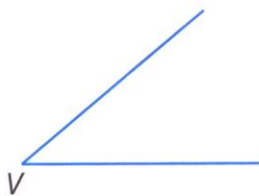
Figura 10

2.5. Bissetriz de um ângulo

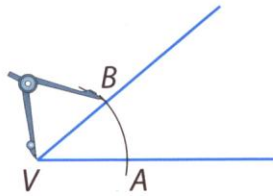
Bissetriz de um ângulo

A **bissetriz de um ângulo** é a semirreta nele contida, de origem no vértice e que forma, com cada um dos lados, ângulos iguais.

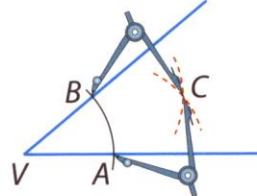
Desenhar a bissetriz de um ângulo



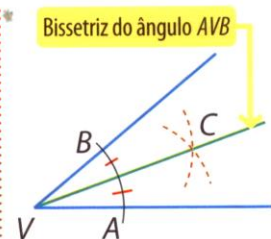
1. Considere-se um ângulo de vértice V .



2. Com um compasso desenha-se o arco AB .



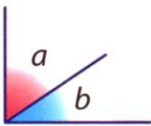
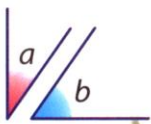
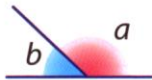
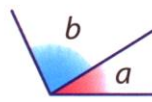
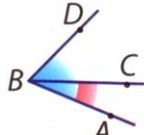
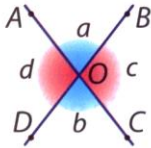
3. Com a mesma abertura do compasso, desenharam-se os arcos vermelhos com centros em A e B , que se intersectam em C .



4. Desenha-se a semirreta VC que é a bissetriz do ângulo AVB .

- Num triângulo isósceles, a altura relativa ao lado diferente está contida na bissetriz do ângulo formado pelos lados iguais.
- Num triângulo equilátero, as alturas do triângulo estão contidas nas bissetrizes dos ângulos do triângulo.

2.6. Pares de ângulos

Ângulos complementares	Ângulos suplementares	Ângulos adjacentes	Ângulos verticalmente opostos
 São ângulos cuja soma é igual a um ângulo reto. 	 São ângulos cuja soma é igual a um ângulo raso. 	 São ângulos, de um mesmo plano, que partilham um lado e nenhum dos ângulos está contido no outro. a e b são ângulos adjacentes. Considera a seguinte figura:  Repara que os ângulos ABD e ABC não são adjacentes. Porquê?	 Dois ângulos BOA e DOC são verticalmente opostos quando as semirretas $\vec{OA}$ e $\vec{OB}$ são respetivamente opostas a $\vec{OC}$ e $\vec{OD}$: a e b são ângulos verticalmente opostos; c e d também são ângulos verticalmente opostos; - dois ângulos verticalmente opostos são iguais.

Exemplo 4

Observa a figura 11.

4.1. Indica:

- dois ângulos adjacentes;
- dois ângulos suplementares;
- dois ângulos verticalmente opostos.

4.2. Sabendo que $\widehat{CDE} = 37^\circ 32' 48''$, determina $\widehat{EDF}$.

4.3. Justifica que os ângulos ABC e CDE não são adjacentes.

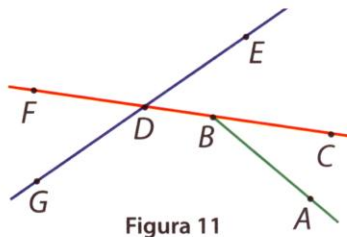


Figura 11

Sugestão de resolução

4.1. a) Por exemplo, CDE e EDF .

b) Por exemplo, EDF e FDG .

c) Por exemplo, CDE e FDG .

4.2. Pretende-se calcular $180^\circ - 37^\circ 32' 48''$.

$180^\circ = 179^\circ 60' = 179^\circ 59' 60''$. Assim:

$$\begin{array}{r} 179^\circ \quad 59' \quad 60'' \\ - \quad 37^\circ \quad 32' \quad 48'' \\ \hline 142^\circ \quad 27' \quad 12'' \end{array}$$

Logo, $\widehat{EDF} = 142^\circ 27' 12''$.

4.3. Os ângulos não são adjacentes porque não têm o mesmo vértice.

Questão 4

Observa a figura 12.

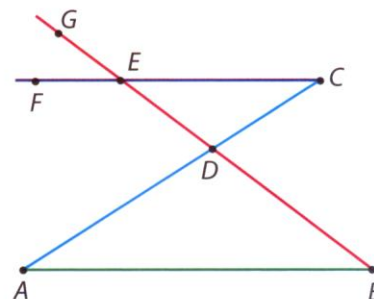


Figura 12

4.1. Indica:

- dois ângulos adjacentes;
- dois ângulos suplementares;
- dois ângulos verticalmente opostos.

4.2. Sabendo que:

$\widehat{BAD} = 32^\circ 27' 13''$, determina a amplitude de um ângulo complementar ao ângulo BAD .

2.7. Ângulos em polígonos

Observa a figura 13 onde está representado o pentágono $[ABCDE]$.

- O pentágono tem cinco ângulos internos.

Por exemplo, o ângulo AED é um **ângulo interno do pentágono**.

- O pentágono tem cinco ângulos externos com vértices distintos.

Por exemplo, o ângulo FCD é um **ângulo externo** do pentágono.

Os ângulos BAE e CBA são ângulos **adjacentes ao lado $[AB]$** .

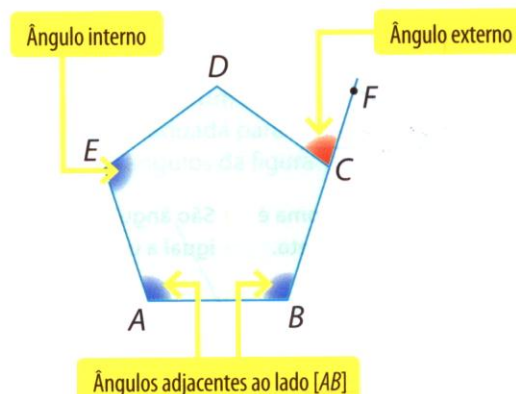


Figura 13

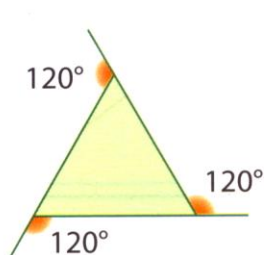
2.8. Ângulos em polígonos regulares

Polígono regular

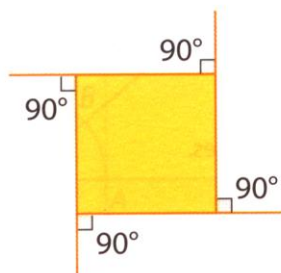
Um polígono regular tem os ângulos internos e os lados todos iguais.

A soma das amplitudes dos ângulos externos com vértices distintos de qualquer polígono convexo é igual a um ângulo giro.

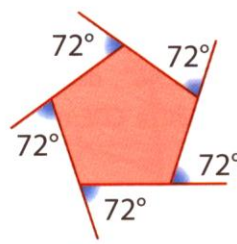
Por exemplo:



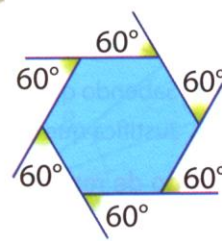
Triângulo equilátero



Quadrado



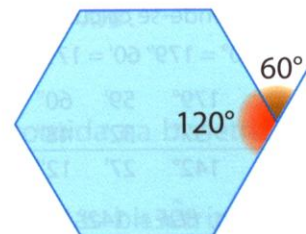
Pentágono



Hexágono regular

Repara que, num polígono regular, os ângulos internos são todos iguais entre si e os ângulos externos também.

Num polígono regular, um ângulo interno e um ângulo externo com o mesmo vértice são ângulos suplementares.

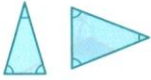


Hexágono regular

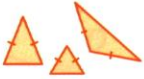
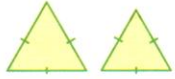
3. Ângulos e triângulos

3.1. Classificações de triângulos

Classificação de triângulos quanto aos ângulos

Triângulos acutângulos	Triângulos retângulos	Triângulos obtusângulos
		
Um triângulo é acutângulo se tem os três ângulos agudos.	Um triângulo é retângulo se tem um ângulo reto.	Um triângulo é obtusângulo se tem um ângulo obtuso.

Classificação de triângulos quanto aos lados

Triângulos escalenos	Triângulos isósceles	Triângulos equiláteros
		
Um triângulo é escaleno se todos os lados têm comprimentos diferentes.	Um triângulo é isósceles se pelo menos dois lados têm o mesmo comprimento.	Um triângulo é equilátero se todos os lados têm o mesmo comprimento.

3.2. Triângulo retângulo

Num triângulo retângulo os lados têm designações específicas (figura 14).

Ao lado oposto ao ângulo reto chama-se **hipotenusa**. Os outros dois lados são os **catetos**.

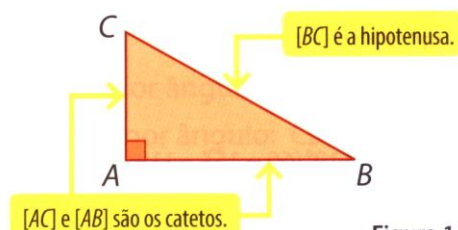


Figura 14

3.3. Desigualdade triangular

Desigualdade triangular

Em qualquer triângulo, o comprimento de qualquer lado é menor do que a soma dos comprimentos dos outros dois lados.

Exemplo 5

Dois lados de um triângulo medem 2,8 cm e 6,2 cm. Dos comprimentos a seguir indicados, qual pode ser o comprimento do terceiro lado?

3,4 cm

9,2 cm

8,5 cm

2,8 cm

6,2 cm

Sugestão de resolução

$6,2 + 2,8 = 9,0$ e $6,2 - 2,8 = 3,4$. O terceiro lado é maior do que 3,4 cm e menor do que 9 cm. Resposta: 8,5 cm

Questão 5

Diz, justificando, se é possível construir um triângulo cujos lados têm os seguintes comprimentos:

5.1. 8 cm, 9 cm e 16 cm

5.2. 12 cm, 5 cm e 12 cm

5.3. 17,2 cm; 8,5 cm e 7,8 cm

3.4. Soma dos ângulos internos de um triângulo

Soma dos ângulos internos de um triângulo

Em qualquer triângulo, a soma dos ângulos internos é igual a um ângulo raso.

Exemplo 6

Observa a figura 15 e determina $\hat{x}$.

Sugestão de resolução

$$15,2^\circ = 15^\circ + 0,2^\circ =$$

$$0,2 \times 60 = 12$$

$$= 15^\circ 12'$$

$$110^\circ 12' + 15^\circ 12' = 125^\circ 24'$$

$$180^\circ = 179^\circ 60'$$

$$\begin{array}{r} 179^\circ 60' \\ - 125^\circ 24' \\ \hline 54^\circ 36' \end{array}$$

Resposta: $\hat{x} = 54^\circ 36'$

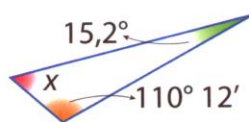


Figura 15

Questão 6

Observa a figura 16 e determina $\hat{x}$.



Figura 16

3.5. Ângulo externo de um triângulo

Ângulo externo de um triângulo

Um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes.

Exemplo 7

Observa a figura 17 e determina $\hat{x}$.

Sugestão de resolução

$$\hat{x} = 120^\circ 15' - 45^\circ 38'$$

$$15 < 38$$

$$120^\circ 15' = 119^\circ (60 + 15)' = 119^\circ 75'$$

$$\begin{array}{r} 119^\circ 75' \\ - 45^\circ 38' \\ \hline 74^\circ 37' \end{array}$$

Resposta: $\hat{x} = 74^\circ 37'$

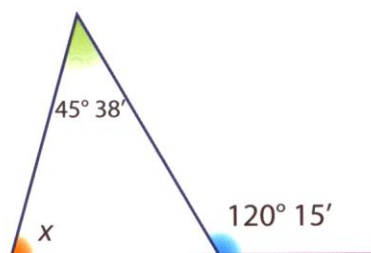


Figura 17

Questão 7

Observa a figura 18 e determina $\hat{x}$.

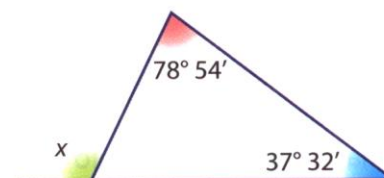


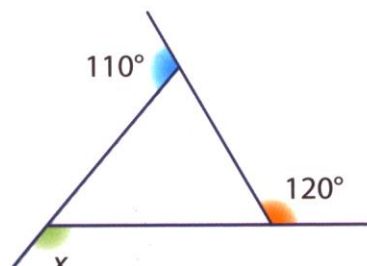
Figura 18

3.6. Soma dos ângulos externos de um triângulo com vértices distintos

Soma dos três ângulos externos com vértices distintos de um triângulo

Num triângulo a soma dos três ângulos externos com vértices distintos é igual a um ângulo giro.

Por exemplo:



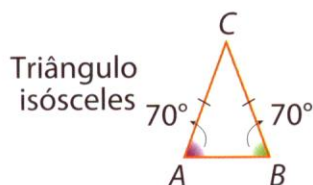
$$\hat{x} = 360^\circ - 110^\circ - 120^\circ$$

$$\hat{x} = 130^\circ$$

3.7. Ângulos e lados de um triângulo. Propriedades

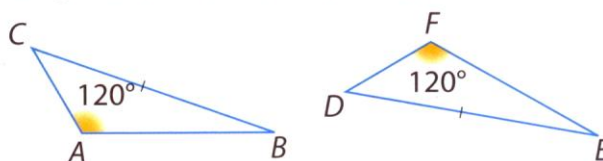
1. Num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais e reciprocamente.

Por exemplo:



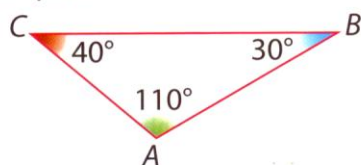
2. Em triângulos iguais, a lados iguais opõem-se ângulos iguais e reciprocamente.

Por exemplo, se os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são iguais e $\hat{BAC} = \hat{DEF}$, então $\overline{BC} = \overline{DE}$.



3. Num triângulo, ao maior lado opõe-se o maior ângulo e ao menor lado opõe-se o menor ângulo e vice-versa.

Por exemplo:



Maior lado: $[BC]$

Maior ângulo: BAC

Menor lado: $[AC]$

Menor ângulo: CBA

Exemplo 8

8.1. Dois ângulos de um triângulo têm amplitudes iguais a 60° .

Classifica o triângulo quanto aos lados.

8.2. Um triângulo tem dois ângulos de amplitudes iguais a 45° .

Classifica o triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Sugestão de resolução

8.1. $180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ$

O triângulo tem três ângulos iguais de amplitudes 60° , logo é um triângulo equilátero.

8.2. $180^\circ - 2 \times 45^\circ = 90^\circ$

O triângulo é isósceles e retângulo.

Questão 8

Num triângulo, dois dos ângulos têm amplitude 102° e 20° .

Classifica o triângulo quanto aos lados e quanto aos ângulos.

3.8. Construção de triângulos

Para construir um triângulo é necessário conhecer:

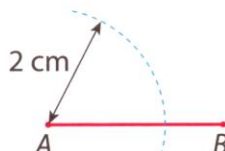
- o comprimento dos três lados; **ou**
- o comprimento de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado; **ou**
- o comprimento de um lado e as amplitudes dos ângulos adjacentes a esse lado.

a) Construção de um triângulo dados os comprimentos dos três lados

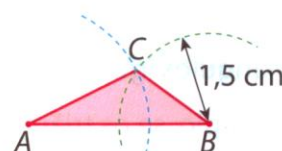
$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \overline{BC} = 1,5 \text{ cm} \text{ e } \overline{AC} = 2 \text{ cm}$$



1. $2 + 1,5 > 3$
A construção é possível.
2. Desenha-se $[AB]$, sendo $\overline{AB} = 3 \text{ cm}$.



3. Desenha-se a circunferência de centro A e raio 2 cm .



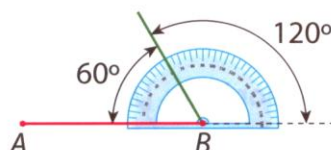
4. Desenha-se a circunferência de centro B e raio $1,5 \text{ cm}$.
5. Marca-se o ponto C e desenha-se o triângulo $[ABC]$.

b) Construção de um triângulo dados os dois lados e o ângulo por eles formado

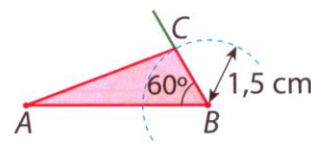
$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \overline{BC} = 1,5 \text{ cm} \text{ e } \hat{CBA} = 60^\circ$$



1. Desenha-se $[AB]$, sendo $\overline{AB} = 3$.



2. Desenha-se uma semirreta com origem em B que forme com $[AB]$ um ângulo de 60° .



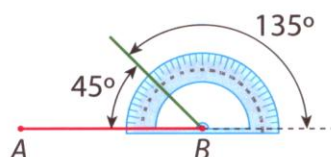
3. Desenha-se um arco de circunferência de centro B e raio $1,5 \text{ cm}$.
4. Marca-se o ponto C e desenha-se o triângulo $[ABC]$.

c) Construção de um triângulo dados um lado e os ângulos adjacentes a esse lado

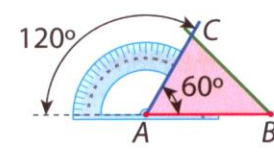
$$\overline{AB} = 3 \text{ cm}, \hat{CBA} = 45^\circ \text{ e } \hat{BAC} = 60^\circ$$



1. Desenha-se $[AB]$, sendo $\overline{AB} = 3$.

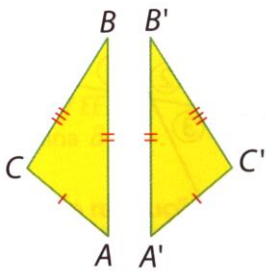
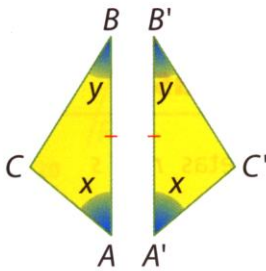
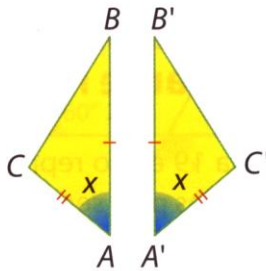


2. Desenha-se uma semirreta com origem em B que forme com $[AB]$ um ângulo de 45° .



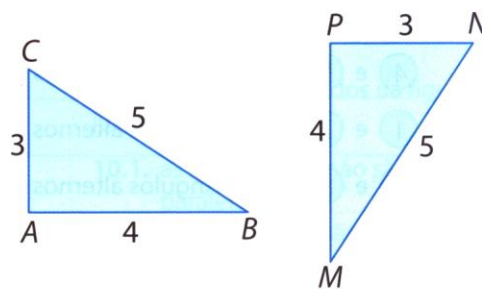
3. Desenha-se uma semirreta com origem em A que forme com $[AB]$ um ângulo de 60° . O ponto C é o ponto de interseção dos dois segmentos. Desenha-se o triângulo $[ABC]$.

3.9. Critérios de igualdade de triângulos

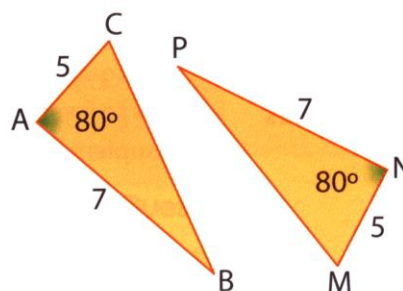
Critérios de igualdade de triângulos		
 Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro, os três lados iguais. Critério LLL (Lado, Lado, Lado)	 Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro, um lado igual e os ângulos adjacentes a este lado iguais. Critério ALA (Ângulo, Lado, Ângulo)	 Dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro, dois lados iguais e o ângulo por eles formado igual. Critério LAL (Lado, Ângulo, Lado)

Por exemplo:

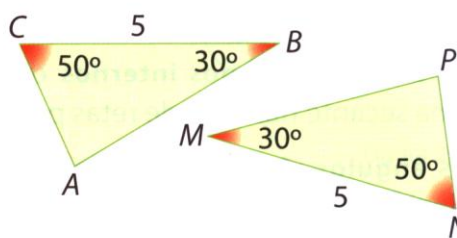
- Os triângulos $[ABC]$ e $[MNP]$ são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais.



- Os triângulos $[ABC]$ e $[MNP]$ são iguais porque têm, de um para o outro, dois lados iguais e o ângulo por eles formado igual.



- Os triângulos $[ABC]$ e $[MNP]$ são iguais porque têm, de um para o outro, um lado igual e os ângulos adjacentes a esse lado iguais.



4. Ângulos de lados paralelos e ângulos de lados perpendiculares

4.1. Ângulos determinados por uma secante num par de retas

Na figura 19 estão representadas as retas r e s intersectadas pela secante t .

Ficaram definidos oito ângulos.

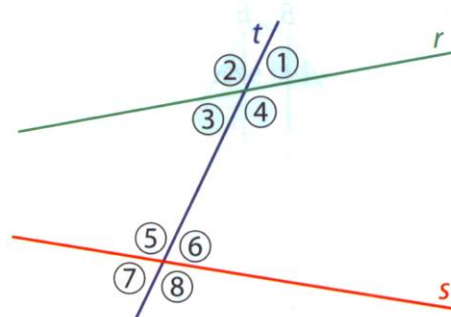


Figura 19

Pares de ângulos	Classificações
① e ⑥	Ângulos correspondentes
④ e ⑧	Ângulos correspondentes
② e ⑤	Ângulos correspondentes
③ e ⑦	Ângulos correspondentes
③ e ⑥	Ângulos alternos internos
④ e ⑤	Ângulos alternos internos
① e ⑦	Ângulos alternos externos
② e ⑧	Ângulos alternos externos

- **Alternos** significa que estão um de cada lado da secante.
- **Internos** significa que parte dos ângulos está “dentro” das retas intersectadas pela secante.
- **Externos** significa que os ângulos estão “fora” das retas intersectadas pela secante.
- **Correspondentes** significa que um é interno e o outro é externo e estão ambos do mesmo lado da secante.

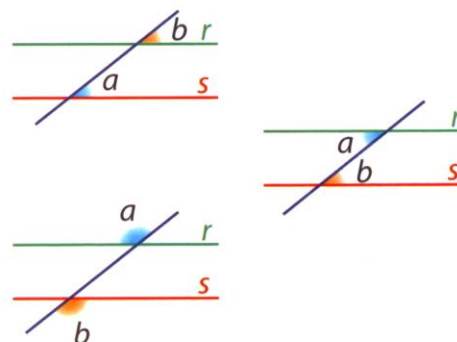
4.2. Ângulos de lados paralelos

Propriedades dos ângulos de lados paralelos

Dois ângulos convexos complanares, de lados paralelos dois a dois, são iguais se forem “da mesma espécie” (ambos agudos ou ambos obtusos) e são suplementares se um for agudo e o outro obtuso.

Assim, tem-se:

- Os **ângulos correspondentes** determinados por uma secante em duas retas paralelas são iguais.
- Os **ângulos alternos internos** determinados por uma secante num par de retas paralelas são iguais.
- Os **ângulos alternos externos** determinados por uma secante num par de retas paralelas são iguais.



Exemplo 9

Observa a figura 20.

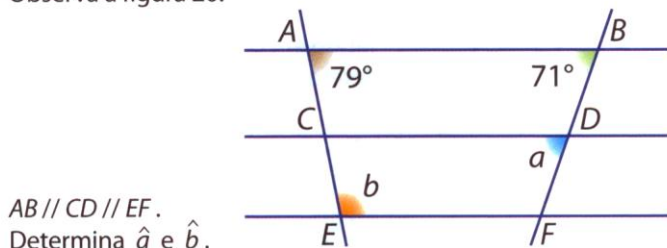


Figura 20

$AB \parallel CD \parallel EF$.
Determina $\hat{a}$ e $\hat{b}$.

Sugestão de resolução

$\hat{a} = 71^\circ$, porque ângulos correspondentes determinados por uma secante num par de retas paralelas têm a mesma amplitude.

$\hat{b} = \hat{DCA}$, porque são ângulos correspondentes e $AB \parallel CD$.

$\hat{b} = \hat{DCA} = 180^\circ - 79^\circ = 101^\circ$. Ângulos de lados paralelos, sendo um agudo e o outro obtuso, são suplementares.

Exemplo 10

Na figura 22:

- $AB \parallel CD$
- $[ABC]$ é um triângulo equilátero

Completa.

$\hat{CBA} = \underline{\hspace{1cm}}$ $\hat{BCD} = \underline{\hspace{1cm}}$ $\hat{DBC} = \underline{\hspace{1cm}}$

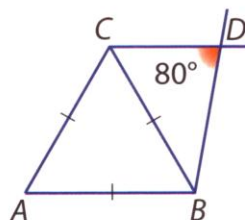


Figura 22

Sugestão de resolução

$\hat{CBA} = 60^\circ$; $\hat{BCD} = 60^\circ$; $\hat{DBC} = 40^\circ$

Questão 9

Observa a figura 21 e determina $\hat{x}$.

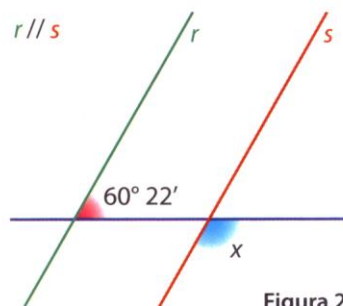


Figura 21

Questão 10

Observa a figura 23.

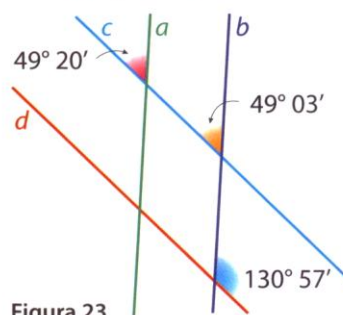


Figura 23

Tendo em conta os dados da figura, justifica que:

- 10.1. as retas a e b não são paralelas;
- 10.2. as retas c e d são paralelas.

4.3. Ângulos de lados perpendiculares**Propriedades dos ângulos de lados perpendiculares**

Dois ângulos convexos complanares, de lados perpendiculares dois a dois, são iguais se forem “da mesma espécie” (ambos agudos ou ambos obtusos) e são suplementares se um for agudo e o outro obtuso.

Exemplo 11

Na figura 24 está representado o triângulo $[ABC]$, retângulo em C .

O ponto P é o pé da perpendicular traçada de C para AB .

Determina a amplitude do ângulo ACP .

Justifica a tua resposta.

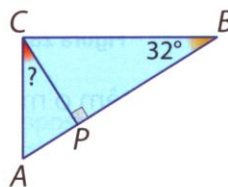


Figura 24

Sugestão de resolução

$\hat{ACP} = 32^\circ$, porque os ângulos ACP e CBP são ângulos agudos de lados perpendiculares.

Questão 11

Observa a figura 25.

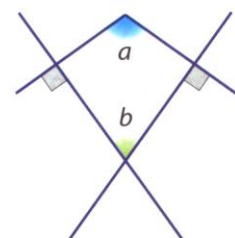


Figura 25

Justifica que os ângulos a e b são suplementares.

Exemplo 12

Na figura 26, tem-se:

- $AC \parallel DF$
- $CB \parallel EF$
- os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são iguais

Determina sucessivamente:

$\hat{EDF}$; $\hat{CBA}$; $\hat{DGB}$; $\hat{FGC}$

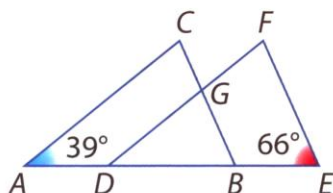


Figura 26

Sugestão de resolução

- $\hat{EDF} = 39^\circ$, porque os ângulos EDF e BAC são ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.
- $\hat{CBA} = 66^\circ$, porque os ângulos CBA e FED são ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.
- $\hat{DGB} = 180^\circ - 39^\circ - 66^\circ = 75^\circ$, porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.
- $\hat{FGC} = 75^\circ$, porque os ângulos FGC e DGB são ângulos verticalmente opostos, pelo que são iguais.

Questão 12

Observa a figura 27.

Tendo em conta os dados da figura, determina $\hat{x}$.

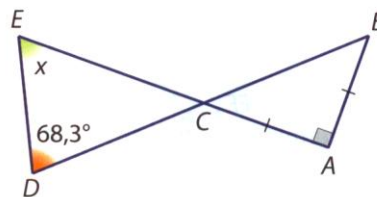


Figura 27

Mostra como obtiveste a tua resposta.

5. Paralelogramos

Paralelogramo

Um **paralelogramo** é um quadrilátero em que os lados são paralelos dois a dois.

Propriedades

Considera o paralelogramo da figura 28.

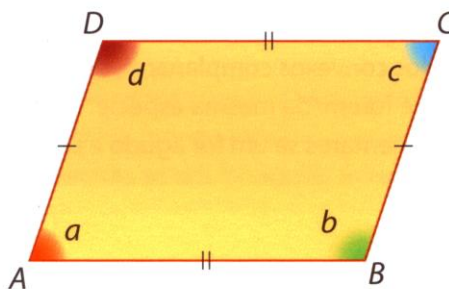


Figura 28

$[ABDC]$ é um paralelogramo.

- Os lados opostos de um paralelogramo têm o mesmo comprimento.
- Os ângulos opostos de um paralelogramo são iguais.

$$\hat{a} = \hat{c} \text{ e } \hat{d} = \hat{b}$$

- Os ângulos adjacentes a um lado do paralelogramo são suplementares.

Por exemplo, $\hat{a} + \hat{b} = 180^\circ$ ou $\hat{b} + \hat{c} = 180^\circ$.

Exemplo 13

Na figura 29, $[ABCD]$ é um paralelogramo.

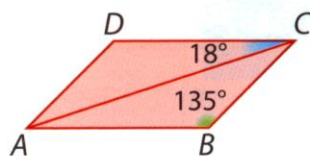


Figura 29

13.1. Justifica que os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ são iguais.

13.2. Determina $\hat{CAD}$. Justifica a tua resposta.

Sugestão de resolução

13.1. $\overline{AD} = \overline{BC}$, porque são lados opostos do paralelogramo.

$\overline{AB} = \overline{CD}$, porque são lados opostos do paralelogramo.

O lado $[AC]$ é comum aos dois triângulos.

Logo, pelo critério LLL de igualdade de triângulos, os dois triângulos são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais.

13.2. $\hat{DCB} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, porque os ângulos adjacentes a um lado de um paralelogramo são suplementares.

$$\hat{ACB} = 45^\circ - 18^\circ = 27^\circ$$

$\hat{BAC} = \hat{CAD} = 27^\circ$, porque ângulos alternos internos, determinados num par de retas paralelas por uma secante, têm a mesma amplitude.

Questão 13

13.1. Na figura 30, $[ABCD]$ é um paralelogramo.

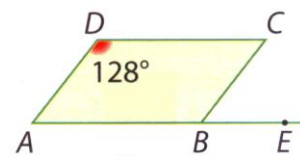


Figura 30

O ponto E pertence à reta AB .

Determina:

a) $\hat{BAD}$ b) $\hat{EBC}$

13.2. Na figura 31 tem-se:

• $\overline{ED} \parallel \overline{AB}$

• $\overline{ED} = \overline{AB}$

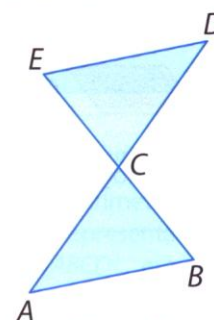


Figura 31

Justifica que os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são iguais.

Exemplo 14

Na figura 32 está representada uma circunferência de centro O .

Os pontos A , B , C e D pertencem à circunferência.

Justifica que $\overline{AB} = \overline{CD}$.

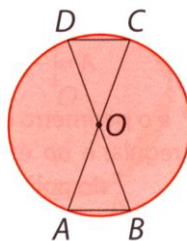


Figura 32

Sugestão de resolução

• $\hat{COD} = \hat{AOB}$ (ângulos verticalmente opostos)

• $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OD}$ (raios da circunferência)

Os triângulos $[AOB]$ e $[DOC]$ são iguais pelo critério LAL.

Logo, $\overline{AB} = \overline{DC}$, porque, em triângulos iguais, a ângulos iguais opõem-se lados iguais.

Questão 14

Na figura 33 está representada uma circunferência de centro O .

• Os pontos A , B e C são pontos da circunferência.

• $\hat{AOB} = \hat{BOC} = \hat{COA}$

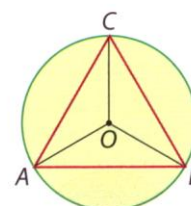
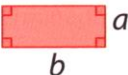
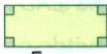
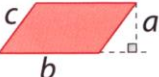
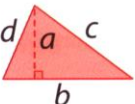
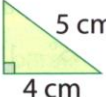
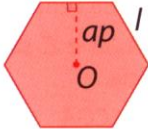
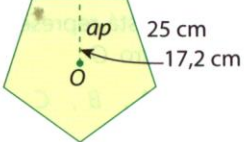
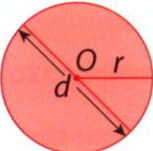
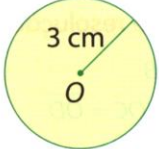


Figura 33

14.1. Justifica que são iguais os triângulos $[ABO]$ e $[BOC]$.

14.2. Justifica que $[ABC]$ é um triângulo equilátero.

6. Perímetros e áreas de figuras planas

Figura geométrica	Fórmula	Exemplo
 Quadrado	$A = c \times c = c^2$ c é o lado do quadrado. $P = 4 \times c$	 3 cm $A = 3^2 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$ $P = (4 \times 3) \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
 Retângulo	$A = b \times a$ b é a base e a é a altura do retângulo. $P = 2 \times a + 2 \times b$	 2 cm 5 cm $A = (2 \times 5) \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$ $P = (2 \times 5 + 2 \times 2) \text{ cm} = 14 \text{ cm}$
 Paralelogramo	$A = b \times a$ b é a base do paralelogramo e a é a altura relativa a essa base. $P = 2 \times b + 2 \times c$	 4 cm 8 cm $A = (8 \times 4) \text{ cm}^2 = 32 \text{ cm}^2$ $P = (2 \times 5 + 2 \times 8) \text{ cm} = 26 \text{ cm}$
 Triângulo	$A = \frac{b \times a}{2}$ b é a base do triângulo e a é a altura relativa a essa base. $P = b + c + d$	 3 cm 5 cm 4 cm $A = \frac{4 \times 3}{2} \text{ cm}^2 = 6 \text{ cm}^2$ $P = (3 + 4 + 5) \text{ cm} = 12 \text{ cm}$
 Polígono regular	$A = \frac{P \times ap}{2}$ P é o perímetro do polígono regular e ap é o apótema do polígono. $P = 6 \times l$	 25 cm $17,2 \text{ cm}$ $A \approx \frac{125 \times 17,2}{2} \text{ cm}^2 \approx 1075 \text{ cm}^2$ $P = (5 \times 25) \text{ cm} = 125 \text{ cm}$
 Círculo	Área do círculo $A = \pi \times r \times r$ ou $A = \pi \times r^2$ r é o raio do círculo Perímetro do círculo $P = 2 \times \pi \times r$ ou $P = \pi \times d$ d é o diâmetro do círculo	 3 cm $A = (\pi \times 3^2) \text{ cm}^2 = (9 \times \pi) \text{ cm}^2$ $P = (2 \times 3 \times \pi) \text{ cm} = (6 \times \pi) \text{ cm}^2$

Exemplo 15

A figura 34 é formada pelo círculo de centro C e pelo retângulo $[ABCD]$.

- $\overline{CD} = 6$
- $\overline{AD} = 14$

Considera 3,1416 para valor aproximado de π .

Determina, com aproximação às décimas:

- 15.1. o perímetro da área colorida;
- 15.2. a área da parte colorida.

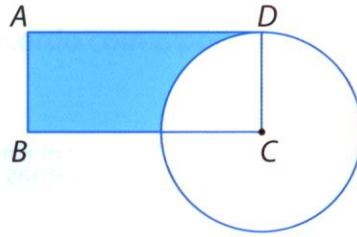


Figura 34

Sugestão de resolução

- 15.1. Perímetro do círculo: $12 \times \pi$ cm

$$\begin{aligned} \text{Perímetro da área colorida: } & \left(\frac{1}{4} \times 12 \times \pi + 14 + 6 + 8 \right) \text{ cm} \\ & = 3 \times \pi + 28 \approx 37,4248 \text{ cm} \end{aligned}$$

Resposta: 37,4 cm

- 15.2. Área da parte colorida =
= Área do retângulo $-\frac{1}{4}$ da área do círculo

$$\begin{aligned} \text{Área da parte colorida} &= \left(14 \times 6 - \frac{1}{4} \times \pi \times 6^2 \right) \text{ cm}^2 = \\ &= (84 - 9\pi) \text{ cm}^2 \approx 55,7256 \text{ cm}^2 \\ \text{Resposta: } &55,7 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Exemplo 16

Na figura 36 está representado o hexágono regular $[ABCDEF]$ inscrito na circunferência de centro O .

Sabe-se que $\overline{ED} = 10$ cm e $\overline{OP} = 8,66$ cm.

Determina a área da parte colorida.

Considera 3,1416 para valor aproximado de π .

Apresenta a resposta com aproximação às décimas.

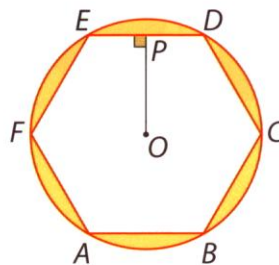


Figura 36

Sugestão de resolução

A área da parte colorida é igual à área do círculo menos a área do hexágono.

O raio do círculo é igual ao lado do hexágono, pois o triângulo $[EOD]$ é equilátero (tem todos os ângulos iguais a 60°).

$$\begin{aligned} \text{Área da parte colorida} &= \left(\pi \times 10^2 - \frac{6 \times 10 \times 8,66}{2} \right) \text{ cm}^2 \approx 54,36 \text{ cm}^2 \\ \text{Resposta: } &54,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Questão 15

A figura 35 representa a horta pedagógica que o Marco visitou. Esta horta tem a forma do quadrado $[ABCD]$ e está dividida em quatro zonas, três das quais também com forma quadrada (X , Y e Z). O quadrado X tem 125 m de perímetro e o quadrado Y tem 175 m de perímetro.

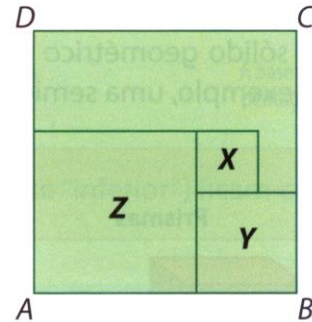


Figura 35

Determina o perímetro da horta pedagógica representada pelo quadrado $[ABCD]$, em metros. Mostra como chegaste à tua resposta.

Questão 16

Na figura 37 está representado um semicírculo de centro O e raio 12 cm.

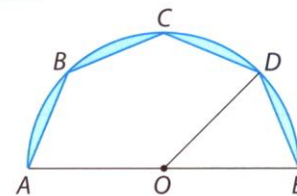


Figura 37

Os pontos A , B , C , D e E são vértices de um octógono regular inscrito na circunferência de centro O . Sabe-se que o lado do octógono tem 7,65 cm de comprimento e que o apótema mede 9,23 cm, aproximadamente. Determina, com aproximação às décimas do centímetro quadrado, a área da parte colorida da figura. Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios. (Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

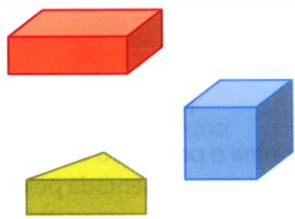
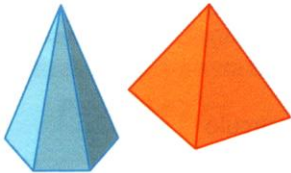
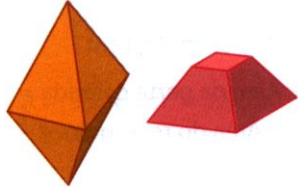
7. Sólidos geométricos

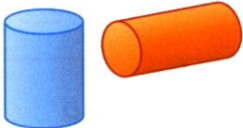
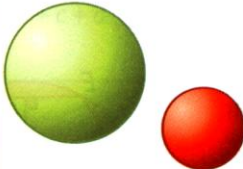
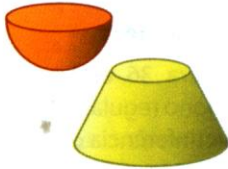
7.1. Poliedros e não poliedros

Poliedro

Poliedros são os sólidos limitados apenas por superfícies planas.

- São poliedros, por exemplo, os prismas e as pirâmides.
- Não são poliedros, por exemplo, os cones, os cilindros e as esferas.
- Um sólido geométrico que tenha faces planas e curvas também não é poliedro, como, por exemplo, uma semiesfera.

Os poliedros agrupam-se em três grupos.		
Prismas	Pirâmides	Outros poliedros
		

Os sólidos que não são poliedros agrupam-se em quatro grupos.			
Cilindros	Cones	Esferas	Outros sólidos não poliedros
			

7.2. Prismas

Prisma

Um **prisma** é um poliedro tal que duas faces são polígonos geometricamente iguais (bases do prisma), situadas, respetivamente, em dois planos paralelos, e as restantes faces (faces laterais) são paralelogramos.

A distância entre os planos que contêm as bases é a **altura do prisma**.

Na figura 38 está representado um prisma e a respetiva altura.

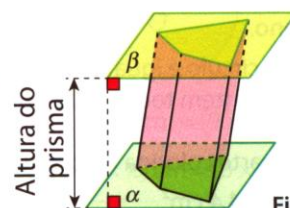


Figura 38

Classificação dos prismas

Os prismas classificam-se de acordo com o polígono da base.

Por exemplo:

Prisma hexagonal



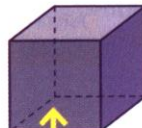
A base é um hexágono.

Prisma triangular



A base é um triângulo.

Prisma quadrangular



A base é um quadrilátero.

Prisma pentagonal



A base é um pentágono.

Quando caracterizamos a “base” de um prisma (geralmente a base “inferior”) ficam caracterizadas as duas bases, por serem polígonos iguais.

Prismas retos e prismas oblíquos

Quando as arestas laterais de um prisma são perpendiculares aos planos das bases, o **prisma é reto**; caso contrário, é **oblíquo**.



Prisma triangular reto



Prisma triangular oblíquo

Prismas regulares

Os prismas retos cujas bases são polígonos regulares são **prismas regulares**.

Prisma triangular regular



A base é um triângulo equilátero.

Prisma quadrangular regular



A base é um quadrado.

Prisma pentagonal regular

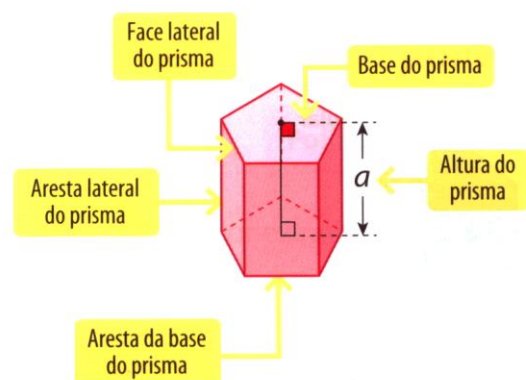


A base é um pentágono regular.

Prismas especiais

Paralelepípedo	Paralelepípedo retângulo	Cubo
Um paralelepípedo é um prisma cujas bases são paralelogramos.	Um paralelepípedo retângulo é um paralelepípedo reto em que as bases são retângulos.	Um cubo é um prisma regular em que todas as faces são quadrados. Um cubo também é um paralelepípedo retângulo.

Elementos de um prisma. Planificação da superfície de um prisma



Planificação da superfície de um prisma pentagonal



Planificação da superfície de um prisma triangular

7.3. Pirâmides

Pirâmide

Uma **pirâmide** é um poliedro determinado por um polígono (base da pirâmide) que constitui uma das suas faces e um ponto (vértice da pirâmide) exterior ao plano que contém a base, de tal modo que as restantes faces (faces laterais) são os triângulos determinados pelo vértice da pirâmide e pelos lados da base.

A distância entre o vértice e o plano que contém a base chama-se **altura da pirâmide**.

Na figura 39 está representada uma pirâmide e a respetiva altura.

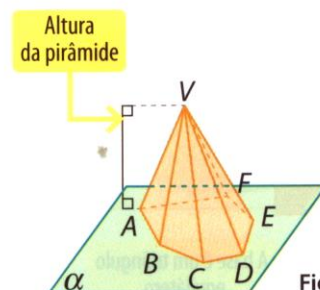
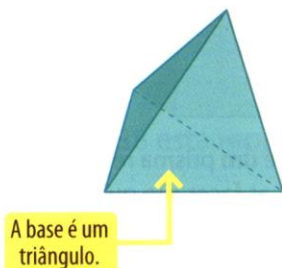


Figura 39

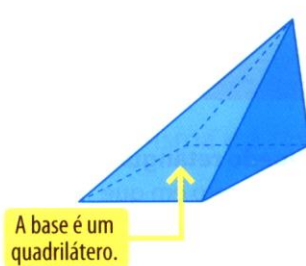
Classificação das pirâmides

As pirâmides classificam-se de acordo com o polígono da base. Por exemplo:

Pirâmide triangular



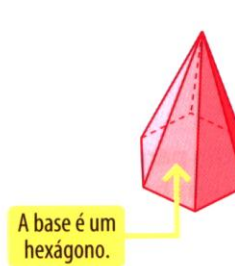
Pirâmide quadrangular



Pirâmide pentagonal



Pirâmide hexagonal



Pirâmides regulares

Uma **pirâmide** é regular quando a base é um polígono regular e as arestas laterais são iguais.

Por exemplo:

Pirâmide triangular regular



A base é um triângulo equilátero e as arestas laterais são iguais.

Pirâmide quadrangular regular



A base é um quadrado e as arestas laterais são iguais.

Pirâmide pentagonal regular



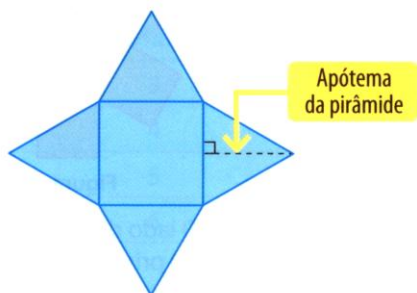
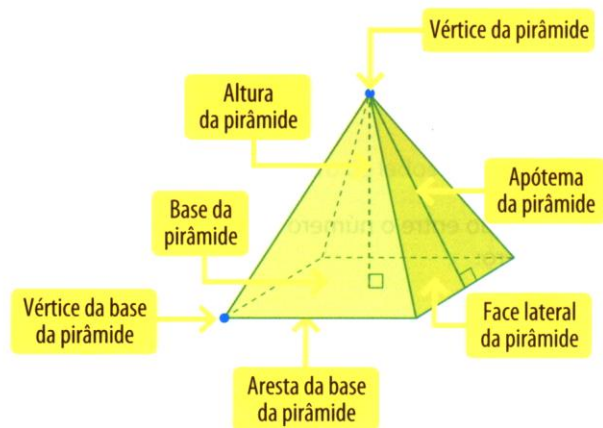
A base é um pentágono regular e as arestas laterais são iguais.

Pirâmide hexagonal regular

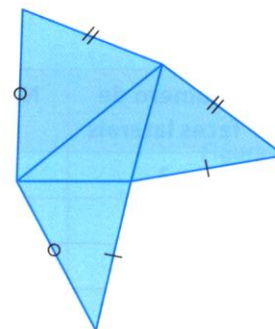


A base é um hexágono regular e as arestas laterais são iguais.

Elementos de uma pirâmide. Planificação da superfície de uma pirâmide



Planificação da superfície de uma pirâmide quadrangular regular



Planificação da superfície de uma pirâmide triangular

O apótema de uma pirâmide regular é a altura das suas faces.

7.4. Relação dos elementos de um prisma com o polígono da base

Arestas de um prisma

O **número de arestas** de um prisma é o triplo do número de arestas da base.

Vértices de um prisma

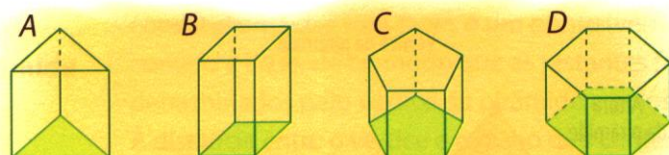
O **número de vértices** de um prisma é o dobro do número de vértices da base.

Faces laterais de um prisma

Num prisma, o **número de faces laterais** é igual ao número de lados do polígono da base.

Exemplo 17

Na figura estão representados quatro prismas.



17.1. Para cada um, escreve a relação entre o número de lados do polígono da base e o número:

- de faces laterais;
- de vértices;
- de arestas.

17.2. Pode existir um prisma com um número ímpar de vértices? Justifica a tua resposta.

Sugestão de resolução

17.1.

Prisma	Número de faces laterais	Número de vértices	Número de arestas
A	3	6	9
B	4	8	12
C	5	10	15
D	6	12	18

a) é igual; b) é o dobro; c) é o triplo.

17.2. Não. O número de vértices de um prisma é igual ao dobro do número de lados do polígono da base, pelo que é sempre um número par.

Questão 17

17.1. Um prisma tem 48 arestas.

Indica:

- quantas faces laterais tem o prisma;
- quantas faces tem o prisma.

17.2. Indica uma expressão que permite determinar o número de arestas de um prisma, dado o número n de vértices dos lados do polígono da base.

17.3. A figura 40 representa a planificação de uma caixa sem tampa com a forma de um prisma hexagonal regular.

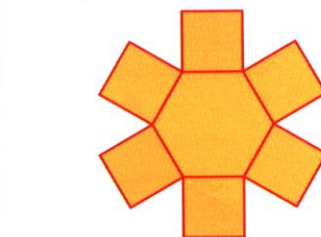


Figura 40

O lado da base é igual à altura do prisma.

- O lado da base mede 20 cm.
- O apótema do hexágono da base mede 17,32 cm.

Determina a área da planificação.

7.5. Relação dos elementos de uma pirâmide com o polígono da base

Arestas de uma pirâmide

O **número de arestas** de uma pirâmide é igual ao dobro do número de vértices da base.

Vértices de uma pirâmide

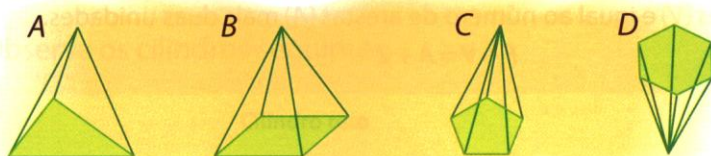
O **número de vértices** de uma pirâmide é igual ao número de vértices da base adicionado de uma unidade.

Faces laterais de uma pirâmide

Numa pirâmide, o **número de faces laterais** é igual ao número de lados do polígono da base.

Exemplo 18

Na figura estão representadas quatro pirâmides.



18.1. Para cada uma, escreve a relação entre o número de lados do polígono da base e o número:

- de faces laterais;
- de vértices;
- de arestas.

18.2. Pode existir uma pirâmide com um número ímpar de arestas? Justifica a tua resposta.

Sugestão de resolução

18.1.

Pirâmide	Número de faces laterais	Número de vértices	Número de arestas
A	3	4	6
B	4	5	8
C	5	6	10
D	6	7	12

- é igual;
- o número de vértices é superior em uma unidade;
- é o dobro.

18.2. Não. O número de arestas de uma pirâmide é igual ao dobro do número de lados do polígono da base, pelo que é sempre um número par.

Questão 18

18.1. O João tem um prisma e uma pirâmide com o mesmo número de arestas.

Que prisma e pirâmide tem o João?
Justifica a tua resposta.

18.2. Indica uma expressão que permita determinar o número de vértices de uma pirâmide, dado o número n de lados da base.

18.3. A figura 41 representa a planificação da superfície de uma pirâmide pentagonal regular.

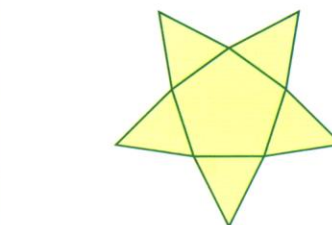


Figura 41

- O lado do pentágono mede 20 cm.
- O apótema do pentágono mede 13,76 cm.
- O apótema da pirâmide mede 18 cm.

Determina a área da superfície:

- lateral da pirâmide;
- total da pirâmide.

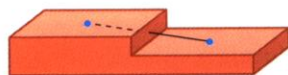
7.6. Relação de Euler

Poliedro convexo

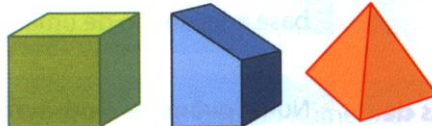
Um **poliedro** é **convexo** quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do poliedro está nele contido.

CPPE-M6 e Porto Editora

Poliedro não convexo



Poliedros convexos



Os prismas e as pirâmides são poliedros convexos.

Relação de Euler

Em qualquer poliedro convexo, a soma do número de faces (F) com o número de vértices (V) é igual ao número de arestas (A) mais duas unidades.

$$F + V = A + 2$$

Exemplo 19

Quantas arestas tem um prisma se a soma do número de faces com o número de vértices é 11?

Sugestão de resolução

Tem $11 - 2 = 9$ arestas.

(Trata-se de um prisma triangular.)

Questão 19

Quantas arestas tem uma pirâmide se a soma do número de faces com o número de vértices é 12?

Classifica a pirâmide.

Exemplo 20

Imagina um prisma e uma pirâmide com 200 vértices cada um.

Indica o número de faces laterais e totais para:

20.1. o prisma;

20.2. a pirâmide.

Sugestão de resolução

20.1. O prisma tem 100 faces laterais e 102 faces na totalidade.

20.2. A pirâmide tem 199 faces laterais e 200 faces na totalidade.

Questão 20

Imagina um prisma e uma pirâmide cujas bases são polígonos com 150 lados.

Indica o número de arestas laterais e totais para:

20.1. o prisma;

20.2. a pirâmide.

7.7. Cilindros

Considera dois círculos com o mesmo raio, C_1 (de centro O_1) e C_2 (de centro O_2), situados, respetivamente, em planos paralelos.

Cilindro

O **cilindro** de bases C_1 e C_2 é o sólido delimitado pelas bases e pela superfície formada pelos segmentos de reta que unem as circunferências dos dois círculos e que são paralelos ao segmento de reta $[O_1O_2]$.
O segmento de reta $[O_1O_2]$ designa-se por **eixo do cilindro**.

Na figura 42 está representado um cilindro e o respetivo eixo.

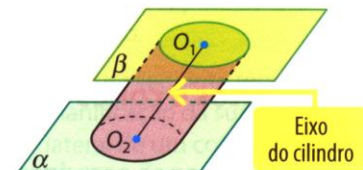
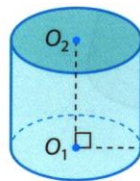


Figura 42

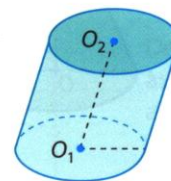
Cilindros retos e cilindros oblíquos

Observa os cilindros seguintes.

Cilindro reto



Cilindro oblíquo



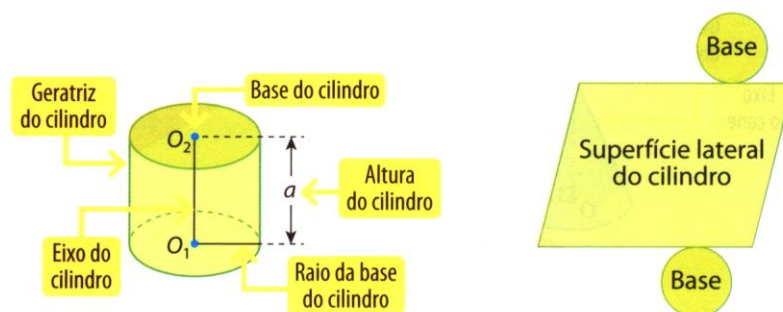
Cilindro reto e cilindro oblíquo

Quando o eixo do cilindro é perpendicular aos raios de qualquer uma das bases, o **cilindro** é **reto**; caso contrário, é **oblíquo**.

Elementos de um cilindro. Planificação da superfície de um cilindro

Nota

Por simplificação diz-se, por vezes, *raio do cilindro* em lugar de *raio da base do cilindro*.



Planificação da superfície de um cilindro

7.8. Cones

Considera um círculo C de centro O e um ponto P , exterior ao plano, que contém o círculo.

Cone

O **cone** de base C e vértice P é o sólido delimitado por C e pela superfície formada pelos segmentos de reta que unem P aos pontos da circunferência do círculo C .
O segmento de reta $[OP]$ é o **eixo do cone**.

Na figura 43 está representado um cone e o respetivo eixo.

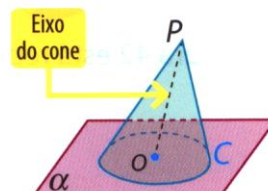
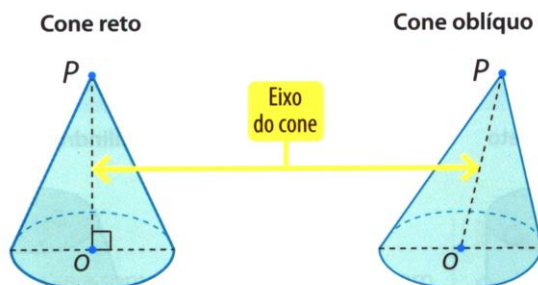


Figura 43

Cones retos e cones oblíquos

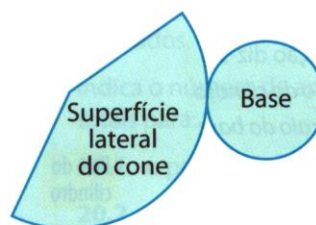
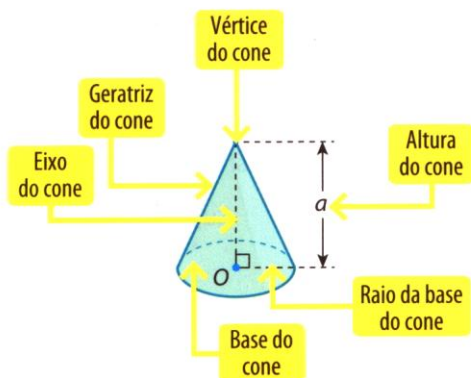
Observa os cones seguintes.



Cone reto e cone oblíquo

Quando o eixo do cone é perpendicular aos raios da base, o **cone** é **reto**; caso contrário, é **oblíquo**.

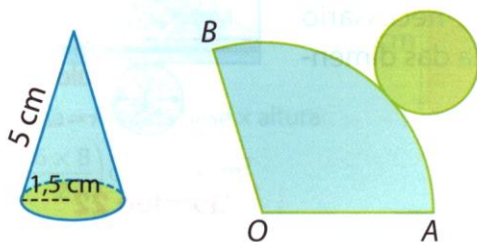
Elementos de um cone. Planificação da superfície de um cone



Planificação da superfície de um cone

Exemplo 21

Nas figuras estão representados um cone e a planificação da sua superfície.



21.1. Determina o comprimento do arco AB da planificação da superfície do cone.

21.2. Determina a amplitude do ângulo AOB .

Sugestão de resolução

21.1. O comprimento do arco AB é igual ao perímetro da base do cone. Logo, é igual a $2 \times 1,5 \times \pi = 3 \times \pi$.

21.2. $10 \times \pi$ $\frac{\quad}{360^\circ}$

$3 \times \pi$ $\frac{\quad}{x}$

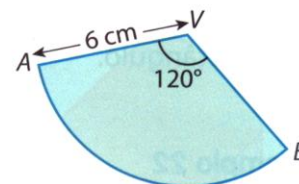
$$x = \frac{3 \times \pi \times 360^\circ}{10 \times \pi}$$

$$x = 108^\circ$$

Resposta: $\hat{AOB} = 108^\circ$

Questão 21

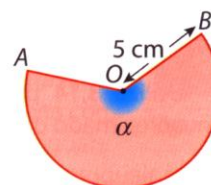
21.1. A figura representa a planificação da superfície lateral de um sólido.



a) Qual é o nome do sólido?

b) Calcula o valor exato da área da superfície lateral do sólido.

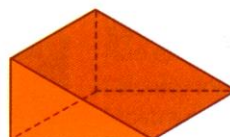
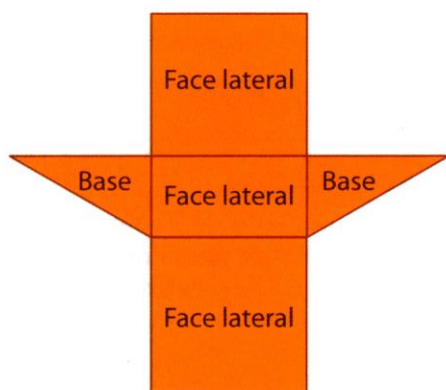
21.2. A figura seguinte representa a planificação da superfície lateral de um cone que mede $43,63 \text{ cm}^2$.



Determina, com aproximação às décimas do grau, a amplitude do ângulo α . (Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

7.9. Planificação da superfície de um sólido

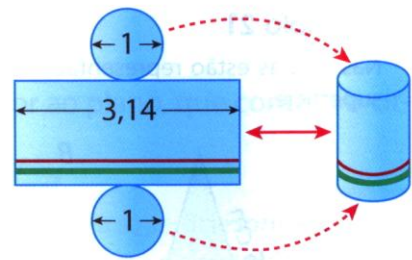
Se por dobragem de uma figura plana for possível obter um determinado sólido, diz-se que essa figura plana é uma **planificação da superfície do sólido**.



O sólido representado é um **prisma triangular**.

Planificação da superfície de um cilindro

Para que dois círculos e um retângulo correspondam à planificação da superfície de um cilindro, é necessário que o perímetro dos círculos seja igual a uma das dimensões do retângulo.



CAPP-M6 © Porto Editora

Exemplo 22

A figura 44 representa a planificação da superfície de um cilindro.

Faz as medições que achares necessárias e indica, em centímetros, um valor aproximado para:

22.1. a altura do cilindro;

22.2. o perímetro do círculo de uma das bases do cilindro.

Utiliza 3,14 para valor aproximado de π .

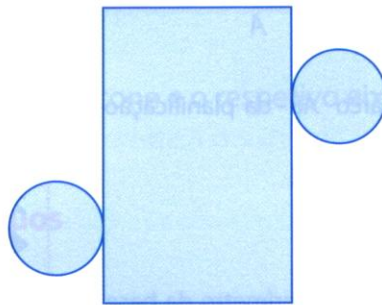


Figura 44

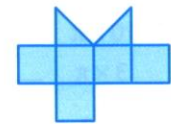
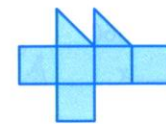
Questão 22

Na figura ao lado, está representado um cubo com apenas uma face cortada ao longo de uma das suas diagonais. Assinala com X a opção que representa uma planificação (A, B, C ou D) do cubo da figura.



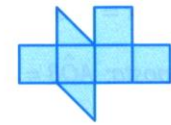
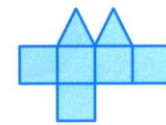
☐ A

☐ B



☐ C

☐ D



Sugestão de resolução

22.1. A altura do cilindro é 2,5 cm.

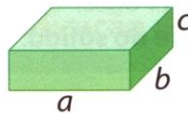
22.2. O diâmetro da base do cilindro mede aproximadamente 1,2 cm. O perímetro do círculo de uma das bases do cilindro é aproximadamente $(1,2 \times 3,14) \text{ cm} \approx 3,8 \text{ cm}$.

8. Volumes

Volume de um paralelepípedo

Fixada uma unidade de comprimento, o volume de um **paralelepípedo retângulo** é obtido multiplicando-se o comprimento pela largura e pela altura.

$$V = a \times b \times c$$



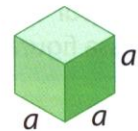
Volume de um cubo

O cubo é um caso particular do paralelepípedo retângulo.

$$\text{Volume do cubo} = a \times a \times a$$

ou

$$V = a^3$$

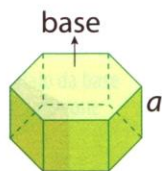


Volume de um prisma

Fixada uma unidade de comprimento, o **volume de um prisma reto** é igual ao produto da área da base pela sua altura.

$$V = \text{área da base} \times \text{altura} \text{ ou}$$

$$V = A_b \times a$$

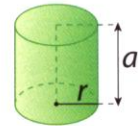


Volume de um cilindro

Fixada uma unidade de comprimento, o **volume de um cilindro reto** é igual ao produto da área da base pela sua altura.

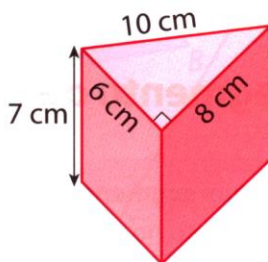
$$V = \text{área da base} \times \text{altura} \text{ ou}$$

$$V = \pi \times r^2 \times a$$



Exemplo 23

Observa a figura ao lado onde está representado um prisma triangular reto. Determina o volume do prisma.

**Sugestão de resolução**

Volume do prisma = Área da base $\times$ altura

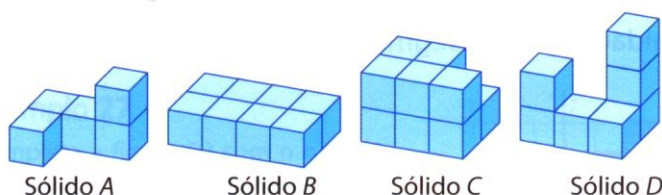
$$\text{Área da base: } \left(\frac{6 \times 8}{2}\right) \text{ cm}^2 = 24 \text{ cm}^2$$

$$\text{Volume do prisma} = (24 \times 7) \text{ cm}^3 = 168 \text{ cm}^3$$

Resposta: 168 cm^3

Exemplo 24

A Sara construiu os quatro sólidos que estão representados a seguir com cubinhos de madeira, com 1 cm de aresta.



24.1. Dos quatro sólidos que a Sara construiu, assinala com X o que tem maior volume.

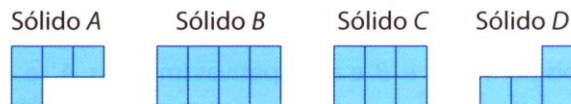
☐ Sólido A ☐ Sólido B ☐ Sólido C ☐ Sólido D

24.2. Desenha uma vista de cima de cada sólido.

Sugestão de resolução

24.1. ☒ Sólido C

24.2.

**Exemplo 25**

Na figura 46 está representado um cilindro de volume igual a 1800 cm^3 .

Determina um valor aproximado da altura do cilindro, sabendo que o diâmetro da base mede 10 cm.

Considera 3,1416 para valor aproximado de π .

Apresenta a resposta com aproximação às centésimas do centímetro.

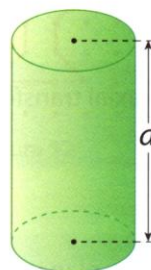


Figura 46

Sugestão de resolução

$$V = \pi \times r^2 \times a; a = \frac{V}{\pi \times r^2}$$

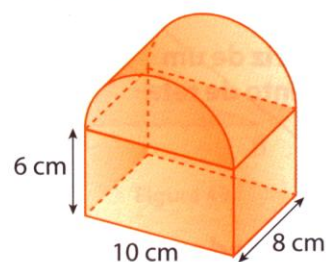
$$1800 : (3,1416 \times 5^2) \approx 22,9183$$

Resposta: 22,92 cm

Questão 23

O sólido da figura é formado por um paralelepípedo retângulo e um semicilindro.

Qual é o volume do sólido?



Considera 3,1416 para valor aproximado de π . Apresenta o resultado com aproximação às décimas do centímetro cúbico.

Questão 24

Observa a figura 45, que representa uma construção feita com três cubinhos iguais.



Figura 45

Quantos cubinhos iguais àqueles é necessário acrescentar à construção para formar um cubo com o menor volume possível?

Questão 25

Numa oficina, construiu-se uma peça a partir de um cubo de madeira com 45 mm de aresta. Esse cubo foi perfurado com uma broca com 14 mm de diâmetro, ficando o cubo com um orifício cilíndrico, conforme se ilustra na figura 47.

Determina o volume, em milímetros cúbicos, da peça de madeira representada na figura.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios. Mostra como chegaste à tua resposta (utiliza 3,1416 para valor aproximado de π).

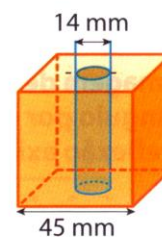


Figura 47

9. Isometrias

9.1. Mediatriz de um segmento de reta

Mediatriz de um segmento de reta

A **mediatriz de um segmento de reta** num dado plano é a reta perpendicular a esse segmento no respetivo ponto médio.

CPPE-M6 © Porto Editora

Propriedades da mediatriz de um segmento de reta

- Os pontos da mediatriz de um segmento de reta são equidistantes das respetivas extremidades.
- Um ponto equidistante das extremidades de um segmento de reta pertence à respetiva mediatriz.

9.2. Reflexão axial

Imagem de um ponto por uma reflexão axial

Dada uma reta r e um ponto M não pertencente a r , a imagem de M pela **reflexão axial** de eixo r é o ponto M' tal que r é a mediatriz do segmento $[MM']$.

A imagem de um ponto do eixo r é o próprio ponto.

Imagem de um segmento de reta por uma reflexão axial

Dada uma reta r e dois pontos A e B e as respetivas imagens A' e B' pela reflexão de eixo r , são iguais os comprimentos dos segmentos $[AB]$ e $[A'B']$.

Imagem de um ângulo por uma reflexão axial

Uma reflexão axial transforma um ângulo noutro com a mesma amplitude.

Eixo de simetria

Dada uma figura plana e uma reta r , a reta r é um **eixo de simetria** quando as imagens dos pontos da figura pela reflexão de eixo r formam a mesma figura.

Exemplo 26

Na figura 48 está representado um triângulo $[ABC]$ e uma reta r .

Constrói os transformados A' , B' e C' , respetivamente, de A , B e C na reflexão axial de eixo r .

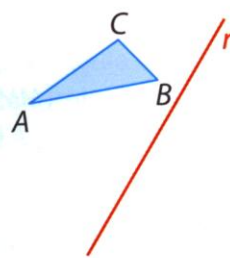
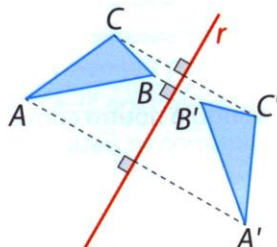
Sugestão de resolução

Figura 48

Questão 26

Na figura 49 está representado o quadrilátero $[ABCD]$ e uma reta r .

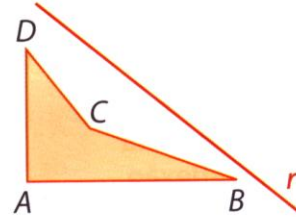


Figura 49

Constrói os transformados A' , B' , C' e D' , respetivamente, de A , B , C e D na reflexão de eixo r .

Exemplo 27

Completa a figura 50 com o número mínimo de quadrados de modo que a figura tenha dois eixos de simetria.

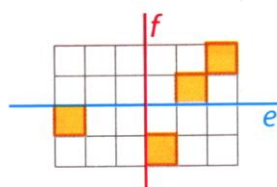
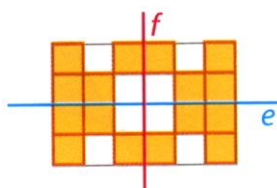
Sugestão de resolução

Figura 50

Questão 27

Completa a figura 51 com o número mínimo de quadrados, de modo que a figura tenha dois eixos de simetria.

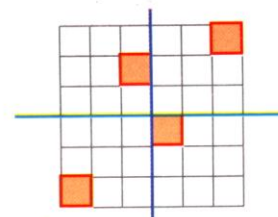


Figura 51

Exemplo 28

Desenha a imagem da figura 52 na reflexão axial de eixo r .

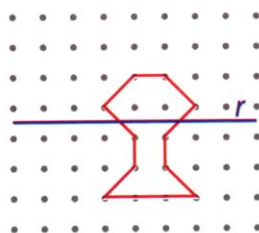
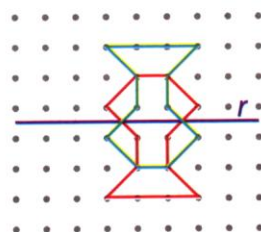
Sugestão de resolução

Figura 52

Questão 28

Desenha a imagem da figura 53 na reflexão axial de eixo r .

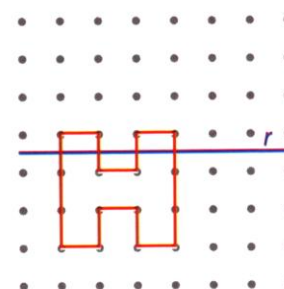


Figura 53

9.3. Reflexão central

Reflexão central de um ponto

Sendo O o ponto médio de $[MM']$, M' é a imagem do ponto M pela **reflexão central** de centro O . A imagem do ponto O é o próprio ponto.

Imagem de um segmento de reta por uma reflexão central

A imagem de um segmento de reta por uma reflexão central é um segmento de reta com o mesmo comprimento.

Imagem de um ângulo por uma reflexão central

Uma reflexão central transforma um ângulo noutra com a mesma amplitude.

Exemplo 29

Desenha a imagem da figura 54 pela reflexão central de centro O .

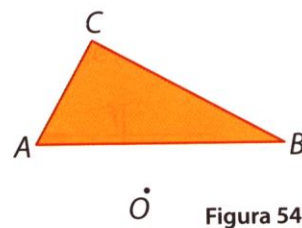
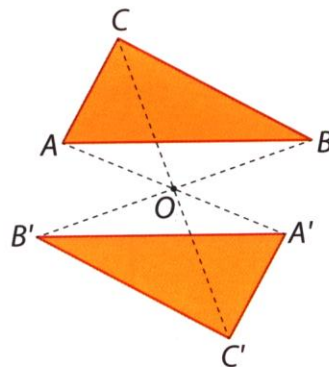


Figura 54

Sugestão de resolução



Questão 29

Desenha a imagem da figura 55 pela reflexão central de centro O .

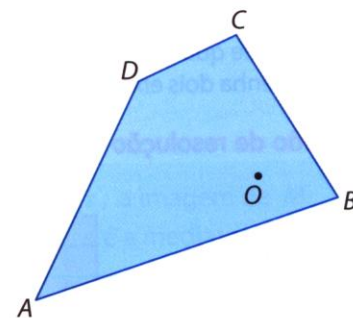
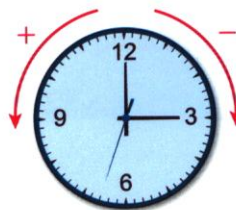


Figura 55

9.4. Rotação

Rotações de um ponto

Dados dois pontos O e M e um ângulo α (não nulo, não raso e não giro), existem exatamente duas imagens do ponto M por rotação de centro O e ângulo α , uma no sentido dos ponteiros do relógio (rotação de sentido negativo) e outra no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio (rotação de sentido positivo).



Meia-volta

Dados dois pontos O e M , existe uma única imagem do ponto M por uma rotação de centro O e ângulo raso que coincide com a imagem de M pela reflexão central de centro O .

Diz-se que M' é a imagem de M por **meia-volta** em torno do ponto O .

Rotação de ângulo nulo ou ângulo giro

A única imagem de um ponto M por uma rotação de um ângulo nulo ou giro é o próprio ponto M .

Rotação de um segmento de reta

Dado um ponto O , um ângulo α e as imagens A' e B' de dois pontos A e B por uma rotação de centro O e ângulo α de determinado sentido, são iguais os comprimentos dos segmentos de reta $[AB]$ e $[A'B']$.

Rotação de um ângulo

Dado um ponto O , um ângulo α e as imagens A' , B' e C' de três pontos A , B e C por uma rotação de centro O e ângulo α de determinado sentido, são iguais os ângulos ABC e $A'B'C'$.

Exemplo 30

Na figura 56 está representado o triângulo $[ABC]$.

Constrói o transformado do triângulo na rotação de centro O e amplitude 90° de sentido negativo.

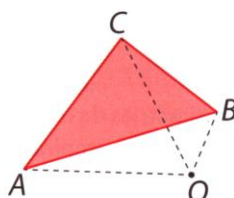
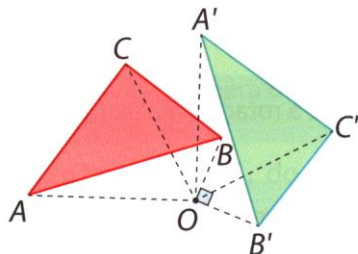


Figura 56

Sugestão de resolução**Questão 30**

Na figura 57 está representado o quadrilátero $[ABCD]$ e o ponto B' que é transformado do ponto B por uma rotação de centro A .

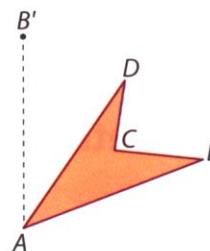


Figura 57

Desenha os transformados dos restantes vértices utilizando compasso e régua.

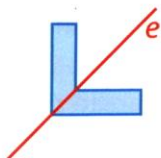
9.5. Simetrias**Simetria**

Quando a imagem de uma figura, através de uma isometria diferente da identidade, coincide com a figura original, então a figura tem **simetria**.

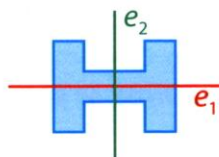
Simetria de reflexão

Uma figura tem **simetria de reflexão** quando existe uma reflexão tal que as imagens dos pontos da figura por essa reflexão formam a mesma figura, isto é, quando a figura tem um eixo de simetria.

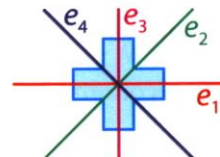
Por exemplo:



1 simetria de reflexão de eixo e



2 simetrias de reflexão de eixos e_1 e e_2



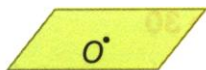
4 simetrias de reflexão de eixos e_1 , e_2 , e_3 e e_4

Simetria de rotação

Uma figura tem **simetria de rotação** quando existe uma rotação de ângulo não nulo e não giro tal que as imagens dos pontos da figura, por essa rotação, formam a mesma figura.

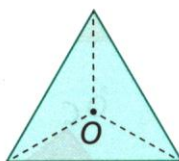
Por exemplo:

Paralelogramo



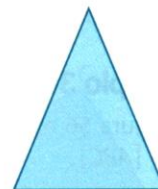
2 simetrias de rotação de centro O e amplitudes 180° e 360° .

Triângulo equilátero



3 simetrias de rotação de centro O e amplitudes 120° , 240° e 360° .

Triângulo isósceles



0 simetrias de rotação

9.6. Isometrias

Isometria

A reflexão axial, a reflexão central e a rotação são isometrias.

Imagem de um segmento de reta por uma isometria

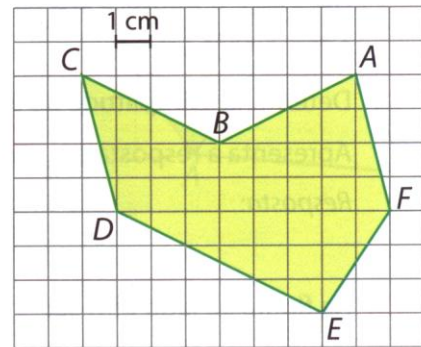
A imagem de um segmento de reta por uma isometria é o segmento de reta cujas extremidades são as imagens das extremidades do segmento de reta inicial.

Propriedades das isometrias

- Um segmento de reta é transformado num segmento de reta com o mesmo comprimento.
- Um ângulo é transformado num ângulo com a mesma amplitude.
- Uma semirreta é transformada numa semirreta.
- Uma reta é transformada numa reta.

Ângulos. Triângulos. Paralelogramos

1. A figura ao lado está desenhada em quadrícula com 1 cm de lado.



- 1.1. Utiliza as letras da figura para indicares:

- a) dois segmentos de reta com o mesmo comprimento;

Resposta: _____

- b) duas semirretas inversamente paralelas;

Resposta: _____

- c) um ângulo agudo;

Resposta: _____

- d) um ângulo obtuso.

Resposta: _____

- 1.2. Qual é a posição relativa das retas CD e EF ?

- 1.3. Assinala com X o valor que corresponde à área da figura.

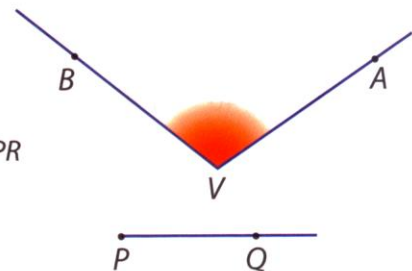
☐ $31,5 \text{ cm}^2$ ☐ $32,5 \text{ cm}^2$ ☐ 33 cm^2 ☐ 36 cm^2

2. Na figura ao lado está representado o ângulo AVB .

- 2.1. Utiliza um transferidor para medir a amplitude do ângulo AVB .

- 2.2. Utiliza um compasso para desenhares um ângulo QPR igual ao ângulo AVB .

- 2.3. Desenha a bissetriz, VC , do ângulo côncavo BVA .



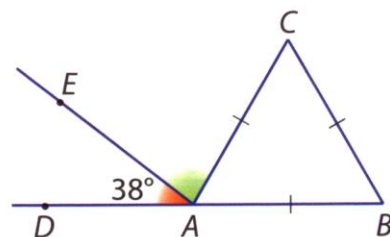
3. Na figura ao lado, o triângulo $[ABC]$ é um triângulo equilátero.

- O ponto D pertence à reta AB .

- $\widehat{EAD} = 38^\circ$

Determina a amplitude do ângulo CAE .

Mostra como obtiveste a tua resposta.



Resposta: $\widehat{CAE} =$ _____

4. Na figura ao lado, $[ABC]$ é um triângulo isósceles.

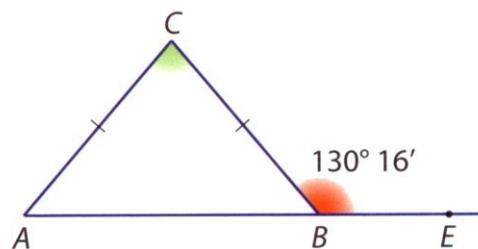
$\overline{AC} = \overline{BC}$. O ponto E pertence à reta AB .

• $\hat{EBC} = 130^\circ 16'$

Determina a amplitude do ângulo ACB .

Apresenta a resposta em graus e minutos.

Resposta: _____



5. Na figura ao lado tem-se:

• o triângulo $[ABC]$ é equilátero;

• o ponto D pertence à reta AB ;

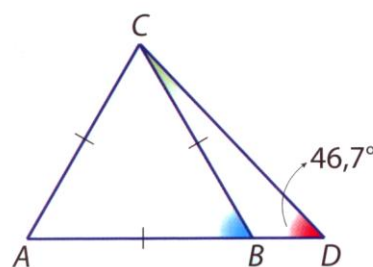
• $\hat{CDA} = 46,7^\circ$

Completa e justifica a tua resposta.

5.1. $\hat{CBA} = \dots$; Resposta: _____

5.2. $\hat{DBC} = \dots$; Resposta: _____

5.3. $\hat{BCD} = \dots$; Resposta: _____



6. Observa a figura ao lado.

O triângulo $[ABC]$ está dividido em três triângulos.

• $\overline{AD} = \overline{BD}$, $\overline{BC} = \overline{AC}$

• $\hat{DBA} = 40^\circ$ e $\hat{DAC} = 30^\circ$

6.1. Justifica que os triângulos $[ADC]$ e $[DBC]$ são iguais.

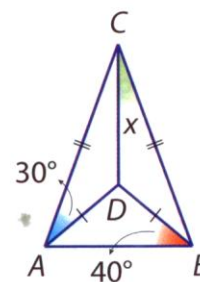
6.2. Assinala com X o valor de amplitude de x .

☐ $\hat{x} = 20^\circ$

☐ $\hat{x} = 30^\circ$

☐ $\hat{x} = 40^\circ$

☐ $\hat{x} = 50^\circ$



7. Na figura, $[ABC]$ é um triângulo equilátero e $\overline{AD} = \overline{AB}$.

• $E \in [AB]$

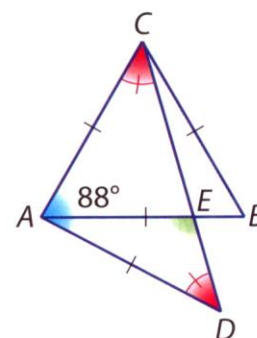
• $\hat{DAC} = 88^\circ$

7.1. Justifica que $\hat{ACD} = \hat{CDA}$.

Resposta: _____

7.2. Determina $\hat{AED}$.

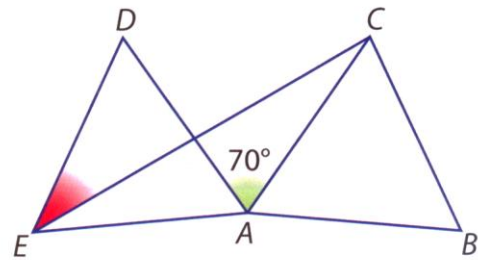
Resposta: _____



8. Na figura ao lado, $[ABC]$ e $[ADE]$ são triângulos equiláteros iguais.

$$\widehat{CAD} = 70^\circ$$

Determina a amplitude do ângulo CED .



Resposta: _____

9. Na figura, as retas CG e FD foram intersectadas pela reta EH , sendo os pontos de interseção, respetivamente, A e B .

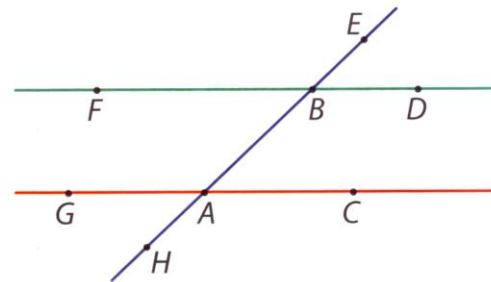
- 9.1. Utiliza um dos termos:

verticalmente opostos

correspondentes

alternos internos

alternos externos



para completares as seguintes afirmações, de modo que sejam verdadeiras.

- a) Os ângulos DBE e GAH são ângulos _____.
- b) Os ângulos CAB e DBE são ângulos _____.
- c) Os ângulos HAC e BAG são ângulos _____.
- d) Os ângulos ABD e BAG são ângulos _____.

- 9.2. Sabe-se que: $\widehat{HAC} = 130^\circ$ e $\widehat{FBA} = 50^\circ$.

- a) Justifica que as retas FD e CG são paralelas.

Resposta: _____

- b) Completa.

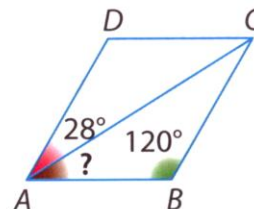
$$\widehat{DBE} = \quad \widehat{GAH} = \quad \widehat{EBF} = \quad \widehat{ABD} = \quad$$

10. Na figura ao lado, $[ABCD]$ é um paralelogramo.

• $\widehat{CBA} = 120^\circ$

• $\widehat{CAD} = 28^\circ$

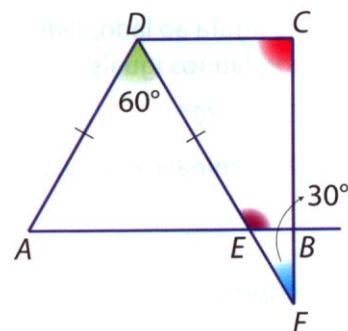
Determina $\widehat{BAC}$.



Resposta: _____

11. Na figura ao lado, tem-se:

- $DC \parallel AB$
- $E \in [AB]$
- F é o ponto de interseção das retas DE e BC ;
- $\hat{ADE} = 60^\circ$
- $\overline{AD} = \overline{DE}$
- $\hat{BFE} = 30^\circ$



11.1. Justifica que o triângulo $[AED]$ é equilátero.

Resposta: _____

11.2. Determina $\hat{BED}$.

Resposta: _____

11.3. Justifica que $\hat{EDC} = 60^\circ$.

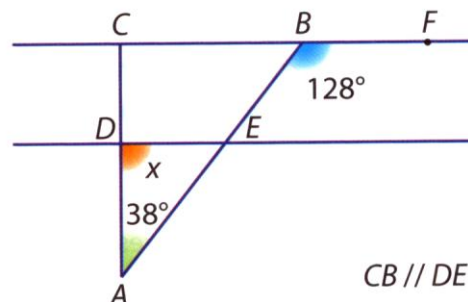
Resposta: _____

11.4. Determina $\hat{DCF}$.

Resposta: _____

12. Na figura ao lado está representado o triângulo $[ABC]$.

- Os pontos D e E pertencem aos lados $[AC]$ e $[AB]$, respetivamente.
- O ponto F pertence à reta BC .
- $CB \parallel DE$
- $\hat{BAC} = 38^\circ$
- $\hat{ABF} = 128^\circ$



Completa a tabela seguinte.

	Justificação
$\hat{ACB} = \dots\dots\dots$	Porque ...
$\hat{x} = \dots\dots\dots$	Porque ...

13. Na figura ao lado, tem-se:

- $AG \parallel BE$
- $DE \parallel CG$

13.1. Indica um par de ângulos:

a) alternos internos;

Resposta: _____

b) correspondentes;

Resposta: _____

c) verticalmente opostos.

Resposta: _____

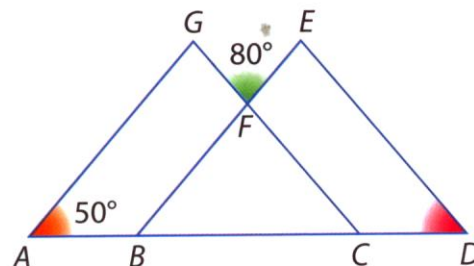
13.2. Sabe-se que:

• $\hat{CAG} = 50^\circ$

• $\hat{EFG} = 80^\circ$

Determina $\hat{EDB}$.

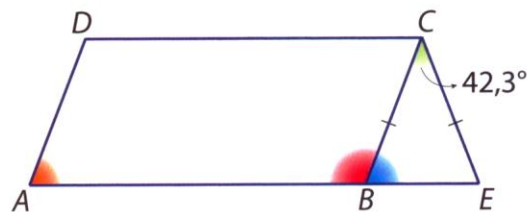
Mostra como obtiveste a tua resposta.



14. Na figura ao lado, tem-se:



- $[ABCD]$ é um paralelogramo;
- o ponto E pertence à reta AB ;
- $\overline{CB} = \overline{CE}$ • $\angle BCE = 42,3^\circ$



Determina em graus e minutos:

14.1. $\angle EBC$. Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

14.2. $\angle CBA$. Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

14.3. $\angle BAD$. Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

15. Na figura ao lado, as retas CD e AB são paralelas.

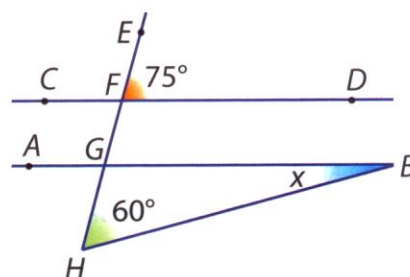
$\angle BHG = 60^\circ$ e $\angle DFE = 75^\circ$.

15.1. Indica um ângulo que na figura seja correspondente ao ângulo DFE .

Resposta: _____

15.2. Determina $\hat{x}$.

Resposta: _____

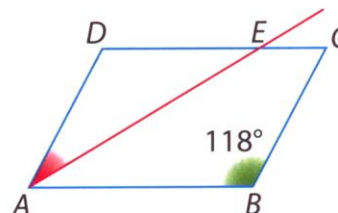


16. Na figura seguinte, $[ABCD]$ é um paralelogramo.

$\overline{AE}$ é a bissetriz do ângulo BAD .

$\angle CBA = 118^\circ$

Determina $\angle EAD$.



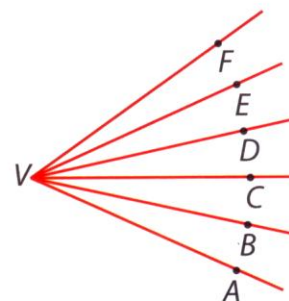
Resposta: _____

17. Na figura ao lado, o ângulo AVF está dividido em cinco ângulos iguais.

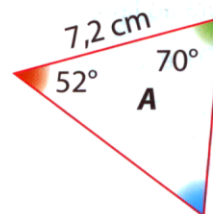
Considerando como unidade de medida a amplitude do ângulo BVD , determina a medida da amplitude do ângulo:

17.1. $\angle AVF$ Resposta: _____

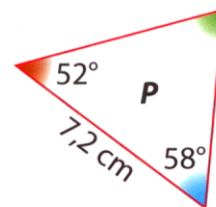
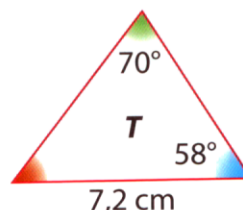
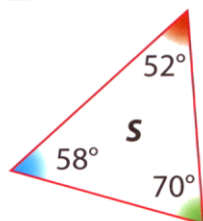
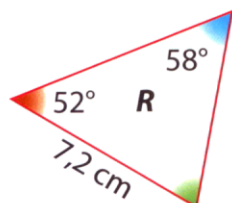
17.2. $\angle AVD$ Resposta: _____



- 18.** Considera o triângulo **A**, representado na figura ao lado e os dados nela assinalados.



Assinala com **X** o triângulo igual ao triângulo **A**.

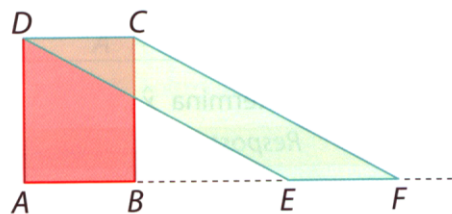


Os desenhos não estão feitos à escala.

Explica porque rejeitaste os outros três.

Resposta: _____

- 19.** Na figura ao lado estão representados o retângulo $[ABCD]$ e o paralelogramo $[DEFC]$.



- 19.1.** Justifica que os triângulos $[AED]$ e $[BFC]$ são iguais.

- 19.2.** Sabe-se que $\overline{BE} = \frac{6}{5} \overline{AB}$ e que $\overline{EF} = 10$ cm.

Determina a razão entre a área do retângulo $[ABCD]$ e a do triângulo $[BFC]$.

Resposta: _____

- 19.3.** Justifica que o retângulo $[ABCD]$ e o paralelogramo $[EFCD]$ são equivalentes.

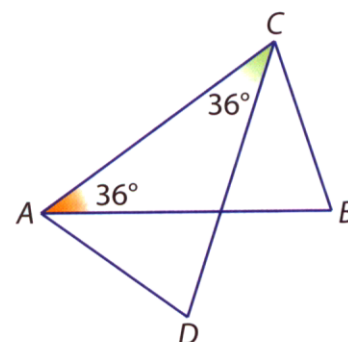
Resposta: _____

- 20.** Na figura estão representados os triângulos $[ABC]$ e $[ADC]$.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = \overline{CD}$
- $\hat{ACD} = \hat{BAC} = 36^\circ$

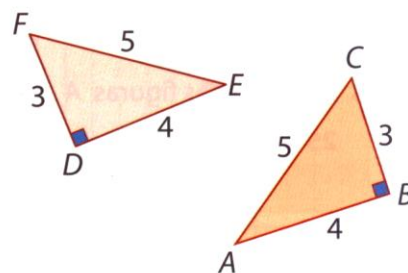
Justifica que os triângulos $[ABC]$ e $[ADC]$ são iguais.



Resposta: _____

- 21.** Na figura ao lado estão representados dois triângulos, $[ABC]$ e $[DEF]$, tais que:

- $\overline{AB} = \overline{DE} = 4$ cm
- $\overline{BC} = \overline{DF} = 3$ cm
- $\overline{AC} = \overline{EF} = 5$ cm



- 21.1.** Justifica que os triângulos são iguais.

Resposta: _____

- 21.2.** Identifica nos dois triângulos três pares de ângulos iguais.

Resposta: _____

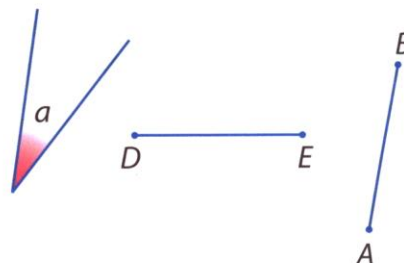
- 21.3.** Sabendo que $\widehat{CBA} = 90^\circ$, constrói um triângulo $[GHI]$ cujo comprimento dos lados são metade dos comprimentos dos lados do triângulo $[ABC]$ e compara a área do triângulo $[ABC]$ com a área do triângulo $[GHI]$.

Resposta: _____

- 22.** Constrói um triângulo $[ABC]$ tal que:

$$\widehat{ABC} = \hat{a} \text{ e } \overline{AC} = \overline{DE}$$

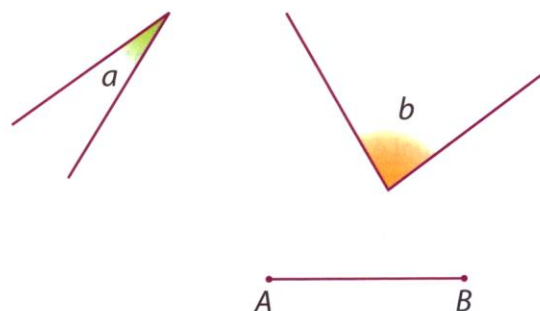
Utiliza compasso e régua.



- 23.** Constrói um triângulo $[ABC]$ tal que:

$$\widehat{BAC} = \hat{a} \text{ e } \widehat{CBA} = \hat{b}$$

Utiliza compasso e régua.



- 24.** Desenha o triângulo $[ABC]$ e classifica-o quanto aos lados e quanto aos ângulos, sabendo que:

24.1. $\overline{AB} = 4$ cm ; $\widehat{CBA} = 130^\circ$ e $\overline{BC} = 3$ cm ;

24.2. $\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ cm e $\widehat{CBA} = 90^\circ$.

Perímetros e áreas

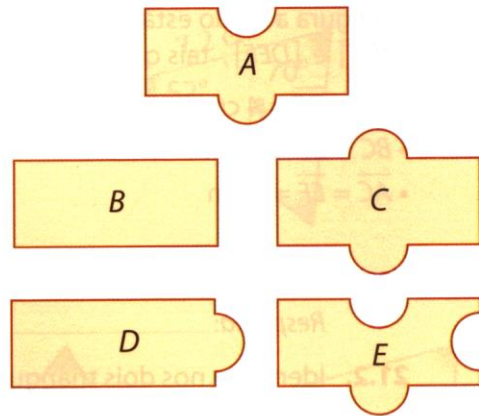
25. Considera as figuras A , B , C , D e E .

25.1. O perímetro da figura A é igual ao perímetro da figura:

☐ B ☐ C ☐ D ☐ E

25.2. A área da figura A é igual à área da figura:

☐ B ☐ C ☐ D ☐ E



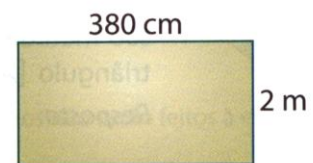
26. O Rui, que é artista plástico, vai revestir o painel retangular, com as dimensões indicadas na figura ao lado, com azulejos retangulares cujas dimensões são 20 cm por 15 cm.

26.1. É possível revestir o painel utilizando apenas azulejos inteiros? Resposta: _____

26.2. O Rui já colocou 250 azulejos inteiros no painel.

Qual é, em metros quadrados, a área do painel que ainda falta revestir?

Resposta: _____



27. O Pedro tem vários retângulos de cartolina, todos geometricamente iguais.

Cada um tem 4 cm de comprimento e 3 cm de largura.

Com seis deles construiu a figura ao lado.

27.1. Qual é o número representado pela letra a ?

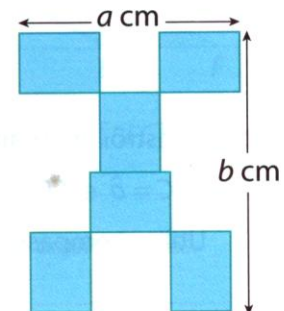
Resposta: _____

27.2. Qual é o número representado pela letra b ?

Resposta: _____

27.3. Qual é a área e o perímetro da figura?

Resposta: _____



28. Na figura está representado um painel formado por dois tipos de azulejos quadrados.

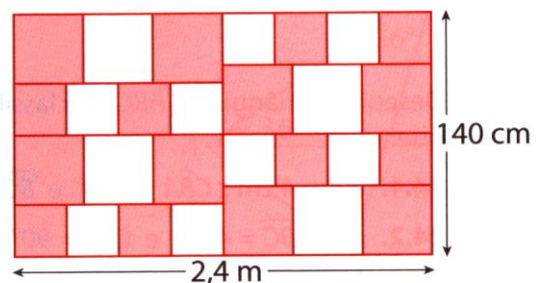
28.1. Qual é a área do azulejo de menores dimensões? _____

Explica como encontraste a tua resposta. Para o fazeres podes usar palavras, esquemas ou cálculos.

Resposta: _____

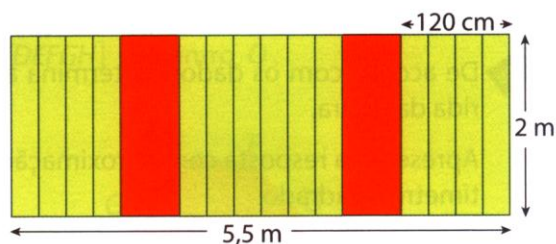
28.2. Qual é a área da parte colorida do painel?

Resposta: _____



- 29.** Na figura ao lado está representado um painel formado por retângulos de dois tamanhos diferentes, os de cor verde e os de cor vermelha.

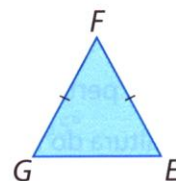
Qual é a área, em metros quadrados, da parte da figura colorida a vermelho?



O desenho não está feito à escala.

Resposta: _____

- 30.** Nas figuras ao lado estão representados o retângulo $[ABCD]$ e o triângulo isósceles $[GEF]$.



Os desenhos não estão feitos à escala.

Sabe-se que:

• $\overline{AB} = \frac{3}{2} \overline{BC}$ • $\overline{DC} = 12 \text{ cm}$ • $\overline{GE} = 10 \text{ cm}$

- O triângulo e o retângulo têm o mesmo perímetro.

Determina $\overline{EF}$.

Resposta: _____

- 31.** Na figura, as linhas interseam-se formando ângulos retos.

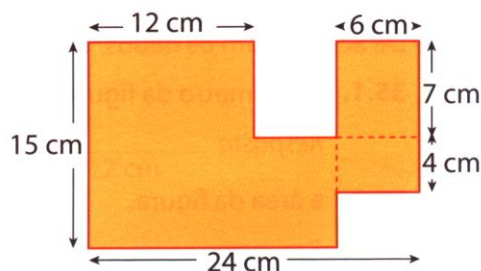
Calcula:

- 31.1.** a área da figura;

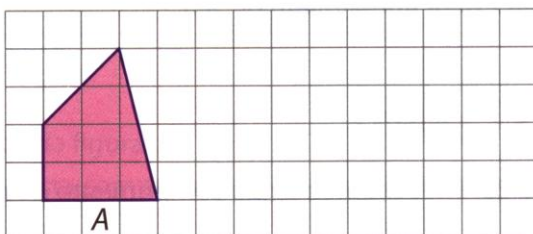
Resposta: _____

- 31.2.** o perímetro da figura.

Resposta: _____



- 32.** Desenha um paralelogramo em que um dos ângulos tenha amplitude 45° e cuja área seja igual à da figura A.



- 33.** A figura ao lado é formada por um quadrado e dois círculos.



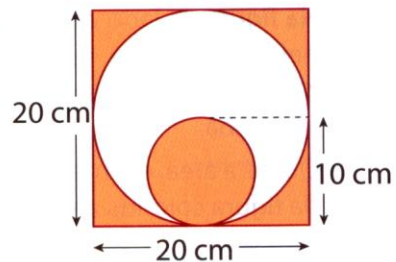
De acordo com os dados, determina a área da parte colorida da figura.

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do centímetro quadrado.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

(Considera 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____



- 34.** A figura $[ABC]$ é um triângulo isósceles, sendo $\overline{AC} = \overline{BC}$.

O ponto D pertence à reta AC .

$[CE]$ é a altura do triângulo relativa à base $[AB]$.

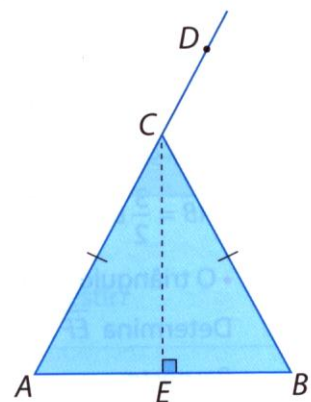
- 34.1.** O que representa a expressão $\overline{AB} \times \overline{EC}$?

Resposta: _____

- 34.2.** Sabendo que $\hat{ACE} = 25^\circ$, determina:

a) $\hat{BCD}$ Resposta: _____

b) $\hat{CBA}$ Resposta: _____



- 35.** A figura representa metade de uma coroa circular de centro O .



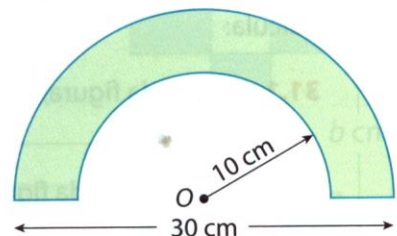
De acordo com os dados, determina:

- 35.1.** o perímetro da figura;

Resposta: _____

- 35.2.** a área da figura.

Resposta: _____



Apresenta as respostas com aproximação às décimas do centímetro e às décimas do centímetro quadrado, respetivamente.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

(Considera 3,1416 para valor aproximado de π .)

- 36.** A área de um círculo é $\left(\frac{9}{25}\pi\right)\text{cm}^2$.

Assinala com X a medida, em centímetros, do comprimento do raio do círculo.

☐ 0,36 cm ☐ 1,8 cm ☐ 0,3 cm ☐ 0,6 cm

- 37.** Na figura 1 está representado um sinal de STOP. Na figura 2 está representado um modelo geométrico desse sinal, que é o octógono $[ABCDEFGH]$ de centro O .



Figura 1

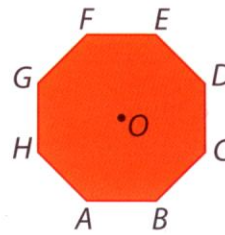


Figura 2

- 37.1.** Assinala com **X** a amplitude do ângulo EFO .

☐ 45°
☐ 60°
☐ $67,5^\circ$
☐ 135°


- 37.2.** Sabe-se que o lado do octógono tem 6 cm de comprimento e o seu apótema tem aproximadamente 7,24 cm de comprimento.

Calcula, com aproximação às décimas do centímetro quadrado, a área do octógono.

Apresenta os cálculos que efetuares.

Resposta: _____

- 38.** Um retângulo tem 50 cm de perímetro e 20 cm de comprimento.

Um quadrado tem área igual à do retângulo.

Qual é o comprimento do lado do quadrado?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ 8 cm

☐ 9 cm

☐ 10 cm

☐ 12 cm

- 39.** A figura ao lado é formada por dois semicírculos e por um quarto de círculo.

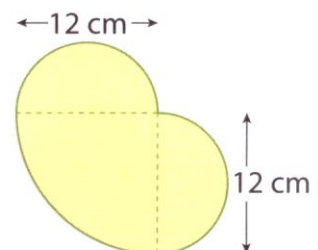


Considera 3,1416 para valor aproximado de π .

- 39.1.** Determina o perímetro da figura.

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do centímetro.

Resposta: _____

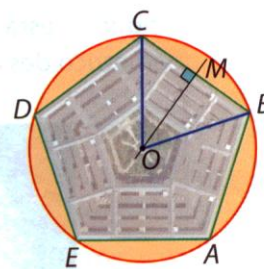


- 39.2.** Determina a área da figura.

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do centímetro quadrado.

Resposta: _____

- 40.** O *Pentágono* é um edifício dos EUA onde se encontra o Ministério da Defesa. A base do edifício tem a forma de um pentágono regular inscrito num círculo de raio 238 m (figura ao lado).



- 40.1.** Determina a amplitude do ângulo BOC .

Resposta: _____

- 40.2.** $[OM]$ é a altura do triângulo $[BCO]$. Justifica que:

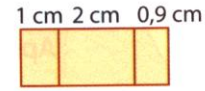
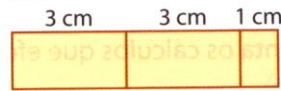
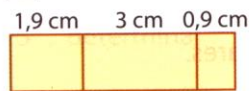
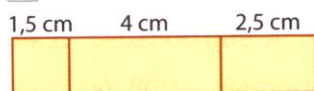
- a) OM é a bissetriz do ângulo BOC ;
b) OM é a mediatriz do segmento de reta $[BC]$.

- 40.3.** Considera $\overline{BM} = 139,89$ m e $\overline{OM} = 192,55$ m.

Considera 3,1416 para valor aproximado de π . Apresenta as respostas com aproximação às décimas do metro quadrado. Calcula:

- a) a área do pentágono; Resposta: _____
b) a área da parte colorida a cor de laranja. Resposta: _____

- 41.** Qual das figuras seguintes pode representar a planificação da superfície lateral de um prisma triangular?

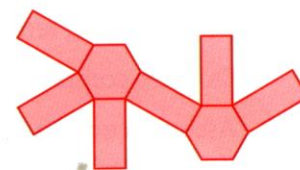


Explica porque rejeitaste as outras três opções. Resposta: _____

- 42.** Observa a figura ao lado.

- 42.1.** Qual é o nome do sólido representado pela planificação? Resposta: _____

- 42.2.** Uma pirâmide tem o mesmo número de arestas do sólido representado. Quantas faces laterais tem a pirâmide? Resposta: _____



- 42.3.** Sabe-se que um prisma e uma pirâmide têm 144 arestas cada um.

- a) Quantos vértices tem o prisma? Resposta: _____
b) Quantas faces tem a pirâmide? Resposta: _____

- 43.** Qual das figuras é a planificação da superfície de uma pirâmide? Assinala com X a resposta correta.

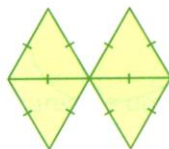


Figura A

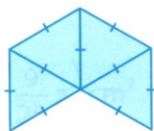


Figura B

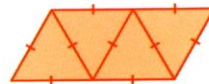


Figura C

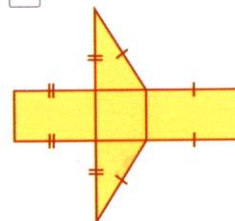


Figura D

Volumes

- 44.** A soma dos comprimentos das arestas de um cubo é 24 cm . Qual é o volume do cubo? Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 45.** A figura 3 representa uma caixa com a forma de um paralelepípedo retângulo cujo volume é 2000 m^3 .



A figura 4 representa outra caixa cujas dimensões são o dobro das da caixa representada na figura 3.

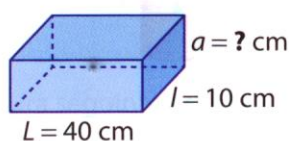


Figura 3

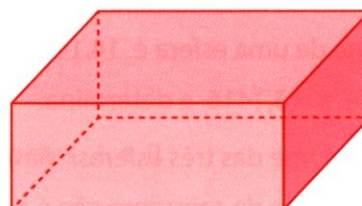


Figura 4

Os desenhos não estão feitos à escala.

Qual é o volume da caixa representada na figura 2?

☐ 4000 cm^3

☐ 8000 cm^3

☐ $12\,000 \text{ cm}^3$

☐ $16\,000 \text{ cm}^3$

- 46.** A figura 5 representa tendas de campismo.



A figura 6 é um modelo geométrico de uma dessas tendas.

O modelo é um prisma triangular reto.

Determina o volume do modelo geométrico.

Mostra como obtiveste a tua resposta.



Figura 5

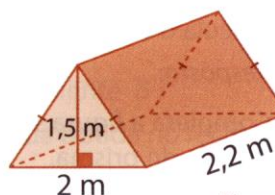


Figura 6

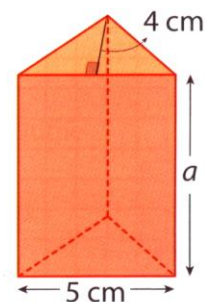
Resposta: _____

- 47.** A figura ao lado representa um prisma triangular reto.

O volume do prisma é 80 cm^3 .

Determina a altura do prisma.

Mostra como obtiveste a tua resposta.



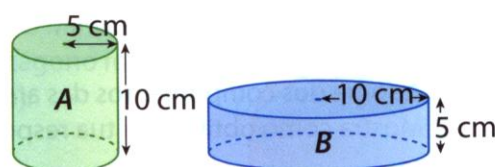
Resposta: _____

- 48.** Na figura ao lado estão representados dois cilindros retos: *A* e *B*.

Qual dos dois cilindros tem maior volume?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____



Os desenhos não estão feitos à escala.

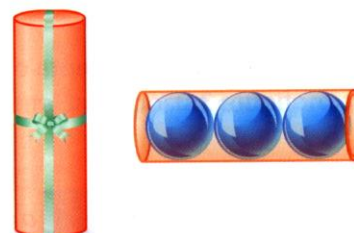
- 49.** Numa caixa cilíndrica guardaram-se três esferas geometricamente iguais.

A altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera.

Depois de se embrulhar a caixa, utilizou-se uma fita para decoração, como se mostra na figura ao lado.

- O diâmetro da base do cilindro é 3 cm.
- O volume de uma esfera é $14,14 \text{ cm}^3$.

Considera $\pi = 3,1416$ e determina:



49.1. o volume das três esferas; Resposta: _____

49.2. o volume da caixa que não é ocupado pelas três esferas.
Responde com aproximação às centésimas do centímetro cúbico;

Resposta: _____

49.3. a razão entre o volume da caixa que não é ocupado pelas três esferas e o volume das três esferas. Apresenta a resposta com aproximação às décimas;

Resposta: _____

49.4. a quantidade de fita necessária para decorar a caixa, sabendo que para o laço se gastaram 25 cm de fita. Apresenta a resposta com aproximação por excesso às décimas do centímetro.

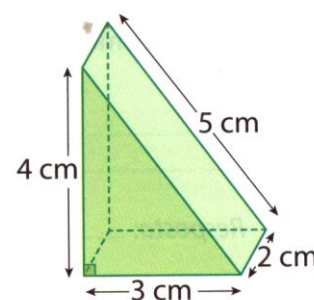
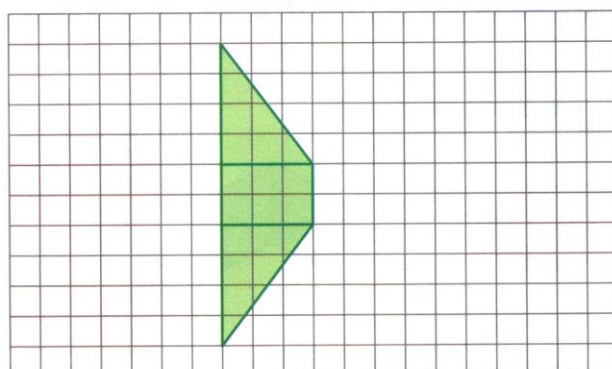
Resposta: _____

- 50.** A figura ao lado representa um prisma triangular.

- 50.1.** Calcula o volume do prisma.

Resposta: _____

- 50.2.** Completa a figura seguinte de modo a obteres a planificação do prisma.



- 51.** O presente que a Maria comprou para a mãe vinha numa caixa. A caixa tem a forma de um prisma hexagonal reto, com 20 cm de altura, as bases com 10 cm de lado e 8,66 cm de apótema.



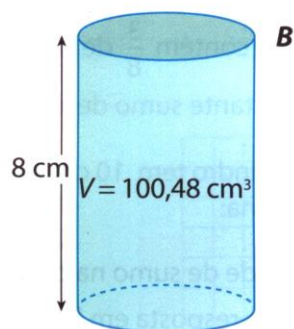
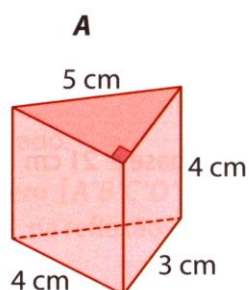
- 51.1.** Determina o volume da caixa.

Resposta: _____

- 51.2.** A Maria comprou 2,8 m de fita para decorar a caixa, como mostra a figura. A fita cruza no centro das bases. Com a fita, a Maria fez também um nó e um laço no cimo da caixa. Quantos centímetros de fita sobraram para a Maria fazer o nó e o laço? Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 52.** Na figura seguinte estão representados os recipientes A e B.



- O recipiente A é um prisma triangular reto cuja base é um triângulo retângulo com catetos que medem 4 cm e 3 cm e a altura do prisma é 4 cm.
- O recipiente B é um cilindro reto cujo volume é $100,48 \text{ cm}^3$ e a altura é 8 cm.

Considera 3,1416 como valor aproximado de π .

- 52.1.** Encheu-se o recipiente A de água e deitou-se no recipiente B.

Assinala com X o valor mais próximo da altura de água obtida no recipiente B.

☐ 2,0 cm ☐ 4,0 cm ☐ 3,8 cm ☐ 1,8 cm

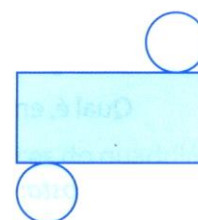
- 52.2.** Calcula a área da superfície lateral do prisma. Resposta: _____

- 53.** A figura representa a planificação de superfície de um cilindro. Calcula, com aproximação às décimas do centímetro cúbico, o volume do cilindro.

Utiliza uma régua graduada para efetuares as medições necessárias.

Utiliza 3,14 como valor aproximado de π .

Resposta: _____



- 54.** Uma floreira foi obtida de um cilindro de madeira ao qual foi retirado um paralelepípedo retângulo (figura ao lado).

Sabe-se que:

- o cilindro tem 20 cm de diâmetro de base e 30 cm de altura;
- o paralelepípedo tem 15 cm de altura e a base tem 15 cm de comprimento e 10 cm de largura.

Qual das expressões seguintes permite calcular o volume da floreira?

Assinala com X a opção que apresenta a resposta correta.

- ☐ $(9750\pi) \text{ cm}^3$ ☐ $(750\pi) \text{ cm}^3$ ☐ $(3000\pi - 2250) \text{ cm}^3$ ☐ $(12\,000\pi - 2250) \text{ cm}^3$



- 55.** Numa caneca com a forma de um cilindro deitou-se sumo de frutas.

A caneca tem $\frac{7}{8}$ da sua capacidade com sumo.

A receita do sumo contém $\frac{3}{8}$ de sumo de ananás, $\frac{1}{4}$ de sumo de maçã e a parte restante sumo de pera.

Sabendo que o cilindro tem 10 cm de diâmetro de base e 21 cm de altura, determina:



- 55.1.** A quantidade de sumo na caneca.

Apresenta a resposta em litros, com aproximação às décimas.

Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .

Resposta: _____

- 55.2.** Quantos decilitros de cada tipo de sumo tem a caneca?

Apresenta a resposta com aproximação às décimas.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Resposta: _____

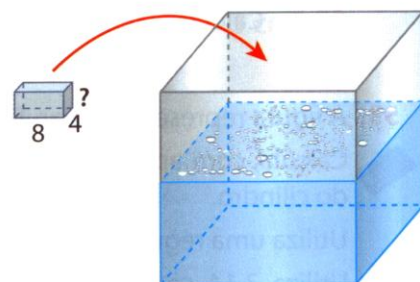
- 56.** Num cubo de aresta 20 cm com água introduziu-se um paralelepípedo de metal.

O nível da água subiu 4 mm.

O paralelepípedo tem 8 cm de comprimento e 4 cm de largura.

Qual é, em centímetros, a altura do paralelepípedo?

Resposta: _____



O desenho não está feito à escala.

Isometrias

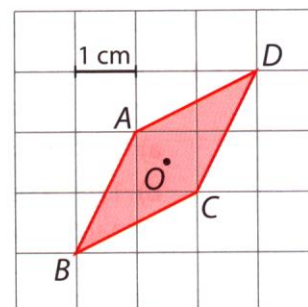
57. Observa a figura ao lado.

57.1. Determina a área do polígono $[ABCD]$.

Resposta: _____

57.2. Descreve as simetrias de reflexão e rotação que podes identificar nesta figura.

Resposta: _____

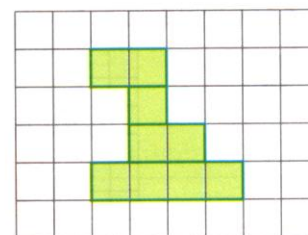


58. A figura ao lado é formada por quadrados.

58.1. Desenha mais três quadrados de modo que a figura tenha duas simetrias de reflexão.

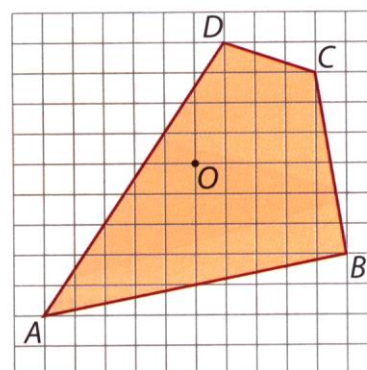
58.2. Descreve as simetrias de rotação que identificas na figura que completaste em **58.1**.

Resposta: _____

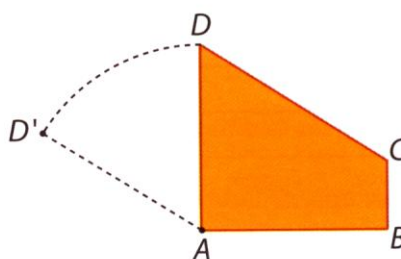


59. Observa a figura ao lado.

Constrói o quadrilátero $[A'B'C'D']$, transformado do quadrilátero $[ABCD]$ na reflexão central de centro O .



60. Na figura está representado o quadrilátero $[ABCD]$ e o ponto D' que é o transformado do ponto D pela rotação de centro em A .



Utilizando compasso e régua, identifica os transformados dos restantes vértices do quadrilátero.

61. Na figura ao lado estão representados um hexágono regular e seis triângulos equiláteros.

61.1. Identifica o transformado do ponto C pela rotação de centro O e amplitude:

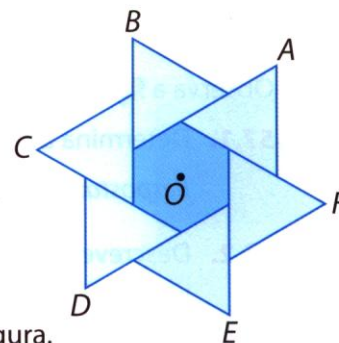
a) 180° Resposta: _____

b) 120° e sentido negativo; Resposta: _____

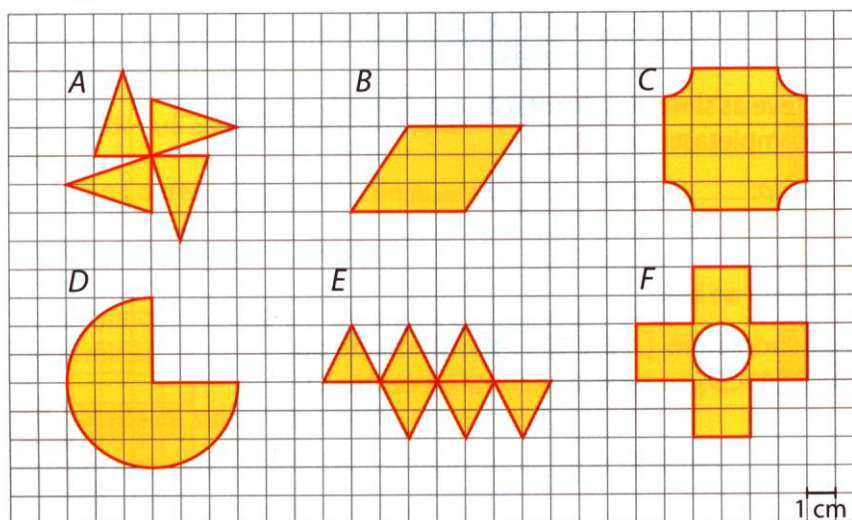
c) 240° e sentido positivo. Resposta: _____

61.2. Descreve as simetrias de rotação que identificas nesta figura.

Resposta: _____



62. Considera as figuras.



62.1. Completa a tabela.

Figura	Número de simetrias de reflexão	Número de simetrias de rotação	Área
A			
B			
C			
D			
E			
F			

Utiliza 3,14 para valor aproximado de π .

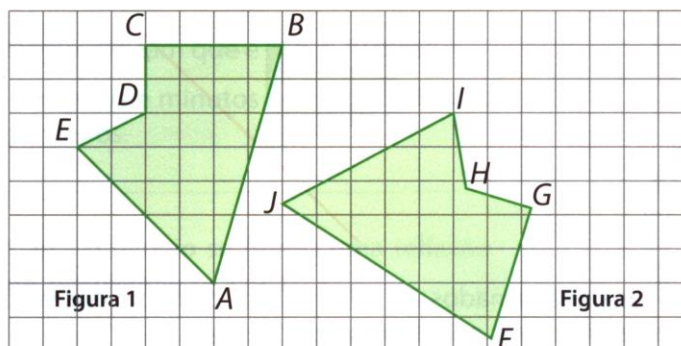
62.2. Calcula o perímetro da figura D .

Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .

Apresenta o resultado com aproximação às centésimas do centímetro.

Resposta: _____

63. A figura 1 é a imagem da figura 2 por uma rotação.



63.1. Qual é o vértice da figura 2 que corresponde ao vértice B da figura 1?

Resposta: _____

63.2. Qual é o lado da figura 1 que corresponde ao lado $[HI]$ da figura 2?

Resposta: _____

63.3. Quantos ângulos agudos tem a figura 1? Resposta: _____

63.4. Determina a área da figura 2, considerando que a área de uma quadrícula é 1 cm^2 .

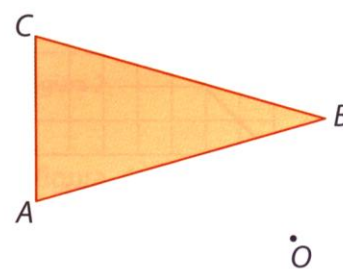
Resposta: _____

64. Na figura ao lado está representado o triângulo isósceles $[ABC]$ e o ponto O .

64.1. Constrói as imagens A' , B' e C' dos pontos A , B e C pela rotação de centro O , sentido negativo e amplitude 270° .

64.2. Justifica que o triângulo $[A'B'C']$ é isósceles.

Resposta: _____



65. Observa a figura ao lado.

O ângulo PVQ foi obtido do ângulo CVD por uma rotação.

• $\overline{CV} = \overline{DV}$ • $\overline{VE}$ é a bissetriz do ângulo CVD .

65.1. Utiliza um transferidor para determinares a amplitude do ângulo de rotação.

65.2. Assinala na figura o ponto E' transformado do ponto E .

65.3. Justifica.

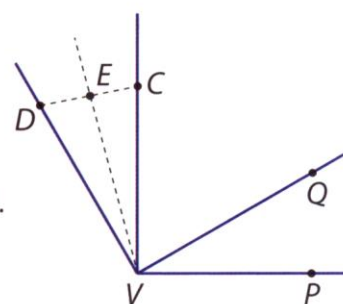
a) Os triângulos $[EVC]$ e $[DVE]$ são iguais.

Resposta: _____

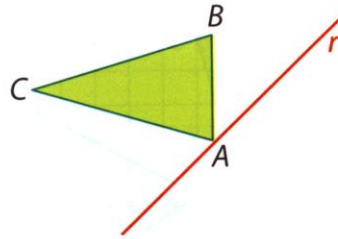
b) $\overline{DE} = \overline{EC}$ Resposta: _____

c) O ponto C é a imagem do ponto D por reflexão de eixo VE .

Resposta: _____



- 66.** Na figura seguinte está representado o triângulo $[ABC]$ e a reta r .



- 66.1.** Constrói os transformados A' , B' e C' de cada um dos vértices A , B e C do triângulo, respetivamente, na reflexão axial de eixo r .
- 66.2.** Justifica que o triângulo $[A'B'C']$ é igual ao triângulo $[ABC]$.

Resposta: _____

- 67.** Considera as figuras seguintes.

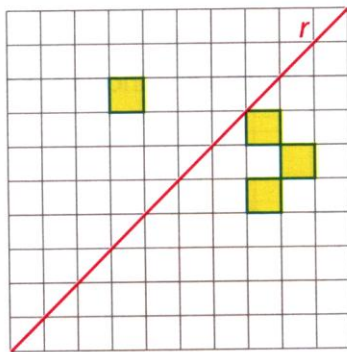


Figura 1

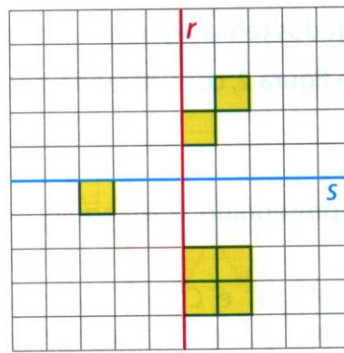


Figura 2

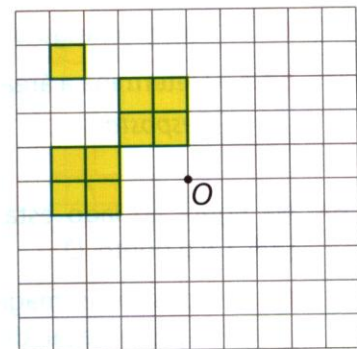


Figura 3

Utilizando o número mínimo de quadrados, completa:

- 67.1.** a figura 1 de modo que r seja um eixo de reflexão da figura;
- 67.2.** a figura 2 de modo que a figura tenha duas simetrias de reflexão;
- 67.3.** a figura 3 de modo que o ponto O seja o centro de reflexão central da figura.

- 68.** Na figura ao lado está representado o triângulo $[PQR]$.

O ponto X pertence ao lado $[RP]$.

Tem-se ainda que:

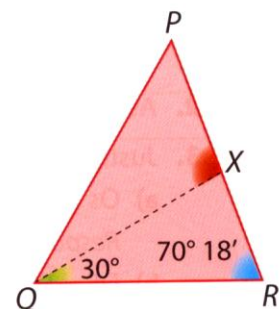
• $\hat{RQP} = 60^\circ$; $\hat{RQX} = 30^\circ$ e $\hat{PRQ} = 70^\circ 18'$

- 68.1.** Justifica que QX é o eixo de simetria do ângulo RQP .

Resposta: _____

- 68.2.** Determina a amplitude do ângulo PXQ .

Resposta: _____



- 69.** A figura ao lado representa um relógio e uma reta r definida pelos pontos correspondentes às 6 h e 12 h.

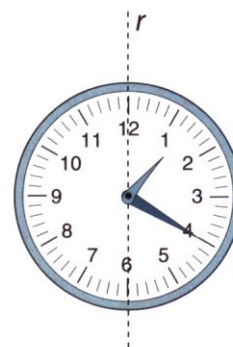
Os ponteiros do relógio indicam que é 1 h e 20 min.

- 69.1.** Determina em graus e minutos o ângulo formado pelos dois ponteiros.

Resposta: _____

- 69.2.** Que hora marca o relógio se fizeres uma reflexão dos ponteiros relativamente à reta r ?

Resposta: _____



- 70.** Observa as figuras 1 e 2.



Figura 1

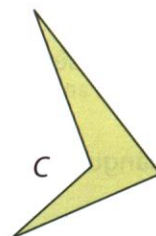
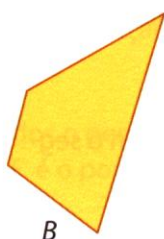


Figura 2

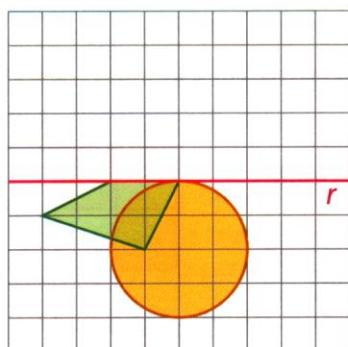


- 70.1.** Assinala o centro de reflexão central, O , que transforma a figura A na figura B .

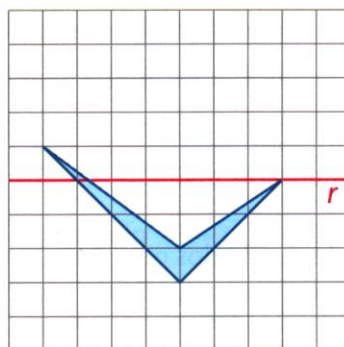
- 70.2.** Desenha o eixo da simetria axial, r , que transforma a figura C na figura D .

- 71.** Completa cada uma das figuras seguintes de modo que, em cada caso, a reta r seja eixo de reflexão da figura.

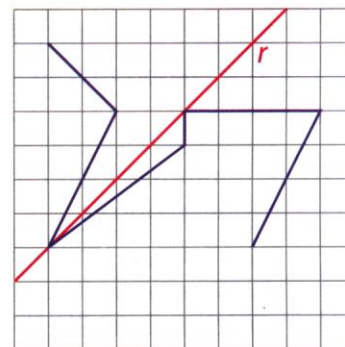
71.1.



71.2.



71.3.



- 72.** Na figura ao lado estão representados um setor circular de centro A e uma reta r que contém o ponto A .



72.1. Constrói o setor $B'A'C'$ pela reflexão de eixo r do setor circular BAC .

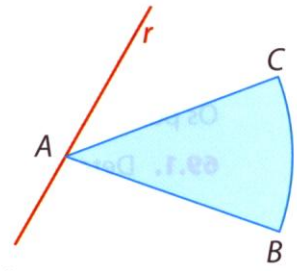
72.2. Justifica que os ângulos BAC e $C'A'B'$ são iguais.

Resposta: _____

72.3. Calcula a área do setor circular sabendo que $\overline{AB} = 10$ cm e $\widehat{BAC} = 30^\circ$.
Considera 3,1416 para valor aproximado de π .

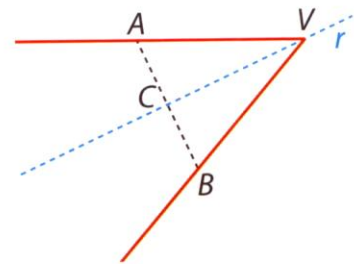
Apresenta a resposta em centímetros quadrados com aproximação às décimas.

Resposta: _____



- 73.** Na figura ao lado:

- a semirreta $\dot{VB}$ é a transformada da semirreta $\dot{VA}$ na reflexão axial de eixo r ;
- $\overline{VA} = \overline{VB}$
- o ponto C é o ponto de interseção do eixo r com o segmento de reta $[AB]$.



73.1. Justifica que os triângulos $[AVC]$ e $[BVC]$ são iguais.

Resposta: _____

73.2. Justifica que $\dot{VC}$ é a bissetriz do ângulo AVC .

Resposta: _____

73.3. Constrói o triângulo $[B'V'A']$ transformado do triângulo $[BVA]$ pela reflexão central de centro V e justifica que os triângulos $[B'V'A']$ e $[BVA]$ são iguais.

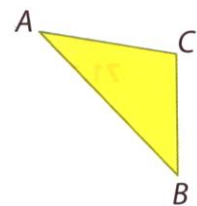
Resposta: _____

- 74.** Na figura ao lado está representado o triângulo isósceles $[ABC]$, onde $\overline{AC} = \overline{BC}$.

74.1. Desenha a mediatriz do segmento de reta $[AB]$.

74.2. Justifica que o ponto C pertence à mediatriz de $[AB]$.

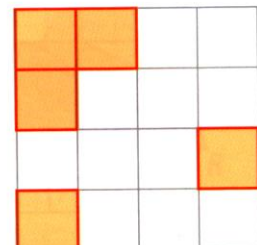
Resposta: _____



- 75.** A figura representa um quadrado dividido em 16 quadrados pequenos iguais.

Qual é o **número mínimo** de quadrados pequenos que é necessário assinalar na figura de modo que o quadrado grande tenha um eixo de simetria?

Resposta: _____

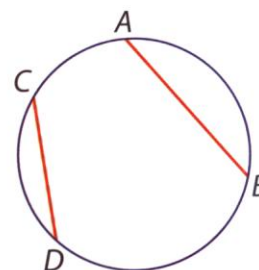


- 76.** Na figura ao lado está representada uma circunferência de centro O e quatro dos seus pontos: A , B , C e D .

76.1. Desenha a mediatriz dos segmentos de reta $[AB]$ e $[CD]$.

76.2. Justifica que o ponto O , de interseção das duas mediatrizes, é o centro da circunferência.

Resposta: _____



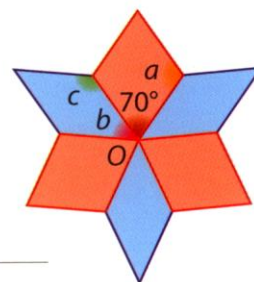
- 77.** A figura ao lado é formada por três paralelogramos vermelhos iguais e três paralelogramos azuis também iguais.

77.1. De acordo com os dados da figura, completa.

$$\hat{a} = __\circ \quad \hat{b} = __\circ \quad \hat{c} = __\circ$$

77.2. Desenha os eixos de simetria da figura.

77.3. Descreve as simetrias de rotação da figura. Resposta: _____



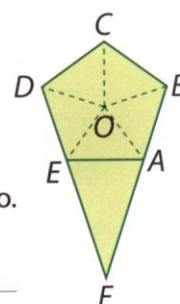
- 78.** Na figura estão representados o pentágono regular $[ABCDE]$ e o triângulo isósceles $[EFA]$. O ponto F é o ponto de interseção das retas DE e BA .

78.1. Determina:

- a) $\hat{AOB}$ b) $\hat{BAO}$ c) $\hat{AFE}$

78.2. Considera a rotação de centro O e amplitude 144° no sentido positivo. Qual é o transformado por essa rotação:

- a) do ponto A ; Resposta: _____
 b) do segmento de reta $[BC]$; Resposta: _____
 c) do triângulo $[AOB]$? Resposta: _____



- 79.** Na figura ao lado, $[ABCDEFGH]$ é um octógono regular de centro O e $[HIJA]$ é um quadrado. $[OP]$ é o apótema do octógono.

- $\overline{AJ} = 6 \text{ cm}$ • $\overline{OP} \approx 7,2 \text{ cm}$

79.1. A área total da figura é...

- ☐ $115,2 \text{ cm}^2$ ☐ $129,6 \text{ cm}^2$ ☐ $208,8 \text{ cm}^2$ ☐ $230,4 \text{ cm}^2$

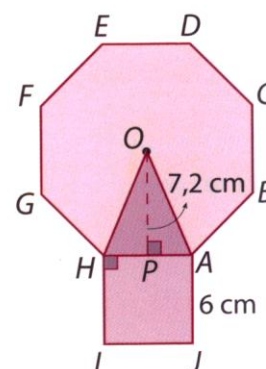
79.2. Identifica o eixo de simetria da figura. Resposta: _____

79.3. A figura tem simetria de rotação? Assinala a resposta com X.

- ☐ Sim ☐ Não

79.4. Qual é o transformado do triângulo $[HAO]$ pela rotação de centro O e amplitude 135° no sentido negativo? Resposta: _____

79.5. Qual é o transformado do segmento de reta $[CD]$ pela reflexão central de centro O ? Resposta: _____



Álgebra

1. Sequências e regularidades

2. Razão

3. Proporção

4. Proporcionalidade direta

5. Percentagens

6. Escalas

Questões idênticas às da Prova Final

Nota:

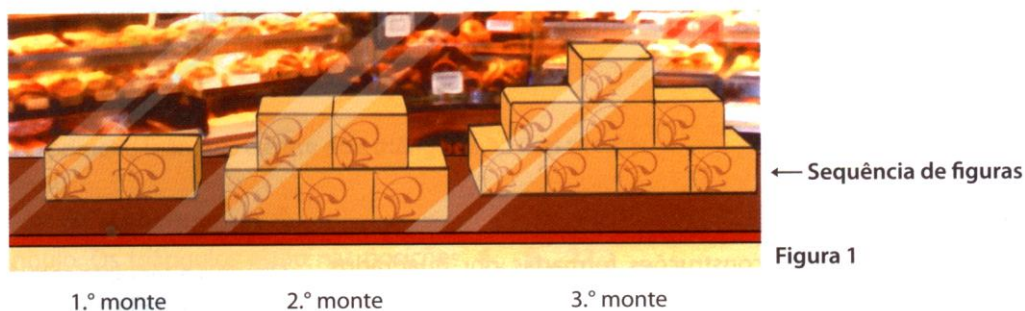
Para facilitar o estudo, as questões idênticas às da prova final estão organizadas por títulos.

No entanto, nos exercícios e nos problemas apresentados em cada título podem surgir conteúdos estabelecendo conexões entre estes.

1. Sequências e regularidades

A Inês está a decorar a montra da sua pastelaria.

Observa a figura 1.



Na tabela da figura 2, vamos escrever a sequência numérica correspondente à sequência dos seis primeiros montes.

Número do monte	1	2	3	4	5	6
Número de caixas	2	5	8	11	14	17

← Ordem de termos ← Termos da sequência

$+3$ $+3$ $+3$ $+3$ $+3$

Figura 2

Assim, por exemplo, o 1.º termo (ou termo de ordem um) da sequência é 2 e o 5.º termo (ou termo de ordem cinco) é 14.

Quantas caixas teria o 100.º monte?

Repara que 2 , 5 , 8 , 11 , 14 , 17, ...

$+3$ $+3$ $+3$ $+3$ $+3$

Para passar de um termo para o seguinte adiciona-se 3, pelo que, para obter a expressão geradora da sequência, temos de multiplicar 3 por n . Para se obter o primeiro termo, a $3 \times n$ tira-se 1.

Assim, a expressão geradora é:

$$\underline{3 \times n - 1} \text{ ou } 3n - 1$$

O centésimo monte teria $3 \times 100 - 1 = 300 - 1 = 299$ caixas.

Exemplo 1

A expressão geradora de uma sequência com 10 termos é $5 + 3n$.
Determina o primeiro e último termos da sequência.

Sugestão de resolução

n	1	10
$5 + 3n$	$5 + 3 \times 1 = 5 + 3 = 8$	$5 + 3 \times 10 = 5 + 30 = 35$

Resposta: O primeiro termo é 8 e o 10.º termo é 35.

Exemplo 2

Observa a sequência de construções formadas por quadrados (figura 3).

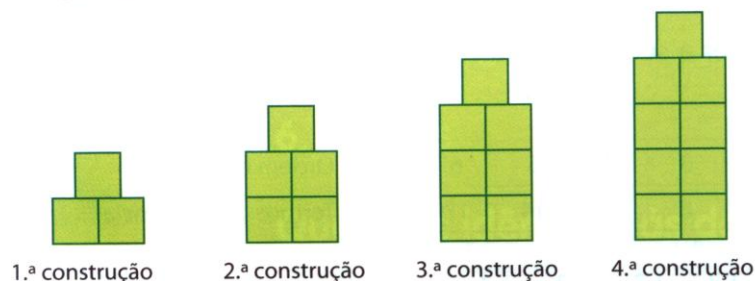


Figura 3

Admite que a regularidade se mantém para as próximas construções.

2.1. Quantos quadrados são necessários para a 6.ª construção?

2.2. Pode existir uma construção com 100 quadrados?
Justifica a tua resposta.

2.3. Escreve a expressão geradora da sequência e calcula quantos quadrados são necessários para a 50.ª construção.

Sugestão de resolução

2.1. Tem-se a sequência numérica seguinte.

$$3, 5, 7, 9, 11, 13, \dots$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \nearrow & & & \\ +2 & +2 & +2 & +2 & +2 & & & & \end{array}$$

Para a 6.ª construção são necessários 13 quadrados.

2.2. Não. Porque os termos de sequência são números ímpares e 100 é um número par.

2.3. A expressão geradora da sequência é $2n + 1$.

Como $2 \times 50 + 1 = 100 + 1 = 101$, para a 50.ª construção são necessários 101 quadrados.

Questão 1

A expressão geradora de uma sequência com 20 termos é $1 + 2 \times n$.

Determina os cinco primeiros e o último termos da sequência.

Questão 2

Observa a seguinte sequência de figuras formada por quadrados e triângulos.



1.ª figura 2.ª figura 3.ª figura

Admite que a regularidade se mantém para as figuras seguintes.

2.1. Completa a tabela.

Número do termo	1	2	3	4	n
Número de quadrados					
Número de triângulos					

2.2. Quantos triângulos tem o 110.º termo?

Exemplo 3

A Adriana começou a desenhar uma sequência de círculos, quadrados e triângulos, como podes observar na figura 4.



Figura 4

A Adriana vai continuar a desenhar a sequência.

- 3.1. Quanto tiver acabado de desenhar 40 triângulos, quantos círculos já desenhou?
- 3.2. Qual é a figura geométrica que corresponde à 84.^a posição da sequência? Justifica a tua resposta.

Sugestão de resolução

- 3.1. Antes do primeiro triângulo e entre dois triângulos há dois círculos.
 $2 \times 40 = 80$
 Resposta: 80 círculos.
- 3.2. O triângulo. Os triângulos estão nas posições 4, 8, 12, ... (múltiplos de 4) e 84 é múltiplo de 4.

Exemplo 4

A Bárbara formou uma sequência numérica cujo primeiro termo é 1 e em que, para se obter cada um dos termos seguintes, se calcula o quádruplo do anterior e se adiciona uma unidade. Os dois primeiros termos da sequência da Bárbara são 1 e 5. Continua a sequência e escreve todos os termos até obteres um termo superior a 1000.

Sugestão de resolução

1, 5, 21, 85, 341, 1365
 $(5 \times 4 + 1)$ $(21 \times 4 + 1)$ $(85 \times 4 + 1)$ $(341 \times 4 + 1)$

Resposta: 1, 5, 21, 85, 341 e 1365.

Exemplo 5

Observa a sequência seguinte feita com pontos (figura 6).



1.º termo

2.º termo

3.º termo

Figura 6

Admite que a regularidade se mantém para os termos seguintes. Descreve, em linguagem natural e simbólica, a lei de formação da sequência numérica associada à sequência de pontos dada.

Sugestão de resolução

O primeiro termo da sequência é 5 e cada termo seguinte obtém-se do anterior adicionando 3.
 A expressão geradora da sequência é $3 \times n + 2$.

Questão 3

Relativamente à sequência do exemplo 3, responde às questões seguintes.

- 3.1. Quando a Adriana tiver acabado de desenhar 30 quadrados, quantos círculos desenhou?
- 3.2. Qual é a figura geométrica que corresponde à 302.^a posição? Justifica a tua resposta.

Questão 4

A Beatriz construiu uma sequência numérica cujo primeiro termo é 3 e em que, para se obter cada um dos termos seguintes, se calcula o triplo do anterior e se subtrai uma unidade.

Os três primeiros termos que a Beatriz construiu são 3, 8 e 23. Continua a sequência e escreve todos os termos até obteres um termo superior a 120.

Questão 5

Observa a sequência seguinte feita com o símbolo X (figura 7).



1.º termo

2.º termo

3.º termo

Figura 7

Admite que a regularidade se mantém para os termos seguintes. Descreve, em linguagem natural e simbólica, a lei de formação da sequência numérica associada à sequência dada.

2. Razão

Observa a figura 8.

Na figura estão representados três meninos e quatro meninas.

- $4 : 3$ representa a razão do número de meninas para o número de meninos.
- $3 : 4$ representa a razão do número de meninos para o número de meninas.
- $4 : 7$ representa a razão do número de meninas para o número total de jovens.

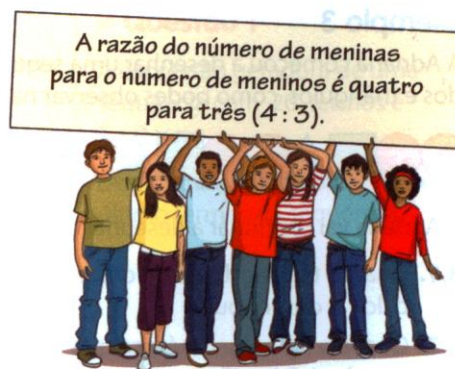


Figura 8

Razão

Uma **razão** é o quociente de dois números ou o quociente de duas quantidades comparáveis. A razão de a para b escreve-se $a : b$ ou $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$.
 a é o antecedente e b o consequente.

Exemplo 6

Considera que a melhor compra consiste em comprar mais produto pelo mesmo dinheiro.

Observa a figura 9 e indica qual é a melhor compra.
(As velas têm as bases iguais.)



Figura 9

Sugestão de resolução

Vamos calcular e comparar as razões: preço e altura da vela.

$$\frac{1}{5} = 0,2 \quad \frac{2,30}{12} \approx 0,19$$

$$0,19 < 0,2$$

Resposta: A melhor compra é a vela com maior altura.

Exemplo 7

Um clube tem 63 desportistas.

A razão dos desportistas nacionais para os estrangeiros é $2 : 7$.

Quantos desportistas nacionais tem o clube?

Sugestão de resolução

$$2 + 7 = 9$$

$$63 : 9 = 7$$

$$2 \times 7 = 14$$

N	N	E	E	E	E	E	E	E
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Resposta: O clube tem 14 desportistas nacionais.

Questão 6

A mãe da Filomena comprou 1,5 kg de nozes por 4,50 € e a mãe da Alice comprou 2,2 kg das mesmas nozes por 6,50 €.

Qual das duas fez melhor compra?

Questão 7

Uma quantia foi dividida por duas pessoas na razão de $3 : 5$.

A pessoa que recebeu menos ficou com 150 euros.

Determina o valor da quantia que foi dividida.

3. Proporção

O Alex fez sumo misturando um copo de concentrado de sumo de laranja com dois copos de água. A Beatriz fez o sumo misturando dois copos do mesmo sumo de concentrado de laranja com quatro copos de água (figura 10).



Figura 10

Os dois afirmaram que o sumo tem o mesmo sabor, porque $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} \rightarrow$ esta igualdade representa uma proporção.

Proporção

Uma **proporção** é uma igualdade entre duas razões.

Numa proporção há quatro termos: dois meios e dois extremos.

$$\begin{array}{ccccc} \text{Extremo} & \rightarrow & \frac{1}{2} & = & \frac{2}{4} & \leftarrow \text{Meio} \\ & & \text{Meio} & & \text{Extremo} \end{array}$$

Propriedade fundamental das proporções

Numa proporção, o produto dos meios é igual ao produto dos extremos.

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{4}; 2 \times 2 = 1 \times 4$$

Exemplo 8

Considera os números dados na figura 11.



Figura 11

8.1. Utilizando quatro desses números forma uma proporção.

8.2. Verifica se com os números 15, 3, 5 e 1,2 podes formar uma proporção.

Sugestão de resolução

8.1. Por exemplo: $\frac{5}{3} = \frac{15}{9}$, pois $5 \times 9 = 3 \times 15 = 45$.

8.2. Por exemplo, sejam 3 um extremo e 1,2 um meio. $\frac{3}{1,2} = \frac{5}{2}$.

Para completar a proporção, no outro meio teremos de colocar o maior dos números dados, uma vez que 1,2 é o menor.

$\frac{3}{1,2} = \frac{15}{5}$, como $3 \times 5 \neq 1,2 \times 15$, não é possível formar uma proporção.

Questão 8

8.1. Verifica, em cada caso, se as razões dadas formam uma proporção.

a) $\frac{20}{7}; \frac{10}{14}$

b) $\frac{0,3}{5}; \frac{1,2}{20}$

c) $\frac{1\frac{1}{2}}{3}; \frac{3}{1,5}$

8.2. Forma uma proporção utilizando quatro dos números dados.



Exemplo 9

A Alice comprou 3 kg de cerejas por 4,50 €.

Quanto custam 7 kg das mesmas cerejas?



Sugestão de resolução

1.º processo → Redução à unidade

$$4,5 : 3 = 1,5$$

1 kg de cerejas custa 1,50 €, logo 7 kg custam 10,50 € ($7 \times 1,50 = 10,5$).

2.º processo → Proporção

$$\frac{3}{4,5} = \frac{7}{x}, x = \frac{4,5 \times 7}{3} = \frac{4,5}{3} \times 7 = 1,5 \times 7 = 10,5$$

Logo, 7 kg de cerejas custam 10,50 €.

3.º processo → Regra de três simples

Cerejas (kg)		Custo (euros)
3		4,5
7		x

$$x = \frac{7 \times 4,5}{3} = 10,5$$

Logo, 7 kg de cerejas custam 10,50 €.

Exemplo 10

Um cão com 20 kg de peso come $7\frac{1}{2}$ latas de comida em cinco dias.

Quantas latas de comida come em 31 dias?

Sugestão de resolução

Número de dias		Latas de comida
5		$7\frac{1}{2} = 7,5$
31		x

$$x = \frac{31 \times 7,5}{5}; x = 31 \times 1,5 = 46,5$$

Resposta: Em 31 dias o cão come 46,5 latas, ou seja, $46\frac{1}{2}$ latas de comida.

Questão 9

9.1. O Santiago comprou duas bolas de futebol por 15 euros.



Quanto custa um saco das mesmas bolas com 15 bolas?

9.2. A Maria recebeu de presente um regador com 2,5 litros de capacidade.



Verificou que em três minutos e cinco segundos gasta um regador cheio para regar o jardim. Se a Maria o encher com apenas 1 litro de água, quanto tempo demorará a ficar com o regador vazio?

Apresenta a tua resposta em minutos e segundos.

Questão 10



O aluguer de uma canoa é de 6 euros por meia hora.



$6 \text{ €} - \frac{1}{2} \text{ h}$

Quanto se paga por alugar a canoa por uma hora e 15 minutos?

4. Proporcionalidade direta

A tabela seguinte (figura 12) e o gráfico cartesiano (figura 13) referem-se à relação entre a altura da água no recipiente da figura 14 e o respetivo tempo de enchimento.

Tempo de enchimento (s)	1	2	3	4	5	6
Altura da água (cm)	0,5	1	1,5	2	2,5	3

 $\times \frac{1}{2}$

Figura 12

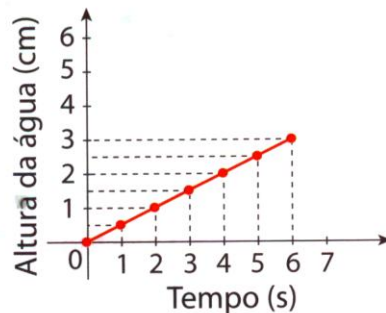


Figura 13



Figura 14

Como $\frac{0,5}{1} = \frac{1}{2} = \frac{1,5}{3} = \frac{2}{4} = \frac{2,5}{5} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, diz-se que a altura da água, em centímetros, é **diretamente proporcional** ao tempo de enchimento, em segundos, e que a constante de proporcionalidade é $\frac{1}{2}$.

Tal significa que depois de 1 segundo de enchimento a altura da água no recipiente é $\frac{1}{2}$ centímetro.

Também se verifica que:

$$\frac{1}{0,5} = \frac{2}{1} = \frac{3}{1,5} = \frac{4}{2} = \frac{5}{2,5} = \frac{6}{3} = 2 \quad (\text{figura 15})$$

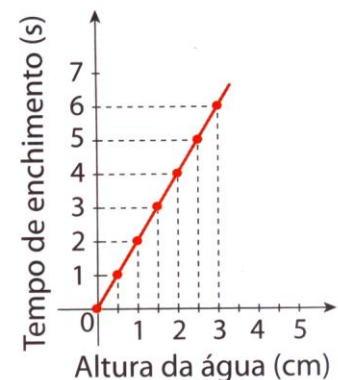


Figura 15

Diz-se que o tempo de enchimento, em segundos, é diretamente proporcional à altura da água, em centímetros, e que 2 é a constante de proporcionalidade direta. O que significa que a 1 cm da altura da água correspondem 2 s de tempo de enchimento.

Constante de proporcionalidade

Quando uma grandeza é diretamente proporcional a outra, o quociente entre a medida da primeira e a medida da segunda é constante. Ao valor da constante chama-se **constante de proporcionalidade**.

Se uma grandeza é diretamente proporcional a outra, então a segunda é diretamente proporcional à primeira e as constantes de proporcionalidade são inversas uma da outra.

A tabela da figura 16 e o gráfico da figura 17 referem-se à relação entre a altura da água no recipiente representado na figura 18 e o tempo de enchimento.

Tempo de enchimento (s)	1	2	3
Altura da água (cm)	1	1,5	1,7

Figura 16

Trata-se de um exemplo de duas grandezas que não são diretamente proporcionais.

Nota que o facto de uma grandeza aumentar quando a outra também aumenta não é suficiente para que as grandezas sejam diretamente proporcionais.

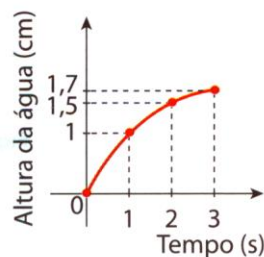


Figura 17



Figura 18

Exemplo 11

Sabendo que há proporcionalidade direta entre as grandezas “Quantidade de leite em litros” e “Custo em euros”, completa a tabela seguinte.

Quantidade de leite (em litros)	2			12
Custo (em euros)	1	4	8	

Sugestão de resolução

Conhecemos dois valores correspondentes. Com eles determinamos a constante de proporcionalidade direta: $1 : 2 = \frac{1}{2}$.

Logo:

Quantidade de leite (em litros)	2	8	16	12
Custo (em euros)	1	4	8	6

$\times \frac{1}{2}$

Exemplo 12

Uma torneira está estragada e, mesmo fechada, pinga. Verificou-se que, durante um quarto de hora, a torneira perdeu 20 decilitros de água. Quantos litros de água perde a torneira em 6 horas?

Sugestão de resolução

Tempo (min)	Quantidade de água (dl)	
15	20	$6 \times 60 = 360$
360	x	

$$x = \frac{360 \times 20}{15} = \frac{3 \times 120 \times 4 \times 5}{3 \times 5} = 480$$

480 dl = 48 L

Resposta: Em seis horas, a torneira perde 48 litros de água.

Questão 11

Sabendo que em cada caso as grandezas são diretamente proporcionais, determina x , y e z .

11.1.

Massa (kg)	6	4
Custo (€)	9	x

11.2.

Distância (km)	50	y
Gasóleo (L)	3	12

11.3.

Tempo (min)	$\frac{4}{3}$	z
Água (L)	25	75

Questão 12

Para semear um campo de erva, a massa em gramas de semente é proporcional à área do campo.



Para 4 m^2 são necessários 20 g de semente. Quantos quilogramas de semente são necessários para um campo com 1120 m^2 de área?

5. Percentagens

Observa a figura 19.

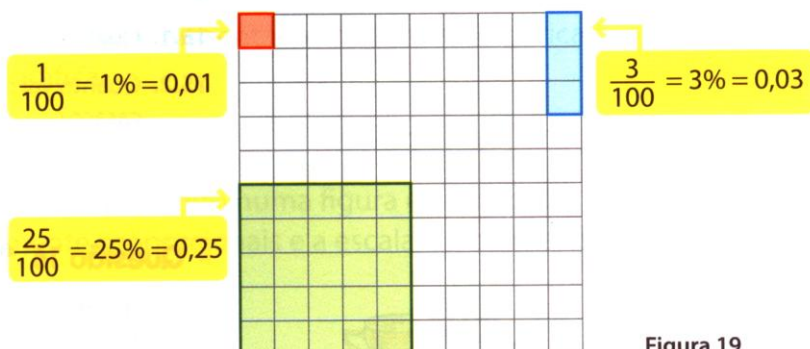


Figura 19

Para representar uma parte do todo podem-se utilizar frações, percentagens ou números decimais.

Percentagem

Uma percentagem é uma razão em que o conseqüente é 100.

Exemplo 13

Escreve por ordem crescente os números representados na figura 20.



Figura 20

Sugestão de resolução

Vamos escrever os números dados na forma decimal.

$$\frac{1}{4} = 0,25; \quad \frac{7}{10} = 0,7; \quad 26\% = 0,26; \quad \frac{12}{30} = 0,4; \quad 0,39$$

$$\text{Resposta: } \frac{1}{4} < 26\% < 0,39 < \frac{12}{30} < \frac{7}{10}$$

Exemplo 14

Observa a figura 22.

Qual é a percentagem de bolas azuis relativamente ao número total de bolas?

- (A) 0,6% (B) 1,66%
(C) 37,5% (D) 0,375%

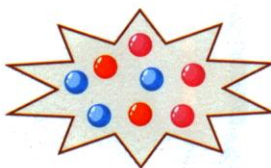


Figura 22

Sugestão de resolução

$$\frac{3}{8} = 0,375 = 37,5\% \quad \begin{array}{l} 3 \rightarrow \text{número de bolas azuis} \\ 8 \rightarrow \text{número total de bolas} \end{array}$$

Resposta: (C)

Questão 13

Escreve por ordem decrescente os números dados na figura 21.



Figura 21

Questão 14

Numa turma de 30 alunos 12 são rapazes.

Determina a percentagem de raparigas que há na turma.

Exemplo 15

Calcula 2% de 30 L.

Sugestão de resolução

$$2\% = 0,02; 0,02 \times 30 = 0,6$$

Resposta: 0,6 L

Exemplo 16

A Rita gastou 20% do seu dinheiro na compra de quatro chávenas.

Se ainda ficou com 40 euros, quanto gastou na compra das chávenas?



Sugestão de resolução

1.º processo

$$100\% - 20\% = 80\%$$

80% corresponde a 40 euros.

$$40 : 80\% = 40 : 0,8 = 50 \leftarrow \text{Dinheiro da Rita}$$

$$50 - 40 = 10 \leftarrow \text{Custo das chávenas}$$

2.º processo

Utilizando um esquema:

$$100\% : 20\% = 5$$

O todo divide-se em 5 partes.

$$40 : 4 = 10$$

Logo, 20% corresponde a 10 €.

Resposta: A Rita gastou 10 euros na compra das chávenas.



Exemplo 17

A Beatriz comprou um tablet que custava 250,00 € e com desconto pagou 200,00 €.

Calcula a percentagem de desconto.

Sugestão de resolução

Cálculo do desconto:

$$(250,00 - 200,00) \text{ €} = 50,00 \text{ €}$$

Cálculo da percentagem:

$$\frac{\text{Desconto} \rightarrow 50}{\text{Valor inicial} \rightarrow 250} = 0,2 = 20\%$$

Resposta: A percentagem de desconto é igual a 20%.



Questão 15



A Sílvia comprou um casaco que custava 30 euros com 8% de desconto.

15.1. Qual é o valor do desconto?

15.2. Quanto vai pagar pelo casaco?

Questão 16



A Marta comprou um chocolate que estava com desconto de 20%.

16.1. Se a Marta pagou 1,60 €, quanto custava o chocolate sem desconto?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

16.2. A Marta comeu 37% desse chocolate e ainda ficou com 126 gramas.

Qual era a massa inicial do chocolate?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Questão 17



A Teresa comprou três pimentos, com desconto, por 2,10 €.



Sem o desconto, os pimentos custariam 3 €.

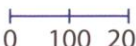
Calcula a percentagem de desconto.

6. Escalas

Repara que:

1. As escalas podem ser representadas na forma numérica ou na forma gráfica.

• Forma numérica: 1 : 10 000

• Forma gráfica: 

• Escala: 1:10 000

2. As medidas de comprimento numa figura e as medidas de comprimento reais são grandezas diretamente proporcionais e a escala é a constante de proporcionalidade.



Exemplo 18

A figura 23 representa um frigorífico.

A sua altura real é 1,72 m .

Qual foi a escala utilizada na imagem da figura?

Sugestão de resolução

Vamos utilizar uma régua graduada para medir a altura do frigorífico da figura.

Na figura, o frigorífico mede 4,3 cm .

Imagem (cm)	Realidade (cm)
4,3	172
1	x

$$x = \frac{172}{4,3} = 40$$

Resposta: A escala utilizada foi de 1 : 40 .



Figura 23

Questão 18

O jarão representado na figura 24 tem 28 cm de altura real.



Figura 24

Qual foi a escala utilizada na imagem?

Exemplo 19

A figura 25 mostra um carro de compras, cuja altura real é 1,2 m , e uma placa.

Observa a figura e determina um valor aproximado para a altura da placa.

Utiliza uma régua para medir.



Figura 25

Sugestão de resolução

Imagem (cm)	Realidade (cm)
1,6	120
3,1	x

$$x = \frac{3,1 \times 120}{1,6} = 232,5$$

Resposta: A placa tem, aproximadamente, 232,5 cm de altura.

Questão 19

A figura 26 mostra o Duarte e uma bandeira.

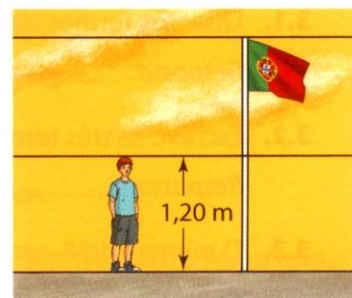


Figura 26

Determina, em metros o valor aproximado para a altura da bandeira.

Questões idênticas às da Prova Final

Sequências e regularidades

1. Escreve os próximos três números de cada uma das sequências seguintes.

Admite que a regularidade se mantém.

1.1. 95 ; 85 ; 75 ; _____ ; _____ ; _____

1.2. 20 ; 26 ; 32 ; _____ ; _____ ; _____

1.3. 13,3 ; 12,4 ; 11,5 ; _____ ; _____ ; _____

1.4. 4 ; $3\frac{1}{2}$; 3 ; _____ ; _____ ; _____

1.5. $\frac{2}{5}$; $\frac{4}{10}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{8}{20}$; _____ ; _____ ; _____

1.6. 3 ; $\frac{5}{4}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{9}{16}$; _____ ; _____ ; _____

1.7. $4\frac{1}{3}$; $3\frac{5}{6}$; $3\frac{1}{3}$; _____ ; _____ ; _____

2. Escreve os cinco primeiros termos das sequências cujas expressões geradoras são as seguintes.

2.1. $3 \times n + 2$ _____ ; _____ ; _____ ; _____ ; _____

2.2. $3 \times n^2$ _____ ; _____ ; _____ ; _____ ; _____

2.3. $\frac{n}{2 \times n + 1}$ _____ ; _____ ; _____ ; _____ ; _____

2.4. $\frac{n+2}{n^2}$ _____ ; _____ ; _____ ; _____ ; _____

3. A Inês começou a escrever a sequência de números seguinte.



- 3.1. Quantos termos da sequência escreveu a Inês?

Resposta: _____

- 3.2. Escreve os três termos seguintes da sequência.

Resposta: _____

- 3.3. O número 990 será um termo da sequência? Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

- 3.4. Escreve uma expressão geradora da sequência.

Resposta: _____

4. Na sequência seguinte, cada figura é formada por hexágonos regulares verdes e azuis.

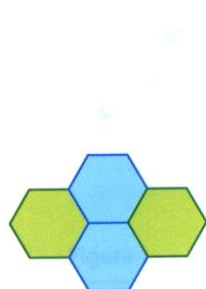


Figura 1

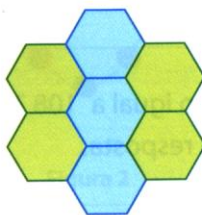


Figura 2

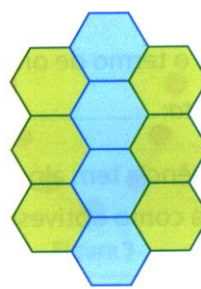


Figura 3

Admite que o padrão se mantém para as próximas figuras.

- 4.1. Completa a tabela seguinte.

Número da figura	1	2	3				16	n
Número de hexágonos azuis				5	6			
Número de hexágonos verdes						16		

- 4.2. Escreve uma expressão geradora para a sequência:

- a) que represente o número **total** de hexágonos;

Resposta: _____

- b) do perímetro das figuras, sabendo que o lado do hexágono mede 1 unidade de comprimento.

Resposta: _____

5. O primeiro termo de uma sequência é 12 e o último termo é 57.

Sabendo que a sequência tem seis termos e que o termo seguinte se obtém do anterior adicionando sempre o mesmo número, escreve os termos que faltam na sequência.

12 _____ 57

6. Considera os cinco primeiros termos de uma sequência numérica.

27, 31, 35, 39, 43, ...

Admite que a regularidade se mantém para os próximos termos.

- 6.1. Escreve, em linguagem natural, uma lei de formação compatível com a sequência.

Resposta: _____

- 6.2. Escreve, em linguagem natural e simbólica, uma expressão geradora para a sequência.

Resposta: _____

- 7.** Numa sequência, o primeiro termo é 1 e cada termo a partir do primeiro é o triplo do termo anterior.

7.1. Qual é o termo de ordem 5 ?

Resposta: _____

7.2. A sequência tem algum termo igual a 108 ?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

7.3. Sabendo que $a^0 = 1$, qualquer que seja $a \neq 0$, assinala com **X** a expressão geradora da sequência:

☐ $3n$

☐ 3^n

☐ 3^{n+1}

☐ 3^{n-1}

- 8.** Escreve os cinco primeiros termos e uma expressão geradora para cada uma das sequências que se descrevem a seguir.

8.1. O primeiro termo é 5.

Cada termo, a partir do primeiro, é maior do que o termo anterior duas unidades.

Resposta: _____

8.2. O primeiro termo é 0.

Cada termo, a partir do primeiro, é o quádruplo do termo anterior.

Resposta: _____

8.3. O primeiro termo é 1 e para se obter cada um dos termos seguintes calcula-se o triplo do anterior e subtraem-se duas unidades.

Resposta: _____

- 9.** O 6.º termo de uma sequência é 22 e o 1.º termo é 0.

Obtém-se cada termo do anterior adicionando sempre o mesmo número.

9.1. Qual é o 1.º termo da sequência?

Resposta: _____

9.2. Escreve a expressão geral da sequência.

Resposta: _____

- 10.** A Maria construiu uma sequência numérica cujo primeiro termo é 2 e em que, para obter cada um dos termos seguintes, se calcula o triplo do anterior e se subtraem duas unidades. Escreve todos os termos da sequência inferiores a 100.

11. A Rita construiu uma sequência de figuras utilizando bolinhas de azevinho e palitos.



Figura 1



Figura 2



Figura 3

Admite que, para as próximas figuras, a regularidade se mantém.

11.1. Completa a tabela seguinte.

Número da figura	Número de bolinhas de azevinho	Número de palitos
1	5	4
2	7	6
3		
n		

11.2. Pode existir uma figura na sequência que tenha:

a) 31 bolinhas? Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

b) 31 palitos? Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

11.3. Uma figura da sequência tem 50 palitos. Quantas bolinhas de azevinho tem essa figura?

Resposta: _____

12. Os cinco primeiros termos da sequência numérica são:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9} \text{ e } \frac{5}{11}$$

Admite que o padrão numérico se mantém.

12.1. Qual é o termo de ordem 6? Resposta: _____

12.2. Qual é a ordem do termo $\frac{7}{15}$? Resposta: _____

12.3. Escreve uma lei de formação compatível com a sequência dada e formula-a em linguagem natural.

Resposta: _____

- 13.** Considera os quatro primeiros termos da sequência numérica seguinte.

37, 44, 51, 58

Admite que a regularidade numérica se mantém.

- 13.1.** Escreve os próximos três termos da sequência.

Resposta: _____

- 13.2.** O termo de ordem 50 é 380.

- a)** Qual é o termo de ordem 51?

Resposta: _____

- b)** Qual é o termo de ordem 48?

Resposta: _____

- 13.3.** Descreve, em linguagem natural, uma lei de formação compatível com a sequência dada.

Resposta: _____

- 13.4.** Dos seguintes números, qual poderá ser termo da sequência?

Assinala a resposta com X.

☐ 111

☐ 112

☐ 113

☐ 114

Explica porque rejeitaste as outras três.

Resposta: _____

- 14.** A Bárbara começou a desenhar uma sequência com figuras geométricas.



Admite que o padrão se mantém.

- 14.1.** Qual é a figura geométrica que a Bárbara vai desenhar na 20.^a posição?

Resposta: _____

- 14.2.** A Bárbara acabou de desenhar o 30.^o triângulo. Quantos quadrados amarelos já tinha desenhado? E quantos quadrados verdes já tinha desenhado?

Resposta: _____

- 14.3.** Na sequência, qual a figura geométrica que ocupa a posição número:

a) 48

b) 119

c) 118

d) 87

e) 175

Resposta: _____

Razão. Proporção. Percentagens

- 15.** O balcão de uma florista é retangular e tem 2,7 m de comprimento por 108 cm de largura. A florista decidiu cobrir totalmente o tampo do balcão com azulejos quadrados com 18 cm de lado.



- 15.1.** Qual é a razão entre o comprimento e a largura do balcão?

Apresenta a resposta simplificada.

Resposta: _____

- 15.2.** Quantos azulejos são necessários para cobrir o balcão?

Resposta: _____

- 15.3.** A florista já colocou 60% dos azulejos.

Determina, em centímetros quadrados, a área que ainda não tem azulejos.

Resposta: _____

- 16.** A florista Tina tem quatro tulipas amarelas e três tulipas vermelhas.



A florista pretende fazer um ramo com as quatro tulipas amarelas de modo que a razão entre o número de tulipas amarelas e o número de tulipas vermelhas seja de 1 : 3.

Quantas tulipas vermelhas ainda lhe faltam para fazer o ramo?

Explica como obtiveste a tua resposta.

- 17.** A largura e o comprimento de um terreno retangular de perímetro igual a 400 m estão na razão de 3 : 5.



- 17.1.** Mostra que largura de terreno é igual a 75 m.

Resposta: _____

- 17.2.** Calcula, em metros quadrados, a área do terreno.

Resposta: _____

- 17.3.** Sabendo que 40% do terreno foram cultivados com feijão e $\frac{1}{5}$ da parte restante com cenouras, calcula a área que ainda não foi cultivada.

Resposta: _____



- 18.** Num supermercado estão a fazer uma promoção em que vendem iogurtes de uma determinada marca em conjuntos de quatro e seis iogurtes.



- 18.1.** Qual é a escolha mais económica?

Resposta: _____

- 18.2.** O que representa a expressão $4 \times 0,80 + 3 \times 1,02$?

Resposta: _____

- 18.3.** Calcula o valor da expressão referida em **18.2.**

Resposta: _____

- 19.** A freguesia A tem 2000 habitantes e 10 conjuntos de contentores para reciclagem.

A freguesia B tem 3200 habitantes e 12 conjuntos dos mesmos contentores.



- 19.1.** Qual destas freguesias está mais bem servida de conjuntos de contentores de reciclagem por habitante?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 19.2.** Quantos conjuntos de contentores deveria ter a freguesia B para que as duas freguesias estivessem igualmente servidas de conjuntos de contentores por habitante?

- 20.** A Ana, a Joana e o Paulo compraram quatro sacos de berlindes.

Cada saco tem 12 berlindes.

Para a compra juntaram todo o dinheiro que tinham.

A Ana tinha 5 euros, a Joana 4,50 euros e o Paulo 2,50 euros.

No final, dividiram entre eles os berlindes proporcionalmente ao dinheiro de cada um.

Com quantos berlindes ficou o Paulo?

Explica como obtiveste a tua resposta.



Resposta: _____

- 21.** Observa as etiquetas do pano e da caneca e completa-as de acordo com a informação da etiqueta do galo de Barcelos.



21.1.



1,80 €
_____ ? _____ £

Pano

21.2.



_____ ? _____ €
2,3 £

Caneca



1,50 €
1 £

Galo de Barcelos

- 22.** A Bárbara pretende construir um canteiro retangular com 3 m de comprimento cuja razão entre o comprimento e a largura seja igual ao canteiro retangular de um jardim público com dimensões 30 m por 25 m .

Qual deverá ser a largura, em metros, do canteiro?

Resposta: _____

- 23.** Para obter tinta cor de laranja, o Jorge utilizou três medidas de tinta amarela e quatro de tinta vermelha. Por sua vez, o Filipe usou cinco medidas de tinta amarela e seis de tinta vermelha.

Terão obtido a mesma tonalidade de cor de laranja?

Justifica a tua resposta.

- 24.** Calcula.



24.1. 40% de 275 €

Resposta: _____

24.2. 15% de 800 L

Resposta: _____

24.3. 3% de 6000 kg

Resposta: _____

24.4. 7,8% de 3500 m

Resposta: _____

- 25.** Um automóvel usado custou 7500 euros.

Passados três anos tinha desvalorizado 52% .

Qual o valor do automóvel usado três anos depois de ter sido comprado?

Resposta: _____

26. Que percentagem de 200 euros é 24 euros?



Resposta: _____

27. O custo normal de um jarão de porcelana é 60 € .



Numa promoção foi vendido por 36 € .

Determina a percentagem de desconto.

Resposta: _____

28. Observa a informação que diz respeito ao custo de um mesmo modelo e marca de sapatilhas.



 36 € Agora $\frac{2}{3}$ do preço Loja A	 30 € Agora menos 15% Loja B	 Preço 22 € + 23% IVA Loja C
--	--	--

Em qual das lojas as sapatilhas são mais baratas? Apresenta os cálculos que efetuares.

Resposta: _____

29. Uma agência imobiliária cobra $1\frac{1}{2}\%$ de comissão no preço de venda de uma casa.



Determina a comissão para a venda de uma casa de 60 000 € .

Resposta: _____

30. Depois de ser aumentado em 3,5% , o António passou a ganhar 828 euros.



Quanto ganhava o António antes do aumento?

Resposta: _____

31. Para um *derby* de futebol, o preço dos bilhetes vai subir 9% .

Quanto passará a custar um bilhete que habitualmente custa 7,50 € ?

Assinala com X a resposta correta.

- ☐ 7,50 € × 0,9
 ☐ 7,50 € × 1,9
 ☐ 7,50 € × 0,09
 ☐ 7,50 € × 1,09

32. "Um aumento de 10% seguido de um aumento de 10% é a mesma coisa que um aumento total de 20%." Mostra que esta afirmação é falsa utilizando um exemplo.

Resposta: _____

33. Um copo está cheio de sumo de ananás e maçã na razão de 1 : 4.

A Luísa bebeu meio copo do sumo e, em seguida, encheu o copo com sumo de ananás.

Qual é, agora, a percentagem de sumo de ananás que o copo contém?



Resposta: _____

34. A Ana perguntou aos colegas da escola se ajudavam a lavar a loiça em casa.



Depois escreveu a informação obtida na tabela ao lado.

A Ana enganou-se nos cálculos que efetuou.

O erro pode estar na contagem das pessoas ou no cálculo das percentagens.

Completa cada tabela com os **possíveis** valores corretos.

Não	240 pessoas = 40%
Sim	378 pessoas = 60%

34.1.

Não	_____ pessoas = 40%
Sim	378 pessoas = 60%

34.2.

Não	240 pessoas = 40%
Sim	_____ pessoas = 60%

34.3.

Não	240 pessoas = _____
Sim	378 pessoas = _____

Nas percentagens apresenta a resposta com arredondamento às centésimas.

35. Na figura ao lado está representado um retângulo dividido em quadrados geometricamente iguais.

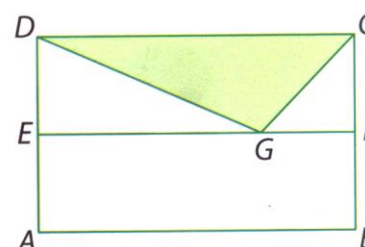
Pinta quadrados, com a tua caneta, de modo que a parte pintada seja superior a 20% e inferior a 30%.



36. Na figura, $[ABCD]$ é um retângulo.

E e F são os pontos médios dos lados $[AD]$ e $[BC]$, respetivamente. O ponto G pertence ao segmento $[EF]$.

Qual é a percentagem da parte do retângulo $[ABCD]$ que está pintada a cor verde?



Resposta: _____

Proporcionalidade direta

37. As grandezas X e Y são diretamente proporcionais.



37.1. Completa a tabela ao lado.

37.2. Se a grandeza X tem o valor $1\frac{1}{2}$, qual é o valor da grandeza Y ?

Resposta: _____

37.3. Se a grandeza Y tem o valor $0,2$, qual é o valor da grandeza X ?

Resposta: _____

X	12	13	25	
Y	48			140

38. Qual das tabelas seguintes **não** representa uma proporcionalidade direta?



Tabela A

1,5	2	3	6,5
4,5	6	9	19,5

Tabela B

0,5	0,3	1,2	4,1
3	1,8	7,2	24,6

Tabela C

$1\frac{1}{2}$	0,5	0,1	0,02
2	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{2}{75}$

Tabela D

30	40	60	90
0,5	2	3	7,5

39. Considera as grandezas A e B diretamente proporcionais.



39.1. Na tabela de proporcionalidade seguinte há um erro: encontra-o e corrige-o.

A	0,2	0,8	12	15
B	0,6	2,4	30	45

39.2. Determina a constante de proporcionalidade direta, s , de B relativamente a A , e a constante de proporcionalidade t de A relativamente a B e calcula $s \times t$.

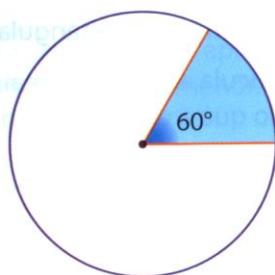
Resposta: _____

40. Completa a tabela ao lado referente a uma receita de bolo de chocolate.



Número de pessoas	6	2	8
Açúcar	120 g		
Farinha		30 g	
Chocolate	210 g		
Ovos			4
Água	150 cl		
Manteiga			140 g

- 41.** A figura representa um canteiro de um jardim em forma de círculo com 4 m de diâmetro.



Na parte correspondente à zona colorida, um jardineiro plantou 85 primulas.

- 41.1.** Calcula quantas primulas precisa o jardineiro para completar a plantação, mantendo o mesmo tipo de arranjo para todo o jardim.

Resposta: _____

- 41.2.** Calcula a área da parte do canteiro que o jardineiro já plantou.

Considera 3,1416 como valor aproximado de π .

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do metro quadrado.

Resposta: _____



- 42.** Para fazer doce de marmelo, a mãe da Sara junta dois quilogramas de açúcar com três quilogramas de marmelo.



A mãe da Sara fez 12 quilogramas de doce de marmelo.

Quantos quilogramas de açúcar gastou?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 43.** Para obter tinta com determinada tonalidade de verde, juntaram-se 4 litros de tinta amarela com 2,5 litros de tinta azul.



- 43.1.** Quantos litros de tinta amarela se devem juntar a 6 litros de tinta azul para obter uma mistura com a mesma tonalidade?

Resposta: _____

- 43.2.** O Rui obteve 19,5 litros da mistura referida.

Quantos litros de tinta azul utilizou?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

Escalas

- 44.** A figura representa o canteiro de um jardim retangular.



Faz as medições necessárias e calcula as medidas reais, em metros, do canteiro, sabendo que a escala utilizada foi de 1 : 50 .

Resposta: Comprimento _____

Largura _____



- 45.** A distância entre duas localidades, num mapa, é de 5 cm .

Calcula a escala utilizada no mapa, sabendo que a distância real é de 85 km .

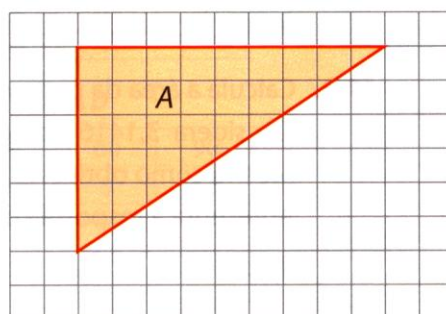
Resposta: _____

- 46.** O Dinis desenhou o triângulo A representado na figura ao lado.

- 46.1.** Desenha uma redução do triângulo A usando uma escala de $\frac{2}{3}$.

Designa-o por B .

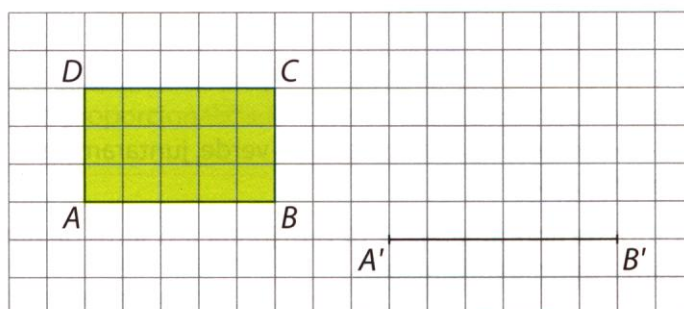
- 46.2.** Qual é a razão entre a área do triângulo B e a área do triângulo A ?



Resposta: _____

- 47.** O Duarte desenhou o retângulo $[ABCD]$ representado na figura seguinte.

O Dinis começou a desenhar o retângulo $[A'B'C'D']$ fazendo uma ampliação do retângulo $[ABCD]$.



- 47.1.** Completa o desenho do Dinis.

- 47.2.** Qual foi a escala utilizada na ampliação?

Resposta: _____

- 47.3.** Qual é o perímetro do retângulo $[A'B'C'D']$?

Resposta: _____

- 48.** A bicicleta que está representada na figura ao lado tem, na realidade, 1,80 m de altura.



Faz as medições necessárias para determinares aproximadamente, em centímetros, o diâmetro da roda menor.

Resposta: _____



- 49.** A fotografia ao lado mostra o London Eye em Londres.



O diâmetro real da roda é 120 m.

Qual foi a escala utilizada na fotografia?

Resposta: _____



- 50.** A figura representa uma fotografia no seu tamanho real e um envelope reduzido à escala de 1 : 3.



Tamanho real



Escala 1 : 3

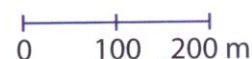
Será que a fotografia cabe no envelope sem ser dobrada?

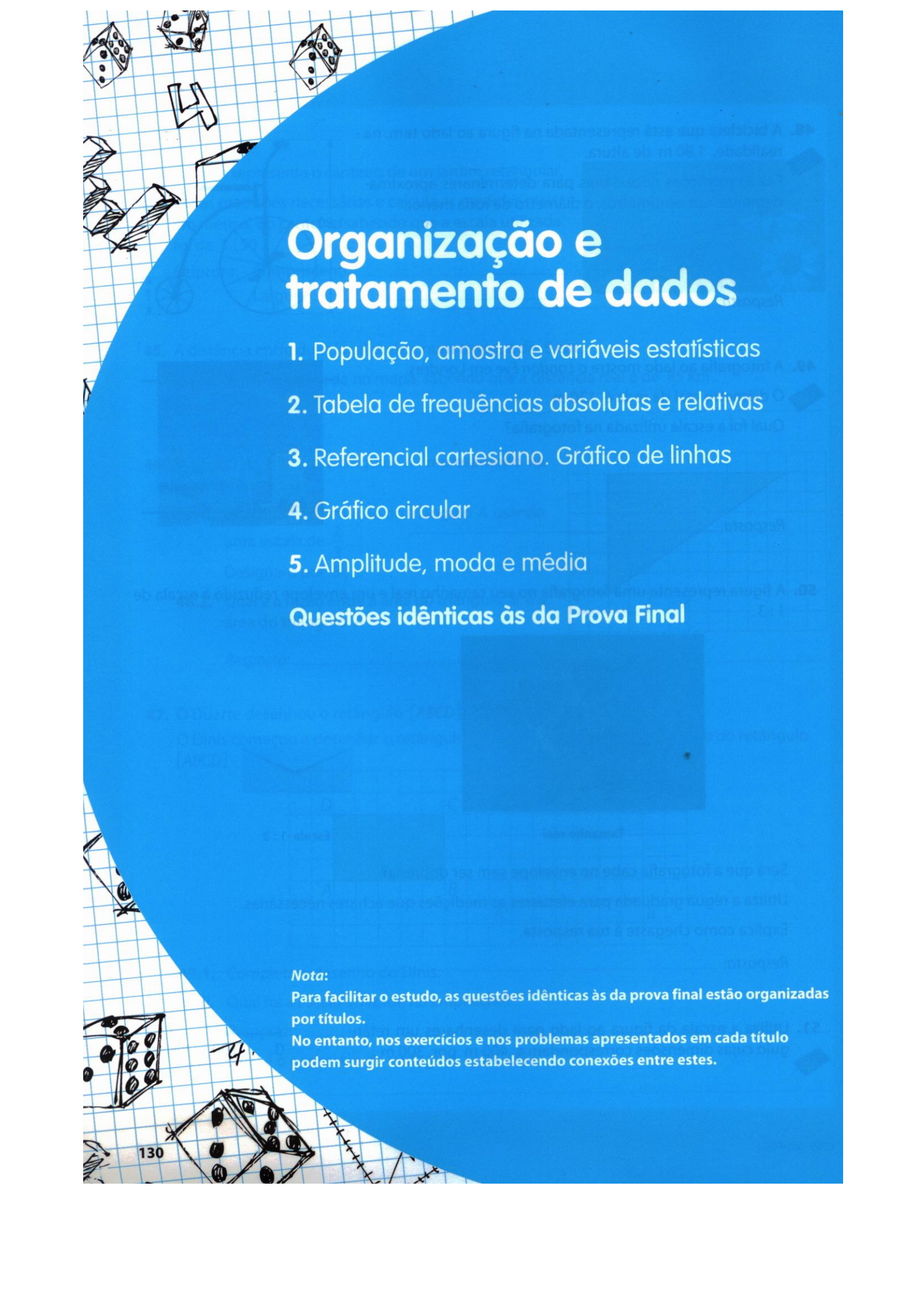
Utiliza a régua graduada para efetuares as medições que achares necessárias.

Explica como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 51.** Utiliza a escala da figura ao lado para desenhares um retângulo cujas dimensões correspondam a 400 m por 300 m.





Organização e tratamento de dados

1. População, amostra e variáveis estatísticas
2. Tabela de frequências absolutas e relativas
3. Referencial cartesiano. Gráfico de linhas
4. Gráfico circular
5. Amplitude, moda e média

Questões idênticas às da Prova Final

Nota:

Para facilitar o estudo, as questões idênticas às da prova final estão organizadas por títulos.

No entanto, nos exercícios e nos problemas apresentados em cada título podem surgir conteúdos estabelecendo conexões entre estes.

Organização e tratamento de dados

1. População, amostra e variáveis estatísticas

A Escola das Quinas tem 1500 alunos.

Pretende-se saber quanto tempo cada aluno estuda em casa e a disciplina que mais estuda, por semana.

Para recolher dados tendo em vista este estudo, seleccionou-se um grupo representativo dos alunos desta escola constituído por 50 alunos.



Neste estudo:

- a **população** é constituída pelos 1500 alunos da escola;
- a **amostra** é constituída por 50 alunos seleccionados;
- a **dimensão da amostra** é 50 (número de alunos seleccionados);
- a variável estatística “tempo que cada aluno estuda em casa” é **quantitativa**; a variável estatística “a disciplina que mais estuda” é **qualitativa**.

População

População estatística ou simplesmente **população** é o conjunto de elementos, designados por unidades estatísticas, sobre os quais podem ser feitas observações e recolhidos dados relativos a uma característica comum.

Variável estatística

Variável estatística é uma característica que admite diferentes valores (um número ou uma modalidade), um por cada unidade estatística.

Variável estatística quantitativa e variável estatística qualitativa

Uma **variável estatística** é **quantitativa** ou numérica quando está associada a uma característica suscetível de ser medida ou contada e **qualitativa** no caso contrário.

Amostra

Uma **amostra** é um subconjunto de uma população formado pelos elementos relativamente aos quais são recolhidos dados, designados por unidades estatísticas.

Dimensão da amostra

Dimensão da amostra é o número de unidades estatísticas pertencentes à amostra.

Exemplo 1

Uma freguesia tem 3580 habitantes. O presidente da junta pretende saber qual das obras que designou por 1, 2, 3 ou 4 é prioritária para os respetivos habitantes.



Para recolher essa informação, selecionou-se um grupo representativo de habitantes da freguesia constituído por 102 elementos.

- 1.1. Qual é a população?
- 1.2. Qual é a amostra?
- 1.3. Qual é a dimensão da amostra?
- 1.4. Identifica a variável estatística em estudo e indica qual a sua natureza.

Sugestão de resolução

- 1.1. A população é constituída pelos 3580 habitantes da freguesia.
- 1.2. A amostra é constituída pelos 102 elementos selecionados.
- 1.3. A dimensão da amostra é 102.
- 1.4. A variável estatística é a obra prioritária.
É uma variável qualitativa.

Questão 1

Uma escola tem 2800 alunos.



Pretende-se saber quantos livros cada um dos alunos leu nas férias e qual o género de livro preferido.

Para recolhermos os dados, tendo em vista este estudo, selecionou-se um grupo representativo de alunos da escola constituído por 80 elementos.

Identifica:

- 1.1. a população;
- 1.2. a amostra;
- 1.3. a dimensão da amostra;
- 1.4. as variáveis estatísticas e a respetiva natureza.

2. Tabela de frequências absolutas e relativas

Frequência absoluta

Frequência absoluta de uma categoria/classe de determinado conjunto de dados é o número de dados que pertencem a essa categoria ou classe.

Frequência relativa

Frequência relativa de uma categoria/classe de determinado conjunto de dados é o quociente entre a frequência absoluta dessa categoria/classe e o número total de dados.

Exemplo 2

Os alunos do 6.º B devem indicar o seu conteúdo preferido de entre:
N: Números e operações; G: Geometria; A: Álgebra; O: Organização e tratamento de dados.

Os resultados foram os seguintes:

G	N	O	G	O	A	O	G	N	A	G	G	
N	O	A	G	N	G	O	A	N	G	O	N	G

Organiza os dados numa tabela de frequências absolutas e relativas.

Sugestão de resolução

Em primeiro lugar, vamos definir um título para a tabela.

Por exemplo, "Conteúdo preferido pelos alunos do 6.º B."

Em seguida, vamos construir a tabela.

Conteúdo preferido pelos alunos do 6.º B

Conteúdo	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativa
N	IIII I	6	$\frac{6}{25} = 0,24 = 24\%$
G	IIII IIII	9	$\frac{9}{25} = 0,36 = 36\%$
A	IIII	4	$\frac{4}{25} = 0,16 = 16\%$
O	IIII I	6	$\frac{6}{25} = 0,24 = 24\%$
Total		25	1 = 100%

Questão 2

Um dado com as faces numeradas de 1 a 6 foi lançado 32 vezes.



Os dados foram representados na tabela seguinte.

5	6	5	1	3	1	4	3
3	1	4	5	5	3	4	2
2	1	3	2	1	5	5	5
6	1	5	3	3	6	4	5

Constrói uma tabela de frequências absolutas e relativas para representar os dados obtidos.

3. Referencial cartesiano. Gráfico de linhas

3.1. Referencial cartesiano

Na figura 1 está representado um referencial ortogonal e monométrico. Ortogonal porque os eixos são perpendiculares; monométrico porque a unidade de medida é a mesma nos dois eixos.

- $Ox \rightarrow$ eixo das abcissas;
- $Oy \rightarrow$ eixo das ordenadas;
- o ponto P tem 4 de abcissa e 3 de ordenada;
- as coordenadas do ponto P são $(4, 3)$.

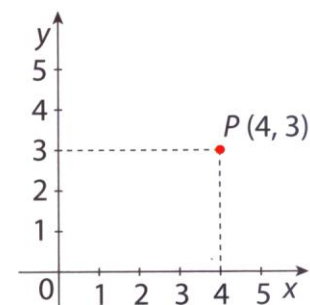


Figura 1

Exemplo 3

Escreve as coordenadas dos pontos assinalados no referencial cartesiano da figura 2.

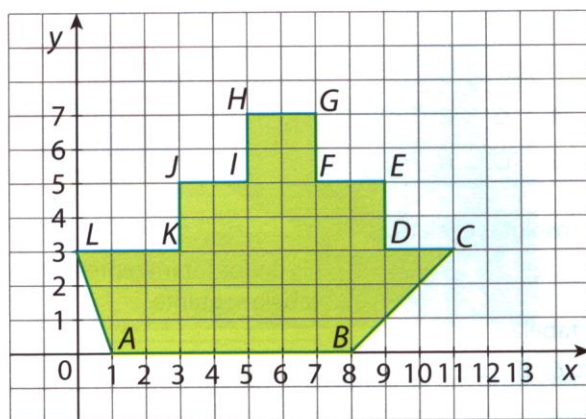


Figura 2

Sugestão de resolução

$A(1, 0)$; $B(8, 0)$; $C(11, 3)$; $D(9, 3)$; $E(9, 5)$; $F(7, 5)$; $G(7, 7)$; $H(5, 7)$; $I(5, 5)$; $J(3, 5)$; $K(3, 3)$; $L(0, 3)$.

Questão 3

Assinala no referencial da figura 3 os pontos A a I.

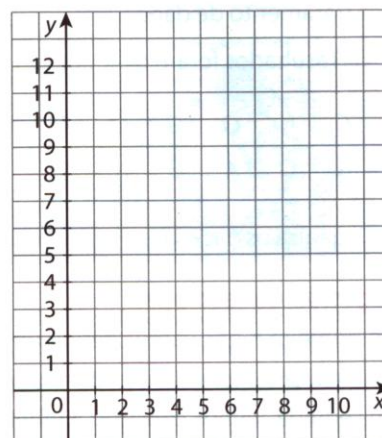


Figura 3

$A(3, 0)$; $B(0, 3)$; $C(8, 1)$;
 $D(1, 8)$; $E(5, 4)$; $F(4, 5)$;
 $G(3, 3)$; $H(0, 2)$; $I(9, 0)$.

3.2. Gráfico de linhas

Um gráfico de linha (ou de linhas) resulta de se unirem, por segmentos de reta, os pontos de abcissas consecutivas de um gráfico cartesiano constituído por um número finito de pontos, em que o eixo das abcissas representa o tempo.

Exemplo 4

O gráfico de linha da figura 4 mostra o número de pessoas presentes num ginásio das 8 às 14 horas.



Figura 4

Qual é o aumento do número de pessoas presentes no ginásio das 11 às 12 horas?

Sugestão de resolução

Das 11 às 12 horas, houve um aumento de 10 no número de pessoas presentes no ginásio.

Questão 4

Representa na figura 5 os dados da tabela seguinte.

Mês	Jan.	Fev.	Mar.	Abr.	Mai.	Jun.
Número de pessoas que frequentam o ginásio	30	35	50	50	45	60

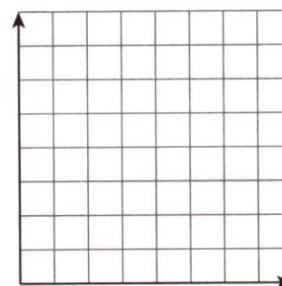


Figura 5

4. Gráfico circular

Exemplo 5

O gráfico da figura 6 mostra a nacionalidade dos turistas que viajam num autocarro.

Sabendo que no autocarro viajam 50 turistas, responde às questões seguintes.

Nacionalidade dos turistas

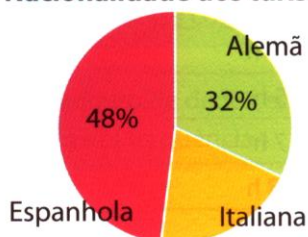


Figura 6

5.1. Quantos turistas são de nacionalidade italiana?

5.2. Determina o ângulo do setor circular correspondente à nacionalidade alemã.

Apresenta a resposta em graus e minutos.

Sugestão de resolução

5.1. $100\% - 32\% - 48\% = 20\%$
 $20\% \text{ de } 50 = 0,2 \times 50 = 10$

Resposta: Dez turistas são de nacionalidade italiana.

5.2. $360^\circ \quad 100\%$
 $x \quad 32\% \quad x = \frac{360^\circ \times 32}{100} = 115,2^\circ$

$115,2^\circ = 115^\circ 12'$ $0,2 \times 60 = 12$

Resposta: $115^\circ 12'$

Questão 5

O gráfico da figura 7 mostra as respostas de 30 alunos do 6.º ano acerca da sua fruta preferida.

Fruta preferida

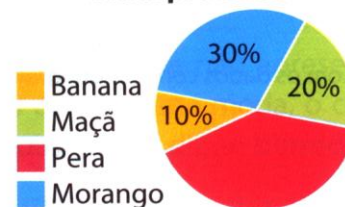


Figura 7

Com os dados completa a tabela seguinte.

Fruta preferida	Frequência absoluta
Banana	
Morango	
Maçã	
Pera	

Construção de um gráfico circular

Na **construção de um gráfico circular** deve ter-se em atenção os seguintes aspetos:

- a amplitude de cada setor é diretamente proporcional à frequência que representa;
- a legenda pode ser dispensada, inscrevendo-se os valores da variável e as suas frequências junto dos respetivos setores circulares a que se referem;
- devem usar-se cores diferentes para os diversos setores;
- o gráfico deve ter um título adequado.

Não é aconselhável construir um gráfico circular:

- para variáveis que tenham mais de cinco ou seis modalidades;
- para situações em que os setores tenham, aproximadamente, a mesma amplitude;
- para setores com amplitudes muito pequenas.

Exemplo 6

O Alexandre anotou o tempo que, na semana passada, dedicou a cada atividade nos seus tempos livres.

Futebol	15 h
Televisão	10 h
Leitura	5 h
Música	7 h
Jogos diversos	13 h

Com os dados constrói um gráfico circular.

Sugestão de resolução

Atividade	Frequência absoluta (horas)	Frequência relativa	Ângulo
Futebol	15	$\frac{15}{50} = 0,3 = 30\%$	108°
Televisão	10	$\frac{10}{50} = 0,2 = 20\%$	72°
Leitura	5	$\frac{5}{50} = 0,1 = 10\%$	36°
Música	7	$\frac{7}{50} = 0,14 = 14\%$	$50,4^\circ$
Jogos diversos	13	$\frac{13}{50} = 0,26 = 26\%$	$93,6^\circ$
Total	50	$1 = 100\%$	360°

**Questão 6**

A tabela seguinte (incompleta) mostra o número de irmãos dos alunos do 6.º B.

Número de irmãos	Frequência absoluta	Frequência relativa	Ângulo
0	3		
1	4		
2	7		
3	8		
4	3		
Total	25		

6.1. Completa a tabela com os dados do gráfico.

6.2. Completa o gráfico circular da figura 8.

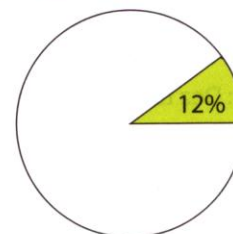


Figura 8

Cálculos auxiliares

$$\begin{array}{l} 100\% \quad \text{---} \quad 360^\circ \\ 30\% \quad \text{---} \quad x, \quad x = \frac{30 \times 360^\circ}{100} = 108^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100\% \quad \text{---} \quad 360^\circ \\ 20\% \quad \text{---} \quad x, \quad x = \frac{20 \times 360^\circ}{100} = 72^\circ \end{array}$$

$$10\% \rightarrow \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$

$$\begin{array}{l} 100\% \quad \text{---} \quad 360^\circ \\ 14\% \quad \text{---} \quad x, \quad x = \frac{14 \times 360^\circ}{100} = 50,4^\circ \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 100\% \quad \text{---} \quad 360^\circ \\ 26\% \quad \text{---} \quad x, \quad x = \frac{26 \times 360^\circ}{100} = 93,6^\circ \end{array}$$

5. Amplitude, moda e média

Amplitude de um conjunto de dados

Amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre os valores máximo e o mínimo desse conjunto de dados.

Moda

Moda de um conjunto de dados estatísticos é(são) o(s) valor(es) que ocorre(m) com maior frequência.

No caso de todos os dados ocorrerem com igual frequência, diz-se que não apresenta moda ou que o conjunto de dados é **amodal**. Se existir mais do que uma moda, o conjunto de dados diz-se **multimodal**. No caso particular de ter duas modas diz-se **bimodal**.

A moda é a única medida de localização que se pode determinar para dados de uma variável qualitativa.

Média

A **média** de um conjunto de dados numéricos é o quociente entre a soma de todos os elementos da amostra e o número de elementos da amostra. Representa-se por $\bar{x}$.

Por exemplo:

Dados	Moda	Média	Amplitude
0 3 2 5 0	0	2	5
0 3 3 7 7	3 e 7	4	7
1 4 2 3 5	Não tem	3	4

Nota

Repara que a moda pode ser indicada mesmo quando os dados são qualitativos, como é o caso de, por exemplo, pretendemos estudar a cor dos olhos dos alunos da tua turma ou o transporte utilizado na deslocação dos alunos para a escola.

Exemplo 7

A Helena escreveu 5 números na figura 9.

Um dos números foi escondido como se mostra na figura.

Qual é o número escondido se:

7.1. a moda é 6;

7.2. a amplitude é 8;

7.3. a média é 5?



Figura 9

Sugestão de resolução

7.1. Resposta: 6

7.2. Resposta: 0 ou 10

7.3. $5 \times 5 = 25$; $25 - 8 - 6 - 2 - 5 = 4$

Resposta: 4

Questão 7

Considera os números dos cartões (figura 10).



Figura 10

Um dos cartões está voltado ao contrário.

Qual é o número desse cartão se:

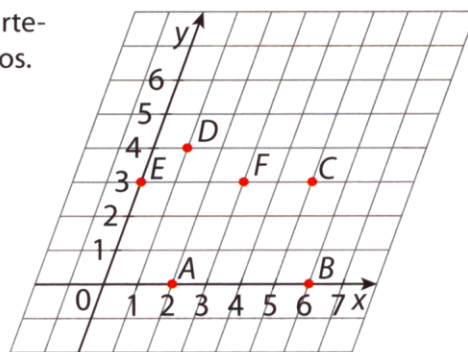
7.1. a moda é 5;

7.2. a amplitude é 19;

7.3. a média é 7?

Referencial cartesiano. Gráfico de linha

1. Na figura ao lado está representado um referencial cartesiano e os pontos A , B , C , D , E e F nele assinalados.



- 1.1. O referencial é ortogonal? É monométrico?

Justifica as tuas respostas.

Resposta: _____

- 1.2. Indica:

- a) um ponto de abcissa 0;

Resposta: _____

- b) um ponto de ordenada 0;

Resposta: _____

- c) um ponto cuja abcissa é igual à ordenada; Resposta: _____

- d) um ponto cuja abcissa é maior do que a ordenada; Resposta: _____

- e) um ponto cuja ordenada é maior do que a abcissa. Resposta: _____

- 1.3. Qual dos pontos tem:

- a) maior ordenada; Resposta: _____

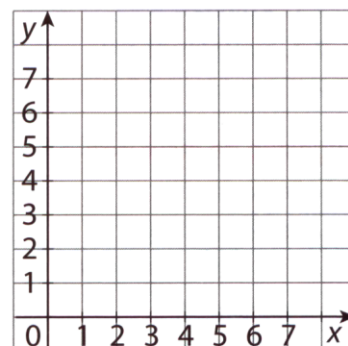
- b) maior abcissa? Resposta: _____

- 1.4. Completa a tabela.

Ponto	Coordenadas
A	
B	
C	
D	
E	
F	

2. Constrói, no referencial cartesiano ortogonal e monométrico da figura seguinte, o gráfico correspondente aos valores apresentados na tabela.

Ponto	x	y
A	2	4
B	4	2
C	5	0
D	0	6
E	4	4



3. Observa a figura ao lado.

Às 8:00, o André iniciou uma viagem no seu automóvel.

A viagem terminou às 17:00. Quando iniciou a viagem, o depósito do automóvel estava cheio.

O gráfico da figura mostra a quantidade de gasóleo, em litros, em vários momentos da viagem.

**3.1.** Quantos litros de gasóleo leva o depósito do carro do André?

Resposta: _____

3.2. O André parou para almoçar. Quanto tempo esteve parado para almoçar?

Resposta: _____

3.3. Explica o que podia ter acontecido entre as 15:00 e as 15:15.

Resposta: _____

3.4. Qual a quantidade de gasóleo no depósito:

a) às 10:00;

b) às 14:00;

c) no final da viagem?

Resposta: _____

3.5. A que horas o depósito tinha a terça parte da sua capacidade ocupada com gasóleo?

Resposta: _____

3.6. Determina a quantidade de gasóleo gasta na totalidade da viagem.

Resposta: _____

4. Quatro colegas do 6.º B vão fazer um trabalho de estatística para saberem a altura média dos alunos da turma.**4.1.** Qual é a população?**4.2.** Identifica a variável estatística e a sua natureza.**4.3.** O grupo é formado por três rapazes e pela Sofia. A média das alturas dos rapazes é 1,56 m e a Sofia mede 1,24 m.

Qual é a média, em metros, da altura dos quatro colegas?

Apresenta os cálculos que efetuares.

Resposta: _____



5. A tabela (incompleta) seguinte mostra o número de iogurtes que a Ana tem para vender na sua mercearia.



Aroma	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativa
Coco	IIIIIIII		
Morango			
Ananás	IIII		
Banana	IIIIIIII		
Pêssego			10%
Total		50	

- 5.1. Completa a tabela.

- 5.2. Assinala com X as afirmações verdadeiras.

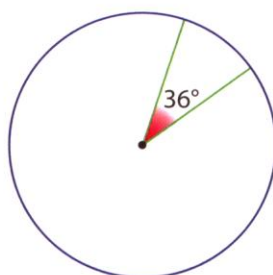
- ☐ O número de iogurtes de morango é igual a $1\frac{2}{3}$ do número de iogurtes de coco.
- ☐ O número de iogurtes de banana é 50% do número de iogurtes de ananás.
- ☐ Depois de a Ana vender 30% dos iogurtes, ainda tem para vender mais de 30 iogurtes.

- 5.3. Formula uma questão cuja resposta inclua as expressões *banana*, *pêssego* e *razão*.

Resposta: _____

- 5.4. A Luísa está a construir um gráfico circular para apresentar o conjunto de dados.

- a) Já construiu o setor circular correspondente a um dos tipos de iogurtes.



Qual é esse tipo de iogurtes?

Resposta: _____

- b) Completa o gráfico.

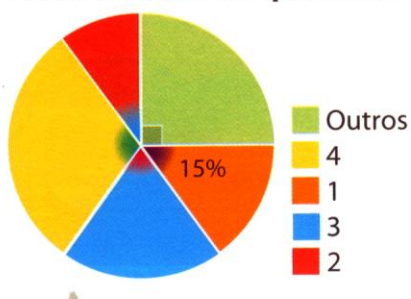
6. Interrogaram-se 200 pessoas sobre o canal televisivo preferido.



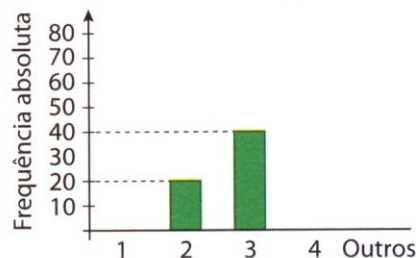
Todas as pessoas deram uma e só uma resposta.

Nas figuras seguintes estão representados dois gráficos, incompletos, que traduzem a informação obtida.

Canal de televisão preferido



Canal de televisão preferido



- 6.1. Identifica a variável estatística e indica a sua natureza.

Resposta: _____

- 6.2. Completa os gráficos.

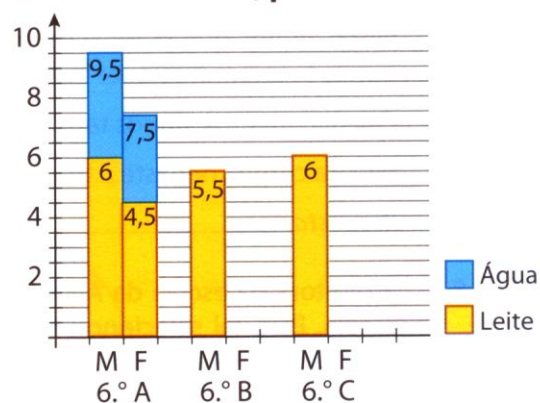
- 6.3. Qual é a moda? Resposta: _____

7. Na escola da Ana fez-se um estudo sobre o consumo médio por semana, em litros, de água e leite pelos rapazes (M) e as raparigas (F) das turmas A, B e C do 6.º ano.

Os resultados deste estudo são apresentados na tabela e gráfico seguintes.

Turma	6.º A		6.º B		6.º C	
Sexo	M	F	M	F	M	F
Leite				6,5		5
Água			4	3,5	4	
Total					10	10

Consumo médio de água e leite, em litros, por semana



- 7.1. Completa a tabela e o gráfico utilizando as informações dadas.

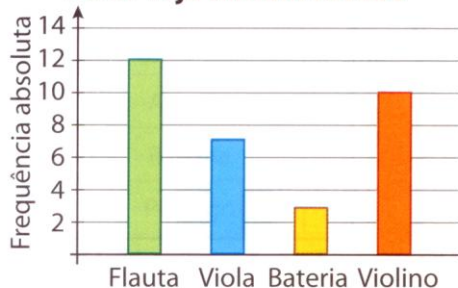
- 7.2. Identifica as variáveis estatísticas em estudo e indica a sua natureza.

Resposta: _____

8. A professora de Educação Musical do 6.º A fez um inquérito a todos os alunos da turma, no qual perguntava qual o instrumento musical que os alunos já tinham tocado.

O gráfico seguinte mostra os resultados do inquérito.

Instrumento musical que os alunos do 6.º A já tinham tocado



- 8.1. Neste estudo foi utilizada a população ou uma amostra?

Resposta: _____

- 8.2. Qual é a variável estatística? Qual é a sua natureza?

Resposta: _____

- 8.3. Quantos alunos da turma da Alice já tocaram bateria?

Resposta: _____

- 8.4. Qual é a moda?

Resposta: _____

- 8.5. Sabe-se que alguns alunos da turma apenas tocaram um instrumento musical, mas há **cinco** alunos que já tocaram dois, **três** alunos que já tocaram três e **sete** alunos que nunca tocaram qualquer instrumento musical.

Calcula quantos alunos tem a turma da Alice.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 8.6. A diretora da escola da Alice pretende alargar o mesmo estudo a todos os alunos da escola. Para tal selecionou-se um grupo representativo dos alunos da escola constituído por 60 elementos.

Relativamente ao estudo indica:

a) a população; Resposta: _____

b) a amostra; Resposta: _____

c) a dimensão da amostra. Resposta: _____

9. A Alice, Adriana e o Alexandre são três irmãos.

O Alexandre é mais alto do que a Adriana e a Adriana é mais alta do que a Alice.

A média das alturas dos três irmãos é 160 cm .

Sabe-se que a amplitude das alturas é 15 cm . Escreve uma altura possível para cada um.

Explica como chegaste à tua resposta.

Alexandre

Adriana

Alice

10. A escola da professora Antónia tem 1200 alunos.



A professora Antónia, professora de Educação Física, pretende saber qual o desporto favorito dos alunos da escola.

Para recolher os dados tendo em vista este estudo, selecionou um grupo representativo dos alunos da escola, constituído por 60 alunos.



10.1. Qual é a população? Resposta: _____

10.2. Qual é a amostra? Resposta: _____

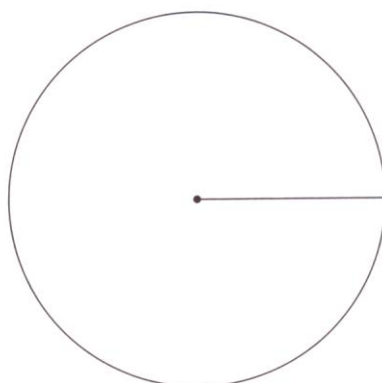
10.3. Qual é a dimensão da amostra? Resposta: _____

10.4. Indica a variável estatística e a sua natureza. Resposta: _____

10.5. Os dados obtidos pela professora estão representados na seguinte tabela incompleta.

Desporto favorito	Frequência absoluta	Frequência relativa
Futebol		50%
Basquetebol		25%
Voleibol		20%
Outros		5%
Total		100%

Completa a tabela e o gráfico circular.



- 11.** O Luís, que trabalha numa imobiliária, fez um estudo sobre o número de quartos das casas que a sua agência tem à venda. Os dados recolhidos estão na tabela seguinte.



Número de quartos	Frequência absoluta	Frequência relativa
4	4	
5	7	
6	10	
7	12	
8	5	
9	2	

11.1. Completa a tabela.

11.2. O Luís diz que a moda é 9, mas está errado. Explica porquê.

Resposta: _____

11.3. Calcula a média do número de quartos.

Resposta: _____

12. Observa o gráfico da figura ao lado.



12.1. Qual dos quatro atletas venceu a prova?

Resposta: _____

12.2. Dois atletas terminaram a prova ao mesmo tempo. Quais foram?

Resposta: _____

12.3. Quanto tempo demorou a Bárbara a completar a prova?

Apresenta a resposta em horas e minutos.

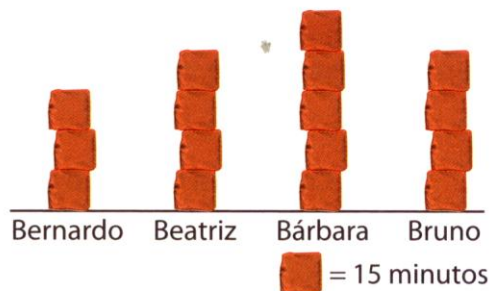
Resposta: _____

12.4. Esta prova de vela decorreu durante quatro dias. Nos primeiros três dias assistiram à prova, em média, 125 pessoas. No último dia assistiram à prova 98 pessoas.

Calcula a média do número de pessoas que assistiram, por dia, à prova.

Resposta: _____

Tempo gasto numa prova de vela



13. O Alex, a Alice e a Adriana participaram na recolha de alimentos para famílias necessitadas.



A tabela seguinte apresenta a quantidade, em quilogramas, de arroz, massa e açúcar recolhida por cada um.

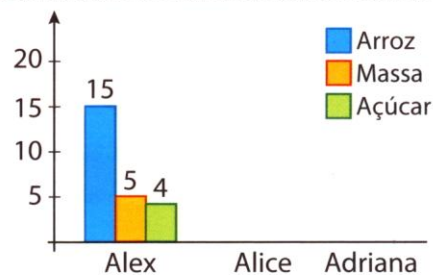
	Quantidade de alimentos recolhidos (em quilogramas)		
	Arroz	Massa	Açúcar
Alex	15	5	4
Alice	10	6	4
Adriana	14	11	2

13.1. Determina a quantidade média, em quilogramas, de arroz recolhido pelos três.

Resposta: _____

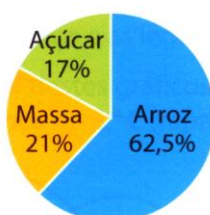
13.2. Completa o gráfico de barras.

Quantidade de alimentos recolhidos

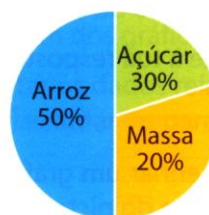


13.3. Observa os gráficos que se representam a seguir.

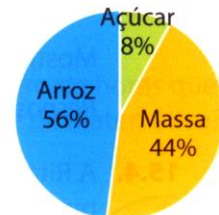
Alimentos recolhidos pelo Alex



Alimentos recolhidos pela Alice



Alimentos recolhidos pela Adriana



Apenas um destes gráficos representa corretamente os dados da tabela. Qual é?
Explica porque rejeitaste os outros dois.

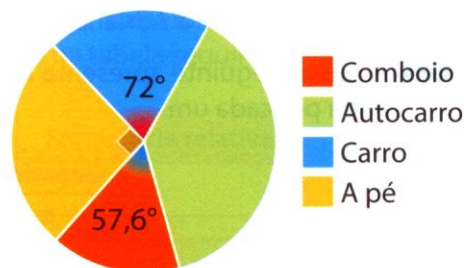
Resposta: _____

- 14.** A Helena começou a construir um gráfico circular para mostrar como os seus colegas se deslocavam para a escola.



A figura ao lado mostra o trabalho da Helena.

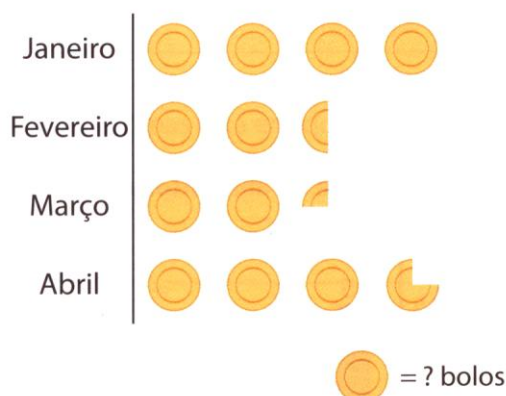
Sabendo que 100 alunos vão de carro, determina quantos alunos vão de autocarro para a escola.



- 15.** Numa pastelaria foram vendidos 1250 bolos de janeiro a abril.



O pictograma seguinte mostra o número de bolos vendidos em cada mês.



- 15.1.** Quantos bolos representa cada símbolo?

Resposta: _____

- 15.2.** Em que mês foram vendidos 375 bolos?

Resposta: _____

- 15.3.** Calcula a média do número de bolos vendidos por mês.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

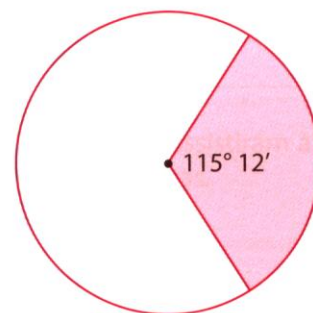
- 15.4.** A Rita começou a desenhar um gráfico circular para representar a informação do pictograma.

Já desenhou um setor.

A que mês se refere o setor?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____



- 16.** A professora de Matemática do 6.º C perguntou aos alunos quantas horas, aproximadamente, estudaram para o teste.



A tabela seguinte mostra os resultados obtidos.

Número de horas	Rapazes	Raparigas
1	4	3
2	2	9
3	2	5

- 16.1.** Relativamente aos **rapazes** determina:

a) a moda;

Resposta: _____

b) a média. Apresenta a resposta em horas e minutos;

Resposta: _____

c) a amplitude.

Resposta: _____

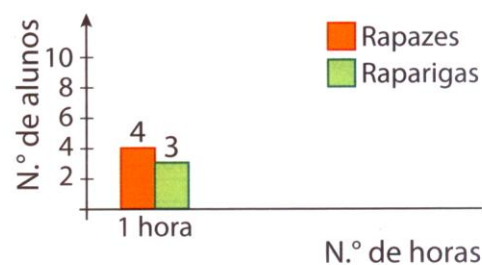
- 16.2.** O gráfico de barras ao lado não está completo.

Completa-o com a informação apresentada na tabela anterior.

- 16.3.** Calcula a percentagem de alunos do 6.º C (rapazes e raparigas) que estudaram três horas para o teste.

Resposta: _____

Número de horas de estudo para o teste de Matemática



- 16.4.** Indica a variável estatística do estudo e a sua natureza.

Resposta: _____

- 16.5.** Os títulos e as legendas desapareceram dos gráficos seguintes.

Qual destes gráficos pode representar os dados relativos ao número de horas que os alunos do 6.º C (rapazes e raparigas) estudaram para o último teste de Matemática?



Gráfico A

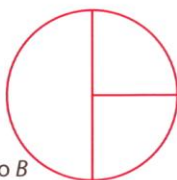


Gráfico B



Gráfico C



Gráfico D

Explica porque rejeitaste os outros três.

17. Considera o seguinte conjunto de dados estatísticos.

3	4	9	8	7	2	6	2	6	3	5	6	8	4	4	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

17.1. Indica e justifica se são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes.

- a) A média é um número inteiro. *Resposta:* _____
- b) Se acrescentarmos o número 6, a média aumenta. *Resposta:* _____
- c) Se retirarmos um número 4, a média diminui. *Resposta:* _____
- d) Se acrescentarmos o número 8, a amplitude aumenta. *Resposta:* _____

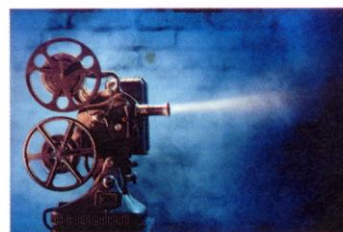
17.2. Completa a lista de dados com um número de 2 a 9 de tal forma que exista uma moda inferior a 5.

Resposta: _____

18. Das seguintes variáveis estatísticas indica as que são quantitativas.

- A:** Número das horas de sono dos alunos do 6.º C.
- B:** Turma do 6.º ano a que pertence.
- C:** Instrumento musical que os alunos do 6.º A gostariam de aprender a tocar.
- D:** Número de chamadas telefónicas recebidas pela Joana em cada dia útil da semana passada.
- E:** Tipo de material reciclável.
- F:** Classe de veículos para efeito de pagamentos de taxas de portagem (as classes variam de 1 a 4).
- G:** Género de filmes preferidos pelos alunos do 6.º ano.
- H:** Idades dos alunos do 6.º ano.
- I:** Altura dos alunos da escola do João.
- J:** Massa das abóboras do quintal do Sr. António.
- K:** Tempo médio de vida de animais domésticos.

Resposta: _____



19. Uma caixa de maçãs pesa 12,8 kg.

A caixa vazia pesa 480 g.

Sabe-se que, em média, cada maçã pesa 160 g.

Quantas maçãs tem a caixa?

Resposta: _____



- 20.** O porta-estandarte de um grupo folclórico tem colocadas oito fitas que, no total, têm 18 m de comprimento.

Sete dessas fitas têm, em média, 216 cm de comprimento.

Qual é o comprimento, em metros, da oitava fita?

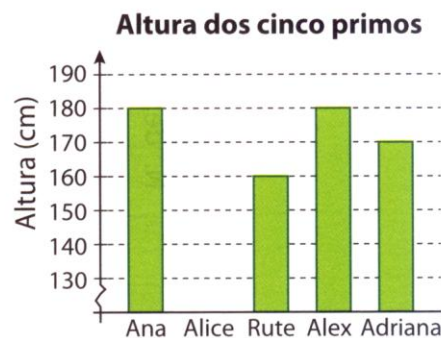
Resposta: _____

- 21.** Observa o gráfico ao lado.

21.1. Completa o gráfico, sabendo que a média das alturas dos cinco primos é 170 cm.

21.2. Determina a amplitude.

Resposta: _____



- 22.** O gráfico da figura ao lado mostra os donativos recolhidos, em euros, pela Rute e pelo Rui, durante uma semana, para uma instituição de solidariedade social da sua freguesia.



- 22.1.** Em que dia da semana o Rui e a Rute recolheram a maior quantia?

Resposta: _____

- 22.2.** Em que dia foi maior a diferença entre a quantidade de dinheiro recolhido pelos dois?

Resposta: _____

- 22.3.** Entre que dois dias se verificou o maior aumento da quantidade de dinheiro relativamente:

a) à Rute; Resposta: _____

b) ao Rui? Resposta: _____

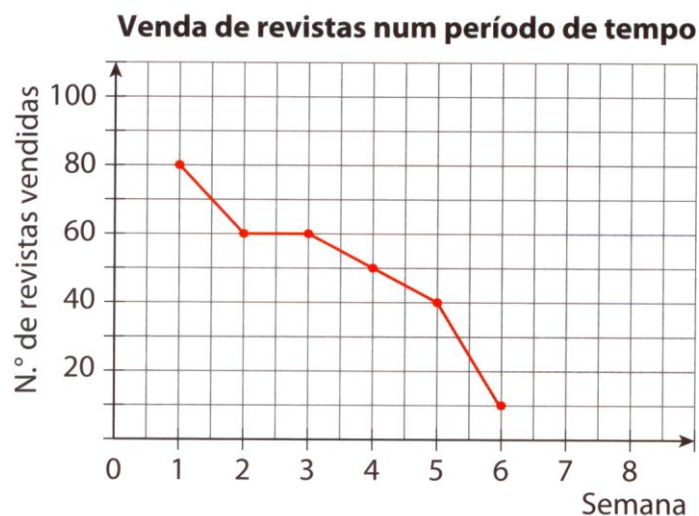
- 22.4.** Determina a média da quantia de dinheiro recolhido nos três primeiros dias:

a) pelo Rui; Resposta: _____

b) pela Rute. Resposta: _____

Apresenta as respostas arredondadas às centésimas.

- 23.** O gráfico mostra o número de revistas vendidas nas primeiras sete semanas deste ano no quiosque da D. Laura.



- 23.1.** Quantas revistas foram vendidas na primeira semana?

Resposta: _____

- 23.2.** Quantas revistas foram vendidas a menos na 6.ª semana do que na 5.ª semana?

Resposta: _____

- 23.3.** Se cada revista custa 5 euros, qual foi a receita obtida na venda das revistas nas primeiras três semanas?

Resposta: _____

- 23.4.** Escreve as vendas da 5.ª semana como fração irredutível das vendas da 1.ª semana.

Resposta: _____

- 23.5.** Entre que semanas se verificou uma maior descida de vendas?

Resposta: _____

- 23.6.** Sabendo que, nas sete primeiras semanas, a média do número de revistas vendidas foi de 60, calcula quantas revistas foram vendidas na 7.ª semana.

Resposta: _____

- 24.** As turmas do 6.º ano participaram numa campanha de recolha de tampas de plástico.



A tabela seguinte mostra o número de tampas recolhidas por três de cinco turmas.

Turma	A	B	C	D	E
Número de tampas recolhidas	608		411		227

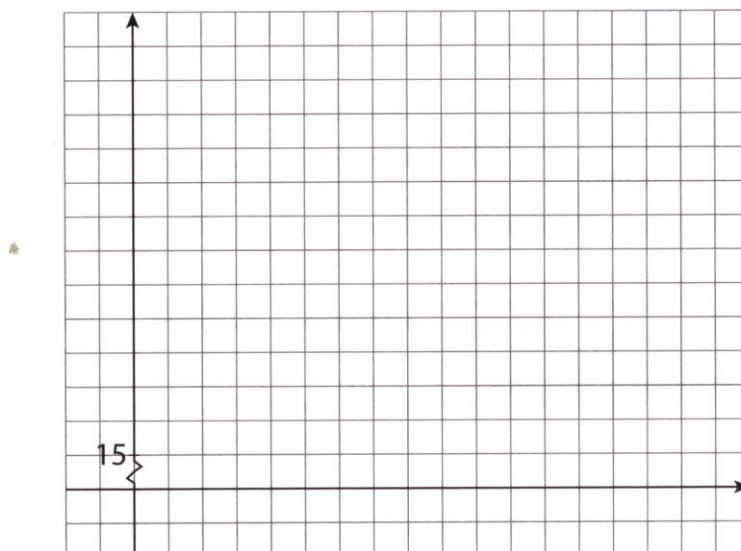
Completa a tabela sabendo que:

- a média do número de tampas recolhidas pelas cinco turmas é 369 tampas;
- a turma D recolheu mais 229 tampas do que a turma B.

- 25.** A Inês registou a temperatura em cada hora de um dia de julho, entre as 08:00 e as 20:00 .
A tabela seguinte mostra os registos que a Inês obteve.

Hora	08:00	09:00	10:00	11:00	12:00	13:00	14:00	15:00	16:00
Temperatura (°C)	15	16	17	19	21	25	27	26	26

- 25.1.** Representa os pontos no gráfico e liga-os por segmentos de reta.



- 25.2.** Entre que duas horas consecutivas a temperatura subiu mais rapidamente?

- 25.3.** Entre que horas a temperatura foi superior ou igual a 25 °C ?

- 26.** Na escola do Joaquim concorreram quatro listas, A , B , C e D , para a Associação de Estudantes. Sabe-se que a lista A obteve 200 votos, a lista B obteve $\frac{2}{5}$ dos votos da lista A , a lista C obteve $\frac{1}{4}$ dos votos da lista B e a lista D foi a vencedora.

- 26.1.** A Alice concluiu que a lista C obteve 20 votos.
Mostra que a Alice efetuou bem os cálculos.

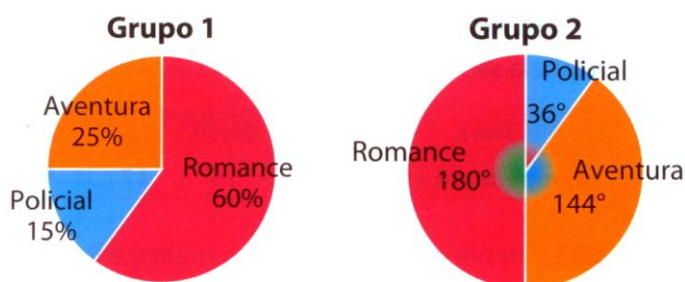
- 26.2.** Completa a tabela.

Lista	Número de votos	Frequência relativa (%)
A	200	
B		
C		
D		
Total	800	100%

- 27.** A Ana questionou dois grupos de pessoas acerca do género de livro preferido.



Os dados foram apresentados utilizando os gráficos circulares ao lado.



- 27.1.** Completa as tabelas seguintes.

Género de livro preferido Grupo 1	Romance	Aventura	Policia
Frequência absoluta		40	

Género de livro preferido Grupo 2	Romance	Aventura	Policia
Frequência absoluta	100		

- 27.2.** A Ana afirmou:

“Vinte e cinco por cento das pessoas que questionei responderam que o género de livro preferido era *Aventura*.”

Concordas com a afirmação da Ana? Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

- 28.** O João e o Rui têm, em média, 41 berlindes.

O João e o Bernardo têm, em média, 48 berlindes.

O Bernardo tem três vezes mais berlindes do que o João.

- 28.1.** Quantos berlindes tem o Bernardo?

Resposta: _____

- 28.2.** Quantos berlindes tem a mais o Rui do que o João?

Resposta: _____

- 29.** Num jogo participaram cinco rapazes e seis raparigas, onde, em média, cada rapaz apanhou quatro balões e cada rapariga três balões.

Em média, quantos balões apanhou cada um dos amigos (rapazes e raparigas)?

Apresenta a resposta com aproximação às décimas.

Resposta: _____

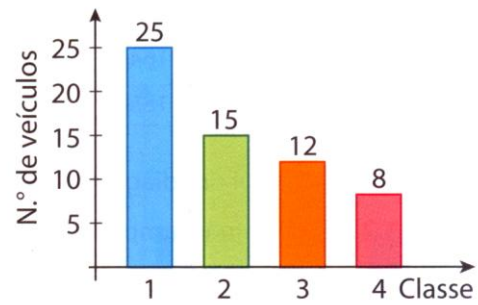
- 30.** Para efeito de pagamento de taxas de portagem os veículos são classificados em classes: 1, 2, 3 ou 4.



A Helena tomou nota da classe dos veículos que passaram numa portagem entre as 12 h e as 12 h 30 min.

Os dados estão apresentados no gráfico ao lado.

Classe dos veículos que passaram na portagem entre as 12 h e as 12 h 30 min



- 30.1.** Indica a variável estatística e a sua natureza.

Resposta: _____

- 30.2.** Qual é a moda?

Resposta: _____

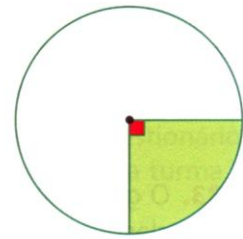
- 30.3.** O setor circular apresentado no gráfico ao lado refere-se a uma determinada classe de veículos.

Identifica essa classe.

Resposta: _____

- 30.4.** Determina a amplitude do ângulo ao centro que define o setor circular correspondente à "classe 3".

Resposta: _____



- 31.** O professor de Matemática disse aos seus 30 alunos para escreverem no caderno uma estimativa, em centímetros, para o comprimento da diagonal do quadro interativo da sala de aula.

Em seguida, representou no quadro os dados obtidos, como se mostra no diagrama de caule-e-folhas seguinte.

20	0	1	2	3	4		
21	1	2	2	2	3	3	5
22	5	6	6	6	8	8	8
23	4	5	5	5	6	8	
24	5	5	9				
25	9						

20 | 0 representa 200 centímetros

- 31.1.** Qual é a amplitude dos dados obtidos?

Resposta: _____

- 31.2.** A diagonal do quadro interativo tem 2,23 m. Determina a percentagem de alunos cuja estimativa foi inferior ao comprimento real.

Resposta: _____

- 31.3.** Qual é a moda?

Resposta: _____

- 32.** Uma equipa de futebol tem 20 jogadores disponíveis para o próximo jogo.

As alturas dos jogadores, em centímetros, são as seguintes:

156	162	164	170	171	171	158	165	165	184
190	181	185	184	184	183	176	176	175	170

32.1. Constrói um diagrama de caule-e-folhas.

32.2. Determina a amplitude. Indica a moda.

Resposta: _____

32.3. Quantos jogadores têm altura superior a 1,75 m ?

Resposta: _____

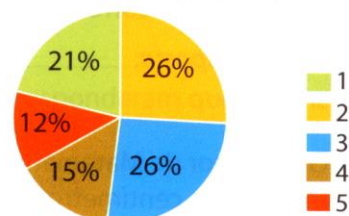
32.4. Qual é a percentagem de jogadores com altura inferior a 1,65 m ?

Resposta: _____

- 33.** O gráfico circular ao lado dá informação sobre as classificações dos alunos do 6.º ano da escola do Alex na sua prova final.



Classificação dos alunos do 6.º ano da escola do Alex



- 33.1.** O Dinis, o Duarte e o Alex começaram a construir um gráfico de barras que transmitisse a mesma informação do gráfico circular.



Apenas um deles corresponde ao gráfico apresentado. Identifica-o.

Para cada um dos outros dois gráficos indica a razão que te levou a rejeitá-los.

- 33.2.** Sabendo que 225 alunos da escola tiveram classificação 4, determina quantos alunos tem a escola.

- 34.** Foi realizado um questionário acerca do número de livros que cada um dos alunos de uma turma tinha lido nas férias. Todos os alunos da turma responderam ao questionário.

O professor de Matemática pediu ao Dinis que construísse um gráfico de barras relativo aos resultados do questionário.

Na figura seguinte, está o gráfico construído pelo Dinis.



- 34.1.** Qual é a moda?

Resposta: _____

- 34.2.** Qual é a amplitude?

Resposta: _____

- 34.3.** O gráfico que o Dinis construiu não está de acordo com os dados recolhidos, pois alguns dos alunos que ele considerou como tendo lido dois livros tinham, na realidade, lido três.

Qual dos gráficos seguintes pode traduzir corretamente os resultados do questionário, sabendo que a média do número de livros lidos nas férias pelos alunos da turma é igual a 2,32?

Explica porque rejeitaste os outros três.

Gráfico A

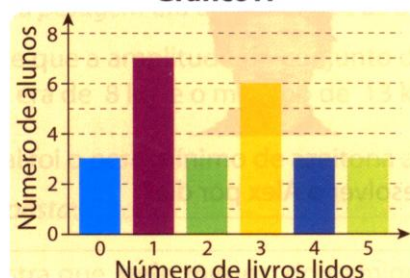


Gráfico B

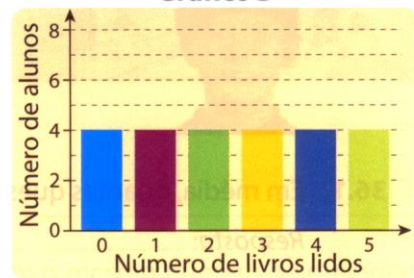


Gráfico C



Gráfico D



Resposta: _____

- 35.** Na Páscoa, a Luísa comprou presentes para oferecer aos seus afilhados.



Ao lado podes observar as anotações da Luísa na sua agenda.

- 35.1.** Relativamente às anotações da Luísa, indica:

a) a média do custo dos presentes;

Resposta: _____

b) a amplitude do custo dos presentes.

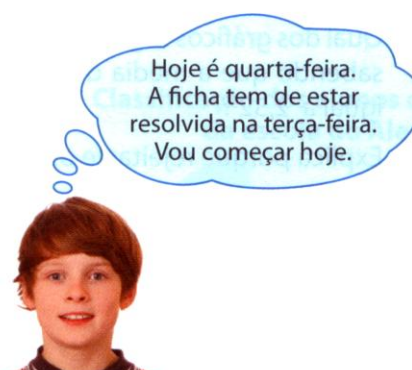
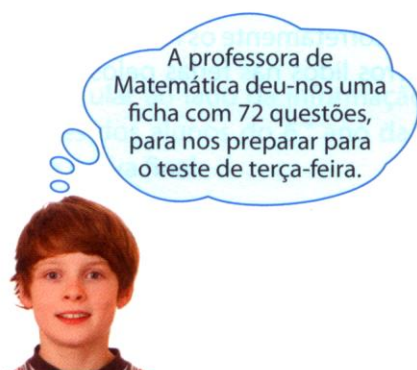
Resposta: _____

Afilhados	Custo
Bárbara	45,25€
Carolina	30,00€
Beatriz	25,50€
Adriana	30,00€
Nuno	32,25€

- 35.2.** A Luísa fez todas as compras na mesma loja e teve um desconto de 10% .
Quanto pagou a Luísa, no total, pelas compras?

Resposta: _____

- 36.** O Alex está a pensar no teste de Matemática.



- 36.1.** Em média, quantas questões deve resolver o Alex por dia?

Resposta: _____

- 36.2.** O Alex decidiu fazer a ficha em três dias.

Considerando o número de questões que resolveu fazer por dia, sabe-se que:

- a média é superior à moda;
- a amplitude é 12 .

Completa com um número possível de questões que possa ter resolvido em cada dia.

1.º dia

2.º dia

3.º dia

- 36.3.** O Alex demorou 6 h 30 min a resolver a ficha.

Em média, quanto tempo demorou a resolver cada questão?

Apresenta a resposta em minutos e segundos.

Resposta: _____

37. Quatro amigas foram às compras.

Sabe-se que:

- em média, cada uma gastou 70 € ;
- a amplitude é 75 € ;
- a moda é superior à média.



Escreve quatro valores possíveis para o valor correspondente a cada uma das amigas.

A	B	C	D
€	€	€	€

38. O senhor António tem uma pequena propriedade com oliveiras.

Um grupo de 10 alunos do 6.º C resolveu ajudar o senhor António na apanha da azeitona.

A quantidade que cada um apanhava era *pesada* e o resultado da *pesagem* era arredondado às unidades.

Verificou-se que a amplitude do conjunto de dados recolhidos era de 8 kg e o máximo de 13 kg .

**38.1.** Qual foi o *peso* mínimo de azeitona apanhada?

Resposta: _____

38.2. Mostra que, **pelo menos**, dois amigos apanharam o mesmo número de quilogramas de azeitona.

Resposta: _____

39. Escreve um conjunto de seis dados que satisfaça as seguintes condições:

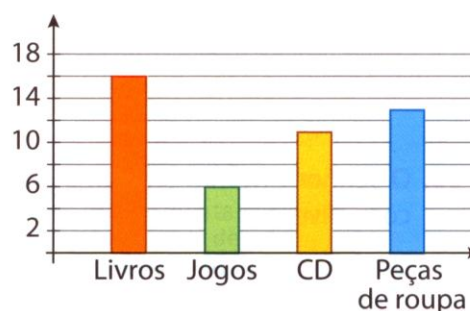
- Moda: 12 e 25
- Média: 15
- Amplitude: 20
- Mínimo: 5

- 40.** A tabela mostra o número de presentes que seis crianças pediram ao Pai Natal.

Nome da criança	Livros	Jogos	CD	Peças de roupa
Ana	5	2	4	3
Adriana	4	1	0	2
Alice	2	1	0	4
Alexandre	4	1	2	2
Bárbara	2	0	0	2
Beatriz	1	1	5	2

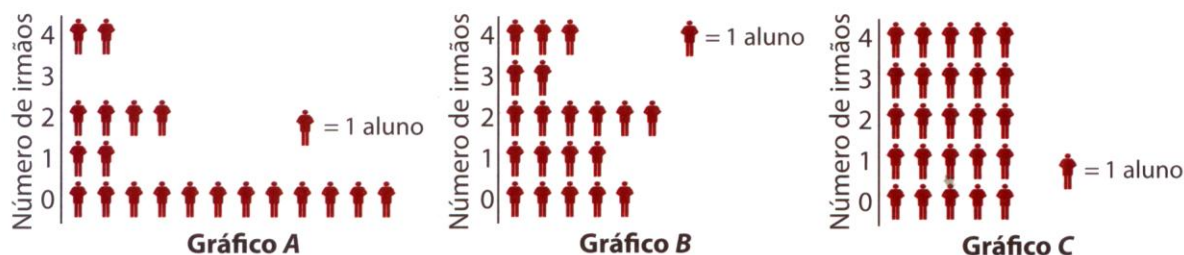
O gráfico ao lado apresenta o número de presentes de cinco crianças.

Qual é o nome da criança cujos presentes não foram considerados no gráfico?



Resposta: _____

- 41.** A professora perguntou a cada um dos 20 alunos da turma quantos irmãos tinham. Mais de metade dos alunos disse que tinha irmãos.



- 41.1.** Qual dos gráficos pode representar o número de irmãos dos alunos da turma?

Resposta: _____

- 41.2.** Explica por que razão não escolheste os outros gráficos.

Resposta: _____

- 42.** Na época da cereja, é comum encontrarem-se pessoas a vender cereja à beira da estrada. Numa viagem, o Rui comprou 1 kg de cerejas por 2,80 € ; um pouco mais tarde, decidiu comprar mais 2,5 kg e pagou 7,00 € .

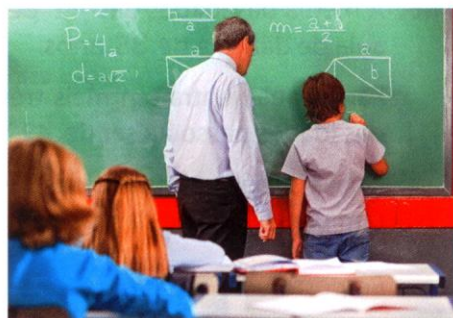
Calcula o preço médio, em euros, que o Rui pagou por quilograma de cereja que comprou durante a viagem.

- 43.** A turma do 6.º C tem 30 alunos, sendo 12 rapazes e 18 raparigas.

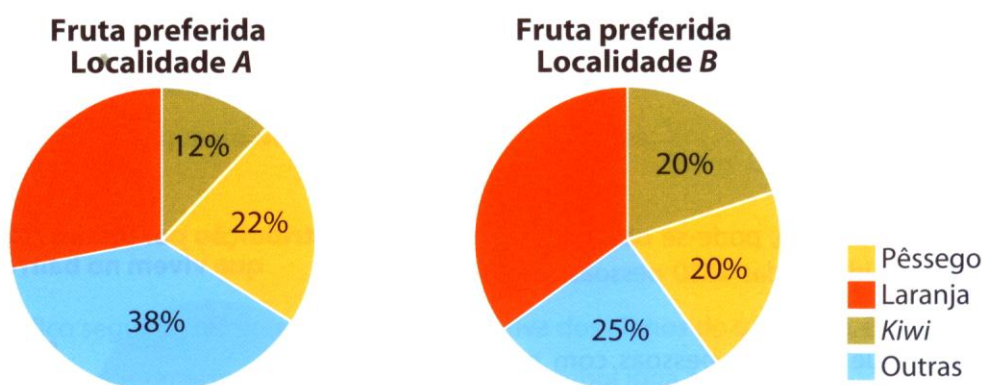
Cada rapaz traz na sua mochila, em média, 5,4 livros e cada rapariga traz, em média, 3,5 livros na mochila.

Calcula a média do número de livros que os alunos da turma do 6.º C trazem nas mochilas.

Resposta: _____



- 44.** Os gráficos seguintes mostram os resultados de um inquérito obtidos em duas localidades A e B acerca da fruta preferida.



Na localidade A responderam ao inquérito 400 pessoas e na localidade B 200.

A Joana afirmou que o número de pessoas que na localidade B responderam “Laranja” é maior do que o número de pessoas correspondente na localidade A.

Concordas com a Joana?

Justifica a tua resposta, apresentando os cálculos que efetuares.

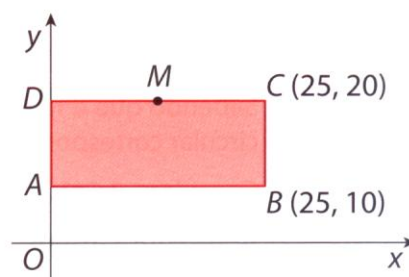
Resposta: _____

- 45.** Observa o referencial cartesiano da figura ao lado, onde está representado o retângulo $[ABCD]$.

- $AB \parallel Ox$
- Os pontos A e D pertencem a Oy .
- M é o ponto médio de $[DC]$.

Completa as coordenadas dos pontos A, D e M.

A $\rightarrow$ (,) D $\rightarrow$ (,) M $\rightarrow$ (,)

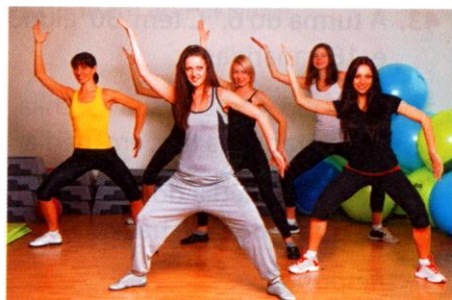


- 46.** A média das idades das 12 pessoas inscritas numa aula de dança é de 35 anos.

Para a aula, entraram mais três pessoas e a média das idades passou a ser de 42 anos.

Qual é a média da idade das três pessoas que entraram para a aula de dança recentemente?

Resposta: _____



- 47.** A média de quatro números é 12,5.

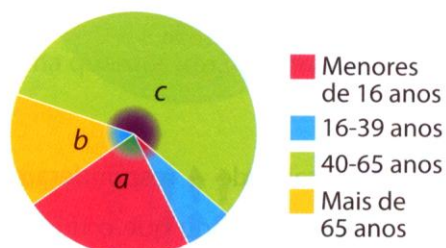
Se a média de três deles é 12, qual é o quarto número?

Resposta: _____

- 48.** No gráfico ao lado, pode-se observar a distribuição, por idades, das 2880 pessoas que vivem num bairro.

Sabe-se que há 432 pessoas com mais de 65 anos, 22,5% da população são menores de 16 anos e há nove vezes mais pessoas entre os 40 e os 65 anos do que entre os 16 e os 39 anos.

Distribuição por idades das pessoas que vivem no bairro X



- 48.1.** Completa.

$\hat{a} =$ _____

$\hat{b} =$ _____

- 48.2.** Determina o número de pessoas que têm entre 16 e 39 anos.

Resposta: _____

- 48.3.** Sabendo que o raio do círculo do gráfico circular é 2 cm, determina a área do setor circular correspondente a "Menores de 16 anos".

Considera 3,1416 como valor aproximado de π .

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do centímetro quadrado.

Resposta: _____

49. A média do custo de um relógio e de uma pulseira é de 60 euros. Se o relógio custa três vezes mais do que a pulseira, calcula:

49.1. o custo do relógio;

Resposta: _____

49.2. o custo de três pulseiras e dois relógios com 20% de desconto.

Resposta: _____

50. O Duarte negocia em fruta.

Esta semana comprou 400 abacaxis por 220 €.

Na segunda-feira, vendeu 250 abacaxis a uma média de 1,25 € cada um.

Na terça-feira, vendeu os restantes, tendo, no final, um lucro de 212,50 €.

Em média, por quanto vendeu cada um dos restantes abacaxis?

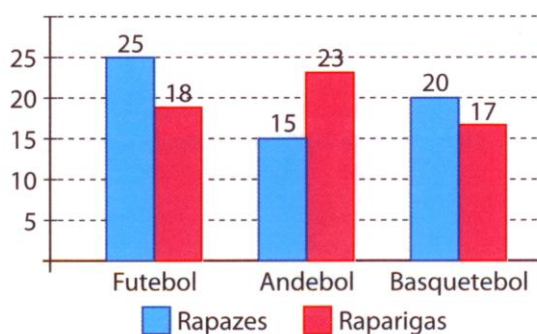
Resposta: _____



51. O gráfico seguinte refere-se à prática desportiva dos alunos do 6.º ano da escola do Tomás.

- Nenhum dos rapazes que jogam futebol ou andebol joga basquetebol.
- Nenhuma das raparigas que jogam basquetebol ou andebol joga futebol.
- Há 10 rapazes e 4 raparigas que não praticam nenhum destes desportos.

Prática de desporto dos alunos do 6.º ano



No mínimo, quantos alunos tem a escola do Tomás?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ 118

☐ 128

☐ 100

☐ 89

Provas Finais

Algumas instruções gerais sobre a prova

- A prova é constituída por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).
- Todas as respostas são dadas no enunciado da prova.
- Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta, exceto na resolução dos itens em que haja indicação para utilizar material de desenho.
- Como material de desenho e de medição, podes usar lápis, borracha, régua graduada, compasso, esquadro e transferidor.
- Só podes utilizar a calculadora no Caderno 1.
- Não é permitido o uso de corretor. Risca o que pretendes que não seja classificado.
- Apresenta as respostas de forma legível.
- Se o espaço reservado a uma resposta não for suficiente, podes utilizar a(s) página(s) em branco que se encontra(m) no final de cada caderno. Neste caso, debes identificar claramente o item a que se refere a tua resposta.
- A folha de rascunho não pode ser entregue para classificação. Apenas o enunciado da prova será recolhido.
- As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Nota:

A leitura destas instruções não dispensa a consulta das informações sobre as provas finais fornecidas pelo IAVE.

- 1.** O Joaquim comprou num antiquário o relógio representado na figura 1.
A figura 2 representa um modelo geométrico do mesmo relógio.
O modelo não está feito à escala.



Figura 1

Relativamente ao modelo da figura 2, sabe-se que:

- $[ABCDEFGH]$ é um octógono regular;
- o lado do octógono mede 2 cm ;
- o apótema do octógono mede 2,41 cm ;
- o círculo de centro O tem 1,3 cm de raio.

- 1.1.** Determina a área da parte colorida da figura 2.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Apresenta a resposta com aproximação às décimas do centímetro quadrado.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

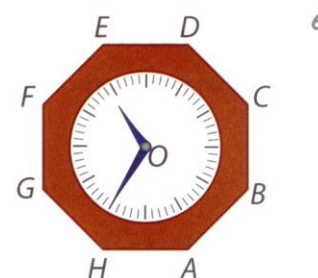


Figura 2

- 1.2.** Determina e assinala com **X** a amplitude do ângulo BOD .

☐ 45° ☐ 60° ☐ 90° ☐ 135°

- 1.3.** Indica o transformado do triângulo $[BOC]$ pela:

- a)** rotação de centro O e amplitude 135° e sentido positivo;

Resposta: _____

- b)** reflexão central de centro O .

Resposta: _____

- 2.** Escreve por ordem crescente os seguintes números: $2\frac{3}{8}$; 2,65; 2,38; $2\frac{7}{8}$ e 2,8.

Resposta: _____

- 3.** Num mapa à escala de 1 : 1 000 000, o percurso que o Dinis realizou no seu veleiro corresponde a um segmento de reta com 3,5 cm de comprimento.

Determina, em quilómetros, a distância que o Pedro percorreu.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

4. O Duarte encontrou um apartamento para alugar. A renda mensal é de 320 euros.

Se o Duarte arrendar o apartamento por dois anos, o senhorio faz-lhe um desconto de 64 euros mensais.

O Duarte fez as contas e verificou que o desconto era de 15%. Será que o Duarte fez bem os cálculos?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

5. A Inês comprou 3,25 kg de maçãs por 7,80 €. Quanto custam 750 g das mesmas maçãs?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

6. A Inês tem uma horta. Plantou cenouras em $\frac{3}{8}$ da horta e na quarta parte da área restante semeou nabiças. As nabiças ocupam 25 m^2 da horta.

Determina a área da horta que tem cenouras. Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

sem calculadora

7. A figura 3 é formada pelo quadrado $[ABCD]$ e pelo triângulo equilátero $[CED]$.

O ponto F é o ponto de interseção das retas DC e AE .

- 7.1. Utiliza as letras da figura para indicares um par de ângulos:

- a) alternos internos;

Resposta: _____

- b) verticalmente opostos.

Resposta: _____

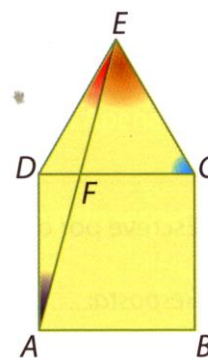


Figura 3

- 7.2. Completa a tabela seguinte.

Afirmação	Justificação
O triângulo $[AED]$ é um triângulo isósceles.	
$\hat{EAD} = \hat{DEA}$	
$\hat{ADE} = 150^\circ$	
$\hat{FAD} = 15^\circ$	

Cotação

7.3. Determina a amplitude do ângulo CFE e assinala com X a resposta correta.

4

☐ 60°
☐ 65°
☐ 75°
☐ 85°

7.4. Classifica quanto aos lados o triângulo $[FCE]$.

4

Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

8. Completa o diagrama da figura 4 de modo a obteres a planificação de um prisma triangular reto. 6



Figura 4

Utiliza material de desenho.

9. A figura 5 é formada por dois quadrados.

O lado de um dos quadrados mede 2 cm e o lado do outro quadrado mede 4 cm.

Determina e assinala com X a área da parte colorida da figura.

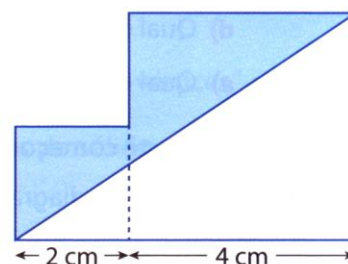
☐ 12 cm^2
☐ 10 cm^2
☐ 8 cm^2
☐ 6 cm^2


Figura 5

10. Na figura 6 está representado um prisma reto.

10.1. Classifica-o.

Resposta: _____

10.2. Determina o volume do prisma.

Resposta: _____

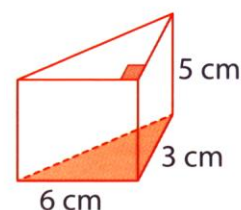


Figura 6

10.3. A Inês desenhou uma pirâmide com o dobro das arestas do sólido representado na figura 6. 4

Quantos vértices tem a pirâmide que a Inês desenhou?

Resposta: _____

- 11.** Qual das expressões seguintes tem o mesmo valor numérico da expressão 2^{2^3} ?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ $(2^2)^3$
☐ $\left(\frac{1}{2}\right)^{12} : \left(\frac{1}{4}\right)^{12}$
☐ $\left(\frac{1}{4}\right)^8 \times 8^8$
☐ $(2^4)^4 : 2^1$

- 12.** O Duarte fez um estudo estatístico acerca da altura dos alunos que frequentavam o 6.º ano da sua escola.

Para fazer o estudo selecionou 15 alunos e registou as respetivas alturas em centímetros.

155	160	142	158	159
171	170	168	169	168
172	160	160	167	165

- 12.1. a)** Qual é a população? *Resposta:* _____ 2
- b)** Qual é a amostra? *Resposta:* _____ 2
- c)** Qual é a dimensão da amostra? *Resposta:* _____ 2
- d)** Qual é a variável estatística? *Resposta:* _____ 2
- e)** Qual é a natureza da variável estatística? *Resposta:* _____ 2

- 12.2.** O Duarte começou a representar os dados no diagrama de caule-e-folhas (figura 7).
Completa o diagrama. 6

14 | 2

14 | 2 representa 142 cm

Figura 7

- 12.3.** Indica a moda dos valores obtidos. 2
Resposta: _____

- 12.4.** Determina a amplitude dos dados. 2
Resposta: _____

- 1.** A figura 1 representa uma caixa de presente.
A figura 2 representa um modelo geométrico dessa caixa.

Este modelo é um sólido que pode ser decomposto num paralelepípedo retângulo e num prisma triangular reto.

O modelo não está feito à escala.

Relativamente ao sólido da figura 2, sabe-se que:

- uma das faces do prisma triangular coincide com uma das bases do paralelepípedo retângulo;
- as dimensões do paralelepípedo são 10 cm por 8 cm por 12 cm;
- o volume total do sólido é 1320 cm^3 .



Figura 1

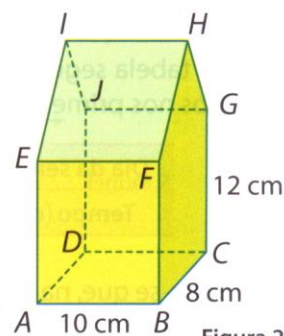


Figura 2

- 1.1.** Determina o volume do prisma triangular.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 1.2.** Determina e assinala com X a altura da base do prisma triangular.

☐ 7 cm

☐ 8 cm

☐ 9 cm

☐ 12 cm

- 1.3.** Completa a frase seguinte usando números naturais.

"O sólido da figura 2 tem _____ arestas, _____ faces e _____ vértices."

- 1.4.** Pode existir uma pirâmide com o mesmo número de arestas do sólido representado na figura 2?

Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

- 1.5.** Qual é a amplitude do ângulo FGC ? Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

- 2.** A figura 3 é formada por dois semicírculos um menor e outro maior, de centros C e B , respetivamente.

Sabendo que $\overline{AD} = 4 \text{ dm}$, determina a área da parte colorida da figura.

Apresenta o resultado arredondado às décimas do decímetro quadrado.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

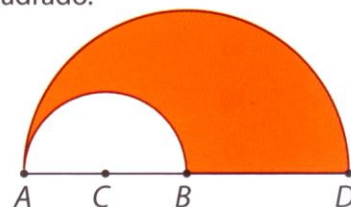


Figura 3

3. A Alice foi comprar chávenas para cada uma das quatro filhas. Encontrou a seguinte promoção que podes observar na figura 4. Determina a percentagem de desconto. Mostra como chegaste à tua resposta.



Figura 4

Resposta: _____

4. Durante a semana, a Helena registou os tempos, em minutos, que precisou para fazer os trabalhos de casa. Em média, gastou $1\frac{1}{5}$ hora.

Na tabela seguinte podes observar os tempos, em minutos, que precisou para fazer os trabalhos nos primeiros três dias da semana.

Dia da semana	2.ª-feira	3.ª-feira	4.ª-feira	5.ª-feira	6.ª-feira
Tempo (min)	48	75	78		

Sabe-se que, na sexta-feira, o tempo que precisou para fazer os trabalhos foi o dobro do tempo gasto na quinta-feira.

Determina, em horas e minutos, o tempo que gastou na sexta-feira.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

sem calculadora

5. Observa a figura 5. Quantas simetrias de rotação tem a figura? Assinala com X a opção correta.

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 4

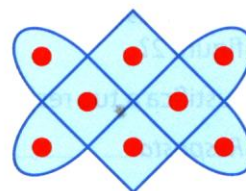


Figura 5

6. Na figura 6 está representado o retângulo $[ABCD]$. Os pontos F e G pertencem aos lados $[AD]$ e $[AB]$, respetivamente.

- O ponto E pertence à semirreta $\vec{CD}$.
- $\overline{EF} = \overline{FG}$

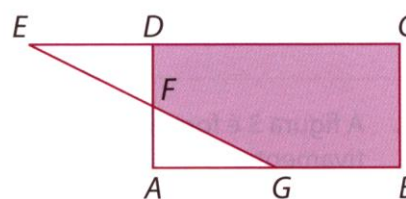


Figura 6

6.1. Justifica.

- a) $\widehat{FED} = \widehat{FGA}$ Resposta: _____ 4
- b) $\widehat{DFE} = \widehat{AFG}$ Resposta: _____ 4
- c) Os triângulos $[AGF]$ e $[FDE]$ são iguais. Resposta: _____ 3
- d) $\overline{AF} = \overline{FD}$ Resposta: _____ 3

6.2. Sabe-se que:

$$\overline{DC} = 10 \text{ cm}, \overline{BC} = 6 \text{ cm} \text{ e } \overline{GB} = 6 \text{ cm}$$

Determina a área da parte colorida da figura 6. Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 7.** Na reta numérica representada na figura 7, está marcada uma sequência de pontos em que a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma.

O ponto B corresponde ao número 1 e o ponto J corresponde ao número $2\frac{1}{7}$.

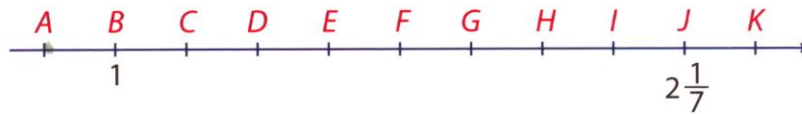


Figura 7

Qual é o ponto que corresponde ao número $1\frac{3}{7}$?

☐ D

☐ E

☐ F

☐ G

- 8.** Um retângulo tem $4\frac{1}{8}$ m de comprimento e $2\frac{1}{4}$ m de largura.

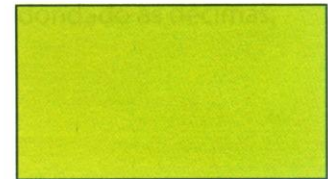
Determina o perímetro do retângulo e assinala com $\times$ a resposta correta.

☐ $8\frac{3}{8}$ m

☐ $10\frac{1}{2}$ m

☐ $12\frac{1}{4}$ m

☐ $12\frac{3}{4}$ m



- 9.** Sabe-se que $a = 2^{10} : \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$.

O valor da expressão $(a^2)^3$ é:

☐ 4^{60}

☐ 4^{50}

☐ $\left(\frac{1}{4}\right)^{60}$

☐ $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$

- 10.** Na figura 8 está representado o triângulo $[ABC]$ e o ponto O .

Desenha o triângulo $[A'B'C']$ transformado do triângulo $[ABC]$ pela reflexão central de centro O .

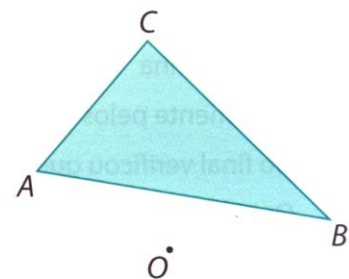


Figura 8

- 11.** Dois ângulos de um triângulo têm de amplitude 72° e 36° .

Assinala com **X** a afirmação correta.

☐ O triângulo é retângulo e isósceles.

☐ O triângulo é acutângulo e escaleno.

☐ O triângulo é acutângulo e isósceles.

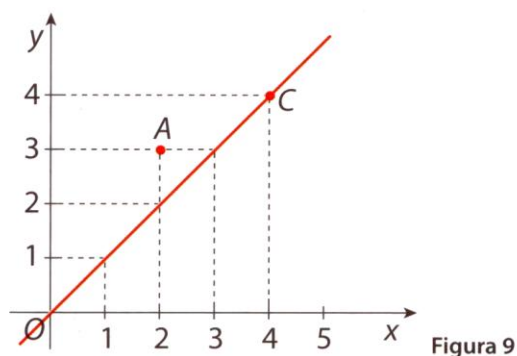
☐ O triângulo é obtusângulo e isósceles.

- 12.** Calcula o valor numérico da expressão seguinte.

$$\left(8\frac{1}{2} - 6\frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} + \frac{1}{0,2}$$

Resposta: _____

- 13.** Na figura 9 está representada a reta OC num referencial ortogonal e monométrico.



Quais são as coordenadas do ponto A' , transformado do ponto A pela reflexão axial de eixo OC ?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ $(2, 3)$

☐ $(3, 2)$

☐ $(3, 4)$

☐ $(2, 1)$

- 14.** Ao arrumar uma gaveta, a Alice encontrou um saco com berlindes.

Como já não brincava com eles, resolveu oferecer os berlindes aos seus primos.

O saco tinha 32 berlindes. Deu $\frac{1}{8}$ dos berlindes à sua prima Adriana e os restantes dividiu igualmente pelos restantes primos.

No final verificou que todos os primos ficaram com o mesmo número de berlindes.

Quantos primos tem a Alice?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 1.** O pai do Henrique trabalha na construção civil e trouxe para casa um parafuso para mostrar aos filhos.

O Henrique disse ao pai:

- Estou a estudar volumes de sólidos. O parafuso faz lembrar um sólido cujo modelo geométrico pode ser decomposto num prisma hexagonal reto e num cilindro reto.

O pai respondeu:

- E como calculas o volume desse modelo geométrico?

O Henrique respondeu que precisava de algumas medidas, ao que o pai respondeu da seguinte forma:

- Considera, então, que o modelo geométrico tem as seguintes medidas:



Para o cilindro

- Diâmetro da base do cilindro: 4 cm
- Altura do cilindro: 2 cm

Para o prisma

- Altura do prisma: 0,8 cm
- Lado da base do prisma: 2,6 cm
- Apótema da base do prisma: 2,3 cm

- 1.1.** Utilizando estas medidas, determina o volume do modelo geométrico que o pai do Henrique descreveu. Apresenta o resultado em centímetros cúbicos, arredondado às décimas. 6

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

- 1.2.** A parte de cima do parafuso é um hexágono regular.

A figura 1 representa o hexágono regular $[ABCDEF]$ de centro O .

- a)** Justifica que o triângulo $[AOB]$ é um triângulo equilátero.

Resposta: _____

- b)** Qual é o transformado do segmento de reta $[AB]$ pela:

- b1)** rotação de centro O e amplitude 240° e sentido positivo;

Resposta: _____

- b2)** reflexão central de centro O ;

Resposta: _____

- b3)** reflexão axial de eixo BE .

Resposta: _____

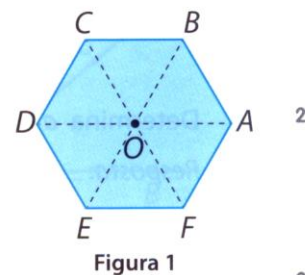


Figura 1

2. Observa a figura 2.

Justifica que as retas r e s são paralelas.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

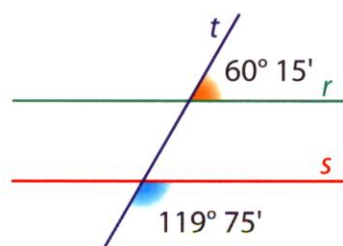


Figura 2

Resposta: _____

3. Na figura 3 está representado o quadrado $[ABCD]$ e um setor circular de centro O .

Sabe-se que:

- $[DC]$ é tangente ao arco PQ ;
- $\widehat{POQ} = 60^\circ$
- $\overline{AB} = 10$ cm

Determina a área da parte colorida da figura.

Apresenta o resultado, em centímetros quadrados, com aproximação às décimas. Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

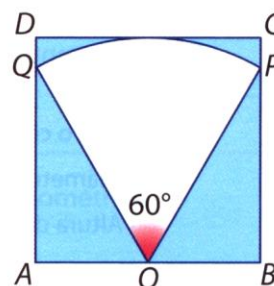


Figura 3

Resposta: _____

4. A tabela ao lado representa uma relação de proporcionalidade direta.

Completa a tabela.

1,5	3	
	4,8	8

5. Considera o conjunto de dados estatísticos seguinte.

3,5 ; a ; 2,8 ; 3,7 e 4

Determina a , sabendo que a média é 2,8.

Resposta: _____

sem calculadora

6. A figura 4 representa um jardim de forma retangular. O jardim tem um passeio à volta, de largura constante igual a $1\frac{1}{2}$ m.

Assinala com $\times$ a diferença entre o perímetro do retângulo exterior e o perímetro do retângulo interior.

☐ 9 m ☐ 10 m ☐ 11 m ☐ 12 m

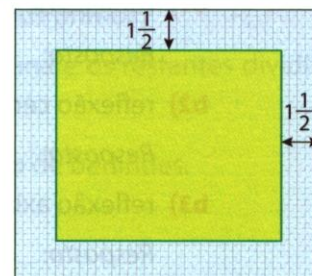


Figura 4

Cotação

7. Calcula o valor da seguinte expressão numérica: $(1^5 + 3 \times 2^7 : 2^5) - \frac{0,2}{\frac{1}{2}}$.

6

Resposta: _____

8. Na figura 5 está representado o triângulo $[ABC]$:

- o ponto D pertence ao lado $[AC]$;
- $\overline{CD} = \overline{CB}$
- $\hat{BAD} = \hat{DBA} = 30^\circ$

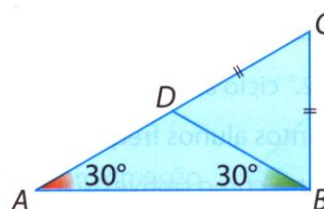


Figura 5

- 8.1. Justifica que $\overline{AD} = \overline{BD}$.

4

Resposta: _____

- 8.2. Completa a tabela seguinte.

10

Afirmção	Justificação
$\hat{ADB} = 120^\circ$	
$\hat{BDC} = 60^\circ$	
$\hat{CBD} = 60^\circ$	
O triângulo $[DBC]$ é equilátero.	
O triângulo $[ABC]$ é retângulo.	

9. Na figura 6 está representado o ângulo BVC .

$\dot{BV}$ é a bissetriz do ângulo AVC .

- 9.1. Desenha $\dot{VA}$.

- 9.2. Sabendo que $\hat{BVC} = 22^\circ 32' 52''$, determina a amplitude do ângulo AVC .

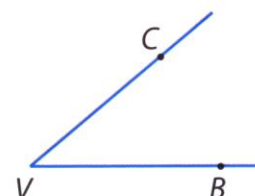


Figura 6

Apresenta a resposta na forma complexa.

Resposta: _____

10. Sabendo que $a = \frac{3^2}{2}$, assinala com X o valor de $\frac{1}{a^3}$.

6

☐ $\left(\frac{3}{2}\right)^3$

☐ $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

☐ $\frac{3^6}{2^3}$

☐ $\left(\frac{2}{9}\right)^3$

- 11.** O gráfico circular da figura 7 mostra como estão distribuídos, por níveis de ensino, os alunos que frequentam a escola da Alice.

O círculo está dividido em oito partes iguais.

- 11.1.** A percentagem dos alunos relativamente ao total dos alunos que frequentam o 1.º ciclo é:

- ☐ 25% ☐ 0,25%
☐ 12,5% ☐ 0,125%

- 11.2.** No 2.º ciclo andam 150 alunos.

Quantos alunos frequentam a escola da Alice?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

Alunos da escola da Alice

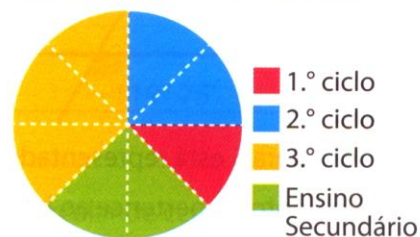


Figura 7

- 12.** A Margarida foi fazer uma visita de estudo e resolveu comprar recordações para oferecer à família.

Na compra de uma das prendas gastou $\frac{3}{8}$ do dinheiro que tinha levado e noutra prenda $\frac{1}{5}$ do restante; sobraram-lhe 5 euros.

Quanto dinheiro levou a Margarida para a visita de estudo?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 13.** Sabe-se que $\frac{9}{8} < x < \frac{9}{7}$. Assinala com X o número que pode representar x .

- ☐ $\frac{73}{56}$ ☐ $\frac{56}{73}$ ☐ $\frac{8}{7}$ ☐ $\frac{7}{8}$

- 14.** Na figura 8 está representado o paralelogramo $[ABCD]$, onde $\hat{BDC} = 30^\circ$ e $\hat{BAD} = 60^\circ 12'$.

Determina, justificando, a amplitude do ângulo:

- 14.1.** DBA Resposta: _____

- 14.2.** CBD Resposta: _____

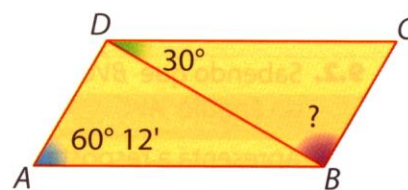


Figura 8

- 15.** Os divisores comuns de 775 e 425 são:

- ☐ 1, 3, 5 e 25 ☐ 1, 5, 11 e 25 ☐ 1, 11 e 25 ☐ 1, 5 e 25

Assinala com X a resposta correta.

1. A figura 1 representa um moinho de vento idêntico aos que podes observar em vários locais de Portugal.

A figura 2 representa um modelo geométrico desse moinho. Este modelo é um sólido que pode ser decomposto num cilindro reto e num cone reto.

O modelo não está feito à escala.

Relativamente ao sólido da figura 2, sabe-se que:

- a base superior do cilindro coincide com a base do cone;
- o valor total do volume do sólido é $264,9 \text{ dm}^3$.

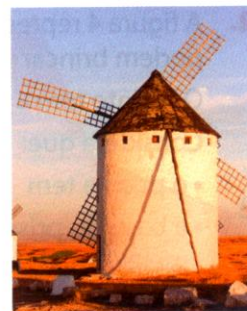


Figura 1

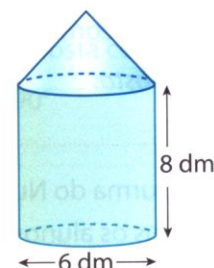


Figura 2

- 1.1. Determina o volume do cone.

Apresenta o resultado, em decímetros cúbicos, com aproximação às unidades.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

- 1.2. Na figura 3, está representado um esquema das velas de um moinho. Sabe-se que:

- os retângulos $[IABJ]$, $[JCDK]$, $[KEFL]$ e $[LGHI]$ são geometricamente iguais e que $[KLIJ]$ é um quadrado;
- o ponto O é o ponto de interseção das diagonais dos retângulos $[DGHC]$ e $[ABEF]$.

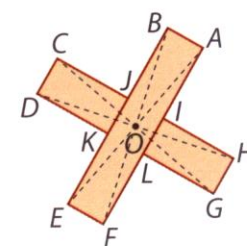


Figura 3

- a) Qual é o transformado do ponto H pela rotação de centro O , amplitude 90° e sentido positivo? Assinala com **X** a resposta correta.

☐ O ponto A ☐ O ponto B ☐ O ponto C ☐ O ponto D

- b) Qual é o transformado do segmento de reta $[AB]$ pela reflexão central de centro O ?

Resposta: _____

- c) Quantas simetrias de reflexão tem a figura 3?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ 2 ☐ 4 ☐ 6 ☐ 8

- d) Descreve as simetrias de rotação da figura 3.

Resposta: _____

- 1.3. A área do quadrado $[IJKL]$ é 9 dm^2 e a área da figura é 81 dm^2 .

Determina o perímetro da figura.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

2. A figura 4 representa um recinto onde as crianças mais pequenas podem brincar vigiadas por um adulto.

O recinto tem a forma de um prisma octogonal reto.

Considera que:

- o prisma tem 1 m de altura;
- a base do prisma tem 2,8 m de lado e que o apótema da base mede 3,38 m.

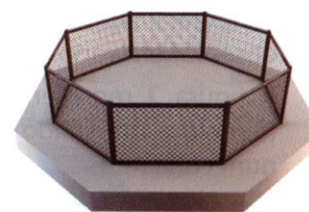


Figura 4

Determina o volume do prisma.

Apresenta a tua resposta, em metros cúbicos, com aproximação às unidades.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

3. Na turma do Nuno, realizou-se um inquérito sobre o número de irmãos que cada aluno tem. Todos os alunos responderam.

Com base nas respostas obtidas, construiu-se o gráfico representado na figura 5.

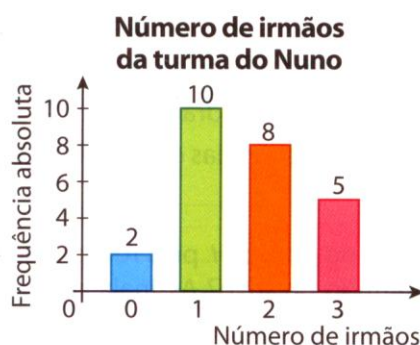


Figura 5

- 3.1. Qual é a amplitude do conjunto de dados? Resposta: _____ 2

- 3.2. Assinala com X a moda do conjunto de dados. 2

☐ 10 ☐ 8 ☐ 1 ☐ 0

- 3.3. Determina a média do conjunto de dados e assinala com X a resposta correta. 3

☐ 1 ☐ 1,64 ☐ 2 ☐ 2,1

- 3.4. Com os dados, o Nuno começou a construir um gráfico circular. 5

Na figura 6 já está representado um setor.

Qual é o número de irmãos que o setor representa?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

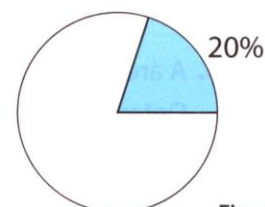


Figura 6

Cotações

4. A figura 7 representa a planificação de um sólido geométrico, formado por um quadrado e quatro triângulos isósceles.

- 4.1. Identifica o sólido geométrico.

Resposta: _____

- 4.2. Existe um prisma que tenha o mesmo número de arestas deste sólido geométrico?

Justifica a tua resposta.

Resposta: _____

- 4.3. Sabe-se que $\widehat{CED} = 40^\circ$.

Determina a amplitude do ângulo convexo BDE e assinala com **X** a resposta correta.

☐ 160°

☐ 115°

☐ 95°

☐ 90°

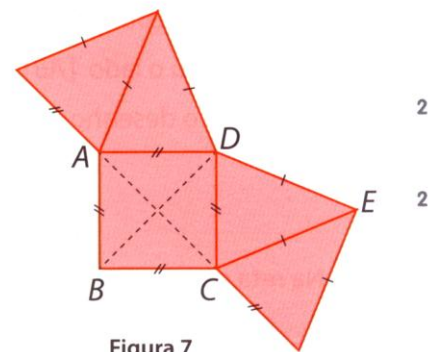


Figura 7

5. Calcula o valor numérico da expressão seguinte.

$$2^{10} : 8^{10} : \left(\frac{1}{4}\right)^8 \times 2^4$$

Resposta: _____

6. Sabe-se que $\text{m.m.c.}(a, 12) = 120$ e que $\text{m.d.c.}(a, 12) = 4$.

Determina a e assinala com **X** a resposta correta:

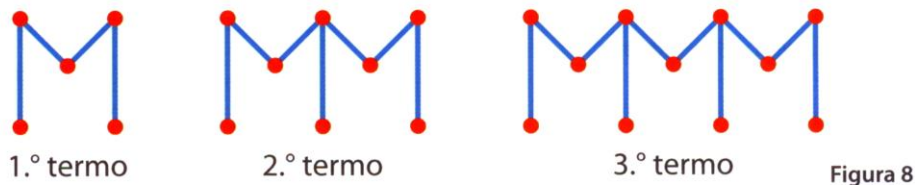
☐ 480

☐ 240

☐ 120

☐ 40

7. A Maria construiu a sequência da figura 8, formada por pontos e traços.



Admite que o padrão se mantém para as próximas construções.

- 7.1. Qual é a diferença entre o número de pontos e o número de traços do 5.º termo da sequência?

Resposta: _____

- 7.2. Quantos pontos tem o 100.º termo?

Assinala com **X** a resposta correta.

☐ 302

☐ 202

☐ 102

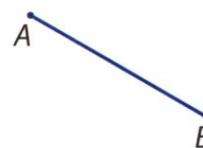
☐ 92

8. O João começou a desenhar o triângulo $[ABC]$.

Já desenhou o lado $[AB]$.

Completa o desenho sabendo que:

$$\widehat{CBA} = 120^\circ \text{ e } \widehat{BAC} = 20^\circ.$$



4
CPFE-M6 © Porto Editora

9. Na reta numérica, representada na figura 9, os traços estão igualmente distanciados.



Figura 9

Escreve sob a forma de numeral misto a abcissa do ponto P .

Resposta: _____

10. O João bebeu $\frac{7}{9}$ do leite que existia num jarro. O seu irmão

Nuno bebeu os 36 cl de leite restantes.

Determina, em litros, a quantidade de leite que existia no jarro.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____



6

11. Sabendo que $a = \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^3$, $\frac{1}{a^3}$ é igual a:

☐ $\left(\frac{1}{2}\right)^9$

☐ $\left(\frac{1}{2}\right)^{18}$

☐ 2^{18}

☐ 2^{15}

Assinala com X a resposta correta.

6

12. Na figura 10 está representado o paralelogramo $[ABCD]$.

- $[DP]$ é a altura do paralelogramo relativa à base $[AB]$.
- O triângulo $[APD]$ é isósceles.
- $\overline{AB} = 20$ cm
- $\overline{DP} = 6$ cm

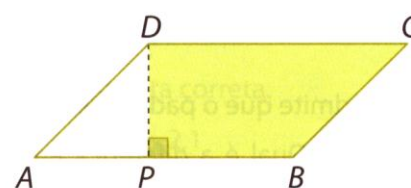


Figura 10

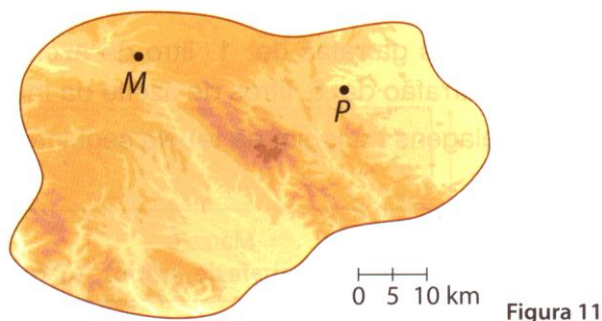
4

Determina, em centímetros quadrados, a área da parte colorida da figura.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 13.** A Teresa desenhou o mapa representado na figura 11.



Os pontos M e P representam as cidades onde vivem os seus avós maternos e paternos, respetivamente.

A casa da Teresa fica à mesma distância das cidades dos avós (maternos e paternos) e a 20 km da cidade dos avós paternos.

Assinala no mapa o ponto C onde fica a casa da Teresa.

Utiliza material de desenho.

Não apagues as linhas auxiliares.

- 14.** A Maria vai decorar uma montra com caixas de presentes.

Ela tem 15 caixas com a forma de um cubo, 20 caixas com a forma de um cilindro e 30 caixas com a forma de um prisma.

Ela vai fazer conjuntos utilizando todas as caixas.

- Todos os conjuntos têm o mesmo número de caixas.
- Todos os conjuntos têm o mesmo número de caixas de cada tipo.



Qual é a composição de cada conjunto?

Mostra como obtiveste a tua resposta.

Resposta: _____

- 15.** A Alice gastou todo o dinheiro que tinha na compra de três presentes.

Na primeira compra gastou 25% do seu dinheiro.

Na segunda compra gastou $\frac{1}{8}$ do dinheiro de que dispunha inicialmente.

A primeira compra custou mais 20 euros do que a segunda.

Determina quanto custou a terceira compra.

Assinala com $\times$ a resposta correta.

- ☐ 100 euros ☐ 80 euros ☐ 40 euros ☐ 20 euros



Caderno 1

com calculadora

1. O pai do Américo comprou três garrafas de 1 litro de azeite, uma de cada marca, A , B e C , e um garrafão de 5 litros de azeite da marca D . 6

Os preços das quatro embalagens constam da tabela seguinte.

Marca A (garrafa de 1 litro)	Marca B (garrafa de 1 litro)	Marca C (garrafa de 1 litro)	Marca D (garrafão de 5 litros)
3,60 euros	4,75 euros	3,98 euros	17,75 euros

Calcula o preço médio, em euros, que o pai do Américo pagou por litro de azeite, tendo em conta o número total de litros de azeite.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

2. Determina a soma de $\frac{1}{105}$ com $\frac{1}{350}$, utilizando, para denominador comum, o 6
mínimo múltiplo comum entre 105 e 350.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

3. Na figura 1, está representada uma peça constituída por um cubo e por um 7
cilindro.

Uma das bases do cubo está assente numa das bases do cilindro.

O cilindro tem 11,8 cm de raio da base e tem 22,5 cm de altura.

O cubo tem 6,2 cm de aresta.

Determina o volume da peça, em centímetros cúbicos.

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

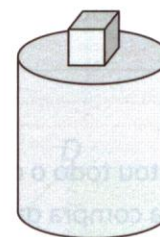


Figura 1

Resposta: _____

4. A figura 2 representa uma folha de cartolina com 69,5 cm de comprimento e com 49,5 cm de largura. Nessa cartolina, o Duarte vai recortar um círculo com o maior raio possível. 7

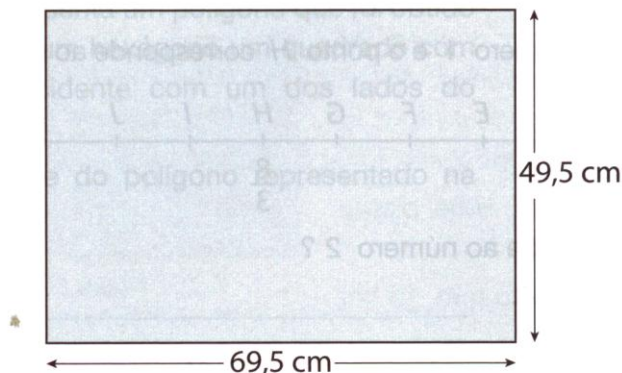


Figura 2

Determina a área, em cm^2 , da porção de cartolina que sobrarão depois de o Duarte recortar o círculo.

Apresenta o resultado arredondado às décimas.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

5. O Sr. Casimiro, dono de um minimercado, comprou 55 frascos de mel por 286 euros. 5

Todos os frascos de mel tinham o mesmo preço.

O Sr. Casimiro decidiu vender cada frasco de mel com um aumento de 45% relativamente ao preço de compra.

Qual é o preço de venda de cada frasco de mel?

Mostra como chegaste à tua resposta.

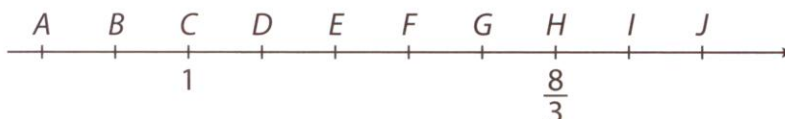
Resposta: _____

Fim do caderno 1

Caderno 2

sem calculadora

6. Na reta numérica representada a seguir, está marcada uma sequência de pontos em que a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. O ponto *C* corresponde ao número 1 e o ponto *H* corresponde ao número $\frac{8}{3}$. 3



Qual é o ponto que corresponde ao número 2 ?

Assinala com *X* a opção correta.

☐ *D*
☐ *E*
☐ *F*
☐ *G*

7. Quais das seguintes letras têm simetria de rotação? 3

L I S B O A

Resposta: _____

8. Nas igualdades seguintes, os símbolos  e  representam números. 3

Escreve o número representado pelo símbolo .

$$12 \times \triangle = 36$$

$$7,5 : \triangle = \bigcirc$$

Resposta: _____

9. Um triângulo $[ABC]$ tem 36 cm de perímetro. 3

Sabe-se que as medidas dos comprimentos dos lados são três números inteiros consecutivos.

Qual é o comprimento, em centímetros, do lado maior?

Resposta: _____

10. O Jorge pensou num número múltiplo de 3 terminado em 0. Multiplicou esse número por 5 e, em seguida, multiplicou o resultado obtido por 2. 3

Assinala com *X* a opção que pode representar o valor correto obtido pelo Jorge.

(A) 500

(B) 550

(C) 600

(D) 660

Cotações

11. Calcula o valor numérico da expressão ao lado.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

$$8 - \frac{5}{4} \times 6 + \frac{1}{3}$$

6

12. A figura 3 representa um polígono que foi obtido retirando-se a um hexágono um quadrado com um lado coincidente com um dos lados do hexágono.

Qual é o nome do polígono representado na figura 3?

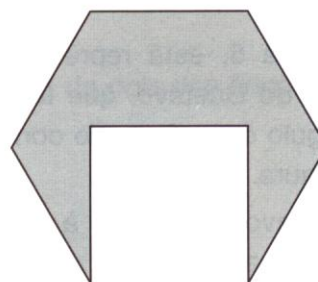


Figura 3

3

Resposta: _____

13. Escreve os seguintes números racionais por ordem crescente.

3,56 ; 3,6 ; 3,065 ; 3,06

3

Resposta: _____

14. Assinala com X a opção que representa o inverso de $\frac{2}{5}$.

3

☐ 0,4 ☐ 4,0 ☐ $\frac{2}{5}$ ☐ 2,5

15. O hexágono representado na figura 4 está dividido em 24 triângulos iguais.

Considera como unidade de medida a área de um desses triângulos.

Qual é a medida da área da região sombreada?

Assinala com X a opção correta.

☐ 10 ☐ 11 ☐ 12 ☐ 13

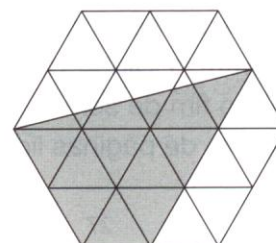


Figura 4

3

16. A tia da Luciana ofereceu-lhe dinheiro como presente de aniversário.

4

A Luciana contou à mãe como tinha pensado gastar esse dinheiro.

– Mãe, do dinheiro que a tia me ofereceu, vou gastar $\frac{2}{3}$ na compra de um livro e $\frac{2}{5}$ num bilhete de cinema.

– Luciana, mas isso representa mais do que o dinheiro que a tia te ofereceu.

A mãe da Luciana tem razão?

Justifica a tua resposta.

17. Assinala com **X** a opção que representa uma potência equivalente a $3^8 : 3^2$.

3

☐ 1^4 ☐ 1^6 ☐ 3^4 ☐ 3^6

18. Na figura 5, está representado o chão do quarto do Gustavo, que tem a forma de um retângulo com 5 m de comprimento e 3 m de largura.

O Gustavo desenhou, à escala, uma planta do seu quarto.

A planta desenhada pelo Gustavo tem 15 cm de comprimento.

Qual é a largura, em centímetros, da planta desenhada pelo Gustavo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

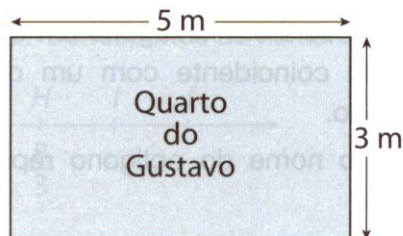


Figura 5

19. Constrói um triângulo que obedeça às seguintes condições:

6

• $\overline{AB} = 8$ cm • $\hat{BAC} = 45^\circ$ • $\hat{ABC} = 100^\circ$

Utiliza o material de desenho adequado.

20. A professora de Português de uma escola pediu a todos os alunos que frequentavam o Clube de Leitura que registassem o número de páginas lidas durante o fim de semana. Na lista seguinte, apresentam-se os dados relativos ao número de páginas lidas por cada um desses alunos.

27	39	45	40	55
31	56	50	42	43
50	47	56	50	84
35	45	48	31	47

- 20.1. No diagrama de caule-e-folhas ao lado, já estão colocadas as folhas do primeiro caule e do último caule.

Completa o diagrama, tendo em conta o número de páginas lidas por cada um dos alunos.

Apresenta as folhas por ordem crescente.

Diagrama ordenado

3

2	7
3	
4	
5	
8	4

Cotações

- 20.2.** Assinala com **X** a opção que indica a frequência relativa dos alunos que leram exatamente 50 páginas durante o fim de semana.

3

☐ 5%☐ 10%☐ 15%☐ 20%

- 21.** Relativamente a um triângulo, sabe-se que as amplitudes de dois dos ângulos internos são 56° e 60° .

3

Como se classifica esse triângulo quanto aos lados?

Resposta: _____

- 22.** Numa empresa de autocarros, o bilhete simples custa 90 cêntimos e o passe mensal custa 24,35 euros. Num determinado mês, a Maria comprou o passe e fez duas viagens por dia durante 20 dias.

4

Quanto teria gasto a mais se tivesse comprado bilhetes simples para todas as viagens efetuadas durante esse mês?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 23.** Um prisma tem 8 faces. Quantos são os seus vértices?

3

Resposta: _____

- 24.** A figura 6 representa um espelho de forma retangular que está na sala da Sofia. O espelho tem uma moldura cinzenta de largura constante.

3

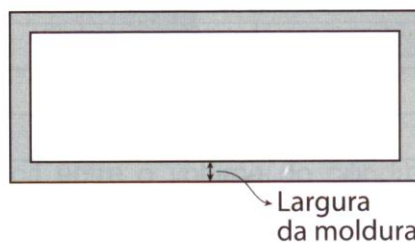


Figura 6

O perímetro do retângulo exterior da moldura tem mais 72 cm do que o perímetro do retângulo interior da moldura.

Assinala com **X** a opção que apresenta a largura constante da moldura cinzenta.

☐ 9 cm☐ 10 cm☐ 11 cm☐ 12 cm

Fim da prova

Caderno 1

com calculadora

1. Na figura 1, estão representadas três figuras geométricas que a Júlia desenhou: 7
uma circunferência com 3,7 cm de raio, um octógono regular com 2,9 cm de lado e um retângulo com 6,6 cm de comprimento e com 5,1 cm de largura.



Figura 1

Calcula o comprimento total das linhas que a Júlia desenhou.

Apresenta o resultado, em centímetros, arredondado às décimas.

Não efetues arredondamentos nos cálculos intermédios.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

Resposta: _____

2. Na tabela seguinte, estão os dados relativos ao número de bilhetes vendidos, num determinado mês, para cada uma das cinco salas de cinema de um centro comercial.

Sala de cinema	N.º de bilhetes vendidos nesse mês
Sala 1	8042
Sala 2	6265
Sala 3	8409
Sala 4	7458
Sala 5	9347

- 2.1. Qual é a amplitude deste conjunto de dados?

3

Resposta: _____

- 2.2. Calcula a média do número de bilhetes vendidos, por sala, nesse mês.

4

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

- 2.3. Determina a frequência relativa dos bilhetes vendidos para a sala 5, considerando todos os bilhetes vendidos nas cinco salas de cinema, nesse mês. Apresenta o resultado arredondado às centésimas. Mostra como chegaste à tua resposta.

4

Resposta: _____

3. O Sr. Adelino toma conta de um rebanho de ovelhas. No rebanho, há ovelhas de pelo curto, ovelhas de pelo médio e ovelhas de pelo comprido. O Sr. Adelino sabe que $\frac{1}{5}$ das ovelhas têm pelo curto, $\frac{3}{4}$ das ovelhas têm pelo médio e apenas 2 ovelhas têm pelo comprido. Quantas ovelhas tem o rebanho? Mostra como chegaste à tua resposta.

6

Resposta: _____

4. O Leopoldo construiu um cilindro com 50 cm de altura, cuja base tem 20 cm de raio. O Miguel construiu um cilindro com 20 cm de altura, cuja base tem 50 cm de raio. Na figura 2, estão representados os cilindros construídos pelo Leopoldo e pelo Miguel.

7

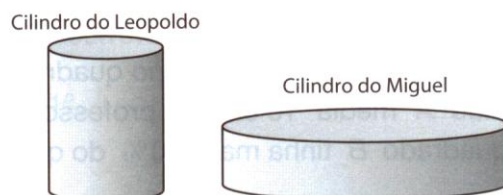


Figura 2

Calcula a diferença entre o volume do cilindro construído pelo Miguel e o volume do cilindro construído pelo Leopoldo.

Apresenta o resultado em centímetros cúbicos.

Mostra como chegaste à tua resposta.

(Utiliza 3,1416 para valor aproximado de π .)

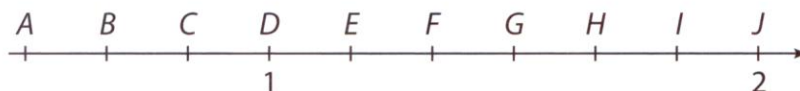
Resposta: _____

Fim do caderno 1

Caderno 2

sem calculadora

5. Na reta numérica representada a seguir, está marcada uma sequência de pontos em que a distância entre dois pontos consecutivos é sempre a mesma. 3
O ponto D corresponde ao número 1 e o ponto J corresponde ao número 2.



Qual é o número que corresponde ao ponto A ?

Assinala com X a opção correta.

☐ 0

☐ 0,7

☐ $\frac{1}{3}$
☐ $\frac{1}{2}$

6. Assinala com X a opção onde estão identificados os nomes de um prisma e de uma pirâmide com 7 faces cada um. 3

☐ Prisma hexagonal e pirâmide hexagonal.

☐ Prisma hexagonal e pirâmide pentagonal.

☐ Prisma pentagonal e pirâmide hexagonal.

☐ Prisma pentagonal e pirâmide pentagonal.

7. Numa aula de Matemática, a professora desenhou no quadro dois quadrados, A e B . O lado do quadrado A mede 10 cm. A professora informou que o comprimento do lado do quadrado B tinha mais 10% do que o comprimento do lado do quadrado A . 4

A aluna Cristina disse:

– A área do quadrado B também tem mais 10% do que a área do quadrado A .

A Cristina tem razão?

Justifica a tua resposta.

8. Assinala com X a opção que apresenta uma fração equivalente a $\left(\frac{2}{3}\right)^3$. 3

☐ $\frac{6}{9}$
☐ $\frac{8}{27}$
☐ $\frac{8}{3}$
☐ $\frac{6}{3}$

9. Calcula o valor numérico da expressão seguinte.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

6

$$\frac{7}{3} + \frac{8}{5} \times \frac{10}{3} - 2$$

10. Na figura 3, estão representados os pontos A , B e C , sobre uma mesma reta, e um ponto D .
A amplitude do ângulo BAD é 42° e a amplitude do ângulo CBD é 145° .

3

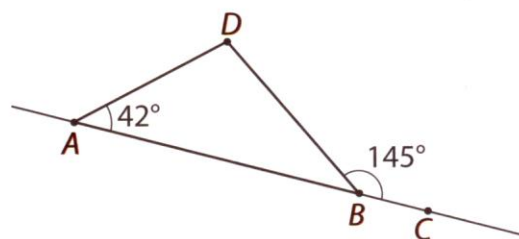


Figura 3

Qual é a amplitude do ângulo ADB ?
Assinala com X a opção correta.

- ☐ 100° ☐ 101° ☐ 102° ☐ 103°

11. A Isa pensou num número natural e disse que esse número obedecia às seguintes condições:
– é maior do que 76 ;
– é menor do que 84 ;
– subtraindo-lhe uma unidade, obtém-se um múltiplo de 7 .

3

Qual foi o número em que a Isa pensou?

Resposta: _____

12. Qual é o menor número natural de quatro algarismos que é divisível por 9 ?
Resposta: _____

3

13. Na figura 4, estão representadas uma mesa e doze cadeiras. As cadeiras sombreadas estão ocupadas e as restantes cadeiras estão livres.

3

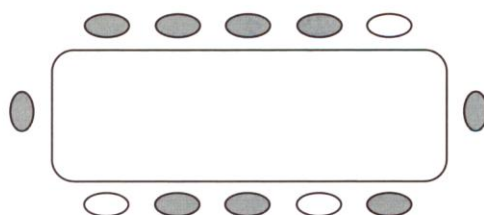


Figura 4

Qual é a fração irredutível que representa a razão entre o número de cadeiras ocupadas e o número total de cadeiras?

Resposta: _____

14. Na figura 5, estão representados um pentágono regular $[ABCDE]$ e um ponto O , que está à mesma distância de todos os vértices do pentágono.

3

Fez-se uma rotação de centro no ponto O e o ponto A foi transformado no ponto D .

Qual é o transformado do ponto C na mesma rotação?

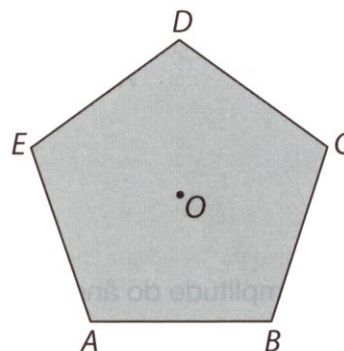


Figura 5

Resposta: _____

15. O Sérgio fez-se sócio de um clube desportivo há mais de um ano. Pagou 7,50 euros pela inscrição e 2,85 euros pela quota mensal. Assinala com X a expressão que representa o valor que o Sérgio pagou nos primeiros 12 meses.

3

☐ $7,50 + 12 \times 2,85$

☐ $12 \times 7,50 + 2,85$

☐ $7,50 + 2,85 + 12$

☐ $17,50 + 2,852 \times 12$

16. Constrói um triângulo cujos lados meçam 10 cm, 12 cm e 14 cm. Utiliza o material de desenho adequado.

5

Nota: Não apagues as linhas auxiliares.

17. Num dado cúbico, sabe-se que o número total de pintas de duas faces opostas é sempre 7 .

3

A figura 6 representa a planificação de um dado cúbico, antes de serem marcadas as pintas nas suas faces.

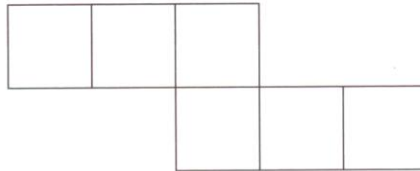
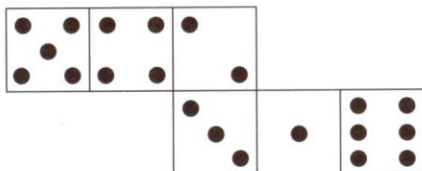
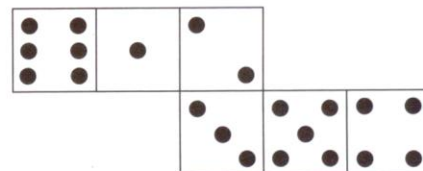
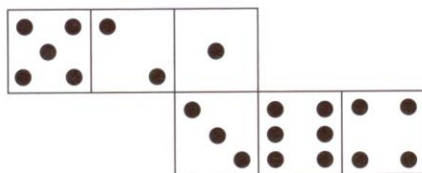
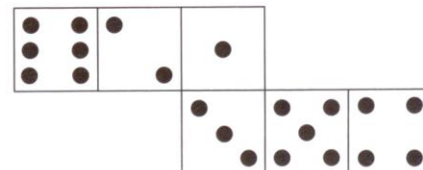


Figura 6

Assinala com X a opção em que as pintas estão marcadas corretamente.

☐

☐

☐

☐


18. No Natal, a Eva e o Paulo receberam livros de presente.

4

Eva – Ao todo, tenho 42 livros .

Paulo – Se me desses $\frac{1}{6}$ dos teus livros, ficaríamos os dois com o mesmo número de livros.

Quantos livros tem o Paulo?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

19. As três expressões seguintes, A , B e C , representam três números diferentes. 3

$$A \rightarrow 4 + 5 \times 2 - 1$$

$$B \rightarrow (4 + 5) \times 2 - 1$$

$$C \rightarrow 4 + 5 \times (2 - 1)$$

Escreve a expressão que representa o menor número.

Resposta: _____

20. Assinala com X a opção que representa um número maior do que 500. 3

☐ $5 : 0,01$

☐ 5×100

☐ $5 : 0,001$

☐ $5 \times 0,001$

21. O Sebastião multiplicou a potência 10^{14} por 1000. 4

Apresenta, na forma de potência de base 10, o resultado da multiplicação que o Sebastião efetuou.

Resposta: _____

22. A Helena marcou no seu caderno três pontos, A , B e C , todos à mesma distância uns dos outros. 5

Qual é, em graus, a amplitude do ângulo CAB ?

Justifica a tua resposta.

23. A Filomena comprou uma piza familiar. Dividiu metade da piza em 6 fatias iguais e comeu 4 dessas fatias. 5

Qual é a fração irredutível que representa a parte da piza que sobrou?

Mostra como chegaste à tua resposta.

Resposta: _____

Fim da prova

Soluções

Números e operações

Página 8

- 1.1. 13 584; 7812; 9900; 1305; 1785 e 1788
 1.2. 7812 e 9900
 1.3. 1305 e 1785

Página 9

2. 18 sacos.
 Cada saco terá cinco pacotes de leite e três pacotes de bolacha.
 3. Cada saco deve *pesar* 120 g.
 Os sacos com pães de menor *peso* têm oito pães cada um.

Página 10

- 4.1. m.d.c. (598, 437) = 23
 4.2. $D_{36} = \{1, 2, 3, 4, 6, 18, 36\}$
 4.3. $\frac{425 : 25}{1225 : 25} = \frac{17}{49}$
 Como m.d.c. (17, 49) = 1, os números são primos entre si.

Página 11

- 5.1. $100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$ ou $100 = 2^2 \times 5^2$
 5.2. $180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ou $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$
 5.3. $252 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 7$ ou $252 = 2^2 \times 3^2 \times 7$
 5.4. $360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$ ou $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$
 5.5. $756 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7$ ou $756 = 2^2 \times 3^3 \times 7$
 5.6. $1225 = 5 \times 5 \times 7 \times 7$ ou $1225 = 5^2 \times 7^2$
 6.1. m.d.c. (a, b) = 60
 m.m.c. (a, b) = 1800
 $a \times b = 60 \times 1800 = 108\,000$

$$\begin{array}{r} 108\,000 \overline{) 108} \\ 000\,000 \quad 1000 \\ \hline \end{array}$$

 É igual a 0.
 6.2. $5 \times 105 = 525$
 $525 : 15 = 35$
 Resposta: $a = 35$

Página 12

- 7.1. $\frac{8}{10}$
 7.3. $\frac{5}{10}$
 7.5. $\frac{2}{10}$
 7.7. $\frac{132}{10}$
 7.2. $\frac{15}{100}$
 7.4. $\frac{8}{100}$
 7.6. $\frac{175}{100}$
 7.8. $\frac{1254}{1000}$

Página 13

- 8.1. 2
 8.3. 2,36
 8.2. 2,4
 8.4. 2,357

Página 14

- 9.1. $\frac{1}{12} = \frac{3}{36} = \frac{7}{84}$
 9.2. $\frac{6}{18} = \frac{3}{9} = \frac{30}{90}$
 9.3. $\frac{6}{24} = \frac{12}{48} = \frac{3}{12}$

Página 15

- 10.1. a) $9\frac{3}{5}$
 c) $17\frac{2}{7}$
 10.2. a) $\frac{14}{3}$
 c) $\frac{108}{7}$
 b) $10\frac{2}{11}$
 d) $11\frac{19}{27}$
 b) $\frac{25}{2}$
 d) $\frac{135}{8}$

Página 17

- 11.1. 30 €
 11.3. 40 km
 12.1. 16,67%
 12.3. 55,56%
 11.2. 60 g
 11.4. 27 dl
 12.2. 27,78%

Página 18

- 13.1. $\frac{2}{105}$
 13.3. $\frac{91}{12}$
 13.2. $\frac{9}{20}$

Página 19

- 14.1. $\frac{6}{7}$
 14.3. $\frac{1}{10}$
 15.1. $\frac{18}{175}$
 15.3. $\frac{12}{5}$
 14.2. $\frac{7}{9}$
 15.2. $\frac{27}{175}$
 15.4. 50

Página 20

- 16.1. 72
 16.3. $\frac{8}{7}$
 16.5. 6
 16.2. $\frac{1}{2}$
 16.4. $\frac{2}{3}$

Página 21

- 17.1. O quociente entre três elevado a sete e dois terços elevado a sete.

$$\frac{3^7}{\left(\frac{2}{3}\right)^7} = \left(\frac{3}{\frac{2}{3}}\right)^7 = \left(3 \times \frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{9}{2}\right)^7$$

- 17.2. O quadrado do quociente entre dois elevado a cinco e dezasseis terços elevado a cinco.

$$\left[2^5 : \left(\frac{16}{3}\right)^5\right]^2 = \left[\left(2 : \frac{16}{3}\right)^5\right]^2 = \left[\left(2 \times \frac{3}{16}\right)^5\right]^2 = \left(\frac{6}{16}\right)^{10} = \left(\frac{3}{8}\right)^{10}$$

- 17.3. O produto elevado a cinco de vinte elevado a quatro por dois elevado a quatro.

$$(20^4 \times 2^4)^5 = (40^4)^5 = 40^{20}$$

- 17.4. O quociente entre três elevado a dois elevado a cinco e o quadrado de três elevado a cinco.

$$3^{2^5} : (3^2)^5 = 3^{32} : 3^{10} = 3^{22}$$

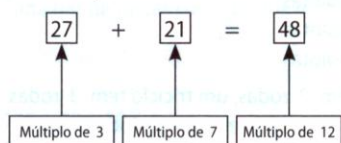
- 18.1. O bolo custou 90 cêntimos.

- 18.2. 1,86 €

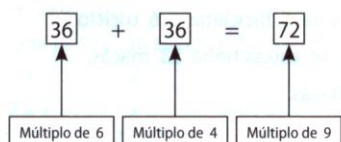
Questões idênticas às da Prova Final

Página 22

- 1.1. Por exemplo:



- 1.2. Por exemplo:



- 1.3.



- 1.4.



2. Sim. Se um dado número natural divide outros dois, então divide também a respetiva soma.

- 3.1. 10

- 3.2. 12

- 3.3. 151

- 3.4. 9

- 4.1. $2 \times 4 + 8 = 8 + 8 = 16$

16 é divisível por 4.

$$2 \times 2 + 4 = 4 + 4 = 8$$

8 é divisível por 4.

- 4.2. $D = d \times q + r$

$$23\,148 = 9924 \times q + r$$

Divisível por 4

$$23\,148 - 9924 \times q = r$$

Divisível por 4 Divisível por 4

Se um dado número natural divide outros dois, então divide também a respetiva diferença.

- 4.3. $23\,148 \mid 9924$

$$3\,300\,2$$

3300 é divisível por 4 porque termina em 00.

- 5.1. m.d.c.(345, 385) = 15

Os divisores comuns de 345 e 385 são 1, 3, 5 e 15.

- 5.2. m.d.c.(640, 520) = 40

Os divisores comuns de 640 e 520 são 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 e 40.

- 5.3. m.d.c.(405, 315) = 45

Os divisores comuns de 405 e 315 são 1, 3, 5, 9, 15 e 45.

- 5.4. m.d.c.(1250, 925) = 25

Os divisores comuns de 1250 e 925 são 1, 5 e 25.

Página 23

- 6.1. m.d.c.(30, 60) = 30

- 6.2. m.d.c.(105, 84) = 21

- 6.3. m.d.c.(1050, 575) = 25

- 6.4. m.m.c.(12, 30) = 60

- 7.1. $2^8 \times 5^8$

- 7.2. $2^9 \times 3^9$

- 7.3. $2^5 \times 3^4 \times 5^4 \times 7^5$

- 7.4. $2^{13} \times 3^4 \times 7^4$

8. 91

- 9.1. 23 e 29 são os números primos maiores que 20 e menores que 30.

$$23 = 5 \times 4 + 3 \text{ e } 29 = 5 \times 5 + 4$$

Resposta: 23

- 9.2. Se o número é múltiplo de 2 e de 3, é múltiplo de 6. O número, múltiplo de 6, maior que 20 e menor que 30 é 24.

- 9.3. 222, 225 e 228 (múltiplos de 3 entre 220 e 230) Como o número é ímpar, é 225.

- 9.4. 65, 70 e 75

$$6 + 5 = 11 \quad 7 + 0 = 7 \quad 7 + 5 = 12$$

(Múltiplo de 5, maior que 60 e menor que 80.)

O número é múltiplo de 3, logo é 75.

Página 24

- 9.5. $\boxed{3} \boxed{5} \boxed{}$

Para ser múltiplo de 3, o algarismo das unidades pode ser 1, 4 ou 7.

Como o número é par, é 354.

- 9.6. Se é múltiplo de 3 e de 5 é múltiplo de 15.
15, 30 e 45 (Múltiplos de 15 menores do que 60.)
 $15 = 4 \times 3 + 3$; $30 = 4 \times 7 + 2$; $45 = 4 \times 11 + 1$
Resposta: 30

10. Se é múltiplo de 3 e de 5, é múltiplo de 15.
15, 30, 45 são múltiplos de 15 menores do que 50.
 $15 = 4 \times 3 + 3$
 $30 = 4 \times 7 + 2$
 $45 = 4 \times 11 + 1$
Resposta: 45 fósforos

11.1. $(38 + 5) \times 3 = (38 \times 3) + (5 \times 3)$

11.2. $(30 + 5) \times 7 = (30 \times 7) + (5 \times 7)$

11.3. $(45 - 3) \times 6 = (45 \times 6) - (3 \times 6)$

11.4. $89 \times 4 = (90 \times 4) - (1 \times 4)$

Página 25

12.1. $12 \times 6 \times 6 = 432$

12.2. $12 + 28 + 28 = 68$

12.3. $120 - 28 - 28 = 64$

12.4. $300 - 50 - 50 = 200$

13.1. $36 + 21 + 23 = 80$

13.2. Por exemplo: $4 \times 2 \times 103 = 824$

13.3. Por exemplo: $100 + 250 + 100 = 450$

13.4. Por exemplo: $195 - 100 - 64 = 31$

13.5. Por exemplo: $320 - 300 + 540 = 560$

13.6. Por exemplo: $18 \times 10 - 60 = 120$

13.7. Por exemplo: $18 \times 20 - 60 = 300$

13.8. $1000 : 0,1 : 10^2 = 100$

14. $2100 : 7 \times 500 = 300 \times 500 = 150\,000$
 $150\,009 > 2100 : (5 + 2) \times 500$

15. 1 e 7

16.1. 18 m^2

16.2. 18 m^2

Página 26

16.3. 53 m^2

16.4. 40 m^2

17. m.d.c. (6, 12, 24) = 6

$6 : 6 = 1 \rightarrow$ verdes

$12 : 6 = 2 \rightarrow$ azuis

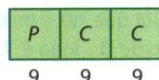
$24 : 6 = 4 \rightarrow$ vermelhos

Resposta: 6 conjuntos. Cada conjunto tem um balão verde, dois azuis e quatro vermelhos.

18. Voltarão a partir ao mesmo tempo às 9 horas.

19.1. $32 - 5 = 27$

$27 : 3 = 9$



Resposta: 18 livros científicos

19.2. O número de livros é múltiplo de 3 e de 4, logo é um múltiplo de 12.

12, 24, 36, 48, 50, 62, ...

$48 = 5 \times 9 + 3$

Resposta: 48 livros

Página 27

20.1. $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

20.2. $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$

20.3. $840 = 2^3 \times 3 \times 5 \times 7$

21. Múltiplos de 4 superiores a 50 e inferiores a 72:

52 56 60 64 68

$52 = 7 \times 7 + 3$

$56 = 7 \times 8$

$56 = 7 \times 8 + 4$

$64 = 7 \times 9 + 1$

$68 = 7 \times 9 + 5$

Resposta: 64 músicos

22. $2,3 - 0,5 = 1,8$

$1,8 \times 2 = 3,6$

Resposta: 3,6 km

23.1. $2 \times 3,75 + 3 \times 1,35 = 7,5 + 4,05 = 11,55$

Resposta: 11,55 euros

23.2. 81 euros

Página 28

24. Esquilo A: 72 bolotas

Esquilo B: 60 bolotas

Esquilo C: 48 bolotas

25. Uma bicicleta tem 2 rodas; um triciclo tem 3 rodas.
Um triciclo mais uma bicicleta têm 5 rodas.

$30 : 5 = 6$

Como o número de triciclos é igual ao número de bicicletas, na loja há 6 bicicletas e 6 triciclos.

26.1. Cada uma das 14 caixas tinha 23 maçãs.

26.2. Sobraram 8 maçãs.

27. 180 euros

28. Uma manga custa 2 euros.

Página 29

29. A Ana tem de esperar 9 semanas.

30.1. Três vasos do tipo B.

30.2. Dois vasos do tipo C.

31. $60 - 30 = 30$

O Alexandre ficou com mais 30 € do que a Ana.

$2 \times 30 = 60$

O Alexandre ficou com 60 € e a Ana ficou com 30 €.

$60 + 30 = 90$ e $30 + 60 = 90$

Antes de irem às compras tinham 90 €, cada um.

32. $\frac{5}{8} + \frac{2}{5} = \frac{25}{40} + \frac{16}{40} = \frac{41}{40}$
($\times 5$) ($\times 8$)

$\frac{41}{40} > 1$

O Henrique tem razão porque $\frac{5}{8} + \frac{2}{5}$ corresponde a mais do que uma piza.

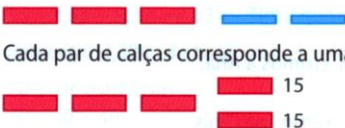
Página 30

33. 1013,60 €
 34.1. 150 €
 34.2. 20 crianças
 35.1. 5,50 €
 35.2. 3,50 €
 36. A mãe da Inês comprou 7 kg de bananas.

Página 31

37. 450 g
 38. 7,15 m
 39.1. 3,23%
 39.2. $465 - 15 = 450$
 $450 : 6 = 75$
 $75 \times 3,5 = 262,5$
 Resposta: 262,50 €

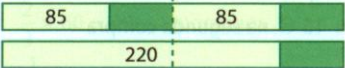
40. 24 moedas

41. Camisas Calças

 Cada par de calças corresponde a uma camisa mais 15 €.

$135 - 30 = 105$
 $105 : 5 = 21$
 Cada camisa custa 21 €.
 $21 + 15 = 36$
 Cada par de calças custa 36 €.

42. A B C
 $2 \times x$ x $x + 70$
 $1720 - 70 = 1650$
 $1650 : 4 = 412,50$
 O António tem: $(2 \times 412,50) \text{ €} = 825 \text{ €}$
 O Bernardo tem 412,50 €
 O Carlos tem: $(412,50 + 70) \text{ €} = 482,50 \text{ €}$

Página 32

43.

 $220 - 2 \times 85 = 50$
 Logo,  representa 50 euros.
 Cada um recebeu de presente 50 euros.

44. Ana Alex Adriana
 11 $x + x + x$ x
 $51 - 11 = 40$
 $40 : 4 = 10$
 $10 + 10 + 10 = 30$
 O Alex tem 30 cromos

- 45.1. Em média, a Ana pagou 0,59 € por objeto.
 45.2. A Teresa pode comprar uma caixa de 12 bolas e duas caixas de 4 laços.
 46.1. Por exemplo: $4,66 = \frac{466}{100} = \frac{233}{50}$
 46.2. Por exemplo: $12,3 = \frac{123}{10}$

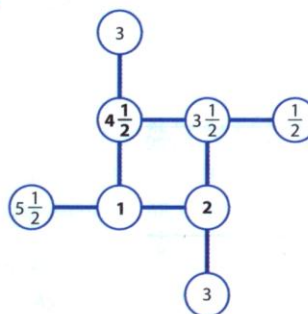
Página 33

- 47.1. $\frac{3}{10}$ 47.2. $\frac{23}{12}$
 47.3. $\frac{41}{6}$ 47.4. $\frac{19}{10}$
 47.5. $\frac{5}{4}$ 47.6. $\frac{12}{5}$
 47.7. $\frac{9}{2}$ 47.8. $\frac{1}{120}$
 47.9. $\frac{3}{4}$ 47.10. 4
 47.11. 5 47.12. 4
 47.13. 1 47.14. 7
 47.15. $\frac{2}{5}$ 47.16. $\frac{3}{49}$
 47.17. $\frac{13}{6}$ 47.18. $\frac{31}{10}$

- 48.1. $(7^2)^4 = 7^2 \times 7^2 \times 7^2 \times 7^2 = 7^{2 \times 4} = 7^8$
 48.2. $(b^2)^4 = b^2 \times b^2 \times b^2 \times b^2 = b^{2 \times 4} = b^8$
 48.3. $(a \times b)^5 = (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) = a \times a \times a \times a \times a \times b \times b \times b \times b \times b = a^5 \times b^5$
 48.4. $\frac{5^8}{5^2} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 1 \times 1 \times 5^6 = 5^6$
 49. $\frac{5^3}{8^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{8 \times 8 \times 8} = \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} \times \frac{5}{8} = \left(\frac{5}{8}\right)^3$
 50. 12 h 30 min
 51. 3^6

Página 34

- 52.



53. Por exemplo:
 53.1. $\frac{1}{4} < \frac{3}{7} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$

53.2. $\frac{3}{5} < \frac{2}{3} < \frac{7}{8} < \frac{11}{10} < 1\frac{1}{3}$

54.1. 0,54 e 1,26

54.2. 1,68

55.1. 360

55.2. $\frac{1}{24}$

Página 35

56.1. $\frac{5}{10}$ e $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{4}$ e $\frac{15}{20}$

56.2. $\frac{6}{7}$

57.1. 0,08 e 0,5

57.2. $0,08 < 0,16 < 0,19 < 0,32 < 0,49 < 0,5$

58.1. $8,45 < 8,5 < 9,36 < 9,4$

58.2. $2,14 < 2,2 < 3,07 < 3,1$

58.3. $0,6 < 70\% < \frac{3}{4} < \frac{2}{2}$

58.4. $0,2\% < 23,2\% < 1\frac{5}{7} < 2,3 < 2\frac{1}{3}$

59. 1,000 01

60. $\frac{13}{50}$ do corpo do João não é água.

Página 36

61.1. $\frac{4}{5}$

61.2. $\frac{5}{6}$

61.3. $1\frac{5}{6} + 1\frac{9}{10}$

62.1. 17 280 s

62.2. 7920 s

62.3. 2,3 h

62.4. 95 h

63.1. a) 50 h 12 min 13 s

b) 25 h 4 min 57 s

63.2. $43\ 212\ s : 60 = 720,2\ min = 720\ min\ 12\ s = (720 : 60)\ h\ 12\ s = 12\ h\ 12\ s$

63.3. 33 min e 26 s

64.1. <

64.2. <

64.3. =

64.4. >

65. A escadaria tem 24 degraus.

66. $5\frac{1}{2}$

Página 37

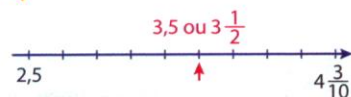
67.1. a)



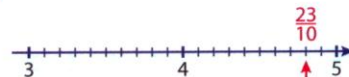
b)



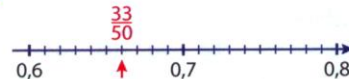
c)



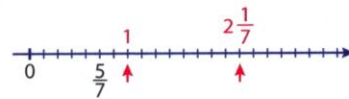
67.2.



67.3.



67.4.



67.5. $A = \frac{1}{4}$; $B = 0,75$; $C = 1\frac{1}{2}$; $D = 2,125$

Página 38

68. 10 amêndoas

69. 15 cm

70. 75 L

71. $46 - 19 = 27$

O Duarte deu 27 cromos.

$\frac{2}{3} \times 27 = 18$

O Duarte deu 18 cromos à Ana.

$27 - 18 = 9$

O Duarte deu 9 cromos ao Dinis.

72. 117 balões.

73. 14,46 euros

Página 39

74.1. a) A parte do dinheiro que sobrou ao Rui depois de comprar três candeeiros.

b) A parte do dinheiro do Rui que utilizou na compra da caixa de velas.

c) A parte do dinheiro que o Rui gastou na compra dos três candeeiros e na caixa de velas.

74.2. a) 10 euros b) 6 euros

75. 75 páginas

76. Primeira compra: $\frac{3}{8} \times 40 = 15$

A Adriana gastou 15 € na primeira compra.

Segunda compra: $\frac{2}{5} \times 40 = 16$

A Adriana gastou 16 € na segunda compra

$40 - 15 - 16 = 9$

$\frac{1}{3} \times 9 = 3$

A Adriana gastou 3 € no lanche.

77. Se a Carla tem razão é porque o chocolate da Carla era maior que o chocolate da Sara.

Chocolate da Carla



Chocolate da Sara



Ambas comeram metade do seu chocolate, mas a Carla comeu mais quantidade de chocolate do que a Sara.

78.

Representa o dinheiro do Nuno



Representa o dinheiro do Gaspar



O livro custou tanto como o CD.

Ou

O Nuno tinha 30 € e o Gaspar 40 €.

O Nuno gastou 10 €. $\left(\frac{1}{3} \times 30 = 10\right)$ no livro. O Gaspar

10 € $\left(\frac{1}{4} \times 40 = 10\right)$ no CD.

79.

Cesto A: 102 nozes

Cesto B: 123 nozes

Cesto C: 75 nozes

Cesto D: 60 nozes

80.

$16 - 4,35 = 11,65$ ← Tinta restante

$0,8 \times 11,65 = 9,32$ ← Tinta que gastou na pintura da parede

$16 - 4,35 - 9,32 = 2,33$ ← Tinta que sobrou

Resposta: 2,33 L de tinta

81.

70% de estrelicias

$70 - 30 = 40$

40% corresponde a 100.

$100 : 0,4 = 250$

Resposta: 250 plantas

82.1. Representa a parte dos frutos que são cerejas.

82.2. Representa o número de frutos que são morangos ou framboesas.

82.3. 1.º processo

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) \times 60 = \left(\frac{20}{30} + \frac{3}{30}\right) \times 60 = \frac{23}{30} \times 60 = 46$$

2.º processo

$$\left(\frac{2}{3} + \frac{1}{10}\right) \times 60 = \frac{2}{3} \times 60 + \frac{1}{10} \times 60 = 40 + 6 = 46$$

82.4.

$\frac{2}{3} \times 60 = 40$ ← morangos

$\frac{1}{10} \times 60 = 6$ ← framboesas

$60 - 40 - 6 = 14$ ← cerejas

83.

$\frac{3}{8}$ corresponde a 30 páginas.

$$30 : \frac{3}{8} = 30 \times \frac{8}{3} = 80$$

O livro tem, no total, 80 páginas.

$$\frac{1}{5} \times 80 = 16$$

$$30 - 16 = 14$$

Resposta: No sábado leu mais 14 páginas do que no domingo.

$$84.1. 7 \times 1\frac{1}{2} = 7 \times \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10\frac{1}{2}$$

Resposta: 10,5 latas

$$84.2. 22 : 10 = 2,2 = 2 + 0,2 = 2 + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{5}$$

Resposta: Pesa 40 kg.

85. O Filipe gastou 74,48 €.

86. 2 h 18 min

87. 15 casas

88.1. 16 m

88.2. 84 m

89. 26 iogurtes

90. 200 L

91. 100 hortênsias

92. Área do retângulo $A = (10 \times 20) \text{ m}^2 = 200 \text{ m}^2$

Área do retângulo $B = (5 \times 10) \text{ m}^2 = 50 \text{ m}^2$

Não, porque $50\% \times 200 \text{ m}^2 = 100 \text{ m}^2$ e não 50 m^2 .

93.1. Pode ter 2, 3 ou 6 rotundas.

93.2. Cada rotunda ficou com 6 azevinhos, 3 oliveiras e 2 pinheiros.

94. A Helena precisa de comprar 6 molhos de gerbérias, 3 de tulipas e 2 de rosas.

95. 41 cromos

96. O Tomás

Azuis	Vermelhos	Verdes	Amarelos
$\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$	$\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$	$\frac{3}{15}$	$\frac{1}{15}$

97. 42 vasos verdes

Geometria

1.1. Por exemplo, $[AB]$ e $[DC]$.

1.2. Por exemplo, $\vec{BA}$ e $\vec{DC}$.

1.3. Por exemplo, $\vec{HG}$ e $\vec{FG}$.

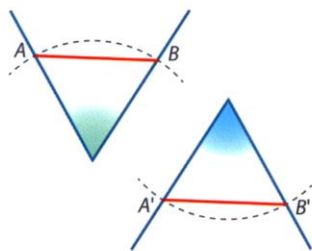
1.4. Por exemplo, $\vec{AB}$ e $\vec{BC}$

2.1. a) 45 310" b) 72 032"

2.2. a) 1° 46' 13" b) 57° 36'

2.3. 47° 48'

3.



$$\overline{AB} = \overline{A'B'}$$

Logo, os ângulos são iguais.

- 4.1. a) Por exemplo: GEF e CEG .
 b) Por exemplo: BDC e CDE .
 c) Por exemplo: BDC e EDA .

4.2. $57^\circ 32' 47''$

- 5.1. Maior lado: 16 cm
 Soma dos comprimentos dos outros dois lados:
 $(8 + 9) \text{ cm} = 17 \text{ cm} (> 16 \text{ cm})$
 Logo, é possível construir o triângulo.
- 5.2. Maior lado: 12 cm
 Soma dos comprimentos dos outros dois lados:
 $(5 + 12) \text{ cm} = 17 \text{ cm} (> 12 \text{ cm})$
 Logo, é possível construir o triângulo.
- 5.3. Maior lado: 17,2 cm
 Soma dos comprimentos dos outros dois lados:
 $(8,5 + 7,8) \text{ cm} = 16,3 \text{ cm} (< 17,2 \text{ cm})$
 Logo, não é possível construir o triângulo.

6. $\hat{x} = 122^\circ 18'$
 7. $\hat{x} = 116^\circ 26'$

8. $180^\circ - 102^\circ - 20^\circ = 58^\circ$
 O triângulo tem três ângulos de amplitudes diferentes.
 Logo, é um triângulo escaleno.
 O triângulo tem um ângulo obtuso.
 Logo, é um triângulo obtusângulo.

9. $\hat{x} = 119^\circ 38'$
- 10.1. As retas a e b não são paralelas, porque os ângulos correspondentes têm amplitudes diferentes:
 $49^\circ 20' \neq 49^\circ 3'$
- 10.2. As retas c e d são paralelas, porque os ângulos de amplitudes $49^\circ 3'$ e $130^\circ 57'$ são ângulos suplementares e, portanto, são ângulos de lados paralelos.

11. Os ângulos a e b são suplementares, porque são ângulos de lados perpendiculares, sendo um deles agudo e o outro obtuso.

12. O triângulo $[ABC]$ é um triângulo retângulo e isósceles. Logo, os ângulos agudos são iguais e têm cada um $90^\circ : 2 = 45^\circ$ de amplitude.
 Assim $\hat{ACB} = 45^\circ$ e $\hat{ECD} = 45^\circ$, porque os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude.
 $\hat{x} = 180^\circ - 68,3^\circ - 45^\circ$, porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.
 $\hat{x} = 135^\circ - 68^\circ 18'$
 Logo, $\hat{x} = 66^\circ 42'$.

- 13.1. a) $\hat{BAD} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$
 b) $\hat{EBC} = 52^\circ$
- 13.2. $\hat{ACB} = \hat{DCE}$, porque são ângulos alternos internos determinados por uma secante em duas retas paralelas.
 $\hat{CBA} = \hat{CED}$, porque são ângulos alternos internos determinados por uma secante em duas retas paralelas.
 $\overline{ED} = \overline{AB}$. Logo, pelo critério ALA, os dois triângulos são iguais, porque têm de um para o outro um lado igual e os ângulos adjacentes a esse lado iguais.
- 14.1. $\overline{AO} = \overline{OB} = \overline{OC}$, porque são raios da circunferência de centro O .
 $\hat{AOB} = \hat{BOC}$. Logo, pelo critério LAL, os dois triângulos são iguais, porque têm de um para o outro um ângulo igual e os lados que o formam iguais.
- 14.2. Para mostrar que o triângulo $[ABC]$ é equilátero pode mostrar-se que tem os três lados iguais ou que tem os três ângulos internos iguais a 60° .
 Vamos mostrar que os triângulos têm os três lados iguais.
 $\overline{AB} = \overline{BC}$, porque os triângulos $[ABO]$ e $[BOC]$ são iguais e, neste caso, a ângulos iguais opõem-se lados iguais.
 Os triângulos $[ABO]$ e $[AOC]$ também são iguais pelo critério LAL, pelo que $\overline{AB} = \overline{AC}$. Como $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$, o triângulo $[ABC]$ é um triângulo equilátero.

15. Lado do quadrado X : $(125 : 4) \text{ m} = 31,25 \text{ m}$
 Lado do quadrado Y : $(175 : 4) \text{ m} = 43,75 \text{ m}$
 Lado do quadrado Z : $(31,25 + 43,75) \text{ m} = 75 \text{ m}$
 Lado do quadrado $[ABCD] = (75 + 43,75) \text{ m} = 118,75 \text{ m}$
 Perímetro da horta: $(4 \times 118,75) \text{ m} = 475 \text{ m}$
16. $85,0 \text{ cm}^2$

- 17.1. a) O prisma tem 16 faces laterais.
 b) O prisma tem 18 faces.
- 17.2. $3 \times n$ ou $3n$
- 17.3. $3439,2 \text{ cm}^2$

Página 69

18.1. Por exemplo, prisma quadrangular e pirâmide hexagonal: ambos os sólidos têm 12 arestas.

18.2. $2 \times n$ ou $2n$

18.3. a) 900 cm^2

b) 1588 cm^2

Página 70

19. $12 - 2 = 10$

A pirâmide tem 10 arestas.

Trata-se de uma pirâmide pentagonal.

20.1. O polígono da base do prisma tem 150 lados.

O número de arestas laterais do prisma é 150.

O número total de arestas do prisma é $3 \times 150 = 450$.

20.2. O polígono da base tem 150 lados.

O número de arestas laterais da pirâmide é 150.

O número total de arestas da pirâmide é $2 \times 150 = 300$.

Página 73

21.1. a) Cone

b) Área do círculo $= (\pi \times 62) \text{ cm}^2$
 $= 36\pi \text{ cm}^2$

$$360^\circ \text{ — } 36\pi$$

$$120^\circ \text{ — } x$$

$$x = \frac{120^\circ \times 36\pi}{360^\circ} \text{ cm}^2 = 12\pi \text{ cm}^2$$

21.2. Área do círculo $= 3,1416 \times 5^2 \text{ cm}^2$
 $= 78,54 \text{ cm}^2$

$$360^\circ \text{ — } 78,54$$

$$x \text{ — } 43,63$$

$$x = \frac{360^\circ \times 43,63}{78,54} = 199,984 \text{ } 72^\circ \dots$$

$$x = 200,0^\circ$$

Página 74

21. Planificação B

Página 75

23. Volume do paralelepípedo retângulo:

$$(6 \times 10 \times 8) \text{ cm}^3 = 480 \text{ cm}^3$$

Volume do semicilindro:

$$\frac{3,1416 \times 5^2 \times 8}{2} \text{ cm}^3 = 314,16 \text{ cm}^3$$

Volume do sólido:

$$(480 + 314,16) \text{ cm}^3 = 794,16 \text{ cm}^3$$

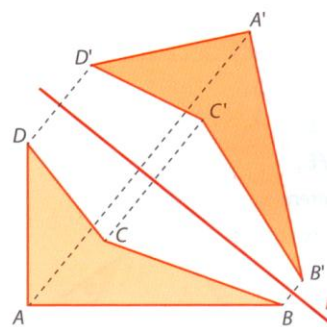
Resposta: $794,2 \text{ cm}^3$

24. 5 cubinhos

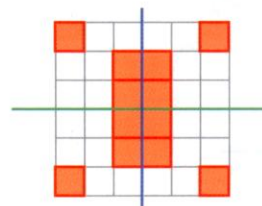
25. $84 \text{ } 198 \text{ mm}^3$

Página 77

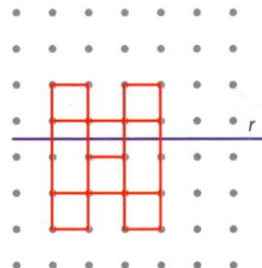
26.



27.

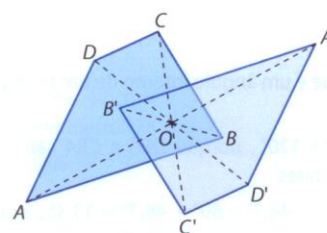


28.



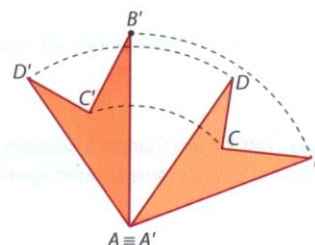
Página 78

29.



Página 79

30.



Página 81

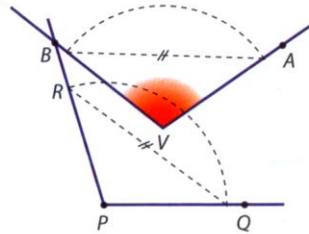
- 1.1. a) Por exemplo, $[AB]$ e $[BC]$.
 b) Por exemplo, $\hat{CD}$ e $\hat{FA}$.
 c) Por exemplo, $\hat{DCB}$.
 d) Por exemplo, $\hat{AFE}$.

1.2. As retas são concorrentes.

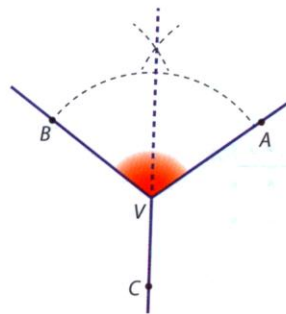
1.3. A opção correta é 36 cm^2 .

2.1. 105°

2.2.



2.3.



3. $\hat{CAE} = 82^\circ$

Página 82

4. $\hat{ACB} = 80^\circ 32'$

5.1. $\hat{CBA} = 60^\circ$, porque é um ângulo interno de um triângulo equilátero.

5.2. $\hat{DBC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$, porque $\hat{DBC}$ e $\hat{CBA}$ são ângulos suplementares.

5.3. $\hat{BCD} = 180^\circ - 120^\circ - 46,7^\circ = 60^\circ - 46,7^\circ = 13,3^\circ$, porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.

6.1. Os triângulos $[ADC]$ e $[DBC]$ são iguais pelo critério LLL de igualdade de triângulos.

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{DB}$ e $[CD]$ é um lado comum aos dois triângulos.

6.2. $\hat{x} = 20^\circ$

7.1. $\overline{AC} = \overline{AD}$. O triângulo $[DAC]$ é um triângulo isósceles. Num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais, pelo que $\hat{ACD} = \hat{CDA}$.

7.2. 106°

Página 83

8. 35°

9.1. a) alternos externos

b) correspondentes

c) verticalmente opostos

d) alternos internos

9.2. a) Dois ângulos de lados paralelos, sendo um agudo e outro obtuso são suplementares.

Como $130^\circ + 50^\circ = 180^\circ$, os ângulos têm os lados paralelos. Logo, as retas FD e CG são paralelas.

b) $\hat{DBE} = 50^\circ$; $\hat{GAH} = 50^\circ$; $\hat{HAC} = 130^\circ$; $\hat{ABD} = 130^\circ$

10. 32°

Página 84

11.1. $\hat{EAD} = \hat{DEA}$, porque, num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.

$$\hat{EAD} = \hat{DEA} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ$$

O triângulo $[AED]$ é equilátero porque tem os três ângulos internos com a mesma amplitude (60°).

11.2. $\hat{BED} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

11.3. Os ângulos $\hat{DEA}$ e $\hat{EDC}$ são alternos internos determinados por uma secante (DE) em duas retas paralelas (DC e AB), logo, têm a mesma amplitude (60°).

11.4. $\hat{DCF} = 180^\circ - 60^\circ - 30^\circ = 90^\circ$

12. $\hat{ACB} = 128^\circ - 38^\circ = 90^\circ$, porque um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes.

$\hat{x} = \hat{ACB} = 90^\circ$, porque são ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.

13.1. a) Por exemplo, $\hat{AGC}$ e $\hat{EFG}$.

b) Por exemplo, $\hat{EDC}$ e $\hat{FCB}$.

c) Por exemplo, $\hat{EFG}$ e $\hat{BFC}$.

13.2. $\hat{CBF} = \hat{CAG} = 50^\circ$, porque são ângulos correspondentes determinados por uma secante num par de retas paralelas.

$\hat{BFC} = \hat{EFG} = 80^\circ$, porque são ângulos verticalmente opostos.

$\hat{FCB} = 180^\circ - 80^\circ - 50^\circ = 50^\circ$, porque a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.

$\hat{EDB} = \hat{FCB} = 50^\circ$, porque são ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.

Página 85

14.1. $\hat{EBC} = 68^\circ 51'$

14.2. $\hat{CBA} = 180^\circ - 68^\circ 51' = 111^\circ 9'$, porque $\hat{EBC}$ e $\hat{CBA}$ são ângulos suplementares.

14.3. $\hat{BAD} = \hat{EBC} = 68^\circ 51'$, porque são ângulos correspondentes determinados por uma secante em duas retas paralelas.

15.1. BGF

16. 31°

17.1. 2,5 ou $\frac{5}{2}$

15.2. 15°

17.2. 1,5 ou $\frac{3}{2}$

Página 86

18. É o triângulo R.

- O triângulo S tem os ângulos iguais ao triângulo A, mas tal não significa que os dois triângulos sejam iguais, pois um pode ser uma ampliação do outro.
- O triângulo T e o triângulo P têm um lado igual a 7,2 cm mas os respectivos ângulos adjacentes não são iguais aos ângulos adjacentes ao lado que mede 7,2 cm no triângulo A.

19.1. Os triângulos são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais (critério LLL).

$\overline{AD} = \overline{BC}$, porque são lados opostos de um retângulo.

$\overline{DE} = \overline{CF}$, porque são lados opostos de um paralelogramo.

$\overline{AE} = \overline{BF}$, porque $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$, $\overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE}$ e

$\overline{BF} = \overline{BE} + \overline{EF}$ (lados opostos de um retângulo e de um paralelogramo são iguais).

19.2. $\overline{AB} = \overline{EF}$; $\overline{BE} = \frac{6}{5} \times 10 = 12$

$$\frac{\text{Área do retângulo } [ABCD]}{\text{Área do triângulo } [BCF]} = \frac{10 \times \overline{BC}}{(12 + 10) \times \overline{BC}} = \frac{10}{11}$$

19.3. Área do retângulo $[ABCD] = \overline{AB} \times \overline{BC}$
 Área do paralelogramo $[EFCD] = \overline{EF} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$
 Logo, os dois quadriláteros têm a mesma área, pelo que são equivalentes.

20. No triângulo $[ABC]$, o ângulo BAC tem amplitude 36° .
 No triângulo $[ADC]$, o ângulo ACD tem amplitude 36° .
 O lado $[AC]$ é comum aos dois triângulos.

$$\overline{AB} = \overline{CD}$$

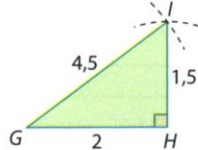
Os triângulos são iguais pelo critério LAL (dois triângulos são iguais quando têm, de um para o outro, um ângulo igual e os lados que o formam iguais).

Página 87

21.1. Os triângulos são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais.

21.2. $\widehat{CBA} = \widehat{EDF}$; $\widehat{BAC} = \widehat{FED}$ e $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$

21.3. Área do triângulo $[ABC] = \frac{4 \times 3}{2} = 6$

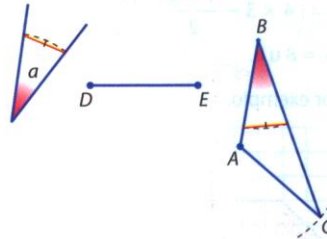


$$\text{Área do triângulo } [GHI] = \frac{2 \times 1,5}{2} = 1,5$$

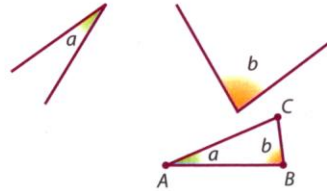
$$1,5 \times 4 = 6$$

Resposta: A área do triângulo $[ABC]$ é igual ao quádruplo da área do triângulo $[GHI]$.

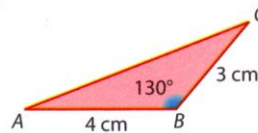
22.



23.

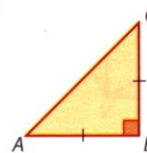


24.1.



O triângulo $[ABC]$ é escaleno e obtusângulo.

24.2.



O triângulo $[ABC]$ é isósceles e retângulo.

Página 88

25.1. C

25.2. B

26.1. Não é possível.

26.2. $0,1 \text{ m}^2$

27.1. 11

27.2. 14

27.3. Área: 12 cm^2
 Perímetro: 78 cm

28.1. $0,09 \text{ m}^2$

28.2. 2 m^2

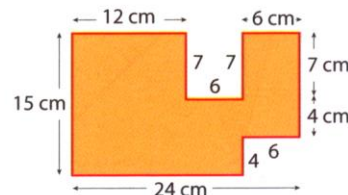
Página 89

29. $2,6 \text{ m}^2$

30. $\overline{EF} = 15 \text{ cm}$

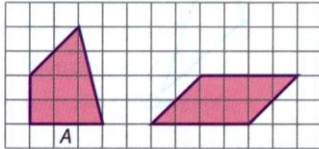
31.1. Área da figura = $[(24 \times 15) - 6 \times 7 - 4 \times 6] \text{ cm}^2 = 294 \text{ cm}^2$

31.2. Perímetro da figura = $(2 \times 15 + 2 \times 24 + 7 + 7) \text{ cm} = 92 \text{ cm}$



32. Área da figura $A = \left(4 \times 3 - \frac{1 \times 4}{2} - \frac{2 \times 2}{2}\right) \text{ u.a.} = (12 - 2 - 2) \text{ u.a.} = 8 \text{ u.a.}$

Assim, temos, por exemplo:



Página 90

33. $164,4 \text{ cm}^2$

34.1. Representa o dobro da medida da área do triângulo.

34.2. a) $\widehat{BCD} = 180^\circ - 2 \times 25^\circ = 130^\circ$

b) $\widehat{CBA} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$

35.1. $88,5 \text{ cm}$

35.2. $196,4 \text{ cm}^2$

36. $0,6 \text{ cm}$

Página 91

37.1. $67,5^\circ$

37.2. $173,76 \text{ cm}^2$

38. 10 cm

39.1. $56,5 \text{ cm}$

39.2. $226,2 \text{ cm}^2$

Página 92

40.1. 72°

40.2. a) $\overline{OB} = \overline{OC}$

Num triângulo isósceles, a altura relativa ao lado diferente está contida na bissetriz do ângulo formado pelos lados iguais. Logo, OM é a bissetriz do ângulo BOC .

b) Os triângulos $[BOM]$ e $[MOC]$ são iguais pelo critério LAL. Logo, $\overline{MB} = \overline{MC}$, porque, em triângulos iguais, a ângulos iguais opõem-se lados iguais.

A reta OM é perpendicular ao segmento de reta $[BC]$ no seu ponto médio, logo, é a mediatriz de $[BC]$.

40.3. a) $134\,679,1 \text{ m}^2$ b) $43\,273,7 \text{ m}^2$

41. A figura com as medidas 3 cm , 3 cm e 1 cm .

42.1. Prisma hexagonal

42.2. Nove faces laterais

42.3. a) $144 : 3 = 48$

$48 \times 2 = 96$

O prisma tem 96 vértices.

b) $144 : 2 = 72$

A pirâmide tem 73 faces.

43. Figura C

Página 93

44. 64 cm^3

45. $16\,000 \text{ cm}^3$

46. $3,3 \text{ m}^3$

47. Área da base $= \frac{5 \times 4}{2} \text{ cm}^2 = 10 \text{ cm}^2$

$80 : 10 = 8$

Logo, $a = 8 \text{ cm}$.

Página 94

48. $V_A = (\pi \times 5^2 \times 10) \text{ cm}^3$

$V_A = 250\pi \text{ cm}^3$

$V_B = (\pi \times 10^2 \times 5) \text{ cm}^3$

$V_B = 500\pi \text{ cm}^3$

$500\pi > 250\pi$

O cilindro B tem maior volume do que o cilindro A.

49.1. $42,42 \text{ cm}^3$

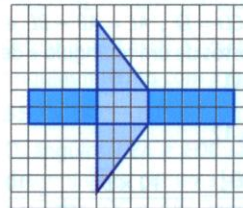
49.2. $21,20 \text{ cm}^3$

49.3. $0,5$

49.4. $58,5 \text{ cm}$

50.1. 12 cm^3

50.2.



Página 95

51.1. $V = \left(\frac{6 \times 10 \times 8,66}{2} \times 20\right) \text{ cm}^3 = 5196 \text{ cm}^3$

51.2. $56,08 \text{ cm}$

52.1. $2,0 \text{ cm}$

52.2. $(4 \times 4 + 3 \times 4 + 5 \times 4) \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$

53. $0,6 \text{ cm}^3$

Página 96

54. $(3000\pi - 2250) \text{ cm}^3$

55.1. $1,4 \text{ L}$

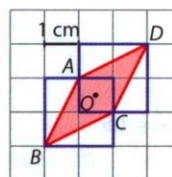
55.2. $5,4 \text{ dl}$ de sumo de ananás;
 $3,6 \text{ dl}$ de sumo de maçã e
 $3,6 \text{ dl}$ de sumo de pera.

56. 5 cm

Página 97

57.1. $2 \times 2 - \frac{2 \times 1}{2} - \frac{2 \times 1}{2} = 2$

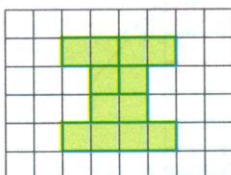
$2 + 2 - 1 = 3$



Resposta: 3 cm

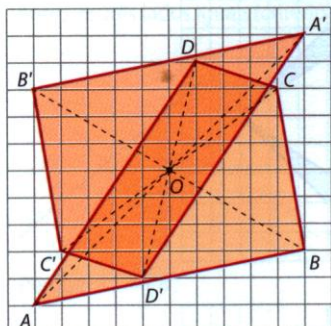
57.2. Duas simetrias de reflexão de eixos AC e BD e duas simetrias de rotação de centro O e amplitudes 180° e 360° .

58.1.

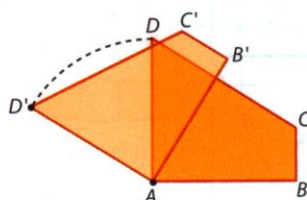


58.2. Duas simetrias de rotação de centro no centro da figura e amplitudes 180° e 360° .

59.



60.



Página 98

61.1. a) Ponto F b) Ponto A c) Ponto A

61.2. Seis simetrias de rotação de centro O e amplitudes 60° , 120° , 180° , 240° , 300° e 360° .

62.1.

Figura	Número de simetrias de reflexão	Número de simetrias de rotação	Área (cm ²)
A	0	4	12
B	0	2	12
C	4	4	21,86
D	1	0	21,195
E	0	2	12
F	4	4	16,86

62.2. Resposta: 20,14 cm

Página 99

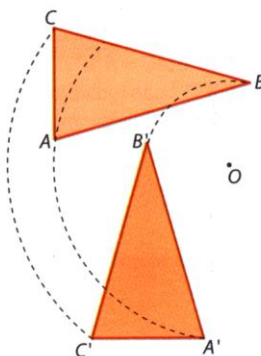
63.1. Vértice F

63.2. Lado $[DE]$

63.3. Três

63.4. 22 cm²

64.1.

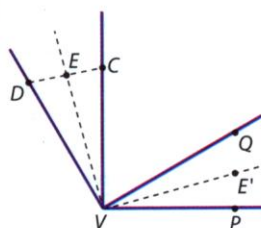


64.2. Uma rotação transforma um segmento de reta noutro com o mesmo comprimento. Logo, $\overline{AB} = \overline{A'B'}$, $\overline{BC} = \overline{B'C'}$ e $\overline{AC} = \overline{A'C'}$.

Assim, pelo critério LLL de igualdade de triângulos, conclui-se que os triângulos $[ABC]$ e $[A'B'C']$ são iguais e que, portanto, o triângulo $[A'B'C']$ é isósceles.

65.1. 90°

65.2.



65.3. a) Os triângulos $[EVC]$ e $[DVE]$ são iguais pelo critério LAL:

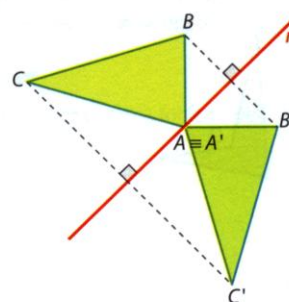
- $\overline{CV} = \overline{DV}$ (enunciado);
- $[VE]$ é um lado comum aos dois triângulos;
- $\widehat{CVE} = \widehat{EDV}$ porque $\overline{VE}$ é a bissetriz do ângulo CVD .

b) Como os triângulos $[DVE]$ e $[EVC]$ são iguais e a ângulos iguais opõem-se lados iguais, então $\overline{DE} = \overline{EC}$.

c) Como $\overline{DE} = \overline{EC}$, e $\overline{VE}$ é a bissetriz do ângulo CVD , então a reta VE é a mediatriz do segmento $[CD]$, pelo que C é a imagem do ponto D por reflexão de eixo VE .

Página 100

66.1.

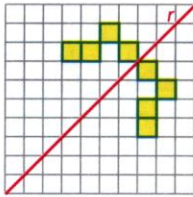


- 66.2. Uma reflexão transforma um segmento de reta noutro com o mesmo comprimento.

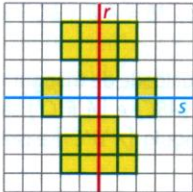
Logo, $\overline{BC} = \overline{B'C'}$, $\overline{AB} = \overline{A'B'}$ e $\overline{AC} = \overline{A'C'}$.

Os triângulos $[ABC]$ e $[A'B'C']$ são iguais pelo critério LLL de igualdade de triângulos.

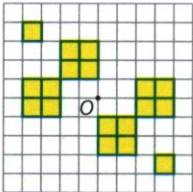
67.1.



67.2.



67.3.



- 68.1. $\dot{QX}$ é a bissetriz do ângulo RQP , pelo que QX é eixo de simetria deste ângulo.

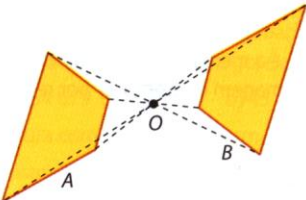
68.2. $100^\circ 18'$

Página 101

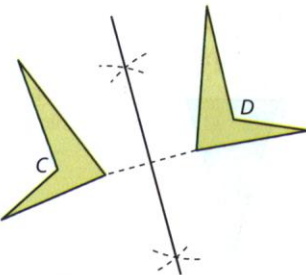
69.1. 80°

69.2. 10 h 40 min

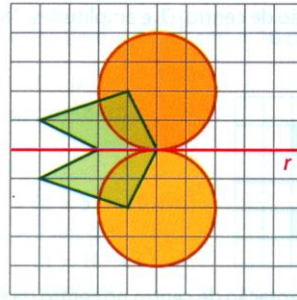
70.1.



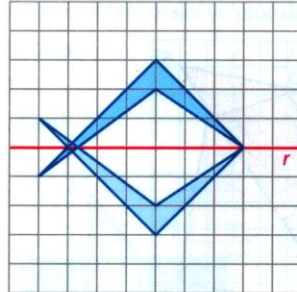
70.2.



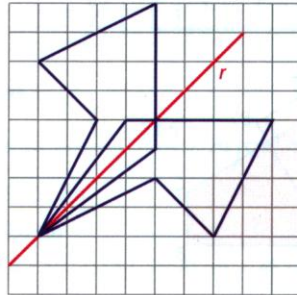
71.1.



71.2.

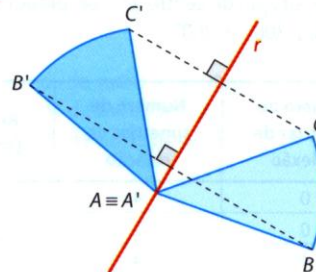


71.3.



Página 102

72.1.



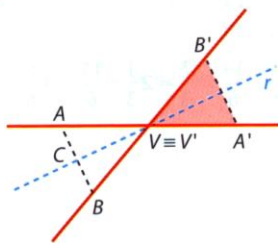
- 72.2. Uma reflexão axial transforma um ângulo noutro geometricamente igual.

72.3. $26,2 \text{ cm}^2$

- 73.1. $\overline{AC} = \overline{CB}$, $\overline{AV} = \overline{VB}$ e o lado $[VC]$ é comum aos dois triângulos, pelo que estes são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais (critério LLL).

- 73.2. Porque é eixo de reflexão do ângulo AVB .

73.3.

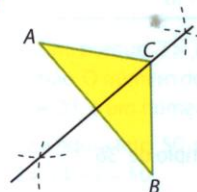


Uma reflexão central transforma um segmento de reta noutro com o mesmo comprimento.

$$\overline{AV} = \overline{A'V'}, \overline{BV} = \overline{B'V'} \text{ e } \overline{AB} = \overline{A'B'}$$

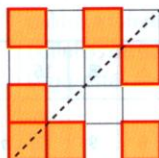
Logo, os triângulos são iguais porque têm, de um para o outro, os três lados iguais (critério LLL).

74.1.



74.2. Porque $\overline{AC} = \overline{CB}$.

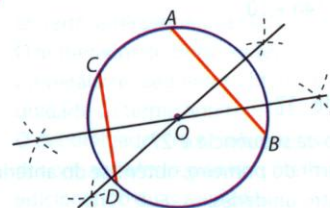
75.



Dois quadrados.

Página 103

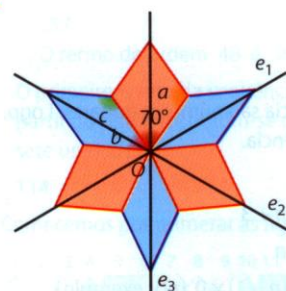
76.1.



76.2. Porque $\overline{OB} = \overline{OA}$ e $\overline{OC} = \overline{OD}$.

77.1. $\hat{a} = 110^\circ$, $\hat{b} = 50^\circ$ e $\hat{c} = 130^\circ$

77.2.



77.3. A figura tem três simetrias de rotação de centro O e amplitudes 120° , 240° e 360° .

78.1. a) $\hat{AOB} = 72^\circ$ b) $\hat{BAO} = 54^\circ$ c) $\hat{AFE} = 36^\circ$

78.2. a) Ponto C
b) Segmento de reta [DE]
c) Triângulo [COD]

79.1. $208,8 \text{ cm}^2$

79.2. OP

79.3. Não

79.4. Triângulo [EFO]

79.5. Segmento de reta [GH]

Álgebra

Página 106

1. $1 + 2 \times n$

Termo	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º
Valor do termo	3	5	7	9	11

O último termo da sequência é $1 + 2 \times 20 = 41$.

2.1.

Número do termo	1	2	3	4	n
Número de quadrados	1	2	3	4	n
Número de triângulos	4	6	8	10	$2n + 2$

2.2. 222 triângulos

Página 107

3.1. 60 círculos

3.2. Cada conjunto de quatro símbolos é formado, sucessivamente, por dois círculos, um quadrado e um triângulo.

$$\begin{array}{r} 302 \overline{) 4} \\ 22 \overline{) 75} \\ 2 \end{array}$$

É o segundo símbolo do conjunto de quatro, ou seja, o círculo.

4. 3, 8, 23, 68, 203

5. O primeiro termo da sequência é 6 e cada termo seguinte obtém-se do anterior adicionando 4. A expressão geradora da sequência é $4 \times n + 2$.

Página 108

6. A melhor compra foi feita pela mãe da Alice.

7. 400 €

Página 109

8.1. a) $20 \times 14 = 280$

$$7 \times 10 = 70$$

Não formam uma proporção.

b) $0,3 \times 20 = 6$

$5 \times 1,2 = 6$

Formam uma proporção.

c) $1\frac{1}{2} \times 1,5 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$

$3 \times \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$

Formam uma proporção.

8.2. $\frac{0,5}{2\frac{1}{2}} = \frac{2}{10}$, porque $\frac{0,5}{\frac{5}{2}} = \frac{5}{10} \times \frac{2}{5} = \frac{2}{10}$.

Página 110

9.1. 112,50 €

9.2. 1 min 14 s

10. 15 euros

Página 112

11.1. $\frac{6}{9} = \frac{4}{x}$; $x = \frac{9 \times 4}{6}$; $x = 6$

11.2. $\frac{50}{3} = \frac{y}{12}$; $y = \frac{50 \times 12}{3}$; $y = 200$

11.3. $\frac{4}{\frac{3}{25}} = \frac{z}{75}$; $z = \frac{4 \times 75}{3}$; $z = \frac{4}{3} \times 3$; $z = 4$

12. 5,6 kg

Página 113

13. $\frac{1}{5} > 0,19 > 0,05 > 3,2\% > 0,02\%$

14. 60%

Página 114

15.1. 2,40 euros

15.2. 27,60 euros

16.1. 2 euros

16.2. 200 g

17. 30%

Página 115

18. A escala utilizada foi de 1 : 8.

19. 2,48 m

Questões idênticas às da Prova Final

Página 116

1.1. 95; 85; 75; 65; 55; 45

1.2. 20; 26; 32; 38; 44; 50

1.3. 13,3; 12,4; 11,5; 10,6; 9,7; 8,8

1.4. $4; 3\frac{1}{2}; 3; 2\frac{1}{2}; 2; 1\frac{1}{2}$

1.5. $\frac{2}{5}; \frac{4}{10}; \frac{6}{15}; \frac{8}{20}; \frac{10}{25}; \frac{12}{30}; \frac{14}{35}$

1.6. $3; \frac{5}{4}; \frac{7}{9}; \frac{9}{16}; \frac{11}{25}; \frac{13}{36}; \frac{15}{49}$

1.7. $4\frac{1}{3}; 3\frac{5}{6}; 3\frac{1}{3}; \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}; \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$

2.1. $3 \times n + 2$

5; 8; 11; 14; 17

2.2. $3 \times n^2$

3; 12; 27; 48; 75

2.3. $\frac{n}{2 \times n + 1}$

$\frac{1}{3}; \frac{2}{5}; \frac{3}{7}; \frac{4}{9}; \frac{5}{11}$

2.4. $\frac{n+2}{n^2}$

$3; 1; \frac{5}{9}; \frac{3}{8}; \frac{7}{25}$

3.1. Quatro termos

3.2. 144, 180 e 216

3.3. Não. O número 990 não é múltiplo de 36.

3.4. $36n - 36$

Página 117

4.1.

Número da figura	1	2	3	4	5	8	16	n
Número de hexágonos azuis	2	3	4	5	6	9	17	$n+1$
Número de hexágonos verdes	2	4	6	8	10	16	32	$2n$

4.2. a) $3n + 1$ b) $4n + 10$

5. $57 - 12 = 45$

$45 : 5 = 9$

12 21 30 39 48 57

6.1. O primeiro termo da sequência é 27.

Cada termo, a partir do primeiro, obtém-se do anterior adicionando quatro unidades.

6.2. Para obter um termo qualquer da sequência, multiplica-se por 4 a ordem do termo e adiciona-se 21 ao resultado: $4n + 21$

Página 118

7.1. 81

7.2. Os termos da sequência são números ímpares. Logo, 108 não é termo da sequência.

7.3. 3^{n-1}

8.1. 5, 7, 9, 11 e 13; $2n + 3$

8.2. 0, 0, 0, 0 e 0; $0 \times n$

8.3. 1, 1, 1, 1 e 1; $1 + (n - 1) \times 0$ (por exemplo)

9.1. 0, 4, 4, 8, 13, 2, 17, 6, 22

9.2. $4,4n - 4,4$

10. 2, 4, 10, 28 e 82

Página 119

11.1.

N.º da figura	N.º de bolinhas de azevinho	N.º de palitos
1	5	4
2	7	6
3	9	8
n	$2n + 3$	$2n + 2$

11.2. a) Sim, porque $2 \times 14 + 3 = 31$.

b) Não. O número de palitos é sempre um número par e 31 é um número ímpar.

11.3. Se a figura tem 50 palitos é a figura 24, porque $2 \times 24 + 2 = 50$.

A figura 24 tem $2 \times 24 + 3 = 51$ bolinhas de azevinho.

Ou

Observando a tabela, verifica-se que o número de palitos é inferior em uma unidade ao número de bolinhas de azevinho.

Logo, estas são 51.

12.1. $\frac{6}{13}$

12.2. $\frac{7}{15}$ é o termo de ordem 7.

12.3. $\frac{n}{2n+1}$

Os termos de sequência são números fracionários.

O numerador do primeiro termo é 1 e cada um dos numeradores seguintes obtém-se adicionando uma unidade ao termo anterior.

O denominador do primeiro termo é 3 e cada um dos denominadores seguintes obtém-se do anterior adicionando duas unidades.

Página 120

13.1. 65, 72 e 79

13.2. a) 387

b) O termo de ordem 48 é 366.

13.3. O primeiro termo da sequência é 37. Cada termo, a partir do primeiro, obtém-se do anterior adicionando sete unidades.

13.4. 114

14. Começemos por numerar as figuras:



14.1. Quadrado amarelo.

14.2. 60 quadrados amarelos e 58 quadrados verdes

14.3. a) Quadrado verde

b) Quadrado verde

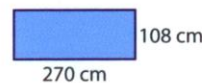
c) Triângulo

d) Círculo

e) Quadrado amarelo

Página 121

15.1. $\frac{270}{108} = \frac{5}{2}$



Resposta: 5 : 2

15.2. 90 azulejos

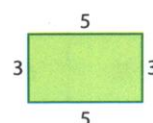
15.3. 11 664 cm²

16. Precisa de 9 tulipas vermelhas.

17.1. Perímetro do terreno: 400 m

$P = 2 \times 5 + 2 \times 3 = 16$

$400 : 16 = 25$ e $3 \times 25 = 75$



Logo, a largura do terreno é igual a 75 m.

17.2. 9375 m²

17.3. 4500 m²

Página 122

18.1. Vamos calcular a razão preço : quantidade.

$\frac{0,80}{4} = 0,2$; $\frac{1,02}{6} = 0,17$

$0,2 > 0,17$

A escolha mais económica é o conjunto de 6 iogurtes.

18.2. Representa o custo de quatro conjuntos de 4 iogurtes e três conjuntos de 6 iogurtes.

18.3. 6,26 €

19.1. Vamos calcular a razão número de habitantes : número de contentores.

Freguesia A: $\frac{10}{2000} = 0,005$

Freguesia B: $\frac{12}{3200} = 0,00375$

$0,005 > 0,00375$

A freguesia A está mais bem servida de conjuntos de contentores por habitante.

19.2. 16 conjuntos de contentores

20. 10 berlines

Página 123

- 21.1. Pano: 1,20 €
 21.2. Caneca: 3,45 £
 22. 2,5 m
 23. Não obtiveram a mesma tonalidade, porque $\frac{3}{4} \neq \frac{5}{6}$.
 24.1. 110 euros
 24.2. 120 L
 24.3. 180 kg
 24.4. 273 m
 25. 3600 euros

Página 124

26. 12%
 27. 40%
 28. Loja A Loja B Loja C
 24 25,5 27,06
 As sapatilhas são mais baratas na loja A.
 29. 900 euros
 30. 800 euros
 31. 7,50 € $\times$ 1,09

Página 125

32. Por exemplo, considerar um objeto que custa 100 euros.
Aumento de 10% seguido de 10%
 O objeto passa a custar 121 €, porque:
 $100 \times 1,1 = 110$
 $110 \times 1,1 = 121$
Aumento de 20%
 $110 \times 1,2 = 120$
 O objeto passa a custar 120 €.
 Logo, um aumento de 10% seguido de um aumento de 10% é superior a um aumento de 20%.
 33. 60%
 34.1. 252
 34.2. 360
 34.3. 38,83% (aproximadamente);
 61,17% (aproximadamente)
 35. $8 \times 4 = 32$
 20% de 32 = $0,2 \times 32 = 6,4$
 30% de 32 = $0,3 \times 32 = 9,6$

Por exemplo



(A resposta podia ser: 7, 8 ou 9 quadrados.)

36. 25%

Página 126

- 37.1. Razão de proporcionalidade direta: $\frac{48}{12} = 4$
 $13 \times 4 = 52$; $25 \times 4 = 100$; $140 : 4 = 35$

X	12	13	25	35
Y	48	52	100	140

- 37.2. 6

- 37.3. 0,05

38. Tabela D

- 39.1. $\frac{0,6}{0,2} = \frac{6}{2} = 3$; $\frac{2,4}{0,8} = \frac{24}{8} = 3$; $\frac{30}{12} = 2,5$; $\frac{45}{15} = 3$

O erro está na coluna $\frac{12}{30}$.

Para corrigir o erro, mantendo o 12, no lugar de 30 terá de estar 36 ou mantendo o 30, no lugar de 12 terá de estar 10.

- 39.2. $s = 3$; $t = \frac{1}{3}$; $3 \times \frac{1}{3} = 1$

- 40.

Número de pessoas	6	2	8
Açúcar	120 g	40 g	160 g
Farinha	90 g	30 g	120 g
Chocolate	210 g	70 g	280 g
Ovos	3	1	4
Água	150 cl	50 cl	200 cl
Manteiga	105 g	35 g	140 g

Página 127

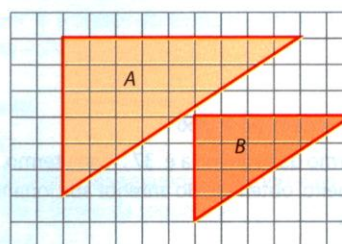
- 41.1. 425
 41.2. 2,1 m²
 42. 8,8 kg
 43.1. 9,6 L
 43.2. 7,5 L

Página 128

44. Comprimento: 2,75 m
 Largura: 1,5 m

45. 1 : 1 700 000

- 46.1.



$$\begin{array}{l} 3 \text{ — } 2 \\ 6 \text{ — } x \\ x = \frac{18}{3} = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 3 \text{ — } 2 \\ 9 \text{ — } x \\ x = \frac{18}{3} = 6 \end{array}$$

46.2. Área do triângulo A :

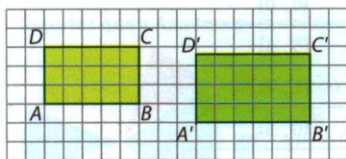
$$\frac{6 \times 9}{2} \text{ u.a.} = 27 \text{ u.a.}$$

Área do triângulo B :

$$\frac{6 \times 4}{2} \text{ u.a.} = 12 \text{ u.a.}$$

$$\frac{12}{27} = \frac{4}{9}$$

47.1.



$$5 \text{ — } 6$$

$$3 \text{ — } x$$

$$x = \frac{18}{5} = 3,6$$

47.2. $5 : 6 = 1 : 1,2$

A escala utilizada foi de $1 : 1,2$.

47.3. 19,2 u.c.

Página 129

48. Aproximadamente, 36 cm.

49. $1 : 4000$

50. Tamanho real do envelope:

$$(3 \times 2,5) \text{ cm} = 7,5 \text{ cm}$$

$$(3 \times 1) \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

Tamanho real da fotografia:

5,5 cm por 4 cm.

A fotografia não cabe dentro do envelope sem ser dobrada.

51. 2,5 cm — 200 m

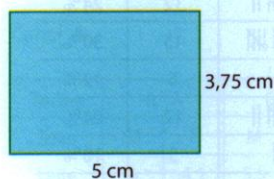
$$x \text{ — } 400 \text{ m}$$

$$x = \frac{400 \times 2,5}{200} = 5$$

$$2,5 \text{ cm} \text{ — } 200 \text{ m}$$

$$x \text{ — } 300 \text{ m}$$

$$x = \frac{300 \times 2,5}{200} = 3,75$$



Página 132

1.1. A população é constituída por 2800 alunos da escola.

1.2. A amostra é constituída pelos 80 alunos selecionados.

1.3. A dimensão da amostra é 80.

1.4. A variável estatística "Número de livros que cada aluno leu nas férias" é quantitativa; a variável "Gênero de livro preferido" é qualitativa.

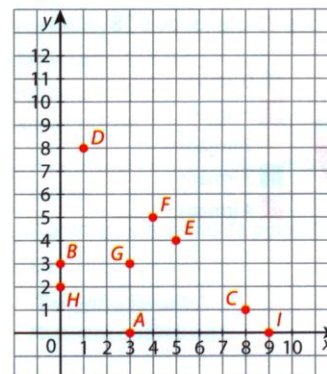
Página 133

2.

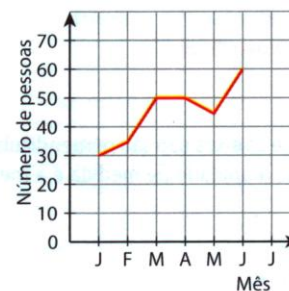
N.º saído	Contagem	Freq. absoluta	Freq. relativa
1		6	$\frac{6}{32} = 18,75\%$
2		3	$\frac{3}{32} = 9,375\%$
3		7	$\frac{7}{32} = 21,875\%$
4		4	$\frac{4}{32} = 12,5\%$
5		9	$\frac{9}{32} = 28,125\%$
6		3	$\frac{3}{32} = 9,375\%$
Total		32	100%

Página 134

3.



4.



5.

Fruta preferida	Frequência absoluta
Banana	3
Morango	9
Maçã	6
Pera	12

Percentagem de alunos que respondeu "pera"

$$100\% - 10\% - 30\% - 20\% = 40\%$$

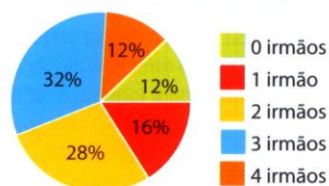
$$0,1 \times 30 = 3 \quad 0,3 \times 30 = 9$$

$$0,2 \times 30 = 6 \quad 0,4 \times 30 = 12$$

6.1.

N.º de irmãos	Freq. absol.	Freq. relat.	Ângulo
0	3	$\frac{3}{25} = 12\%$	43,2°
1	4	$\frac{4}{25} = 16\%$	57,6°
2	7	$\frac{7}{25} = 28\%$	100,8°
3	8	$\frac{8}{25} = 32\%$	115,2°
4	3	$\frac{3}{25} = 12\%$	43,2°
Total	25	100%	360°

6.2. Número de irmãos dos 25 alunos do 6.º B



7.1. 5

7.2. 22

7.3. 10

Questões idênticas às da Prova Final

1.1. Não é ortogonal, porque os eixos não são perpendiculares. É monométrico, porque a unidade de medida é a mesma nos dois eixos.

1.2. a) Ponto E

b) Por exemplo, o ponto A.

c) Ponto F

d) Por exemplo, o ponto B.

e) Por exemplo, o ponto D.

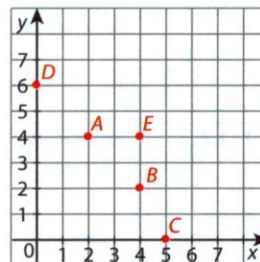
1.3. a) Ponto D

b) Ponto B

1.4.

Ponto	Coordenadas
A	(2, 0)
B	(6, 0)
C	(5, 3)
D	(1, 4)
E	(0, 3)
F	(3, 3)

2.



3.1. 45 L

3.2. 2 h

3.3. O André meteu gasóleo no depósito.

3.4. a) 35 L b) 20 L c) 25 L

3.5. 15 h

3.6. 40 L

4.1. A população é constituída pelos alunos do 6.º B.

4.2. A variável estatística é a altura dos alunos. É uma variável quantitativa.

4.3. 1,48 m

5.1.

Aroma	Contagem	Freq. absol.	Freq. relat.
Coco		12	24%
Morango		15	30%
Ananás		6	12%
Banana		12	24%
Pêssego		5	10%
Total		50	100%

5.2. "Depois de a Ana vender 30% dos iogurtes, ainda tem para vender mais de 30 iogurtes."

5.3. Por exemplo:

Qual é a razão do número de iogurtes de banana para o número de iogurtes de pêssego?

5.4. a) $24\% \times 360^\circ = 86,4^\circ$ — Coco

$30\% \times 360^\circ = 108^\circ$ — Morango

$12\% \times 360^\circ = 43,2^\circ$ — Ananás

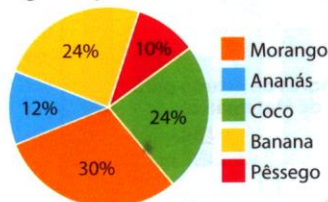
$24\% \times 360^\circ = 86,4^\circ$ — Banana

$10\% \times 360^\circ = 36^\circ$ — Pêssego

Trata-se dos iogurtes com sabor a pêssego.

b)

iogurtes que a Ana tem para vender



Página 141

6.1. A variável estatística é "O canal preferido".
É de natureza qualitativa.

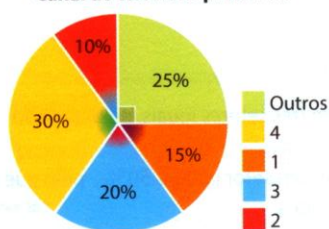
6.2. $15\% \times 200 = 30$

$$\frac{72}{360} = 0,2$$

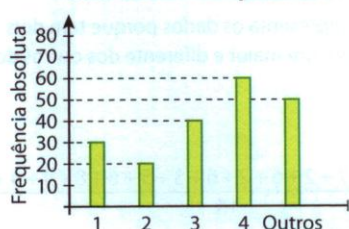
$$0,12 \times 200 = 24$$

$$100\% - 10\% - 25\% - 15\% - 20\% = 30\%$$

Canal de televisão preferido



Canal de televisão preferido

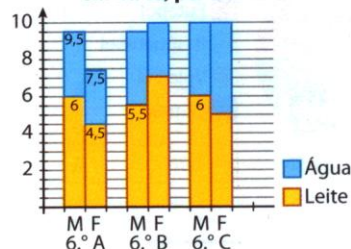


6.3. Canal 4

7.1.

Turma	6.º A		6.º B		6.º C	
Sexo	M	F	M	F	M	F
Leite	6	4,5	5,5	6,5	6	5
Água	3,5	3	4	3,5	4	5
Total	9,5	7,5	9,5	10	10	10

Consumo médio de água e leite, em litros, por semana



7.2. As variáveis estatísticas são: "Consumo médio por semana de água, em litros" e "Consumo médio por semana de leite, em litros".

As variáveis são de natureza quantitativa.

Página 142

8.1. A população

8.2. "Instrumento musical que já tinham tocado".
Natureza qualitativa.

8.3. 3 alunos

8.4. Flauta

8.5. 28 alunos

8.6. a) A população é constituída por todos os alunos da escola.

b) A amostra é constituída pelos 60 alunos selecionados.

c) 60

Página 143

9. Por exemplo:

Alexandre: 175 cm

Adriana: 160 cm

Alice: 145 cm

10.1. A população é constituída pelos 1200 alunos da escola.

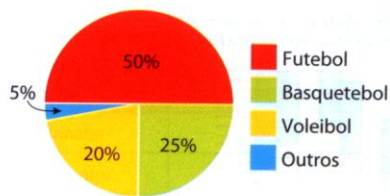
10.2. A amostra é constituída pelos 60 alunos selecionados.

10.3. 60

10.4. "Desporto favorito"
Natureza qualitativa

10.5.

Desporto favorito	Freq. absoluta	Freq. relativa
Futebol	30	50%
Basquetebol	15	25%
Voleibol	12	20%
Outros	3	5%
Total	60	100%



Página 144

11.1.

N.º de quartos	Frequência absoluta	Frequência relativa
4	4	$\frac{4}{40} = 10\%$
5	7	$\frac{7}{40} = 17,5\%$
6	10	$\frac{10}{40} = 25\%$
7	12	$\frac{12}{40} = 30\%$
8	5	$\frac{5}{40} = 12,5\%$
9	2	$\frac{2}{40} = 5\%$
Total	40	100%

11.2. O Luís está errado porque a moda é 7 e não 9.

11.3. 6,325 quartos

12.1. O Bernardo

12.2. A Beatriz e o Bruno

12.3. 1 h 15 min

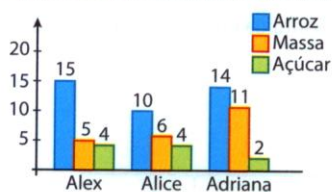
12.4. 118,25 pessoas

Página 145

13.1. 13 kg

13.2.

Quantidade de alimentos recolhidos



13.3. Alex: $15 + 5 + 4 = 24$

$$\frac{15}{24} = 62,5\% \quad \frac{5}{24} = 20,8\% \quad \frac{4}{24} = 16,7\%$$

Alice: $10 + 6 + 4 = 20$

$$\frac{10}{20} = 50\% \quad \frac{6}{20} = 30\% \quad \frac{4}{20} = 20\%$$

Adriana: $14 + 11 + 2 = 27$

$$\frac{14}{27} \approx 51,9\% \quad \frac{11}{27} \approx 40,7\% \quad \frac{2}{27} \approx 7,4\%$$

O gráfico que se refere à Alice.

Página 146

14. 195 alunos

15.1. 100 bolos

15.2. Abril

15.3. 312,5 bolos

15.4. Refere-se ao mês de janeiro.

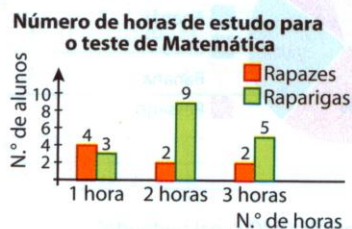
Página 147

16.1. a) 1 hora

b) 1 h 45 min

c) 2 horas

16.2.



16.3. 28%

16.4. A variável estatística é "Número de horas que os alunos do 6.º C estudaram para o teste".
Natureza quantitativa.

16.5. 1 hora: $\frac{7}{25} = 28\%$

2 horas: $\frac{11}{25} = 44\%$

3 horas: $\frac{7}{25} = 28\%$

- O gráfico A tem três setores iguais, pelo que não representa os dados.
- O gráfico B tem um setor igual a 50%, pelo que não representa os dados.
- O gráfico C tem um setor superior a 50%, pelo que não representa os dados.
- O gráfico D representa os dados porque tem dois setores iguais e um maior e diferente dos outros dois.

Página 148

17.1. a)

$$\frac{3 + 4 + 9 + 8 + 7 + 2 + 6 + 2 + 6 + 3 + 5 + 6 + 8 + 4 + 4 + 9}{16} = 5,375$$

A média é 5,375.

A afirmação é falsa porque 5,375 não é um número inteiro.

b) Sim, porque 6 é maior do que a média.

c) Não, porque 4 é menor do que a média.

d) Não, porque 8 já pertence ao conjunto de dados, pelo que a amplitude se mantém.

17.2. 3 4 9 8 7 2 6 2 6 3 5 6 8 4 4 9 4

18. A, D, H, I, J e K.

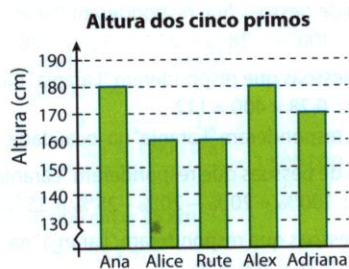
19. A caixa tem 77 maçãs.

Página 149

20. 2,88 m

21.1. $5 \times 170 = 850$

$$850 - 180 - 160 - 180 - 170 = 160$$



21.2. 20 cm

22.1. Sábado

22.2. Segunda-feira

22.3. a) Quinta-feira e sexta-feira

b) Sexta-feira e sábado

22.4. a) 133,33 euros

b) 116,67 euros

Página 150

23.1. 80 revistas

23.2. 30 revistas

23.3. 1000 euros

23.4. $\frac{1}{2}$

23.5. Entre a 5.ª e a 6.ª semana

23.6. 120 revistas

24. Turma B: 185; Turma D: 414

Página 151

25.1.



25.2. Entre as 12 h e as 13 h

25.3. Entre as 13 h e as 16 h

26.1. Lista A: 200 votos

$$\text{Lista B: } \frac{2}{5} \times 200 = 80 \text{ votos}$$

$$\text{Lista C: } \frac{1}{4} \times 80 = 20 \text{ votos}$$

26.2.

Lista	N.º de votos	Frequência relativa (%)
A	200	25%
B	80	10%
C	20	2,5%
D	500	62,5%
Total	800	100%

Página 152

27.1.

Género de livro preferido Grupo 1	Romance	Aventura	Policia
Freq. absoluta	96	40	24

Género de livro preferido Grupo 2	Romance	Aventura	Policia
Freq. absoluta	100	80	20

27.2. Número total de pessoas que participaram no estudo:

$$96 + 40 + 24 + 100 + 80 + 20 = 360$$

Número total de pessoas que responderam "Aventura":

$$40 + 80 = 120$$

$$\frac{120}{360} \approx 0,33 = 33\%$$

Logo, a afirmação da Ana é incorreta.

28.1. 72 berlindes

28.2. 32 berlindes

29. 3,5 balões

Página 153

30.1. A variável estatística é "Classe de veículos".

Natureza qualitativa.

30.2. Classe 1

30.3. Classe 2

30.4. 72°

31.1. 59 cm

31.2. 40%

31.3. 228 cm

Página 154

32.1.

15	6	8							
16	2	4	5	5					
17	0	0	1	1	5	6	6		
18	1	3	4	4	4	5			
19	0								

18 | 1 representa 181 cm

32.2. 34 cm ; 184 cm

32.3. 9 jogadores

32.4. 20%

33.1. Gráfico do Duarte

- O gráfico do Dinis não tem duas barras iguais, pelo que não pode corresponder ao gráfico circular (este tem dois setores iguais).
- O gráfico do Alex não pode corresponder ao gráfico circular pois a barra correspondente à classificação 5 não é a barra com a menor altura.

33.2. 1500 alunos

Página 155

34.1. 1 livro

34.2. 5 livros

34.3. Gráfico A

Página 156

35.1. a) 32,60 €
b) 19,75 €

35.2. 146,70 €

36.1. 12 questões

36.2. Média = $72 : 3 = 24$
Por exemplo:

20 20 32

36.3. 5 min 25 s

Página 157

37. Por exemplo:

20 € 85 € 95 € 95 €

38.1. 5 kg

38.2. Apenas é possível escrever 9 dados diferentes.

Como são 10 amigos, pelo menos dois deles recolheram o mesmo número de quilogramas de azeitonas.

Por exemplo: 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 12, 13

39. Por exemplo: 5, 11, 12, 12, 25 e 25

Página 158

40.

	Livros	Jogos	CD	Peças de roupa
Tabela	18	6	11	15
Gráfico	16	6	11	13
Diferença	2	0	0	2

Assim, no gráfico não foram considerados, nos totais de cada um dos presentes, os presentes recebidos pela Bárbara.

41.1. Gráfico B

41.2. Porque o gráfico A revela que mais de metade dos alunos não têm irmãos e o gráfico C revela que, na turma, há mais de 20 alunos.

42. O preço médio foi de 2,80 €.

Página 159

43. 4,26 livros

44. • Percentagem de pessoas que responderam "laranja" na localidade A: $100\% - 38\% - 22\% - 12\% = 28\%$

• Número de pessoas que responderam "Laranja" na localidade A: $0,28 \times 400 = 112$
112 pessoas responderam "Laranja" na localidade A.

• Percentagem de pessoas que responderam "Laranja" na localidade B: $100\% - 20\% - 20\% - 25\% = 35\%$

• Número de pessoas que responderam "Laranja" na localidade B: $0,35 \times 200 = 70$
70 pessoas responderam "laranja" na localidade B.
Logo, a Joana tem razão.

45. A $\curvearrowright (0, 10)$; D $\curvearrowright (0, 20)$; M $\curvearrowright (12,5; 20)$

Página 160

46. 70 anos

47. 14

48.1. $\hat{a} = 81^\circ$; $\hat{b} = 54^\circ$

48.2. 180 pessoas têm entre 16 e 39 anos.

48.3. $2,8 \text{ cm}^2$

Página 161

49.1. 90 €

49.2. 216 €

50. 0,80 €

51. 100

Proposta de Prova Final 1

Página 163

1.1. A área da parte colorida da figura é dada pela diferença entre a área do octógono e a área do círculo.

$$\bullet \text{Área do octógono} = \frac{8 \times 2 \times 2,41}{2} \text{ cm}^2 = 19,28 \text{ cm}^2$$

$$\bullet \text{Área do círculo} = (3,1416 \times 1,3^2) \text{ cm}^2 = 5,309 \text{ 304 cm}^2$$
$$(19,28 - 5,309 \text{ 304}) \text{ cm}^2 = 13,970 \text{ 696 cm}^2$$

Resposta: $14,0 \text{ cm}^2$

1.2. $360^\circ : 8 = 45^\circ$

$$45^\circ \times 2 = 90^\circ$$

Resposta: 90°

1.3. a) [EOF]

b) [FOG]

2. $2\frac{3}{8}; 2,65; 2,38; 2\frac{7}{8}; 2,8$

$\frac{19}{8}; 2,65; 2,38; \frac{23}{8}; 2,8$

$2,375; 2,65; 2,38; 2,875; 2,8$

Resposta: $2\frac{3}{8} < 2,38 < 2,65 < 2,8 < 2\frac{7}{8}$

3. Realidade Mapa

$1\ 000\ 000 \quad \text{---} \quad 1$
 $x \quad \text{---} \quad 3,5$
 $x = \frac{3,5 \times 1\ 000\ 000}{1} = 3\ 500\ 000$

$3\ 500\ 000\text{ cm} = 35\text{ km}$

Resposta: 35 km

Página 164

4. $\frac{64}{320} = 0,2 = 20\%$

Resposta: O Duarte fez mal os cálculos.

O desconto é de 20% e não de 15%.

5. kg Euros
 $3,25 \quad \text{---} \quad 7,80$
 $0,750 \quad \text{---} \quad x$

$x = \frac{0,750 \times 7,80}{3,25} = 1,8$

Resposta: 1,80 euros

6. $1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

$\frac{5}{8}$ corresponde à parte restante.

$\frac{1}{4} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{32}$

$\frac{5}{32}$ corresponde à parte que tem nabiças e corresponde a 25 m^2 .

$25 : \frac{5}{32} = 25 \times \frac{32}{5} = 160$

No total, a horta tem 160 m^2 .

$\frac{3}{8} \times 160 = 3 \times \frac{160}{8} = 60$

Resposta: A área com cenouras é igual a 60 m^2 .

7.1. a) Por exemplo: BAF e DFA

b) Por exemplo: EFD e AFC

7.2.

Afirmção	Justificação
O triângulo [AED] é um triângulo isósceles.	O triângulo [CED] é equilátero, pelo que temos os lados todos iguais. Como $AD = DE$, o triângulo tem dois lados iguais, logo é um triângulo isósceles.
$\hat{EAD} = \hat{DEA}$	Porque, num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.
$\hat{ADE} = 150^\circ$	$\hat{CDE} = 60^\circ$, porque é um ângulo interno de um triângulo equilátero. $\hat{ADC} = 90^\circ$, porque é um ângulo interno de um quadrado. $60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ Logo, $\hat{ADC} = 150^\circ$.
$\hat{FAD} = 15^\circ$	A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso. $180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ $\hat{FAD} = 30^\circ : 2 = 15^\circ$

Página 165

7.3. $\hat{ECF} = 60^\circ$

$\hat{FEC} = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$

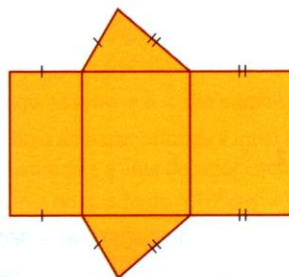
$\hat{CFE} = 180^\circ - 60^\circ - 45^\circ = 75^\circ$

Resposta: 75°

7.4. É um triângulo escaleno.

O triângulo tem os três ângulos internos todos diferentes, logo todos os lados são diferentes.

8.



9. A área pedida obtém-se calculando a diferença entre a soma das áreas dos dois quadrados e a área do triângulo retângulo não colorida.

• Área dos quadrados:
 $(2^2 + 4^2)\text{ cm}^2 = (4 + 16)\text{ cm}^2 = 20\text{ cm}^2$

• Área do triângulo retângulo:

$\frac{6 \times 4}{2}\text{ cm}^2 = 12\text{ cm}^2$

$(20 - 12)\text{ cm}^2 = 8\text{ cm}^2$

Resposta: 8 cm^2

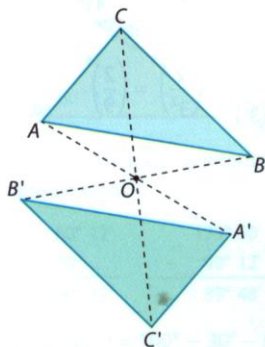
10.1. Prisma triangular

10.2. $\frac{6 \times 3}{2} \times 5 = \frac{18}{2} \times 5 = 9 \times 5 = 45$

Resposta: 45 cm^3

9. $2^{10} : \left(\frac{1}{2}\right)^{10} = \left(2 : \frac{1}{2}\right)^{10} = 4^{10}$
 $(a^2)^3 = [(4^{10})^2]^3 = (4^{20})^3 = 4^{60}$
 Resposta: 4^{60}

10.



Página 170

11. $180^\circ - 72^\circ - 36^\circ = 72^\circ$
 Os ângulos do triângulo têm amplitudes 72° , 72° e 36° .
 Resposta: O triângulo é acutângulo e isósceles.

12. $\left(8\frac{1}{2} - 6\frac{1}{3}\right) : \frac{5}{6} + \frac{1}{5} = \left(2\frac{1}{6}\right) : \frac{5}{6} + \frac{1}{5} =$
 $= \frac{13}{6} : \frac{5}{6} + \frac{1}{5} = \frac{13}{6} \times \frac{6}{5} + 1 = \frac{13}{5} + 1 = \frac{13}{5} + \frac{5}{5} = \frac{18}{5}$
 Resposta: $\frac{18}{5}$

13. Resposta: (3, 2)

14. $\frac{1}{8} \times 32 = 4$
 À Adriana ofereceu 4 berlindes.
 Como todos ficaram com 4 berlindes, tem-se:
 $32 : 4 = 8$.
 Resposta: A Alice tem 8 primos.

Proposta de Prova Final 3

Página 171

1.1. Volume do cilindro $\approx$
 $(3,1416 \times 2^2 \times 2) \text{ cm}^3 = 25,1328 \text{ cm}^3$
 Volume do prisma $= \left(\frac{6 \times 2,6 \times 2,3}{2} \times 0,8\right) \text{ cm}^3 =$
 $= 14,352 \text{ cm}^3$
 Volume do sólido $= (25,1328 + 14,352) \text{ cm}^3 = 39,4848 \text{ cm}^3$
 Resposta: $39,5 \text{ cm}^3$

1.2. a) $\hat{AOB} = 360^\circ : 6 = 60^\circ$

- $\overline{OA} = \overline{OB}$, porque o ponto O é o centro do hexágono regular.
- $\hat{OBA} = \hat{BAO}$, porque, num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.
- A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a um ângulo raso.
 $\frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ = \hat{ABO} = \hat{BAO}$

Como o triângulo $[AOB]$ tem os ângulos internos todos iguais, o triângulo é equilátero.

b1) $360^\circ : 6 = 60^\circ$; $240^\circ : 60^\circ = 4$
 Assim: $A \rightarrow E$; $B \rightarrow F$
 Resposta: $[EF]$

b2) $A \rightarrow D$; $B \rightarrow E$
 Resposta: $[DE]$

b3) $A \rightarrow C$; $B \rightarrow B$
 Resposta: $[CB]$

Página 172

2. Para que as retas sejam paralelas, a soma dos ângulos dados tem de ser igual a um ângulo raso, porque ângulos de lados paralelos, um agudo e outro obtuso, são suplementares.
 $60^\circ 15'$
 $119,75^\circ = 119^\circ 45'$
 Cálculos auxiliares

$$\begin{array}{r} 60^\circ 15' \\ + 119^\circ 45' \\ \hline 179^\circ 60' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,75 \\ + \frac{60}{60} \\ \hline 45,00 \end{array}$$

$179^\circ 60' = 180^\circ$
 Logo, as retas r e s são paralelas.

3. A área da parte colorida é igual à diferença entre a área do quadrado e a área do setor circular.
 • Área do quadrado $= 10^2 \text{ cm}^2 = 100 \text{ cm}^2$
 • Área do círculo de raio 10 cm $\approx$
 $\approx 3,1416 \times 10^2 \text{ cm}^2 = 314,16 \text{ cm}^2$
 $360^\circ \text{ — } 314,16$
 $60^\circ \text{ — } x$
 $x = \frac{60^\circ \times 314,16}{360^\circ} = 52,36$
 • Área do setor circular $= 52,36 \text{ cm}^2$
 • Área da parte colorida $= (100 - 52,36) \text{ cm}^2 = 47,64 \text{ cm}^2$
 Resposta: $47,6 \text{ cm}^2$

4. $\frac{4,8}{3} = 1,6$
 $1,6$ é a constante de proporcionalidade direta.
 $1,5 \times 1,6 = 2,4$; $8 : 1,6 = 5$

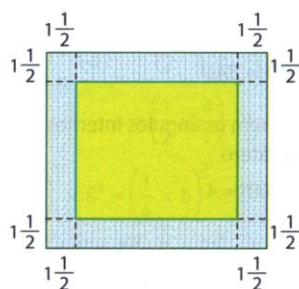
1,5	3	5
2,4	4,8	8

5. $2,8 \times 5 = 14$
 $14 - 3,5 - 2,8 - 3,7 - 4 = 0$

Resposta: $a = 0$

6. A diferença de perímetro é igual a

$$8 \times \left(1\frac{1}{2}\right) \text{ m} = (8 \times 1,5) \text{ m} = 12 \text{ m}$$



Resposta: 12 m

Página 173

7. $(1^5 + 3 \times 2^7 : 2^5) - \frac{0,2}{\frac{1}{2}} = (1 + 3 \times 2^2) - \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}} =$
 $= (1 + 3 \times 4) - \frac{2}{10} \times \frac{2}{1} = 13 - \frac{4}{10} = \frac{130 - 4}{10} = \frac{126}{10} = \frac{63}{5}$

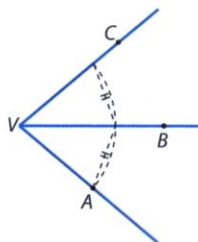
Resposta: $\frac{63}{5}$

8.1. $\overline{AD} = \overline{BD}$, porque num triângulo, a ângulos iguais opõem-se lados iguais.

8.2.

Afirmação	Justificação
$\hat{ADB} = 120^\circ$	$180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$ A soma dos ângulos internos de um triângulo é um ângulo raso.
$\hat{BDC} = 60^\circ$	Os ângulos $\hat{ADB}$ e $\hat{BDC}$ são suplementares. $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$
$\hat{CBD} = 60^\circ$	$\hat{CBD} = \hat{BDC}$, porque, num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais. Logo, $\hat{CBD} = 60^\circ$.
O triângulo $[DBC]$ é equilátero.	$180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ O triângulo é equilátero porque tem os três ângulos internos iguais.
O triângulo $[ABC]$ é retângulo.	$\hat{CBA} = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ O triângulo é retângulo porque tem um ângulo reto.

9.1.



9.2. $\hat{AVC} = 2 \times (22^\circ 32' 52'')$

$$\begin{array}{r} 22^\circ \quad 32' \quad 52'' \\ \times 2 \\ \hline 44^\circ \quad 64' \quad 104'' \\ + 1' \quad - 60'' \\ \hline 44^\circ \quad + 65' \quad 44'' \\ + 1^\circ \quad - 60' \\ \hline 45^\circ \quad 5' \quad 44'' \end{array}$$

Resposta: $45^\circ 5' 44''$

10. $a = \frac{3^2}{2}$

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{\left(\frac{3^2}{2}\right)^3} = \frac{1}{\frac{3^6}{2^3}} = \frac{2^3}{3^6} = \frac{2^3}{(3^2)^3} = \left(\frac{2}{3^2}\right)^3 = \left(\frac{2}{9}\right)^3$$

Resposta: $\left(\frac{2}{9}\right)^3$

Página 174

11.1. $\frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$

Resposta: 12,5%

11.2. A percentagem de alunos que frequentam o 2.º ciclo é 25%. 25% corresponde a 150.

$$150 : 25\% = 150 : 0,25 = 600$$

Resposta: 600 alunos

12. $1 - \frac{3}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$

Depois da primeira compra, a Margarida ficou com $\frac{5}{8}$ do dinheiro que tinha levado.

$$1 - \frac{5}{8} = \frac{8}{8} - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$$

A segunda compra custou $\frac{1}{8}$ do dinheiro que tinha levado.

$$1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{8}{8} - \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Depois das compras a Margarida ficou com $\frac{1}{2}$ do dinheiro que tinha levado.

$$\frac{1}{2} \text{ corresponde a } 5 \text{ euros.}$$

$$5 : \frac{1}{2} = 5 \times 2 = 10$$

Resposta: A Margarida levou 10 euros para a visita de estudo.

13. $\frac{9}{8} < x < \frac{9}{7}; \frac{63}{56} < x < \frac{72}{56}$
 $(\times 7) \quad (\times 8)$

O número x é maior do que 1.

Logo, as respostas $\frac{56}{73}$ e $\frac{7}{8}$ ficaram excluídas.

$$\frac{73}{56} > \frac{72}{56}$$

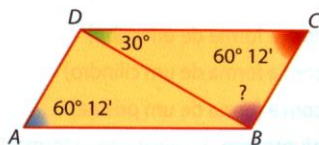
Logo, $\frac{73}{56}$ não é resposta para a questão.

$$\frac{8}{7} = \frac{64}{56}; \frac{63}{56} < \frac{64}{56} < \frac{72}{56}$$

Resposta: $\frac{8}{7}$

- 14.1. $\hat{DBA} = 30^\circ$, porque BDC e DBA são ângulos alternos internos determinados por uma secante num par de retas paralelas.

- 14.2. Os ângulos opostos de um paralelogramo têm a mesma amplitude, pelo que $\hat{DCB} = 60^\circ 12'$.



A soma dos ângulos internos de um triângulo é um ângulo raso.

$$\begin{array}{r} 60^\circ 12' \\ + 30^\circ \\ \hline 90^\circ 12' \end{array} \quad \begin{array}{r} 179^\circ 60' \\ - 90^\circ 12' \\ \hline 89^\circ 48' \end{array}$$

Logo, $\hat{CBD} = 180^\circ - 30^\circ - 60^\circ 12' = 89^\circ 48'$

15. Os divisores comuns de 775 e 425 são os divisores do m.d.c. (775, 425).

Vamos utilizar o algoritmo de Euclides para determinar o m.d.c. (775, 425).

$$\begin{array}{r} 775 \overline{) 425} \\ 350 \quad 1 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 425 \overline{) 350} \\ 075 \quad 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 350 \overline{) 75} \\ 50 \quad 4 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 75 \overline{) 50} \\ 25 \quad 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 50 \overline{) 25} \\ 00 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

m.d.c. (775, 425) = 25

$D_{25} = \{1, 5, 25\}$

Os divisores comuns de 775 e 425 são os divisores de 25.

Resposta: 1, 5 e 25

Proposta de Prova Final 4

Página 175

- 1.1. • O volume do cone é igual à diferença entre o volume total do sólido e o volume do cilindro.

• Volume do cilindro $\approx (3,1416 \times 32 \times 8) \text{ dm}^3 =$
 $= 226,1952 \text{ dm}^3$

• Volume do cone $= (264,9 - 226,1952) \text{ dm}^3 =$
 $= 38,7048 \text{ dm}^3$

Resposta: 39 dm^3

- 1.2. a) O ponto B

b) [EF]

c) 4

d) A figura 3 tem quatro simetrias de rotação de centro O e amplitudes 90° , 180° , 270° e 360° .

- 1.3. O lado do quadrado mede 3 dm, porque $3^2 = 9$.

A área da figura é igual à soma das áreas do quadrado com as áreas de quatro retângulos iguais, em que um dos lados mede 3 cm.

Então, tem-se:

$$81 = 9 + 4 \times (3 \times a), \text{ onde } a = \overline{IA}.$$

$$81 - 9 = 12 \times a$$

$$72 = 12 \times a \quad (a = 6)$$

$$\overline{IA} = 6 \text{ dm}$$

O perímetro da figura é igual a

$$(4 \times 3 + 8 \times 6) \text{ dm} = (12 + 48) \text{ dm} =$$

$$= 60 \text{ dm}$$

Resposta: 60 dm

Página 176

2. $V = \left(\frac{8 \times 2,8 \times 3,38}{2} \times 1 \right) \text{ m}^3 = 37,856 \text{ m}^3$

Resposta: 38 m^3

- 3.1. $3 - 0 = 3$

Resposta: 3

- 3.2. Resposta: 1

3.3. $\frac{0 \times 2 + 1 \times 10 + 2 \times 8 + 3 \times 5}{25} = 1,64$

Resposta: 1,64

- 3.4. $20\% = 0,2$

$$0,2 \times 25 = 5$$

Resposta: Representa 3 irmãos.

Página 177

- 4.1. Resposta: Pirâmide triangular reta

- 4.2. O sólido tem 8 arestas.

Não existe nenhum prisma com 8 arestas. O número de arestas de um prisma é múltiplo de 3 e igual ou superior a 9.

- 4.3. $180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$

$$\hat{CDE} = 140^\circ : 2 = 70^\circ$$

$$\hat{BDE} = 45^\circ + 70^\circ = 115^\circ$$

Resposta: 115°

5. $2^{10} \times 8^{10} : \left(\frac{1}{4} \right)^8 \times 2^4 = (2 : 8)^{10} : \left(\frac{1}{4} \right)^8 \times 2^4 =$

$$= \left(\frac{1}{4} \right)^{10} : \left(\frac{1}{4} \right)^8 \times 2^4 = \left(\frac{1}{4} \right)^2 \times 2^4 =$$

$$= \frac{2^4}{4^2} = \frac{16}{16} = 1$$

Resposta: 1

6. m.m.c. (a, 12) = 120

$$\text{m.d.c.}(a, 20) = 4$$

$$\text{m.m.c.}(a, 12) \times \text{m.d.c.}(a, 20) = 120 \times 4 = 480$$

$$a = 480 : 12 = 40$$

Resposta: 40

7.1. Pontos: 5, 8, 11, 14, 17, ...

Traços: 4, 7, 10, 13, 16, ...

Resposta: 1

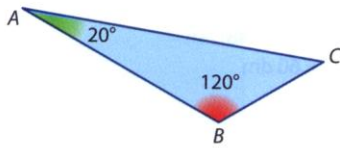
7.2. Expressão geradora: $3n + 2$

$$3 \times 100 + 2 = 300 + 2 = 302$$

Resposta: 302

Página 178

8.



9. $1 - 0,6 = 0,4$; $0,4 : 2 = 0,2$

A distância entre dois traços é 0,2.

$$1 + 7 \times 0,2 = 1 + 1,4 = 2,4 = 2 + 0,4 = 2 + \frac{4}{10} = 2\frac{2}{5}$$

Resposta: $2\frac{2}{5}$

10. $1 - \frac{7}{9} = \frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{2}{9}$

$\frac{2}{9}$ corresponde a 36 cl.

$$36 : \frac{2}{9} = 36 \times \frac{9}{2} = 18 \times 9 = 162$$

$$162 \text{ cl} = 1,62 \text{ L}$$

Resposta: 1,62 L

11. $a = \left[\left(\frac{1}{2} \right)^2 \right]^3 = \left(\frac{1}{2} \right)^6$

$$\frac{1}{a^3} = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{2} \right)^6 \right]^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} \right)^{18}} = \frac{1}{2^{18}}$$

Resposta: 2^{18}

12. A área da parte colorida é igual à diferença entre a área do paralelogramo e a área do triângulo.

$$\bullet \text{ Área do paralelogramo} = (6 \times 20) \text{ cm}^2 = 120 \text{ cm}^2$$

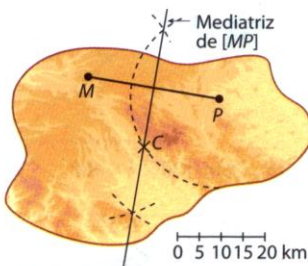
$$\bullet \text{ Área do triângulo} = \left(\frac{6 \times 6}{2} \right) \text{ cm}^2 = \frac{36}{2} \text{ cm}^2 = 18 \text{ cm}^2$$

$$(120 - 18) \text{ cm}^2 = 102 \text{ cm}^2$$

Resposta: 102 cm^2

Página 179

13.



14. Vamos determinar o m.d.c. (15, 20, 30).

$$D_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$\text{m.d.c.}(15, 20, 30) = 5$$

$$15 : 5 = 3 \text{ caixas (com a forma de um cubo)}$$

$$20 : 5 = 4 \text{ caixas (com a forma de um cilindro)}$$

$$30 : 5 = 6 \text{ caixas (com a forma de um prisma)}$$

Resposta: Cada conjunto tem 3 caixas com a forma de um cubo, 4 caixas com a forma de um cilindro e 6 caixas com a forma de um prisma.

15. $25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{2}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

$\frac{1}{8}$ corresponde a 20 euros.

$$20 : \frac{1}{8} = 20 \times 8 = 160$$

Ao todo a Alice tinha 160 euros.

$$160 \times \frac{1}{4} = 40 \rightarrow \text{custo, em euros, da primeira compra.}$$

$$160 \times \frac{1}{8} = 20 \rightarrow \text{custo, em euros, da segunda compra.}$$

$$160 - 40 - 20 = 100$$

Resposta: 100 euros

Prova Final 2014 – 1.ª fase

Página 180

1. • Preço das quatro embalagens de azeite: 30,08 euros

• Número de litros de azeite comprados: 8 L

Resposta: 3,76 euros

2. m.m.c. (105, 350) = 1050

$$\frac{1}{\frac{105}{(\times 10)}} + \frac{1}{\frac{350}{(\times 3)}} = \frac{10}{1050} + \frac{3}{1050} = \frac{13}{1050}$$

Resposta: $\frac{13}{1050}$

3. Volume do cubo = $238,328 \text{ cm}^3$

$$\text{Volume do cilindro} \approx 9842,318 \text{ 64 cm}^3$$

Resposta: 10 081 cm^3

Página 181

4. Área do retângulo = $3440,25 \text{ cm}^2$

$$\text{Área do círculo} = 1924,426 \text{ 35 cm}^2$$

Resposta: $1515,8 \text{ cm}^2$

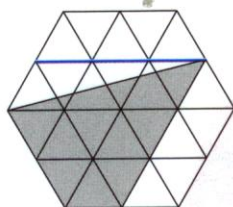
5. 7,54 euros

Página 182

6. F
7. I, S e O
8. 2,5
9. 13 cm
10. 600

Página 183

11. $\frac{5}{6}$
12. Octógono
13. $3,06 < 3,065 < 3,56 < 3,6$
14. 2,5
15. 11

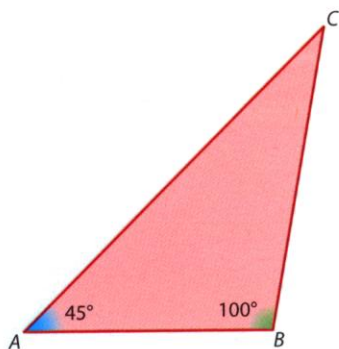


$$8 + \frac{6}{2} = 11$$

16. A mãe de Luciana tem razão porque a soma de $\frac{2}{3}$ com $\frac{2}{5}$ é $\frac{16}{15}$, que é superior à unidade.

Página 184

17. 3^6
18. 9 cm
19.



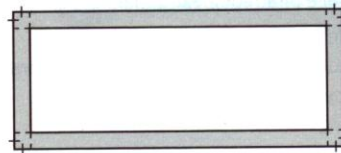
20.1.

2	7								
3	1	1	5	9					
4	0	2	3	5	5	7	7	8	
5	0	0	0	5	6	6			
8	4								

Página 185

- 20.2. 15%
21. Escaleno

22. 11,65 euros
23. 12 vértices
24. $72 : 8 = 9$



Resposta: 9 cm

Prova Final 2014 – 2.ª fase

Página 186

1. Perímetro do círculo:
 $(3,1416 \times 2 \times 3,7) \text{ cm} = 23,247 \text{ 84 cm}$
Perímetro do octógono:
 $(8 \times 2,9) \text{ cm} = 23,2 \text{ cm}$
Perímetro do retângulo:
 $(2 \times 6,6 + 2 \times 5,1) \text{ cm} = 23,4 \text{ cm}$
Comprimento total:
 $(23,247 \text{ 84} + 23,2 + 23,4) \text{ cm} = 69,847 \text{ 84 cm}$
Resposta: 69,8 cm

2.1. 3082

2.2. $\frac{8042 + 6265 + 8409 + 7458 + 9347}{5} = 7904,2$
Resposta: 7904

Página 187

2.3. $\frac{9347}{39521} \approx 0,236 \text{ 507 1}$
Resposta: 0,24

3. Pelo curto: $\frac{1}{5}$

Pelo médio: $\frac{3}{4}$

Pelo comprido: 2 ovelhas

$$1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{3}{4}\right) = 1 - \left(\frac{4 + 15}{20}\right) = 1 - \frac{19}{20} = \frac{1}{20} \rightarrow \text{Parte}$$

das ovelhas com pelo comprido

2 ovelhas corresponde a $\frac{1}{20}$.

$$2 : \frac{1}{20} = 2 \times 20 = 40$$

O rebanho tem 40 ovelhas.

4. Volume do cilindro construído pelo Miguel:
 $(3,1416 \times 50^2 \times 20) \text{ cm}^3 = 157 \text{ 080 cm}^3$

Volume do cilindro construído pelo Leopoldo:
 $(3,1416 \times 20^2 \times 50) \text{ cm}^3 = 62 \text{ 832 cm}^3$
 $(157 \text{ 080} - 62 \text{ 832}) \text{ cm}^3 = 94 \text{ 248 cm}^3$

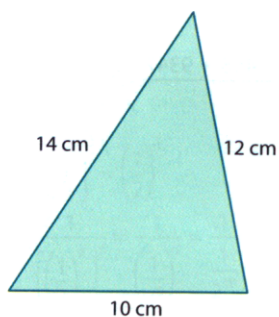
Resposta: 94 248 cm³

5. $\frac{1}{2}$
6. Prisma pentagonal e pirâmide hexagonal
7. A Cristina não tem razão.
A área do quadrado B é 121 cm^2 e a área do quadrado A com mais 10% seria 110 cm^2 .

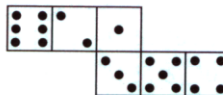
8. $\frac{8}{27}$

9. $\frac{17}{3}$
10. 103°
11. 78
12. 1008

13. $\frac{3}{4}$
14. O ponto A
15. $7,50 + 12 \times 2,85$
- 16.



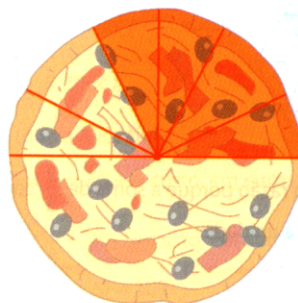
17.



18. 28

19. $4 + 5 \times (2 - 1)$
20. $5 : 0,001$
21. 10^{17}
22. 60° , porque os pontos A , B e C são vértices de um triângulo equilátero; logo, os ângulos internos do triângulo $[ABC]$ têm todos a mesma amplitude, igual a 60° .

23.



$$\frac{1}{2} + \frac{2}{12} = \frac{6}{12} + \frac{2}{12} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

Resposta: $\frac{2}{3}$



6

Matemática

6.º ano

Um livro funcional

Os grandes temas do novo **Programa e Metas Curriculares de Matemática** do 2.º Ciclo do Ensino Básico, que se encontram dispersos por mais de uma dezena de capítulos, foram sequencialmente estruturados para facilitar o estudo, tornar a aprendizagem mais rápida e consistente e preparar os alunos para a Prova Final do 6.º ano.

Uma aprendizagem autónoma

Este livro destina-se aos alunos com necessidade de recuperação e também àqueles que pretendem desenvolver capacidades acrescidas de raciocínio e de resolução de problemas em realidades diversas.

Para além da prova

Também os alunos dos Cursos de Educação e Formação (módulos do nível 1) encontram neste livro um bom apoio, pois este disponibiliza todos os conteúdos necessários à obtenção do desejado sucesso.

Visite ainda www.paraescolar.pt