

Estudar para os **TESTES**



7

Matemática

7.º ano • 3.º Ciclo do Ensino Básico

De acordo com as Metas Curriculares

Dezenas de exercícios que promovem:

- o conhecimento de factos e de procedimentos
- o raciocínio matemático
- a comunicação matemática
- a resolução de problemas

Exercícios-tipo Prova Final

Soluções e conteúdos adicionais em www.raizeditora.pt

Ao Encarregado de Educação

Este livro contém propostas de trabalho que abrangem os **conteúdos essenciais do 7.º ano** de escolaridade, e que fomentam o desenvolvimento dos conhecimentos e capacidades preconizados no novo **Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico**.

Organizado em quatro áreas que visam diferentes finalidades do ensino da matemática e diferentes níveis de desempenho:

- Descubro o mundo...e aprendo! onde se realça o **papel da matemática no mundo** que nos rodeia e a forma como a ela recorremos no quotidiano
- Pratico...e aprendo! onde se apresentam propostas mais rotineiras que contribuem para a **aquisição de conhecimentos e de procedimentos**.
- Resolvo problemas...e aprendo! onde se promove a **aplicação dos conhecimentos na resolução de problemas de contextos diversos**, que contribuem para uma visão da matemática como um todo articulado e coerente.
- Reconheço a matemática...e aprendo! onde se **aprofunda a compreensão** da matemática e a capacidade de comunicação adequada a esta disciplina.

O livro termina com exercícios-tipo Prova Final, para consolidar as aprendizagens.

Para Estudar para os Testes, o aluno deve procurar no índice os conteúdos em que será avaliado e realizar as correspondentes propostas de trabalho, começando por aquelas que mais se adequam ao seu nível de desempenho e que mais o ajudem a ultrapassar as suas dificuldades.

Também as informações complementares e as soluções das propostas de trabalho, disponíveis em www.raizeditora.pt, promovem o estudo autónomo do aluno, rumo ao sucesso escolar na disciplina de matemática.

Ao aluno

Este livro foi escrito a pensar em ti! Com ele poderás treinar e aprofundar os conhecimentos adquiridos nas aulas, desenvolver o teu raciocínio matemático e a capacidade de comunicar as tuas ideias na resolução de problemas.

No sítio da Raiz Editora – www.raizeditora.pt – encontrarás resposta às questões que te são colocadas ao longo do livro, bem como outras informações e desafios.

Desejamos-te um ótimo trabalho a aprender matemática!

Descubro o mundo... e aprendo!

• Raiz quadrada e raiz cúbica	4
• Funções	6
• Organização e tratamento de dados	7
• Equações	10
• Semelhança de figuras: ampliação e redução	12
• Semelhança de triângulos	13

Pratico... e aprendo!

• Multiplicação e divisão de números racionais	14
• Potências. Operações com potências. Regras operatórias	17
• Raiz quadradas e raiz cúbica	19
• Quadriláteros	21
• Expressões algébricas	24
• Proporcionalidade direta	26
• Conceito de função	29
• Função de proporcionalidade direta	32
• Equações lineares com uma incógnita	35
• Medidas de localização	38
• Semelhança de figuras	39
• Semelhança de polígonos	41
• Triângulos	44
• Semelhança de triângulos	47

Resolvo problemas... e aprendo!

• Raiz quadrada e raiz cúbica	50
• Ângulos	52
• Expressões algébricas	54
• Proporcionalidade direta	56
• Percentagens	58
• Funções	60
• Medidas de localização	62
• Organização e tratamento de dados	64
• Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes	67

Reconheço a matemática... e aprendo!

• Multiplicação e divisão de números racionais	68
• Polígonos: ângulos internos	70
• Raiz quadrada	72
• Mediana de um conjunto de dados	73
• Sequências e sucessões	74
• Potências e regularidades	75

PONHO-ME À PROVA...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

Raiz quadrada e raiz cúbica

APRENDER PARA SABER

Na Antiguidade, os gregos chamavam números quadrangulares aos números 1, 4, 9, 16, ... devido à representação geométrica que deles faziam.

 $1 = 1^2$

 $4 = 2^2$

 $9 = 3^2$

 $16 = 4^2$

...

Hoje chamamos a estes números quadrados perfeitos.

Chamamos **quadrado perfeito** ao quadrado de um número inteiro não negativo.

0, 1, 4, 9 e 16 são exemplos de quadrados perfeitos porque

$$0 = 0^2 \quad 1 = 1^2 \quad 4 = 2^2 \quad 9 = 3^2 \quad 16 = 4^2$$

A **raiz quadrada** de um quadrado perfeito x , diferente de zero, é o número positivo cujo quadrado é x e escreve-se $\sqrt{x}$.

O primeiro uso do símbolo da raiz quadrada remonta ao século XVI. Pensa-se que a sua origem está na letra **r** minúscula, primeira letra de *radix* que quer dizer raiz, em latim.

Então,

- a raiz quadrada de 4 é 2 e escreve-se $\sqrt{4} = 2$;
- a raiz quadrada de 9 é 3 e escreve-se $\sqrt{9} = 3$;
- a raiz quadrada de 144 é 12 e escreve-se $\sqrt{144} = 12$.

Chamamos **cubo perfeito** ao cubo de um número inteiro não negativo.

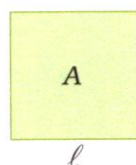
0, 1, 8, 27 e 64 são exemplos de cubos perfeitos porque

$$0 = 0^3 \quad 1 = 1^3 \quad 8 = 2^3 \quad 27 = 3^3 \quad 64 = 4^3$$

A **raiz cúbica** de um cubo perfeito x é o número cujo cubo é x e escreve-se $\sqrt[3]{x}$.

Então,

- a raiz cúbica de 8 é 2 e escreve-se $\sqrt[3]{8} = 2$;
- a raiz cúbica de 27 é 3 e escreve-se $\sqrt[3]{27} = 3$;
- a raiz cúbica de 64 é 4 e escreve-se $\sqrt[3]{64} = 4$.



Se
 $l_{\text{quadrado}} = 5 \text{ cm}$

Então,
 $A_{\text{quadrado}} = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$

Se soubermos o comprimento do lado de um quadrado facilmente se calcula a sua área, calculando o quadrado desse valor.

Se

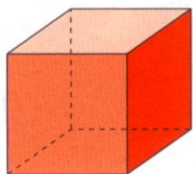
$$A_{\text{quadrado}} = 16 \text{ m}^2$$

Então,

$$\ell_{\text{quadrado}} = \sqrt{16} = 4 \text{ m}$$

Se soubermos a área de um quadrado podemos calcular o comprimento do lado, calculando a **raiz quadrada** desse valor.

Por um raciocínio análogo, podemos calcular o volume de um cubo dada a medida do seu lado, calculando o cubo desse valor, e podemos calcular a medida do lado de um cubo com um determinado volume, calculando a **raiz cúbica** desse valor.



$$\text{Se } \ell_{\text{cubo}} = 3 \text{ cm} \text{ então, } V_{\text{cubo}} = 3^3 = 27 \text{ cm}^3$$

$$\text{Se } V_{\text{cubo}} = 216 \text{ m}^3 \text{ então, } \ell_{\text{cubo}} = \sqrt[3]{216} = 6 \text{ m}$$

Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

1. Constrói uma tabela com todos os quadrados perfeitos inferiores a 1000 .
Sugestão: Constrói uma tabela onde coloques lado a lado o quadrado perfeito, a , e o número inteiro b tal que $a = b^2$.

2. Constrói uma tabela com todos os cubos perfeitos inferiores a 5000 .

... e aprendo!

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- **Funções**
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

Funções

APRENDER PARA SABER

A noção de função foi sendo desenvolvida e aperfeiçoada ao longo dos séculos.

Já no século XVII, o matemático **René Descartes** (também conhecido como *Renatus Cartesius*) utilizou pela primeira vez eixos cartesianos para representar uma função. Assim, passou a ser possível estabelecer uma correspondência entre pontos do plano e pares de números, permitindo representar graficamente as relações entre variáveis. Descartes foi considerado por muitos como o pai da Matemática moderna.



(1596-1650)

A utilização do termo «função» aconteceu pela primeira vez no século XVII (1694), com o matemático alemão **Gottfried Leibniz**. Nascido em Leipzig, na Alemanha, ingressou na universidade aos catorze anos e ao fim de dois anos já tinha recebido o seu diploma de bacharel.



(1646-1716)

Ainda na área das funções, é de realçar o trabalho do matemático e físico suíço **Leonhard Euler**, durante o século XVIII. Tendo passado a maior parte da sua vida na Rússia e na Alemanha, Euler fez importantes descobertas no domínio do cálculo e dos grafos e foi enorme o seu contributo no que diz respeito ao uso de notações como, por exemplo, o uso da letra grega π para representar a razão entre o perímetro de uma circunferência e o seu diâmetro ou a utilização da notação $f(x)$ para designar uma função de x .



(1707-1783)

A representação de uma função por uma **expressão algébrica** deve-se ao matemático suíço **Jacob Bernoulli** (1654-1705).



(1654-1705)

TRABALHO EU, TRABALHAMOS NÓS

Elabora uma pequena pesquisa que te permita ter uma visão mais abrangente sobre as funções na História da Matemática.

Investiga a presença de funções em situações do dia a dia.

Organização e tratamento de dados

APRENDER PARA SABER

A **estatística** é um ramo da Matemática que envolve o estudo de determinadas características de uma população e cujo método prevê a recolha de dados, através de censos ou sondagens, a organização e tratamento desses mesmos dados por forma a tirar conclusões e a prever a evolução de determinadas situações.



A palavra **estatística** aparece pela primeira vez no século XVIII. Alguns autores defendem que tem origem na palavra estado, do latim *statu*, pelo claro aproveitamento desta ferramenta pelo Estado, enquanto outros afirmam que foi o alemão **Gottfried Achemmel** o primeiro a utilizá-la a partir do termo *statistik*, proveniente do grego (relativo a Estado).

Nos dias de hoje, a estatística é um instrumento bastante útil e, em algumas situações, indispensável para tomadas de decisões nos mais variados campos, tais como o científico, o económico ou o político. Existem indícios de que Chineses, Babilónios e Egípcios terão usado censos para a aplicação de impostos, cerca de 3000 a. C.

Na etapa de organização dos dados são utilizadas **tabelas de frequências**. A **frequência absoluta** de uma categoria é o número de dados que pertencem a essa categoria. A **frequência relativa** de uma categoria é o quociente entre a frequência absoluta dessa categoria (ou classe) e o número total de elementos que constituem a amostra (parte da população sobre a qual é feito o estudo estatístico). A frequência relativa pode ser expressa em percentagem.

Como identificar o tipo de dados numa amostra?

Uma amostra é de **dados quantitativos** ou **numéricos** se a característica em estudo pode ser medida ou contada.

Uma amostra é de **dados qualitativos** se a característica em estudo não é passível de ser medida ou quantificada (por exemplo, uma cor ou género).

Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

Exemplo 1:

A Maria fez um estudo sobre a fruta favorita dos seus colegas de turma e organizou os dados na seguinte tabela.

Fruta	N.º Alunos	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Morango	7	7	$0,4 = \frac{4}{10} = 40\%$
Ananás	2	2	$0,1 = \frac{1}{10} = 10\%$
Banana	5	5	$0,3 = \frac{3}{10} = 30\%$
Pêssego	4	4	$0,2 = \frac{2}{10} = 20\%$
Total	18	18	$1 = 100\%$

A moda do conjunto de dados é morango pois essa é a categoria com maior frequência absoluta.

Exemplo 2:

Numa escola fez-se um estudo sobre o número de irmãos de cada aluno de uma turma e obtiveram-se os seguintes resultados:

N.º irmãos	N.º Alunos	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
0	6	6	$0,23 = \frac{23}{100} = 23\%$
1	12	12	$0,46 = \frac{46}{100} = 46\%$
2	5	5	$0,19 = \frac{19}{100} = 19\%$
3	3	3	$0,12 = \frac{12}{100} = 12\%$
Total	26	26	$1 = 100\%$

A moda do conjunto de dados é 1 irmão.

E qual é o número mediano de irmãos dos colegas da Maria?

A mediana é uma medida de localização central que indica o centro da distribuição. Como no seu cálculo intervêm apenas os valores centrais, não sofre a influência de valores extremos.

A mediana pode representar-se por $\tilde{x}$ ou Me .

Se o **número de dados n é ímpar** a mediana é o valor central, isto é, é o dado de ordem $\frac{n+1}{2}$.

Se o **número de dados é par**, a mediana é a média dos dois valores centrais, isto é, é a média dos valores de ordem $\frac{n}{2}$ e $\frac{n+1}{2}$.

... e aprendo!

ENTRO EM AÇÃO

3. Em cada um dos exemplos apresentados, identifica o tipo de dados de cada amostra.

4. Recolhe e organiza numa tabela de frequências os dados relativos:

4.1 Aos resultados obtidos no último teste de Matemática, na tua turma.

4.2 Ao sumo favorito dos teus colegas de turma.

Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- **Equações**
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

Equações

APRENDER PARA SABER

A História da Matemática é em grande parte a **história das equações**. A divisão da Matemática em grandes áreas do conhecimento teve origem em problemas envolvendo equações de diversos tipos. Embora a palavra equação seja relativamente recente na linguagem matemática – terá surgido cerca do século XVII –, o conceito de equação tem estado presente ao longo dos tempos, nos mais variados problemas.

Os **Babilônios**, civilização que data do século XVIII a. C., resolviam equações lineares e quadráticas com duas variáveis e até mesmo problemas envolvendo equações cúbicas e biquadráticas. Não usavam letras para designar as quantidades desconhecidas, pois nesta altura o alfabeto ainda não tinha sido inventado. Nos seus problemas era comum somar «áreas» com «volumes», «comprimento» com «largura», tal como pode ser visto no seguinte texto:

Comprimento, largura. Eu multipliquei comprimento e largura, assim obtenho a área. Então, eu adicionei à área o excesso do comprimento sobre a largura: 3,3 (isto é, 183 em resultado). E ainda, eu tive de somar o comprimento e a largura: 27. Qual o comprimento, a largura e a área?

Um dos maiores matemáticos gregos foi **Diofanto de Alexandria**, que escreveu uma obra importante intitulada *Arithmética*, mas pouco mais se sabe sobre a vida deste algebrista que terá vivido entre 150 a. C. e 350 a. C. O único dado que nos é fornecido é o número de anos que viveu, informação que nos chega através de uma coleção chamada *Antologia Palatina*, escrita cerca de um século após a sua morte:

A sexta parte da sua vida foi-lhe dada por Deus para a sua juventude. Decorrida outra décima segunda parte, a sua face já tinha barba. Um sétimo da sua vida depois casou-se e durante o quinto ano teve um filho. O querido mas infeliz tinha metade da idade do pai quando o destino cruel o levou. Consolou o seu sofrimento nos quatro restantes anos de sua vida.

Por esta disposição de números diga-nos qual a duração da sua vida.

Este problema é facilmente resolvido através de uma equação linear do 1.º grau.

Brahmagupta, que viveu na Índia Central entre 598 e 670, foi o primeiro matemático a dar uma solução geral à equação linear diofantina $ax + by = c$, onde a , b e c são números inteiros.



No entanto, foi **Bhaskara**, o matemático hindu mais importante do século XII, quem preencheu algumas lacunas da obra de Brahmagupta.

A obra mais conhecida de Bhaskara é *Lilavati* – compilação de problemas de vários matemáticos, entre os quais, Brahmagupta –, que contém problemas sobre progressões aritméticas e geométricas, equações lineares e quadráticas.



Bhaskara morreu no final do século XII e poucos foram os matemáticos hindus que conseguiram atingir o seu brilhantismo. Depois de Bhaskara muitos outros matemáticos continuaram a explorar diversas equações e as suas potencialidades, como **Al-Khwarizmi**, matemático árabe, que na sua obra *Hisub al-jabr W'al-muqabala* (que significa restauração por transposição de termos de um lado da equação para o outro) apresenta pela primeira vez regras para resolver equações. Nesta obra são ainda apontadas soluções simples para a resolução de equações de 1.º e 2.º graus. Al-Khwarizmi foi responsável pela introdução da numeração na Europa e o nome algarismo deriva do seu nome. Os matemáticos desse tempo apelidavam-no de *al-Jabr*, de onde provém a palavra álgebra.



Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- **Equações**
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

TRABALHO EU, TRABALHAMOS NÓS

Explora os problemas anteriormente destacados a itálico e tenta encontrar as respetivas soluções.

OLHAR EM REDE

Para mais informações, acede a www.raizeditora.pt e consulta os sítios indicados.

... e aprendo!

Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- Semelhança de triângulos

Semelhança de figuras: ampliação e redução

APRENDER PARA SABER

O **pantógrafo** é um instrumento que permite reproduzir figuras e que pode ser regulado de forma que execute reduções e ampliações nas proporções pretendidas. Foi inventado em 1603 por **Christoph Scheiner**. Nascido em 1575, Scheiner ingressou na ordem jesuíta aos 20 anos. Iniciou os seus estudos em 1601 em Ingolstadt, onde mais tarde lecionaria Matemática. Morreu em 1650.

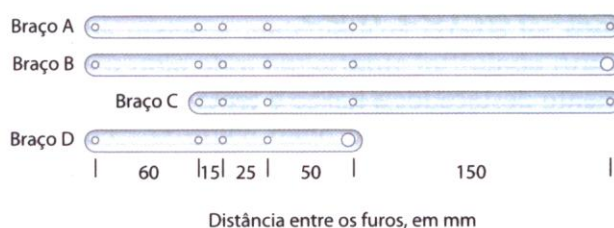


O pantógrafo é constituído por quatro barras articuladas, que se mantêm paralelas duas a duas, formando um paralelogramo.

Como construir um pantógrafo?

Os braços A e B têm 31,2 cm, o braço C tem 25,2 cm e o D tem 16,2 cm.

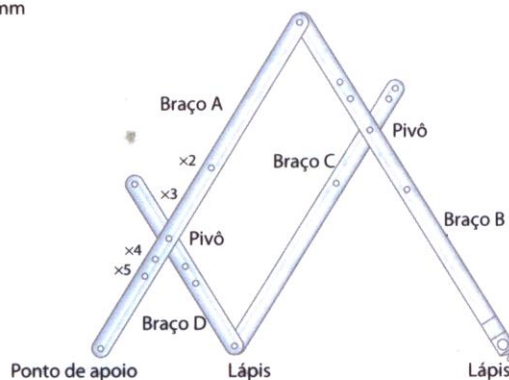
Começa por cortar os braços do pantógrafo e, em seguida, efetua as marcações indicadas.



Após teres efetuado os cortes e os furos, faz a montagem conforme a figura ao lado.*

* Este plano de construção foi adaptado de iMasters Fóruns.

Se o pantógrafo estiver corretamente construído, os braços B e D também são paralelos. Os pivôs são colocados de modo que obtenham a ampliação desejada ($\times 2$, $\times 3$, $\times 4$ ou $\times 5$).



TRABALHO EU, TRABALHAMOS NÓS

Constrói um pantógrafo em cartão grosso ou madeira e experimenta reduzir ou ampliar figuras ao teu gosto.

OLHAR EM REDE

Para mais informações, acede a www.raizeditora.pt e consulta os sítios indicados.

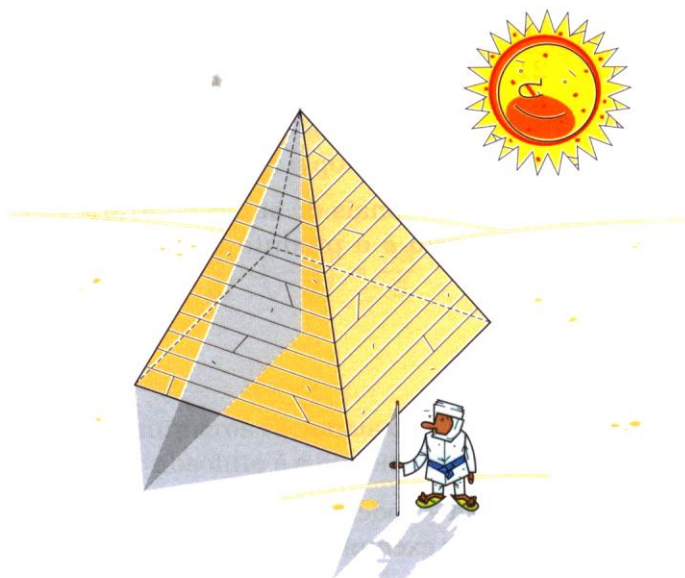
... e aprendo!

Semelhança de triângulos

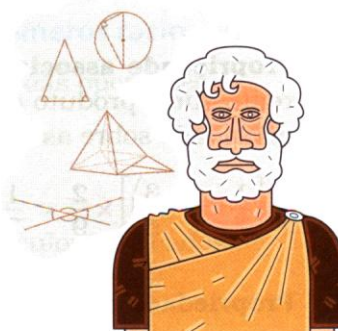
APRENDER PARA SABER

Segundo a lenda, cerca de 600 a. C., **Tales de Mileto** terá sido interpellado, por um mensageiro do faraó para que determinasse a altura da pirâmide de Quéops no Egito. Apoiando-se numa vara espetada perpendicularmente ao chão, esperou que o comprimento da sombra da vara fosse exatamente igual à altura da mesma. Neste momento, Tales terá dito a um ajudante: «Vai! Mede depressa a sombra da pirâmide: o seu comprimento é igual à sua altura!»

Para ser rigoroso, Tales teria de adicionar à medida da sombra da pirâmide metade da medida do lado da base, pois a base oculta uma parte da sombra. Poderá tê-lo feito, embora a lenda não o mencione.



Tales de Mileto é considerado um dos sete sábios da Grécia Antiga. Nascido em 624/625 a. C., em Mileto, foi um marco fundamental da Filosofia ocidental. De ascendência fenícia, Tales fez grandes descobertas ao nível da Astronomia, tendo sido o primeiro a explicar o eclipse solar, ao constatar que a Lua era iluminada pelo Sol. No domínio da Geometria, descobriu diversas propriedades de triângulos, propriedades dos círculos e de retas paralelas.



Descubro o mundo...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Funções
- Organização e tratamento de dados
- Equações
- Semelhança de figuras: ampliação e redução
- **Semelhança de triângulos**

TRABALHO EU, TRABALHAMOS NÓS

Para Tales de Mileto parece ter sido fácil afirmar que o comprimento da sombra da pirâmide é igual à sua altura. Faz uma pesquisa para que consigas demonstrar a afirmação.

Nota: A explicação resulta dos critérios de semelhança de triângulos.

... e aprendo!

• **Multiplicação e divisão de números racionais**

- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Multiplicação e divisão de números racionais

APRENDER PARA SABER

Como multiplicar dois números racionais?

Para multiplicar dois números racionais representados na forma de fração, multiplicam-se os numeradores e multiplicam-se também os denominadores.

Exemplo 1:

O produto de dois números racionais com o mesmo sinal é um número positivo. O seu valor absoluto é o produto dos valores absolutos dos fatores.

$$\left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{7}\right) = \frac{10}{21}$$

Exemplo 2:

O produto de dois números racionais de sinais contrários é um número negativo. O seu valor absoluto é o produto dos valores absolutos dos fatores.

$$\frac{9}{5} \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{27}{10}$$

Propriedades da multiplicação

1. Propriedade comutativa – Podemos trocar a ordem dos fatores que o produto não se altera. Por exemplo:

$$\frac{2}{11} \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{2}{11}$$

2. Propriedade associativa – Podemos associar fatores de forma diferente que o produto não se altera. As operações entre parêntesis têm prioridade sobre as restantes. Por exemplo:

$$\left[\frac{1}{7} \times \left(-\frac{3}{5}\right)\right] \times \frac{2}{9} = \frac{1}{7} \times \left[\left(-\frac{3}{5}\right) \times \frac{2}{9}\right]$$

3. Propriedade distributiva da multiplicação

– em relação à adição:

$$\frac{2}{9} \times \left[\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right)\right] = \frac{2}{9} \times \left(-\frac{1}{3}\right) + \frac{2}{9} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$

– em relação à subtração:

$$\frac{2}{9} \times \left[\left(-\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right)\right] = \frac{2}{9} \times \left(-\frac{1}{3}\right) - \frac{2}{9} \times \left(-\frac{1}{4}\right)$$

- 4. Elemento absorvente da multiplicação** – O produto de um qualquer número racional por zero é zero. O 0 (zero) diz-se o elemento absorvente da multiplicação.

$$(-2) \times 0 = 0 \times (-2) = 0$$

- 5. Elemento neutro da multiplicação** – O produto de um qualquer número racional por um é o número racional. O 1 (um) diz-se o elemento neutro da multiplicação.

$$(-0,3) \times 1 = 1 \times (-0,3) = -0,3$$

Como dividir dois números racionais?

Para dividir dois números racionais, multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor (com o divisor diferente de zero).

Exemplo 1:

O quociente de dois números racionais com o mesmo sinal é um número positivo. O seu valor absoluto é o quociente entre os valores absolutos do dividendo pelo divisor.

$$\left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{2}{7}\right) = \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) = \frac{35}{6}$$

Exemplo 2:

O quociente de dois números racionais de sinais contrários é um número negativo. O seu valor absoluto é o quociente entre os valores absolutos do dividendo pelo divisor.

$$\frac{9}{5} : \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{5} \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{18}{15}$$

Como calcular expressões numéricas com números racionais?

Efetuem-se os cálculos respeitando a prioridade das operações.

Exemplo:

$$\begin{aligned} \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{7}\right) &= \\ = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \times \left(-\frac{1}{7}\right) &= \\ = \frac{2}{5} - \frac{1}{35} &= \\ = \frac{14}{35} - \frac{1}{35} &= \\ = \frac{13}{35} \end{aligned}$$

Efetuar os cálculos indicados no interior dos parêntesis.

A multiplicação e a divisão têm prioridade relativamente à adição e à subtração.

• Multiplicação e divisão de números racionais

- Potências. Operações com potências.
- Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

• **Multiplicação e divisão de números racionais**

- Potências. Operações com potências.
Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

5. Calcula:

5.1 $\frac{2}{7} \times \frac{3}{4}$

5.2 $3 : \left(-\frac{2}{9}\right)$

5.3 $\frac{1}{4} \times (-4)$

5.4 $-\frac{2}{12} : \left(-\frac{1}{6}\right)$

6. Completa:

6.1 $\frac{9}{5} \times (\text{---}) = -1$

6.2 $\text{---} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = 2$

6.3 $\text{---} : \left(-\frac{7}{11}\right) = -1$

6.4 $-\frac{1}{10} : (\text{---}) = 2$

7. Calcula o valor das expressões numéricas:

7.1 $\frac{1}{9} - 4 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

7.4 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{9} + \frac{2}{5} : (-9)$

7.2 $\frac{3}{2} \times \frac{4}{5} + 0,6 - \frac{4}{5} : \frac{4}{5}$

7.5 $\frac{2}{3} + \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) \right]$

7.3 $\frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)$

7.6 $1 - \left[\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} : (-0,2) \right]$

8. Identifica a propriedade que permite fazer os cálculos identificados com os números 1, 2, 3 e 4.

$$\begin{aligned} \left[\left(-\frac{2}{7}\right) \times \frac{5}{4} \right] \times \left(-\frac{7}{2}\right) &\stackrel{1}{=} \left[\frac{5}{4} \times \left(-\frac{2}{7}\right) \right] \times \left(-\frac{7}{2}\right) \stackrel{2}{=} \\ &= \frac{5}{4} \times \left[\left(-\frac{2}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{2}\right) \right] \stackrel{3}{=} \frac{5}{4} \times 1 \stackrel{4}{=} \frac{5}{4} \end{aligned}$$

Potências. Operações com potências. Regras operatórias

APRENDER PARA SABER

Recorda que uma **potência** é um produto de fatores iguais. Chamamos **base** ao fator que se repete. Chamamos **expoente** ao número de vezes que o fator se repete.

Exemplo:

$$\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{125}{64} \quad (0,2)^2 = \left(\frac{2}{10}\right)^2 = \frac{2}{10} \times \frac{2}{10} = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} = 0,04$$

$\left(\frac{5}{3}\right)^3$ é uma potência de base $\frac{5}{3}$ e expoente 3.

E se a base da potência for negativa?

$$\left(-\frac{5}{4}\right)^1 = -\frac{5}{4} \quad \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = -\frac{5}{4} \times \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

$$\left(-\frac{5}{4}\right)^3 = -\frac{5}{4} \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) = -\frac{125}{64}$$

$$\left(-\frac{5}{4}\right)^4 = -\frac{5}{4} \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) = \frac{625}{256}$$

Se repararmos no exemplo acima, observamos que o sinal do resultado de cada potência está associado ao expoente. Quando o expoente é par, o resultado é positivo. Quando é ímpar, o resultado é negativo.

Em termos gerais, se $a \in \mathbb{Q}^+$ e $n \in \mathbb{N}$, $(-a)^n = \begin{cases} -a^n, & \text{se } n \text{ é ímpar} \\ a^n, & \text{se } n \text{ é par} \end{cases}$

Como adicionar ou subtrair potências?

Para somar ou subtrair potências precisamos de calcular o seu valor numérico.

Exemplo: $\left(\frac{4}{3}\right)^2 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} - \frac{4}{9} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$

Multiplicação de potências com a mesma base

Ao multiplicar potências com a mesma base obtém-se uma potência com a mesma base e expoente igual à soma dos expoentes.

Exemplo: $\left(-\frac{2}{5}\right)^6 \times \left(-\frac{2}{5}\right)^3 = \left(-\frac{2}{5}\right)^{6+3} = \left(-\frac{2}{5}\right)^9$

Divisão de potências com a mesma base

Ao dividir potências com a mesma base obtém-se uma potência com a mesma base e expoente igual à diferença dos expoentes.

Exemplo: $\left(\frac{4}{7}\right)^{11} : \left(\frac{4}{7}\right)^5 = \left(\frac{4}{7}\right)^{11-5} = \left(\frac{4}{7}\right)^6$

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- **Potências. Operações com potências. Regras operatórias**
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- **Potências. Operações com potências. Regras operatórias**
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Multiplicação de potências com o mesmo expoente

Ao multiplicar potências com o mesmo expoente obtém-se uma potência com o mesmo expoente e base igual ao produto das bases.

Exemplo: $\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(-\frac{7}{9}\right)^5 = \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{7}{9}\right)\right]^5 = \left(\frac{14}{27}\right)^5$

Divisão de potências com o mesmo expoente

Ao dividir potências com o mesmo expoente obtém-se uma potência com o mesmo expoente e base igual ao quociente das bases.

Exemplo: $\left(\frac{3}{4}\right)^7 : \left(-\frac{2}{5}\right)^7 = \left[\frac{3}{4} : \left(-\frac{2}{5}\right)\right]^7 = \left[\frac{3}{4} \times \left(-\frac{5}{2}\right)\right]^7 = \left(-\frac{15}{8}\right)^7$

Potência de potência

Ao calcular uma potência de potência obtém-se uma potência com a mesma base e expoente igual ao produto dos dois expoentes.

Exemplo: $[(-2)^2]^4 = (-2)^{2 \times 4} = (-2)^8$

Não te esqueças que $[(-2)^2]^4 \neq (-2)^{2^4}$.

Pois $[(-2)^2]^4 = 2^8$ e $(-2)^{2^4} = (-2)^{2 \times 2 \times 2 \times 2} = (-2)^{16}$

ENTRO EM AÇÃO

9. Calcula:

9.1 $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

9.3 $\left(-\frac{3}{8}\right)^3$

9.2 $\left(\frac{2}{3}\right)^3$

9.4 $\left(-\frac{5}{2}\right)^4$

10. Simplifica, escrevendo sob a forma de uma potência única, sempre que possível:

10.1 $\left(\frac{1}{8}\right)^4 \times 0,125$

10.3 $\left(\frac{9}{7}\right)^2 - \left(\frac{3}{7}\right)^2$

10.2 $\left(\frac{11}{5}\right)^4 : \left(\frac{11}{5}\right)^2$

10.4 $\left[\left(-\frac{4}{9}\right)^2\right]^3$

11. Calcula o valor das expressões numéricas:

11.1 $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \left(-\frac{5}{4}\right)$

11.3 $1 + [(-0,25)^2]^3$

11.2 $\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \frac{3^2}{5} \times \left(-\frac{2}{9}\right)$

11.4 $\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)^4 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3$

... e aprendo!

Raiz quadrada e raiz cúbica

Prático...

APRENDER PARA SABER

Consulta a página 4 e recorda que a **raiz quadrada** de um quadrado perfeito n é o número positivo m cujo quadrado é n , isto é, $\sqrt{n} = m$ se $m^2 = n$.

Exemplo: $\sqrt{16} = 4$ pois $4^2 = 16$

A raiz quadrada de um quociente de quadrados perfeitos diferentes de zero, $\frac{a}{b}$, é também o número positivo cujo quadrado é $\frac{a}{b}$.

Então sendo $\frac{16}{9} = \frac{4^2}{3^2}$, $\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$ porque $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$.

A **raiz cúbica** de um cubo perfeito n é o número m cujo cubo é n , isto é, $\sqrt[3]{n} = m$ se $m^3 = n$.

Exemplo: $\sqrt[3]{27} = 3$ pois $3^3 = 27$

A raiz cúbica de um quociente de cubos perfeitos diferentes de zero, $\frac{a}{b}$, é o número cujo cubo é $\frac{a}{b}$. A raiz cúbica do simétrico de um quociente de cubos perfeitos, $-\frac{a}{b}$, também é o número cujo cubo é $-\frac{a}{b}$.

$\sqrt[3]{\frac{27}{8}} = \frac{3}{2}$ porque $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$. $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$ porque $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$.

Operar com raízes quadradas

Sendo a e b dois quadrados perfeitos:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \sqrt{4 \times 9} = \sqrt{4} \times \sqrt{9} = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad b \neq 0 \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$$

Sendo a e b dois cubos perfeitos:

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b} \quad \sqrt[3]{8 \times 27} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{27} = 2 \times 3 = 6$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}, \quad b \neq 0 \quad \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a} \quad \sqrt[3]{-64} = -\sqrt[3]{64} = -4$$

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- **Raiz quadrada e raiz cúbica**
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

12. Calcula:

12.1 $\sqrt{64} + \sqrt{9}$

12.2 $\sqrt{1} + 2 \times \sqrt{4}$

12.3 $\sqrt{121}$

12.4 $\sqrt{0}$

12.5 $\sqrt{64 \times 121} - 11\sqrt{64}$

12.6 $\sqrt{0,0049}$

12.7 $\sqrt{\frac{16}{25}}$

12.8 $\sqrt[3]{64}$

12.9 $\sqrt[3]{1} + \sqrt[3]{8}$

12.10 $\sqrt[3]{125} + 3 \times \sqrt[3]{0,027}$

... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- **Raiz quadrada e raiz cúbica**
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

12.11 $\sqrt[3]{343}$

12.13 $\sqrt[3]{\frac{1728}{4096}}$

12.12 $\sqrt[3]{27 \times 512}$

12.14 $\sqrt[3]{0,000343}$

13. Calcula a medida do lado dos seguintes quadrados:

13.1



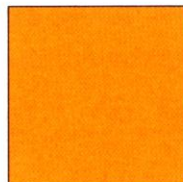
$A = 169 \text{ m}^2$

13.3



$A = 324 \text{ m}^2$

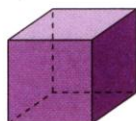
13.3



$A = 441 \text{ m}^2$

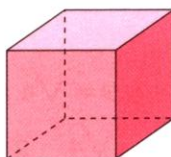
14. Calcula a medida da aresta dos seguintes cubos:

14.1



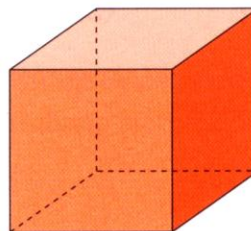
$V = 729 \text{ m}^3$

14.2



$V = 1331 \text{ m}^3$

14.3



$V = 3375 \text{ m}^3$

15. Uma das faces de um cubo tem 121 dm^2 de área. Qual é o volume do cubo?

16. Um cubo tem 2744 cm^3 de volume. Determina a área de uma das suas faces.

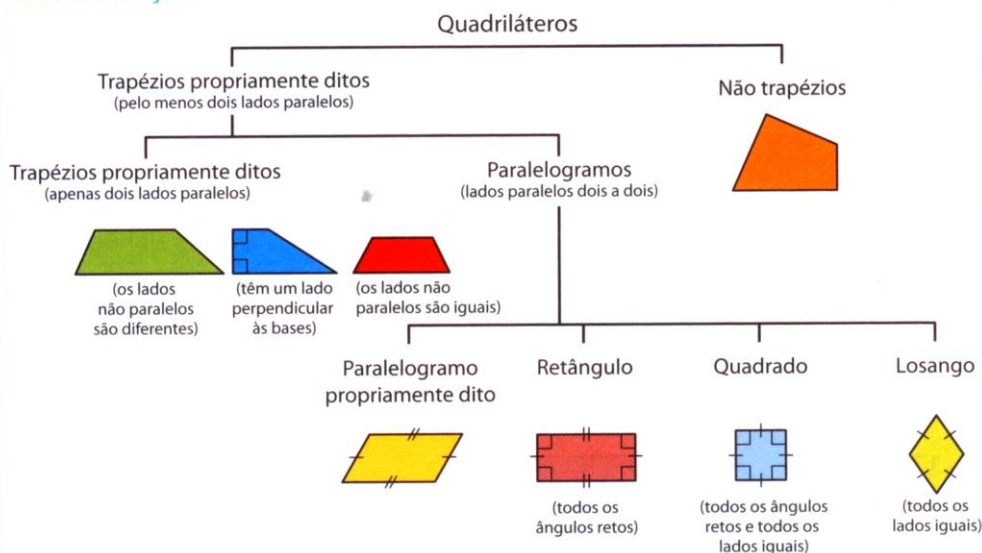
- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- **Quadriláteros**
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Um **quadrilátero** é um polígono com 4 lados.

Num quadrilátero convexo:

- A soma das amplitudes dos ângulos internos é 360° (é um ângulo giro).
- A soma das amplitudes de dois ângulos internos adjacentes ao mesmo lado é 180° (são ângulos suplementares).

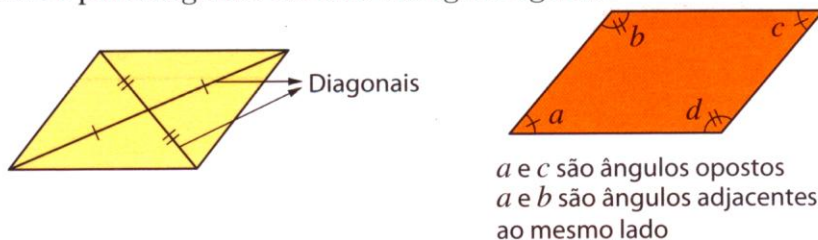
Classificação



Propriedades dos paralelogramos

Num paralelogramo:

- Os lados são paralelos dois a dois.
- Os ângulos opostos são iguais.
- Os lados opostos são iguais.
- As diagonais interseitam-se nos seus pontos médios e cada diagonal divide o paralelogramo em dois triângulos iguais.



- Existem 2 eixos de simetria: as retas que contêm as próprias diagonais.

Também se prova que:

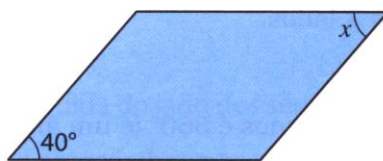
- um **quadrilátero é um paralelogramo quando** (e apenas quando) as diagonais se bisseitam;
- um **paralelogramo é um retângulo quando** (e apenas quando) as diagonais são iguais;
- um **paralelogramo é um losango quando** (e apenas quando) as diagonais são perpendiculares.

... e aprendo!

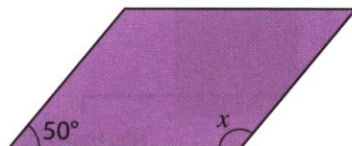
- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- **Quadriláteros**
 - Expressões algébricas
 - Proporcionalidade direta
 - Conceito de função
 - Função de proporcionalidade direta
 - Equações lineares com uma incógnita
 - Medidas de localização central
 - Semelhança de figuras
 - Semelhança de polígonos
 - Triângulos
 - Semelhança de triângulos

17. Para cada um dos paralelogramos seguintes, calcula a amplitude do ângulo representado por x :

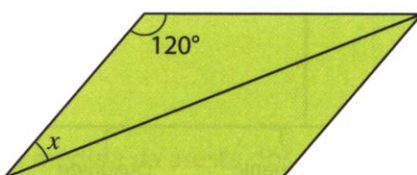
17.1



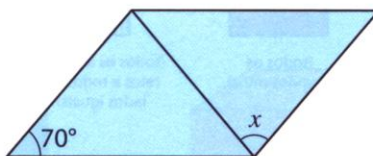
17.2



17.3



17.4

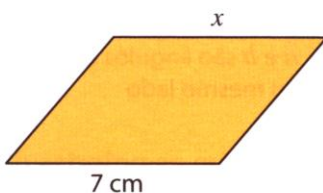


18. Para cada uma das figuras, determina o valor de x :

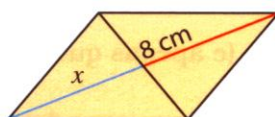
18.1



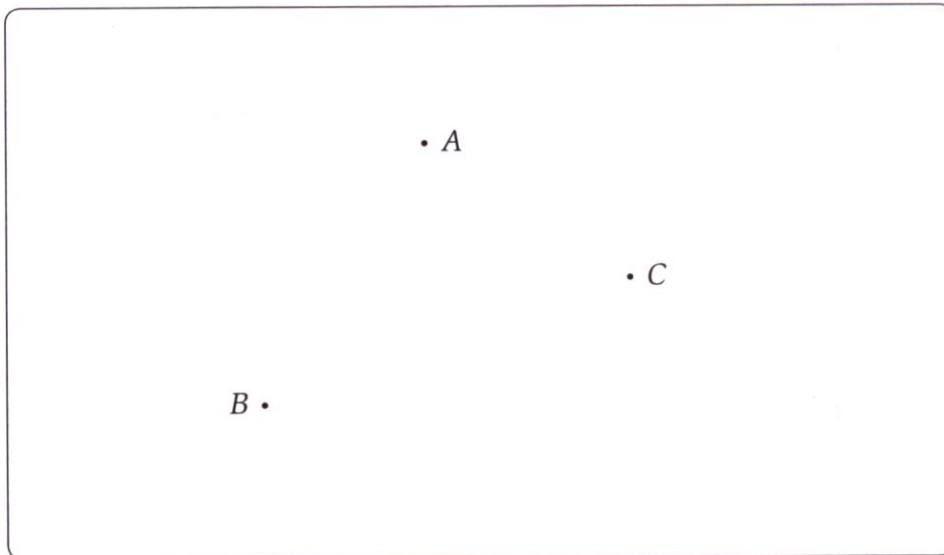
18.2



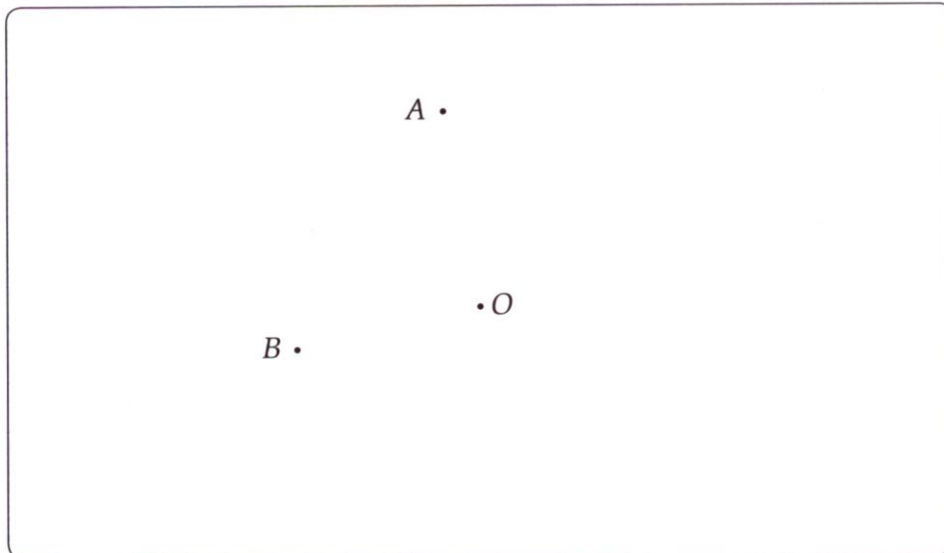
18.3



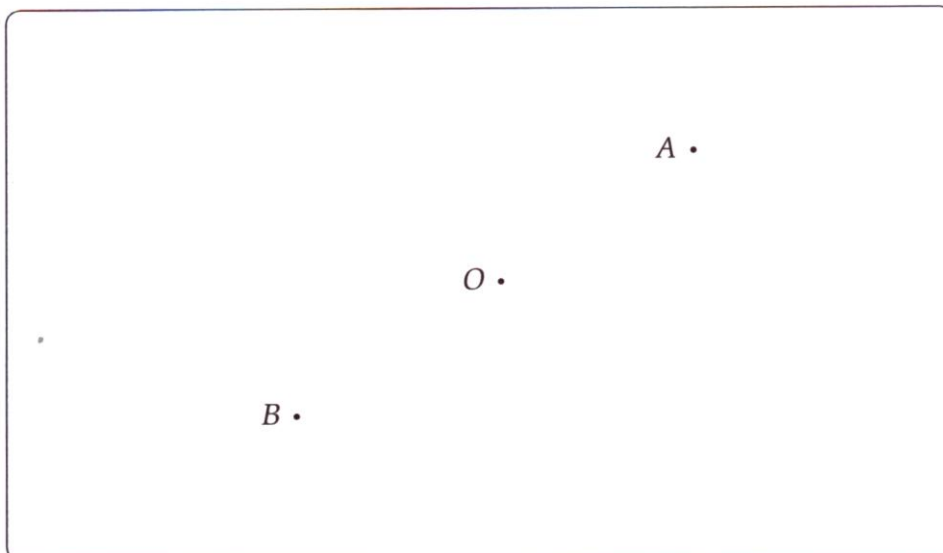
19. Quantos paralelogramos consegues desenhar, tendo os vértices A , B e C ?



20. Desenha o paralelogramo com vértices em A e B e o ponto de interseção das diagonais em O .



21. Quantos paralelogramos existem com vértices em A e B e o ponto de interseção das diagonais em O ?



Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- **Quadriláteros**
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- **Expressões algébricas**
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Expressões algébricas

APRENDER PARA SABER

Uma **variável** é representada por uma letra e chama-se assim porque pode tomar vários valores.

Diz-se que uma variável é **concretizada** quando a substituímos por um número.

Simplificação de expressões algébricas

A expressão algébrica:

$$2n + 4n$$

tem dois termos $2n$ e $4n$: entre um número e uma letra ou entre duas letras podemos suprimir o símbolo da multiplicação.

Cada termo é constituído por:

- uma parte numérica a que chamamos **coeficiente**;
- uma **parte literal** (as variáveis).

Uma vez que os dois termos são **semelhantes**, isto é, têm a mesma parte literal, podemos adicioná-los, somando os coeficientes e mantendo a parte literal.

Assim,

$$2n + 4n = (2 + 4)n = 6n$$

Exemplos:

$$3a + a = (3 + 1)a = 4a$$

$$4b - 2b = (4 - 2)b = 2b$$

$$6c - 5c = (6 - 5)c = 1c = c$$

$$5d - 2d - 3d = (5 - 2 - 3)d = 0d = 0$$

ENTRO EM AÇÃO

22. Reescreve as expressões suprimindo o símbolo da multiplicação:

22.1 $2 \times n$

22.2 $p \times 4$

22.3 $7 \times b \times c$

22.4 $9 \times a \times a$

22.5 $d \times 1 \times e$

23. $A_{\text{triângulo}} = \frac{b \times h}{2}$ é a fórmula para calcular a área de um triângulo.

Completa a tabela:

b	h	$A_{\text{triângulo}}$
5	3	
9	7	
2	6	

24. Considera a expressão $s + 2m$, que corresponde ao valor em euros gasto pela mãe da Joana num par de sapatos e dois pares de meias. Sabendo que s e m são o custo dos sapatos e de um par de meias, respetivamente, calcula quanto pagou a mãe da Joana se:

24.1 $s = 20 \text{ €}$ e $m = 5 \text{ €}$

24.2 $s = 34,5 \text{ €}$ e $m = 3,5 \text{ €}$

24.3 $s = 52 \text{ €}$ e $m = 7 \text{ €}$

25. Simplifica cada uma das seguintes expressões:

25.1 $a + a + a$

25.8 $10h + 13h - 2h$

25.2 $b + b + 2b$

25.9 $5i - 5i + i$

25.3 $3c + 4c$

25.10 $3j + 9 + 4j - 7$

25.4 $9d - \frac{3}{4}d$

25.11 $10k + 7 - 10k + 3$

25.5 $24e - 23e$

25.12 $7l + 9z - 5l + 3z$

25.6 $13f - 13f$

25.13 $5m + 7y + 3m + 6y$

25.7 $\frac{1}{2}g - \frac{1}{3}g + \frac{1}{4}g$

25.14 $7n + 9x + 3x - 7n + n + 8 + \frac{1}{2}$

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- **Expressões algébricas**
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- **Proporcionalidade direta**
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Proporcionalidade direta

APRENDER PARA SABER

Duas grandezas **A** e **B** são **diretamente proporcionais** se o quociente $\frac{A}{B}$ entre dois quaisquer valores correspondentes e diferentes de zero é sempre igual a um determinado número. A esse número chama-se **constante de proporcionalidade**.

Exemplo:

As tabelas mostram a relação entre o número de bolos e o preço a pagar por eles em dois cafés.

Café Primeiro				
N.º de bolos	1	3	5	7
Preço (€)	0,70	2,10	3,50	4,50

Café Segundo				
N.º de bolos	1	3	5	7
Preço (€)	0,80	2,40	4,00	5,60

Nos dois cafés, à medida que aumentamos o número de bolos, o preço também aumenta.

Mas serão ambos os casos representativos de uma situação de proporcionalidade direta?

No café «Primeiro», $\frac{0,70}{1} = \frac{2,10}{3} = \frac{3,50}{5} = 0,70 \neq \frac{4,50}{7} \approx 0,64$.

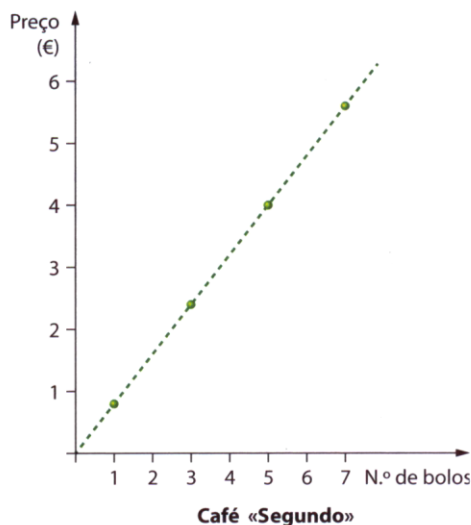
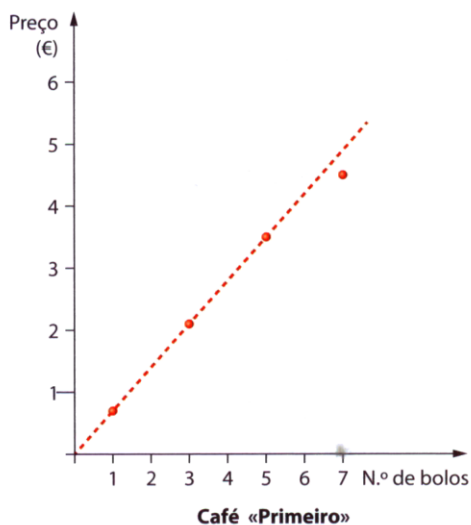
Uma vez que não é constante o quociente entre o preço e o número de bolos, não existe uma relação de proporcionalidade direta.

Já no café «Segundo», $\frac{0,80}{1} = \frac{2,40}{3} = \frac{4,00}{5} = \frac{5,60}{7} \approx 0,80$.

Os quocientes são todos iguais. Assim, estamos perante uma situação de proporcionalidade direta, e dizemos que 0,80 é a **constante de proporcionalidade**.

Graficamente, numa situação de proporcionalidade direta, os pontos pertencem a uma reta que passa na origem do referencial.

Voltando ao exemplo:



Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- **Proporcionalidade direta**
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

26. Considera as seguintes tabelas e indica as que representam situações de proporcionalidade direta, indicando também a constante de proporcionalidade.

26.1

A	2	5	10	15
B	6	15	30	45

26.2

A	3	7	9	10
B	10,5	24,5	31,5	33

26.3

A	2	8	16	24
B	14	56	112	168

26.4

A	7	11	27	60
B	14	33	45	70

... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- **Proporcionalidade direta**
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

27. Completa as seguintes tabelas, considerando A e B grandezas diretamente proporcionais, e indica a constante de proporcionalidade.

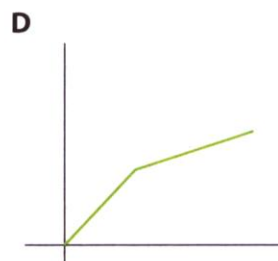
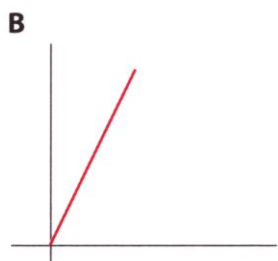
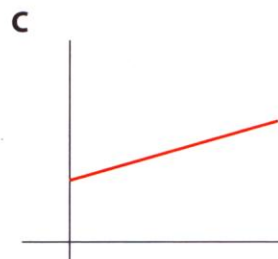
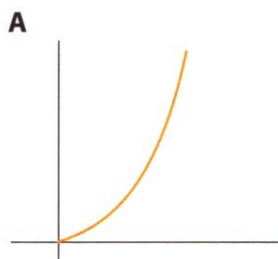
27.1

A	7		21		500
B	2	5		100	

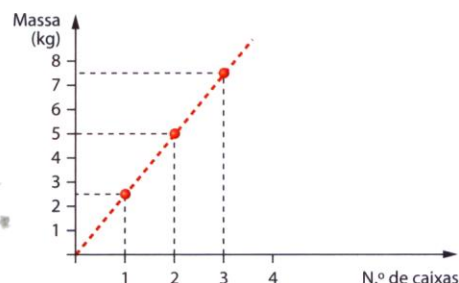
27.2

A	3		9	15	28
B		4	6		

28. Dos seguintes gráficos, escolhe os que poderão representar uma situação de proporcionalidade direta. Justifica.



29. O gráfico representa a relação que existe entre o número de caixas e a massa, em kg, das maçãs que contém.



29.1 Justifica que a situação é de proporcionalidade direta.

29.2 Preenche a seguinte tabela:

N.º de caixas	1		4		10
Massa (kg)		5		10,5	

29.3 Identifica a constante de proporcionalidade e explica o seu significado.

Conceito de função

APRENDER PARA SABER

Uma **correspondência** (ou aplicação) é uma relação que se estabelece entre elementos de um conjunto X e elementos de um conjunto Y . Ao conjunto X chamamos conjunto de partida e ao conjunto Y conjunto de chegada.

Chama-se **função** de X em Y a uma correspondência entre dois conjuntos em que a cada elemento de X corresponde um e um só elemento de Y . Por outras palavras, uma função é uma correspondência entre dois conjuntos onde a cada elemento do primeiro conjunto corresponde um e um só elemento do segundo conjunto.

Chamamos **domínio de uma função** f ao conjunto de partida que se representa por D_f . Aos elementos do domínio chamamos **objetos**.

Um elemento de Y diz-se uma **imagem** se existir algum objeto que lhe corresponda por meio daquela função.

O **contradomínio de uma função** é o conjunto das imagens e pode, ou não, coincidir com o conjunto de chegada. O contradomínio de uma função pode representar-se por CD_f ou D'_f .

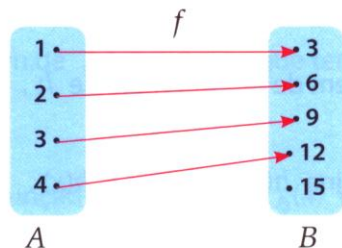
Dada uma função f , que a um elemento x do seu domínio faz corresponder a imagem y , é usual representar y por $f(x)$ e escrever $y = f(x)$. Denominamos x por **variável independente** e y por **variável dependente**.

Para definir uma função precisamos de conhecer:

- o domínio;
- o conjunto de chegada;
- o processo que a cada elemento do domínio faz corresponder um elemento do conjunto de chegada.

Exemplo:

A correspondência abaixo representa uma função f pois a cada elemento de A corresponde um e um só elemento de B .



O domínio da função é o conjunto A , ou seja, $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$.

Embora o conjunto de chegada da função seja o conjunto $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, o contradomínio é $D'_f = \{3, 6, 9, 12\}$.

A imagem de 3 pela função f é 9, logo: $f(3) = 9$.

f é uma **função numérica de variável numérica** porque o domínio e o conjunto de chegada são conjuntos de números.

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- **Conceito de função**
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

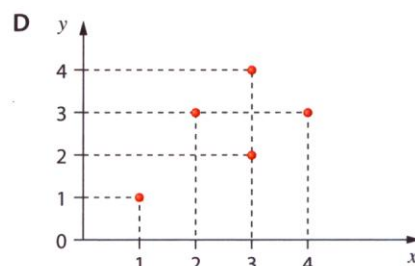
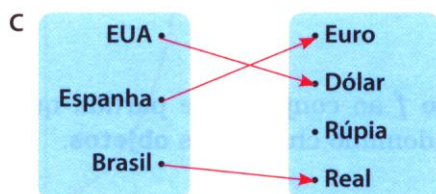
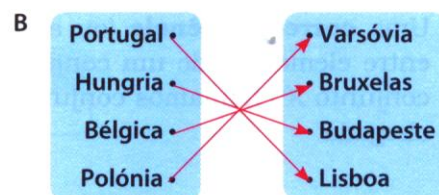
... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- **Conceito de função**
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

30. Das seguintes correspondências indica as que são funções, mencionando para cada uma o domínio, o contradomínio e o conjunto de chegada.

A

x	y
0	0
0	4
1	2
2	3



31. Das correspondências que se seguem, indica quais constituem funções, justificando.

31.1 A cada número natural associa os seus divisores.

31.2 A cada pessoa associa a sua impressão digital.

31.3 A cada fruto corresponde uma árvore.

32. Considera a função h que a cada número natural faz corresponder o seu quádruplo.

32.1 Escreve em linguagem matemática:

32.1.1 A imagem de 2, por meio de h , é 8.

32.1.2 A imagem de 5, por meio de h , é 20.

32.1.3 Determina $h(12)$, $h(25)$ e $h(x)$.

33. Numa tabela registaram-se dados relativos ao crescimento de uma planta.

Tempo (meses) – T	1	2	3	4	5
Altura (cm) – A	15	25	30	45	50

33.1 A altura da planta é função do tempo. Indica qual a variável dependente e é a variável independente.

33.2 Indica o domínio e o contradomínio da função.

33.3 Qual a imagem de 4? Qual é o objeto cuja imagem é 15?

33.4 Designando por f a função definida pela tabela, indica $f(2)$.

33.5 Indica o valor de x tal que $f(x) = 50$.

34. Considera a função g de $\mathbb{Q}$ em $\mathbb{Q}$, $g(x) = 2x - 4$.

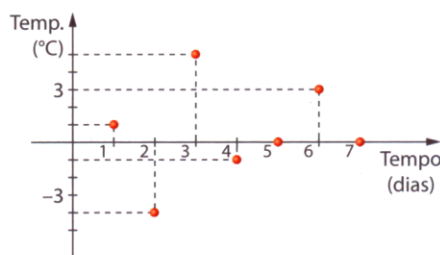
34.1 Calcula as imagens dos objetos -3 , -1 , 0 , 2 e 4 .

34.2 Indica os objetos que têm como imagens -8 e 10 .

34.3 Calcula $g(-1,5)$ e $g(2,5)$.

35. O gráfico representa a temperatura registada numa cidade da Europa, durante uma semana em março.

35.1 A correspondência é uma função numérica de variável numérica. Porquê?



35.2 Indica a variável dependente e a variável independente.

35.3 Indica o domínio e o contradomínio da função.

35.4 Qual é a imagem de 2? E o objeto que tem como imagem 3?

35.5 Designando a função por g , indica $g(4)$ e $g(7)$.

35.6 Organiza os dados do gráfico numa tabela.

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências.
- Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- **Conceito de função**
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- **Função de proporcionalidade direta**
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Uma função da forma

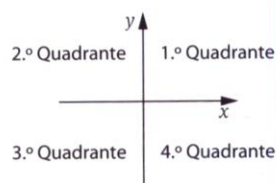
$$f(x) = kx, k \neq 0, \text{ ou}$$

$$y = kx, k \neq 0, \text{ ou}$$

$$f: x \rightarrow kx, k \neq 0$$

traduz uma situação de **proporcionalidade direta** em que:

- k é a **constante de proporcionalidade** e é a imagem de 1, isto é, $f(1) = k$.
 - o gráfico é um conjunto de pontos que se encontra sobre uma reta que passa pela origem do referencial.
- Se $k > 0$, a reta passa pelos 1.º e 3.º quadrantes;
se $k < 0$, a reta passa pelos 2.º e 4.º quadrantes.



Exemplo 1:

Um garrafão de 5 L de água custa 1,15 euros. A relação entre o número de garrafões (x) e o seu custo (y) é de proporcionalidade direta e tem como expressão algébrica $y = 1,15x$. Verifiquemos quanto custam 2, 3, 4 ou 5 garrafões e desenhemos o gráfico correspondente.

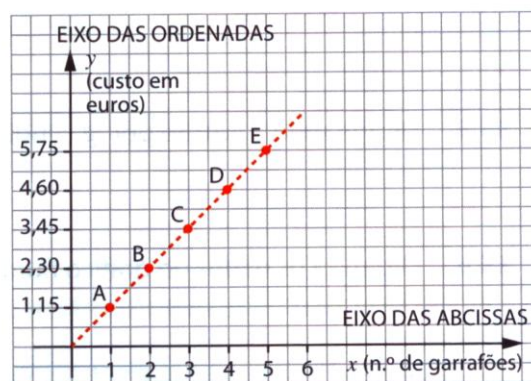
x	y
1	$1 \times 1,15 = 1,15$
2	$2 \times 1,15 = 2,30$
3	$3 \times 1,15 = 3,45$
4	$4 \times 1,15 = 4,60$
5	$5 \times 1,15 = 5,75$

Obtemos, deste modo, 5 pares ordenados da forma (x, y) :

$A = (1; 1,15)$, $B = (2; 2,30)$,
 $C = (3; 3,45)$, $D = (4; 4,60)$ e
 $E = (5; 5,75)$.

Num **par ordenado**, ao primeiro elemento chamamos **abscissa** e ao segundo elemento chamamos **ordenada**.

Assim, uma vez que não faz sentido que sejam vendidas partes de garrafão nem que esse número seja negativo, $x \in \mathbb{N}$. Obtemos, então, o gráfico que se apresenta.



Exemplo 2:

x	2	3	4	7	10
y	6	9	12	21	30

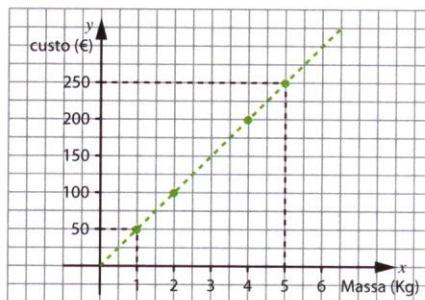
A tabela representa a relação de proporcionalidade direta que existe entre as variáveis x e y . Portanto,

$$\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{21}{7} = \frac{30}{10} = 3$$

e 3 é a constante de proporcionalidade. Assim, esta relação pode ser representada pela expressão algébrica $y = 3x$.

Exemplo 3:

O gráfico representa uma situação de proporcionalidade direta uma vez que os pontos pertencem a uma semirreta que passa pela origem do referencial. Uma vez que a imagem de 1 é 50, podemos garantir que a constante de proporcionalidade é 50. Assim, a expressão geral que traduz esta situação é $y = 50x$, em que $x \geq 0$.



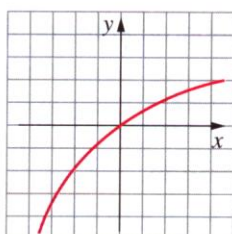
Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- **Função de proporcionalidade direta**
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

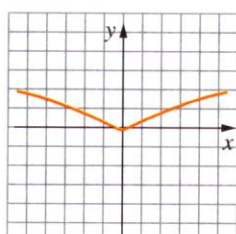
ENTRO EM AÇÃO

36. Dos seguintes gráficos, diz quais representam uma função de proporcionalidade direta e indica se a constante de proporcionalidade é positiva ou negativa.

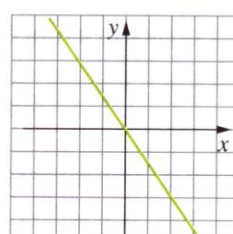
36.1



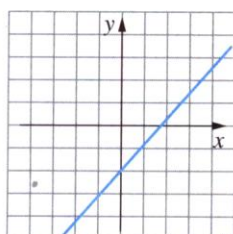
36.2



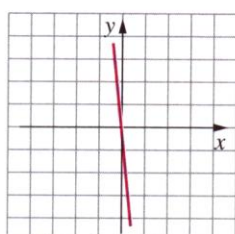
36.3



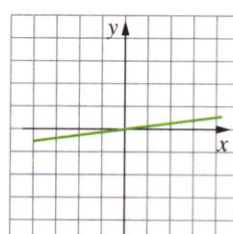
36.4



36.5



36.6



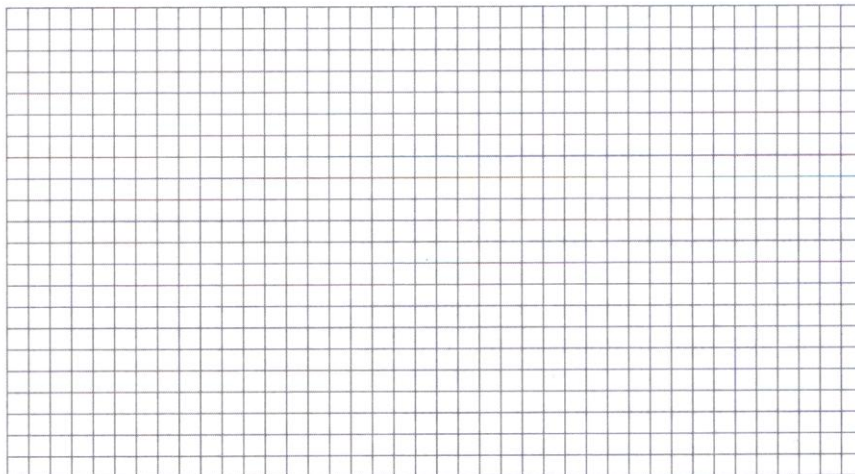
- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- **Função de proporcionalidade direta**
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

37. Considera a tabela:

x	2	3		5
y	10		20	

37.1 Preenche-a de forma que represente uma função de proporcionalidade direta.

37.2 Representa-a graficamente.



37.3 Indica a constante de proporcionalidade e a expressão algébrica da função.

38. Considera as seguintes funções f , g , h e i :

$$f(x) = 5x$$

$$g(x) = 3,3x$$

$$h(x) = -2x + 3$$

$$i(x) = -3x$$

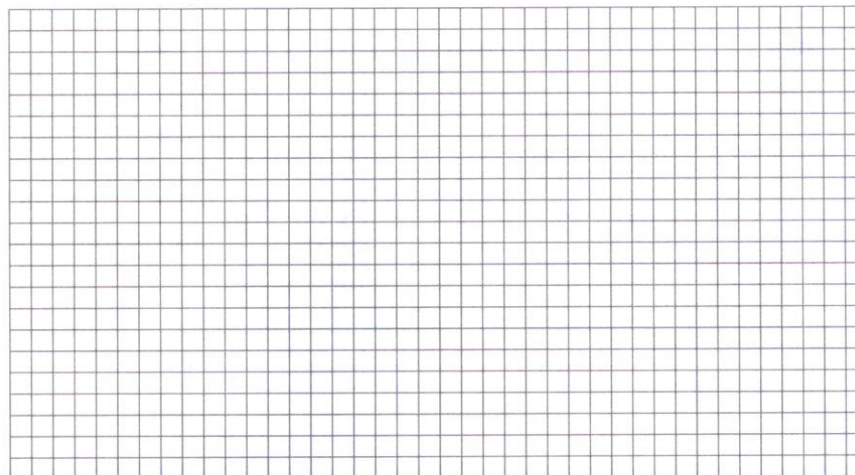
Indica as que representam situações de proporcionalidade direta e a respetiva constante de proporcionalidade.

39. Considera a função numérica $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ definida algebricamente por $f(x) = 2x$.

39.1 f é uma função de proporcionalidade direta. Justifica.

39.2 Representa graficamente a função f , considerando

$$D_f = \left\{ \frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2} \right\}$$



APRENDER PARA SABER

Uma **equação linear com uma incógnita**, x , é uma equação do tipo $f(x) = g(x)$ em que $f(x)$ e $g(x)$ são funções afins.

Uma função afim é da forma $f(x) = kx + b$ quando está escrita na forma canônica.

Chamamos **membro** a cada uma das expressões que se encontram separadas pelo sinal de $=$.

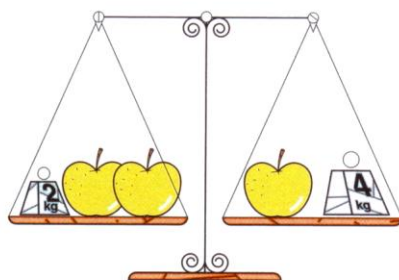
Cada membro pode ser a soma ou diferença de **termos** que podem ou não ter a **incógnita**. Quando um termo não tem uma incógnita, dizemos que se trata de um **termo independente**.

Chamamos **solução da equação** a qualquer número a tal que $f(a) = g(a)$.

O conjunto das soluções de uma equação designa-se por conjunto-solução.

Exemplo:

Considera a balança de dois pratos da imagem.



Representando m a massa, em kg, de cada maçã, a informação pode ser traduzida para linguagem matemática da seguinte forma:

$$m + m + 2 = m + 4$$

$m + m + 2$ e $m + 4$ são os dois membros da equação.

m , m , 2 , m e 4 são os termos da equação sendo que 2 e 4 são os termos independentes.

Substituindo a variável m por 2 e por 3 , respetivamente, verificamos que:

$$\begin{aligned} m + m + 2 &= m + 4 \\ 2 + 2 + 2 &= 2 + 4 \\ 6 &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m + m + 2 &= m + 4 \\ 3 + 3 + 2 &= 3 + 4 \\ 8 &= 7 \end{aligned}$$

Igualdade numérica verdadeira

Igualdade numérica falsa

Logo, 2 é solução da equação inicial e 3 não é solução dessa equação.

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- **Equações lineares com uma incógnita**
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- **Equações lineares com uma incógnita**
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Duas equações dizem-se **equações equivalentes** se têm o mesmo conjunto-solução.

Escrevemos o símbolo $\Leftrightarrow$ entre duas equações que são equivalentes.

Princípios de equivalência:

Se somarmos ou subtrairmos um número a ambos os membros de uma equação obtemos uma equação equivalente.

Se multiplicarmos ou dividirmos os membros de uma equação por um número (diferente de zero) obtemos uma equação equivalente.

Para **resolver equações** devemos seguir os seguintes passos:

- desembaraçar dos parêntesis usando a propriedade distributiva da multiplicação;
- transformar a equação numa equação equivalente onde todos os termos independentes estejam num dos membros e todos os termos com incógnita estejam no outro;
- reduzir a equação a uma forma simplificada;
- encontrar a solução;
- apresentar o conjunto-solução.

Exemplo:

Vamos resolver a equação $x + 2(x + 2) = x + 9$

$$x + 2(x + 2) = x + 9 \Leftrightarrow$$

Desembaraçar de parêntesis aplicando a propriedade distributiva

$$\Leftrightarrow x + 2x + 4 = x + 9 \Leftrightarrow$$

Somar ou subtrair a ambos os membros os termos convenientes de modo que cada membro da equação tenha apenas termos independentes ou termos com variável

$$\Leftrightarrow x + 2x + 4 - 4 - x = x + 9 - 4 - x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x + 2x - x = 9 - 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow$$

Simplificar a equação, isto é, reduzir os termos semelhantes

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

Encontrar a solução

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

Apresentar o conjunto solução

Classificação de equações lineares com uma incógnita

Uma equação classifica-se quanto à existência e unicidade de solução em:

Possível e determinada – A equação tem uma única solução e designa-se por equação algébrica do 1.º grau.

Exemplo:

$$m + m + 2 = m + 4 \Leftrightarrow m + m - m = 4 - 2 \Leftrightarrow m = 2 \quad \text{C.S.} = \{2\}$$

Possível e indeterminada – A equação tem infinitas soluções; qualquer número racional é solução.

Exemplo:

$$m + m + 2 = 2m + 2 \Leftrightarrow m + m - 2m = 2 - 2 \Leftrightarrow 0m = 0 \quad \text{C.S.} = \mathbb{Q}$$

Impossível – Quando não existe solução.

Exemplo:

$$m + m + 2 = 2m + 3 \Leftrightarrow m + m - 2m = 3 - 2 \Leftrightarrow 0m = 1 \quad \text{C.S.} = \{\}$$

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- **Equações lineares com uma incógnita**
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

40. Resolve e classifica cada uma das equações seguintes:

40.1 $2x + 4 = x - 3$

40.4 $2 + 4(x + 9) = 9 - (x - 5)$

40.2 $-x + 9 = -x + 5$

40.5 $3(x - 3) = \frac{3(x - 2)}{4}$

40.3 $12 - 3x = -2x + 12 - x$

40.6 $-4x - 9 = -x - 3(3 + x)$

41. O pai do João tem o triplo da sua idade e a mãe tem mais cinco anos do que o dobro da sua idade. Determina a idade de cada um, sabendo que a soma das três idades é 101.

42. Três amigos ganharam um pequeno prémio do Euromilhões no valor de 800 €, tendo sido dividido da seguinte forma: o André recebeu metade do prémio e o Ricardo recebeu três vezes mais do que a Filipa. Quanto recebeu cada um dos amigos?

... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- **Medidas de localização central**
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

Medidas de localização central

APRENDER PARA SABER

A média, a moda e a mediana são medidas de localização central.

Ao quociente entre a soma dos valores de todos os dados de uma amostra e o número de dados chamamos **média**. A média representa-se por $\bar{x}$.

Ao(s) dado(s) que ocorre(m) com mais frequência chamamos **moda**.

Após a ordenação dos dados por ordem crescente ou decrescente, chamamos **mediana** ao valor central. A mediana representa-se por $\tilde{x}$ ou Me.

Consulta a página 8 para saberes mais sobre a mediana.

ENTRO EM AÇÃO

43. Considera as seguintes idades:

15	14	11	12	16	14	15	12	11	11
15	12	11	13	13	12	13	15	16	12

43.1 Calcula a média.

43.3 Qual é a mediana?

43.2 Indica a moda.

44. Considera os seguintes pesos (em kg):

52	53	67	78	54	80	89	75	64	92
77	77	72	82	95	67	94	73	58	61
79	55	63	68	72	79	81	88	50	70

44.1 Calcula a média.

44.3 Qual é a mediana?

44.2 Indica a moda.

45. Observa nos gráficos os registos do desempenho de duas equipas de futebol.

45.1 Para cada uma das equipas, calcula a média, a moda e a mediana do número de golos por jogo.

Equipa A



Equipa B



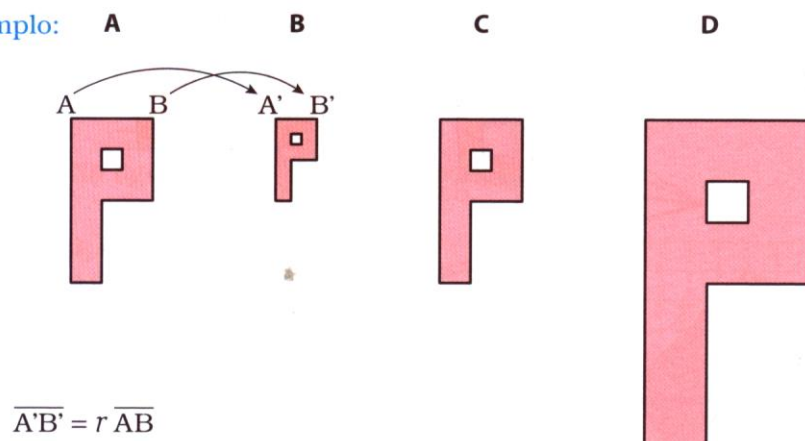
45.2 As duas equipas vão defrontar-se, quem pensas que vai ganhar este encontro? Justifica.

Semelhança de figuras

APRENDER PARA SABER

Se duas figuras são semelhantes, ou são iguais ou uma é ampliação (ou redução) da outra. Duas figuras dizem-se **semelhantes** se é possível estabelecer, entre os respetivos pontos, uma correspondência um a um, de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais.

Exemplo:



À constante de proporcionalidade, r , chama-se **razão de semelhança**. Podemos dizer que as quatro figuras são semelhantes:

- **A e C** são **congruentes ou isométricas**; $r = 1$.
- **B** é uma redução de **A**; $0 < r < 1$.
- **D** é uma ampliação de **A**; $r > 1$.

Construção de figuras semelhantes

Com quadriculado

Pretende-se **uma ampliação** da figura de razão $\frac{4}{3}$. Tomando o comprimento do lado da quadricula como a unidade, temos de multiplicar os comprimentos da figura por $\frac{4}{3}$.

Assim,

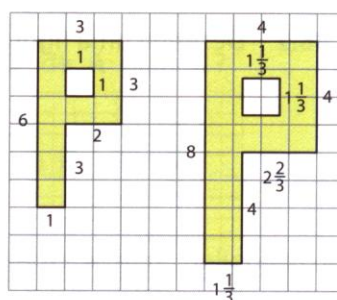
$$6 \times \frac{4}{3} = \frac{24}{3} = 8$$

$$3 \times \frac{4}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

$$2 \times \frac{4}{3} = \frac{8}{3} = 2 \frac{2}{3}$$

$$1 \times \frac{4}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

obtemos



Pratico...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- **Semelhança de figuras**
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

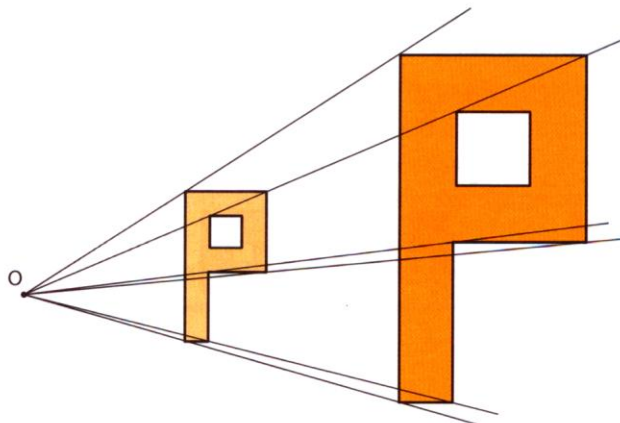
... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- **Semelhança de figuras**
 - Semelhança de polígonos
 - Triângulos
 - Semelhança de triângulos

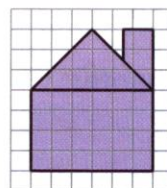
Método de homotetia

Pretende-se ampliar a figura com uma razão de $\frac{5}{2}$. Marca-se um ponto O e as semirretas com origem em O e que passam pelos vértices da figura. Dividimos os segmentos com origem em O e extremidade em cada um dos vértices da figura em dois e contamos 5 dessas porções a partir de O . Assim, encontram-se os vértices da figura ampliada.

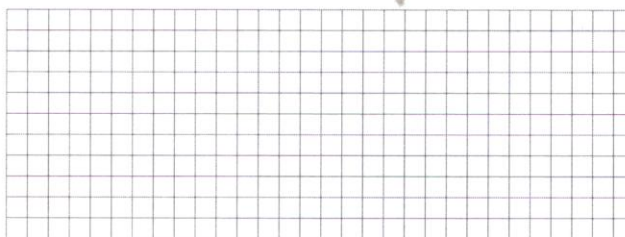


ENTRO EM AÇÃO

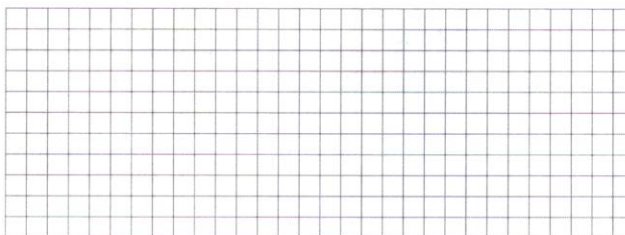
46. Considera a seguinte imagem:



46.1 Desenha uma figura semelhante, por uma ampliação de razão $\frac{4}{3}$.



46.2 Desenha uma figura semelhante, por uma redução de razão $\frac{1}{3}$.



... e aprendo!

Semelhança de polígonos

APRENDER PARA SABER

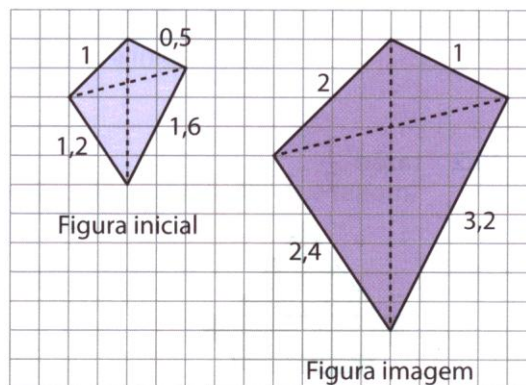
Um **polígono** é um conjunto de pontos do plano limitado por segmentos de reta que constituem uma linha fechada.

Dois polígonos dizem-se **polígonos semelhantes** quando é possível estabelecer uma correspondência entre os vértices de um e de outro de tal modo que os comprimentos dos lados e das diagonais do segundo se obtêm multiplicando os comprimentos dos correspondentes lados e das diagonais do primeiro por um mesmo número. Esse número é a razão de semelhança.

Exemplo: Na figura $\frac{3,2}{1,6} = \frac{2,4}{1,2} = \frac{2}{1} = \frac{1}{0,5} = 2$

Repara que os comprimentos dos lados e das diagonais correspondentes são diretamente proporcionais. A constante de proporcionalidade é 2, pelo que 2 é a razão de semelhança que transforma o polígono inicial no polígono imagem. Por outro lado, para garantir que dois polígonos com o mesmo número de lados são semelhantes, basta

que os comprimentos dos lados correspondentes sejam diretamente proporcionais e que os ângulos internos correspondentes sejam iguais.

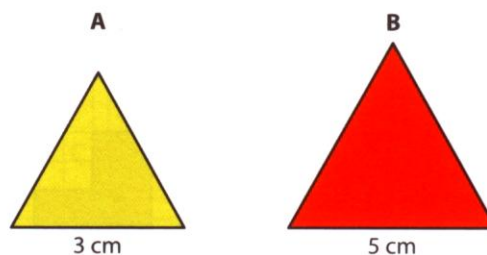


Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- **Semelhança de polígonos**
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

47. Considera os triângulos equiláteros **A** e **B**.



- 47.1 Qual a razão de semelhança da ampliação de **A** para **B**?
- 47.2 Qual a razão de semelhança da redução de **B** para **A**?
- 47.3 Serão dois quaisquer triângulos equiláteros sempre polígonos semelhantes? Justifica.
- 47.4 E dois quadrados quaisquer?

... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- **Semelhança de polígonos**
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

48. Considera a figura dada, marca um ponto O e constrói a sua imagem pela homotetia de centro em O e:

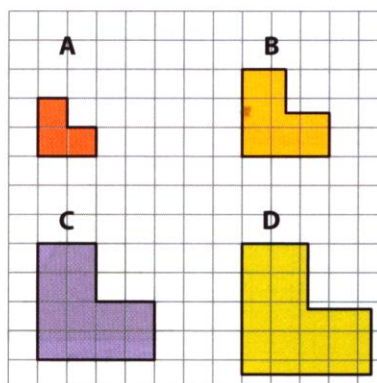
48.1 razão $\frac{3}{2}$.



48.2 razão $\frac{1}{2}$.



49. Considerando as figuras que se seguem, completa as frases:



A figura **B** é uma _____ da figura **A** com razão _____.

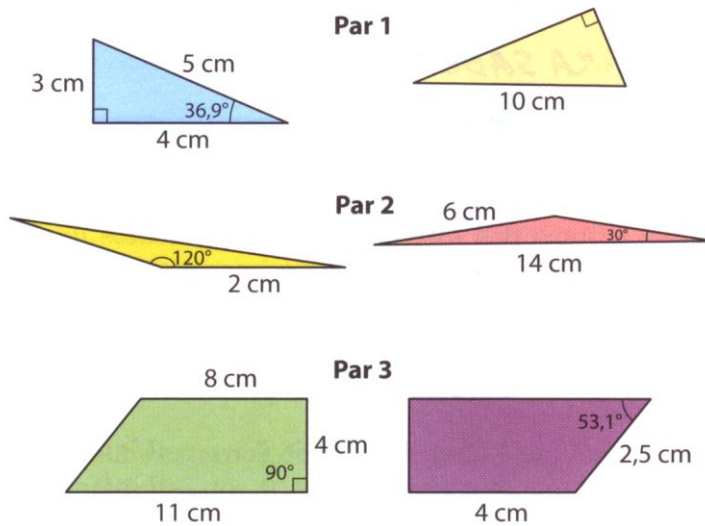
A figura **C** é uma _____ da figura **A** com razão _____.

A figura **A** é uma _____ da figura **D** com razão _____.

A figura **D** é uma _____ da figura **A** com razão _____.

... e aprendo!

50. Considera os seguintes pares de polígonos semelhantes:

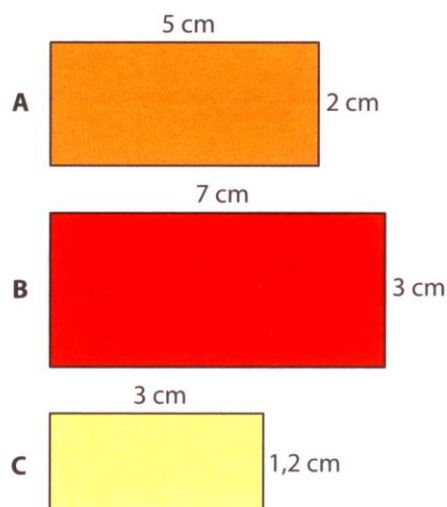


50.1 Para cada par de figuras indica a razão de semelhança, considerando sempre a primeira imagem como a inicial.

50.2 Determina as medidas dos ângulos e dos lados que faltam.

51. Considera os seguintes retângulos:

51.1 Algum dos retângulos **B** ou **C** é semelhante a **A**?



51.2 Desenha um retângulo semelhante a **B** com uma razão de semelhança $\frac{1}{3}$.

51.3 Desenha um retângulo semelhante a **C** com razão de semelhança $\frac{3}{2}$.

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- **Semelhança de polígonos**
- Triângulos
- Semelhança de triângulos

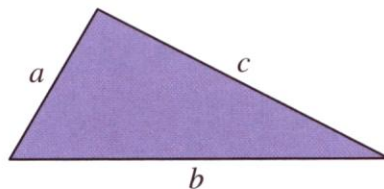
- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- **Triângulos**
- Semelhança de triângulos

Triângulos

APRENDER PARA SABER

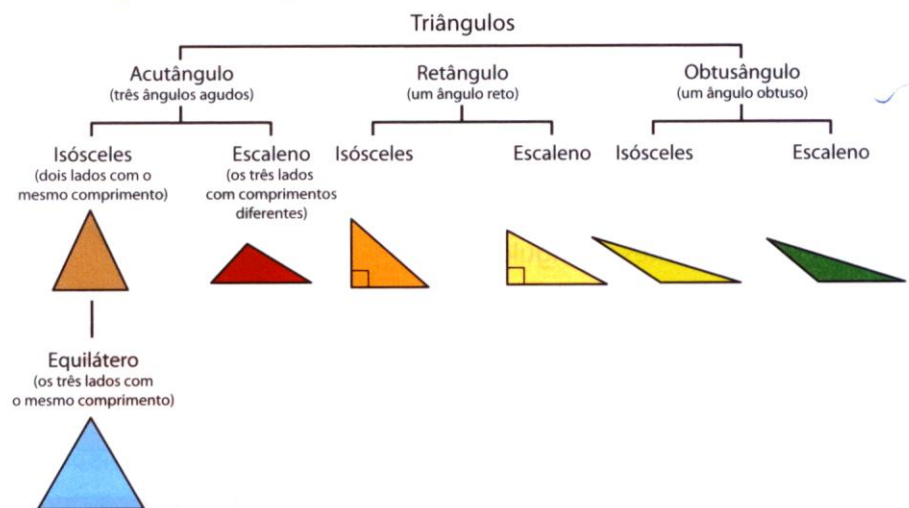
Desigualdade triangular

Num triângulo, a soma das medidas dos comprimentos de dois lados é sempre maior do que a medida do comprimento do terceiro lado, ou, equivalentemente, a medida do comprimento de qualquer lado é maior do que a diferença entre as medidas dos comprimentos dos outros dois lados.

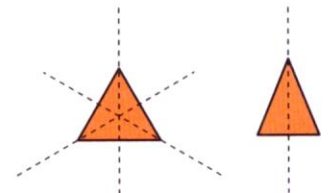


$$\begin{aligned} a + b &> c & a &> c - b \\ a + c &> b & a &> b - c \\ b + c &> a & b &> a - c \end{aligned}$$

Classificação de triângulos

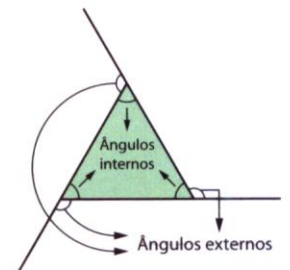


Um triângulo equilátero tem 3 eixos de simetria; um triângulo isósceles não equilátero tem 1 eixo de simetria; e um triângulo escaleno não tem eixos de simetria.



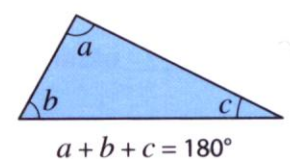
Ângulos de um triângulo

Um triângulo tem 3 ângulos internos e 3 ângulos externos como mostra a figura.

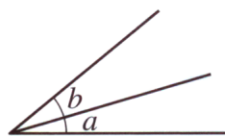


A soma dos ângulos internos de um triângulo é um ângulo raso.

A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180° .



Dois ângulos são **adjacentes** se têm o mesmo vértice e um lado em comum.



A amplitude de um ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos dois ângulos internos não adjacentes.



A soma dos ângulos externos de um triângulo é um ângulo raso.
A soma das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo é 360° .

Num triângulo:

- a lados iguais opõem-se ângulos iguais e vice-versa;
- ao menor lado opõe-se o menor ângulo;
- ao maior lado opõe-se o maior ângulo.

Os três critérios de igualdade de triângulos

Dois triângulos são iguais quando se verifica uma das seguintes condições:

- têm os lados iguais – critério LLL de igualdade de triângulos;
- têm dois lados iguais e o ângulo formado entre eles é também igual – critério LAL de igualdade de triângulos;
- têm um lado igual e os dois ângulos adjacentes respetivos também iguais – critério ALA de igualdade de triângulos.

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- **Triângulos**
- Semelhança de triângulos

ENTRO EM AÇÃO

52. Para cada uma das alíneas seguintes, verifica se os comprimentos apresentados podem ser as medidas dos lados de um triângulo:

52.1 4 cm, 4 cm e 6 cm.

52.2 3 cm, 2 cm e 5 cm.

52.3 7 cm, 30 cm e 35 cm.

52.4 8 cm, 8 cm e 14 cm.

53. Considera as seguintes medidas:

3,5 dm 7 cm 15 cm 17 cm 28 cm

Quantos triângulos escalenos podes formar?

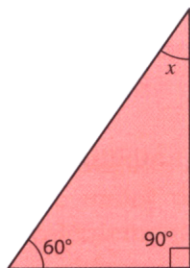
... e aprendo!

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- **Triângulos**
- Semelhança de triângulos

54. Para cada uma das figuras, calcula a amplitude dos ângulos representados por x .

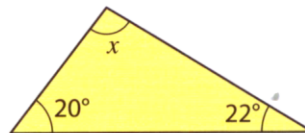
54.1



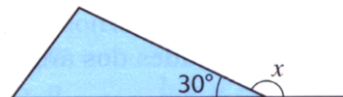
54.2



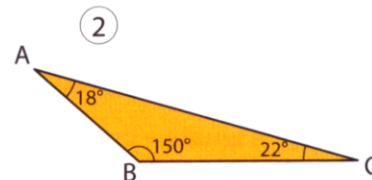
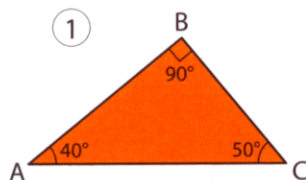
54.3



54.4



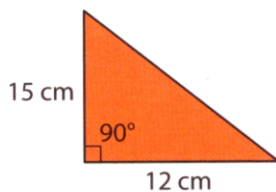
55. Considera os seguintes triângulos:



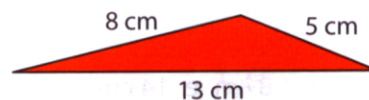
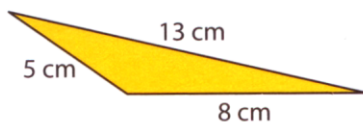
55.1 Para cada uma das situações, indica quais são os lados maior e menor. Justifica as tuas respostas sem efetuar medições.

56. Em cada par de triângulos os triângulos são iguais. Justifica esta afirmação.

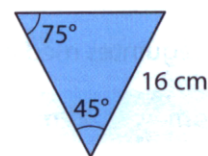
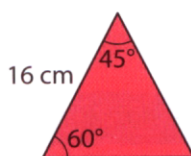
Par 1



Par 2



Par 3



... e aprendo!

Semelhança de triângulos

APRENDER PARA SABER

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências.
- Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- **Semelhança de triângulos**

Como desenhar um triângulo semelhante a outro?

Para **ampliar**, multiplicamos todos os comprimentos por um número maior do que 1 e mantemos as amplitudes dos ângulos.

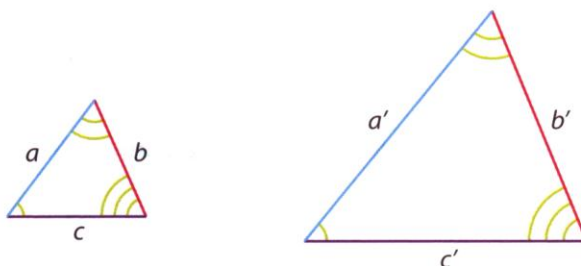
Para **reduzir**, multiplicamos todos os comprimentos por um número positivo menor do que 1 e mantemos as amplitudes dos ângulos.

Exemplo:

Consideremos os dois triângulos ao lado.

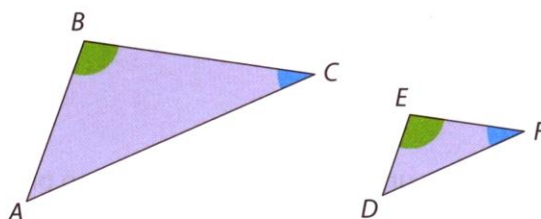
Os ângulos correspondentes têm a mesma amplitude e além disso:

$$\frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c} = r, \text{ onde } r \text{ é a razão de semelhança.}$$



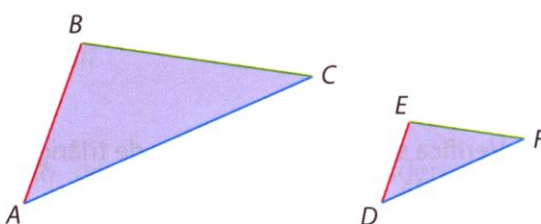
Critério AA de semelhança de triângulos

Se dois triângulos têm dois ângulos iguais, então os triângulos são semelhantes.



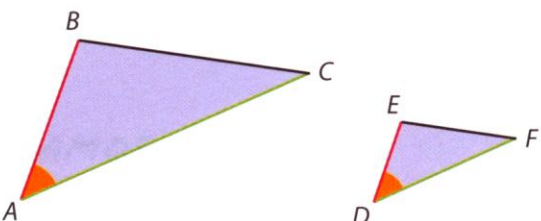
Critério LLL de semelhança de triângulos

Se dois triângulos têm os comprimentos dos três lados correspondentes diretamente proporcionais, então os triângulos são semelhantes.



Critério LAL de semelhança de triângulos

Se dois triângulos têm os comprimentos de dois lados diretamente proporcionais e o ângulo por eles formado igual, então os triângulos são semelhantes.

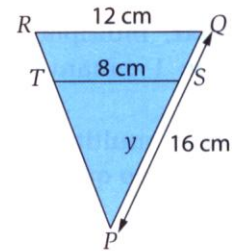
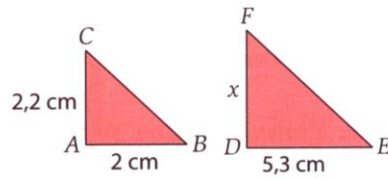


... e aprendo!

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências.
- Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- **Semelhança de triângulos**

57. Determina o valor de x e de y , sabendo que são semelhantes

57.1 os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$; 57.2 os triângulos $[PQR]$ e $[PST]$.



58. Desenha:

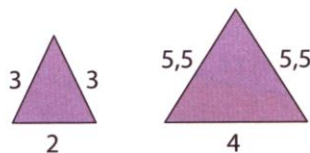
58.1 um triângulo retângulo com um ângulo de 30° ;

58.2 um triângulo semelhante ao primeiro, com razão de semelhança 2,5;

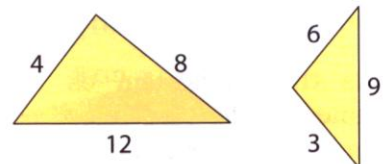
58.3 um triângulo, semelhante ao primeiro, com razão de semelhança $\frac{1}{2}$.

59. Verifica se os seguintes pares de triângulos são semelhantes, justificando a tua resposta.

Par 1



Par 3



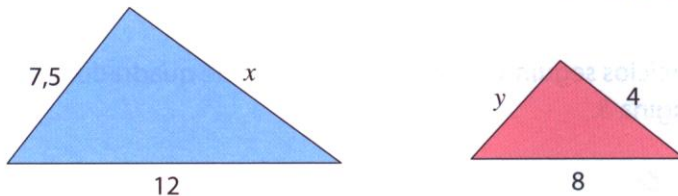
Par 2



Par 4



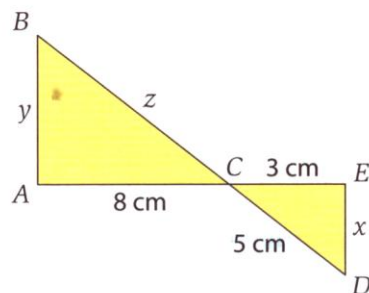
60. Os dois triângulos abaixo representados são semelhantes.



60.1 Determina a razão de semelhança, considerando-a uma redução.

60.2 Determina os valores de x e y .

61. Considera os triângulos abaixo:



61.1 Os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são semelhantes? Justifica.

61.2 Determina x , y e z .

62. Considera dois triângulos $[XYZ]$ e $[MAT]$ semelhantes. Sabemos que $[XY] = 3,5$ cm, $[XZ] = 1,5$ cm, $[YZ] = 2,5$ cm e $[MA] = 0,7$ cm. Mais ainda, os lados $[XZ]$ e $[MA]$ são correspondentes.

62.1 Qual a razão de semelhança dos triângulos, considerando que houve uma ampliação da figura inicial?

62.2 Determina o comprimento de $[MT]$ e $[AT]$, considerando que $[MT] < [AT]$.

Prático...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Potências. Operações com potências. Regras operatórias
- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Quadriláteros
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Conceito de função
- Função de proporcionalidade direta
- Equações lineares com uma incógnita
- Medidas de localização central
- Semelhança de figuras
- Semelhança de polígonos
- Triângulos
- **Semelhança de triângulos**

TRABALHO EU, TRABALHAMOS NÓS

Elabora um pequeno desenho, usando uma folha quadriculada e lápis de diferentes cores. Faz dois novos desenhos semelhantes ao primeiro de modo que um seja uma ampliação de razão de semelhança 3 do desenho e o outro seja uma redução de razão de semelhança 0,5.

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Raiz quadrada e raiz cúbica

Para resolveres os 5 exercícios seguintes, consulta as tabelas de quadrados perfeitos e cubos perfeitos, na página 5.

ENTRO EM AÇÃO

1. O Sr. Joaquim tem um terreno quadrado com 900 m^2 de área.
 - 1.1 Qual a quantidade de rede que é necessário comprar para cercar o terreno por completo?
 - 1.2 O Sr. Joaquim vai construir, num canto do terreno, um palheiro de base quadrada e com 144 m^2 de área. Quantos metros mede cada lado do palheiro?
2. O Sr. Manuel vai fazer obras na cozinha, que tem 4 paredes quadradas e iguais. Vão ser colocados 8100 azulejos quadrados, cada um com 100 cm^2 de área.
 - 2.1 Qual é a medida do lado do azulejo?
 - 2.2 Quantos azulejos gastará em cada parede?
 - 2.3 Qual é a área de cada uma das paredes?

2.4 Qual é a medida do lado de cada parede?

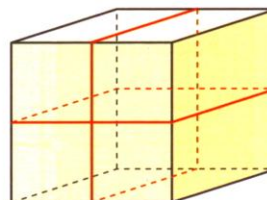
Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

3. A avó Maria tem uma arca cúbica com 2744 dm^3 de volume. Qual é a altura dessa arca?

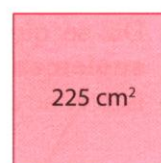
4. A Mariana quer embrulhar uma caixa cúbica com 3375 cm^3 de volume e colocar uma fita como mostra a figura.

4.1 Qual é a quantidade mínima de papel (em cm^2) que necessita de comprar para embrulhar a caixa?



4.2 Qual é a quantidade mínima de fita (em dm) para este embrulho?

5. A Ana tem seis cartolinas quadradas como a que mostra a figura. Com fita-cola juntou as seis partes para formar um cubo. Qual o volume do cubo obtido?



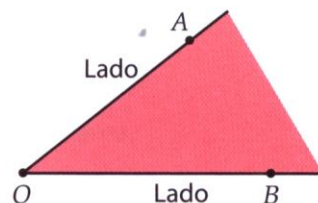
... e aprendo!

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- **Ângulos**
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Ângulos

APRENDER PARA SABER

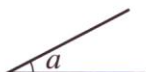
Duas semirretas com a mesma origem determinam dois ângulos no plano: um ângulo convexo (menor do que um ângulo raso) e um ângulo côncavo (maior do que um ângulo raso e menor do que um ângulo giro).



Quando dizemos ângulo AOB estamos a falar no ângulo convexo.

Um ângulo pode ser classificado consoante a sua amplitude.

Ângulo agudo
 $0^\circ < a < 90^\circ$



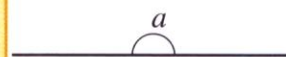
Ângulo reto
 $a = 90^\circ$



Ângulo obtuso
 $90^\circ < a < 180^\circ$



Ângulo raso
 $a = 180^\circ$

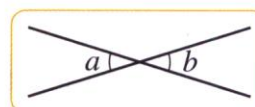


Ângulo giro
 $a = 360^\circ$

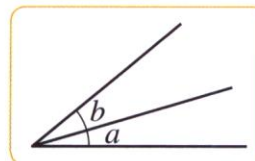


Dois ângulos com a mesma amplitude dizem-se **iguais**.

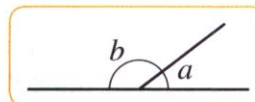
Diz-se que dois ângulos a e b são **ângulos verticalmente opostos** quando têm o mesmo vértice e os lados de um estão no prolongamento dos lados do outro. Estes ângulos são iguais.



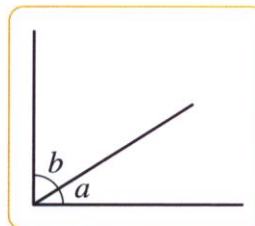
Diz-se que dois ângulos a e b são **ângulos adjacentes** quando têm o vértice e um lado em comum.



Diz-se que dois ângulos a e b são **ângulos suplementares** se a sua soma for um ângulo raso, isto é, se a soma das suas amplitudes for 180° .



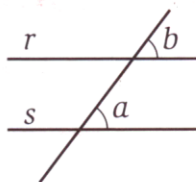
Diz-se que dois ângulos a e b são **ângulos complementares** se a sua soma for um ângulo reto, isto é, se a soma das amplitudes for 90° .



Em duas retas paralelas intersectadas por uma secante os ângulos correspondentes são iguais.

Na figura, r e s são retas paralelas, então os ângulos correspondentes a e b são iguais.

Por outro lado, duas retas intersectadas por uma secante são paralelas quando os ângulos correspondentes são iguais.

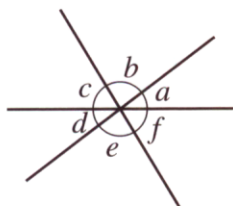


Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

ENTRO EM AÇÃO

6. Quais os três pares de ângulos iguais, nesta figura?

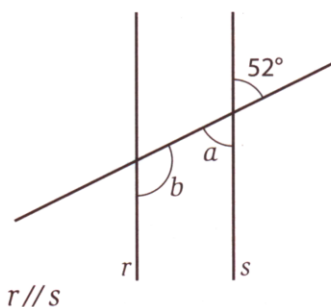


6. Para cada uma das figuras, indica a amplitude dos ângulos a e b .

6.1



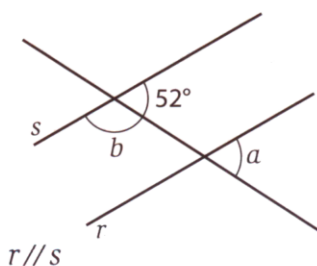
6.4



6.2



6.5

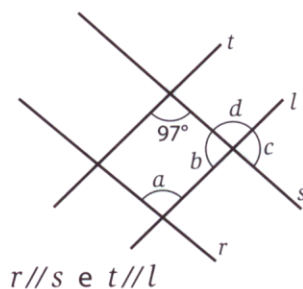


6.3

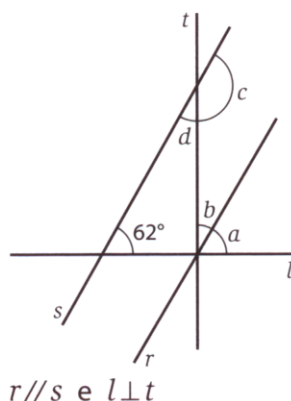


7. Para cada uma das imagens, indica a amplitude dos ângulos assinalados por letras.

7.1



7.2



... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- **Expressões algébricas**
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Expressões algébricas

APRENDER PARA SABER

Quando resolvemos um problema temos de passar corretamente a informação que está sob a forma de linguagem natural para linguagem simbólica. Para resolver alguns problemas pode ser importante escrever uma expressão algébrica (uma fórmula) que representa o problema para depois concretizar a expressão para determinados valores de variável.

Exemplo:

A soma do número a com o número b	$a + b$
A diferença entre o número a e o número b	$a - b$
O dobro do número a	$2 \times a$
O triplo do número a	$3 \times a$
O quádruplo do número a	$4 \times a$
O quádruplo do número a	$5 \times a$
O quadrado do número a	a^2
O cubo do número a	a^3
Metade do número a	$\frac{a}{2}$
Um terço do número a	$\frac{a}{3}$
A soma da quinta parte do número a com o quadrado do número b	$\frac{a}{5} + b^2$
O triplo da soma de b com metade de a	$3 \times \left(b + \frac{a}{2}\right)$

Exemplo:

Qual é o perímetro de um quadrado cuja medida do lado é 3 m ?

Consideremos a conhecida fórmula para calcular o perímetro de um quadrado $P_{\text{quadrado}} = 4 \times l$, em que P representa o perímetro e l a medida do lado do quadrado.

$$P_{\text{quadrado}} = 4 \times l \quad \text{Supressão do sinal da multiplicação.}$$

$$P_{\text{quadrado}} = 4l \quad \text{Concretização da variável.}$$

$$P_{\text{quadrado}} = 4 \times 3 \quad \text{Realização da operação.}$$

$$P_{\text{quadrado}} = 12 \quad \text{Resultado final.}$$

Resposta: O perímetro do quadrado é 12 m .

... e aprendo!

9. Uma coletividade tem um certo número a de associados.

9.1 Quantos associados passarão a ser se:

9.1.1 o número duplicar?

9.1.2 entrarem cinco novos sócios?

9.1.3 sete associados desistirem?

9.1.4 o número reduzir para um terço?

9.2 Responde às questões anteriores, sabendo que o número de associados é 432.

10. Considera que um café custa c euros.

10.1 Escreve uma expressão algébrica que represente o preço de:

10.1.1 um bolo, que custa o dobro do café.

10.1.2 um galão, que custa mais setenta cêntimos do que um bolo.

10.1.3 uma sandes, que custa mais cinco décimas de euro do que um bolo.

10.2 Quais os preços do bolo, do galão e da sandes, sabendo do que o café custa 0,60 €?



11. O João tem x anos.

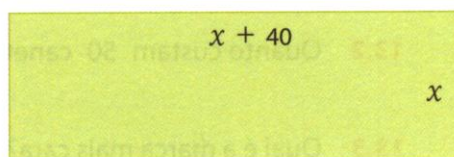
11.1 Quais as idades dos outros três elementos da família sabendo que: o pai tem o triplo da idade do João; a idade da mãe é a soma do dobro da idade do João com oito; a idade da irmã é a diferença entre metade da idade do pai e metade da idade da mãe? Escreve uma expressão que defina a idade de cada um deles.

11.2 Qual é a expressão simplificada da soma das idades da família?

11.3 Sabendo que o João tem 16 anos, calcula as idades do pai, da mãe e da irmã do João.

12. Considera o seguinte terreno.

12.1 Indica expressões algébricas que possam representar o perímetro e a área desse terreno.



12.2 Sabendo que a largura do terreno é 60 m, qual é o perímetro e qual é a área do terreno?

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- **Proporcionalidade direta**
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Proporcionalidade direta

APRENDER PARA SABER

Na resolução de problemas de proporcionalidade direta pode ser aplicada a **regra de três simples**.

A **razão** entre dois números a e b , com $b \neq 0$ representa-se por $\frac{a}{b}$ e corresponde ao quociente $a : b$. Ao número a chamamos **antecedente** e ao b **consequente**.

Uma **proporção** é uma igualdade entre duas razões: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, $b, d \neq 0$.

A a e d chamamos **extremos**, e a b e c chamamos **meios**.

Propriedade fundamental das proporções

O produto dos meios é igual ao produto dos extremos: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow bc = ad$

Exemplo:

O Sr. Manuel comprou 400 g de bolos, tendo pago 5 €. Quanto custam 700 g desses bolos?



Organizando os dados lado a lado:

Massa dos bolos (kg)		Custo (€)	
400	_____	5	
700	_____	x	

Lê-se «400 está para 5, assim como 700 está para x ».

Como se de uma proporção se tratasse, o valor procurado é o resultado do quociente entre o produto dos meios e o extremo conhecido.

$$\text{Assim, } x = \frac{700 \times 5}{400} = \frac{3500}{400} = 8,75.$$

Respondendo à pergunta colocada, 700 g de bolos custam 8,75 €.

ENTRO EM AÇÃO

13. Na papelaria da escola da Luísa, 7 canetas da marca *Escrevinhar* custam 2,10 € e 12 canetas da marca *Tampafechada* custam 3,84 €.

13.1 Quanto custam 30 canetas da marca *Escrevinhar*?

13.2 Quanto custam 50 canetas da marca *Tampafechada*?

13.3 Qual é a marca mais cara?

13.4 Quanto gastaria a Luísa se quisesse oferecer duas canetas a cada um dos 22 amigos, uma de cada marca?

... e aprendo!

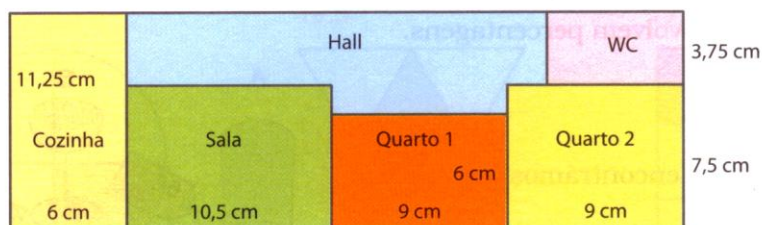
14. O João vai fazer uma viagem de 700 km.

14.1 Calcula o tempo que vai demorar se:

- a. circular a 80 km/h;
- b. circular a 100 km/h;
- c. circular a 120 km/h.

14.2 Sabendo que tem de fazer a viagem em 8 horas, qual a velocidade média mínima a que tem de viajar?

15. O desenho mostra o esboço que a Ana fez da sua casa, em que a cada 1,5 cm do desenho corresponde 1 m na realidade. Quais os comprimentos dos lados de cada divisão da casa da Ana?



16. O Sr. Antero montou uma capoeira e quer comprar as suas primeiras galinhas. Sabendo que 8 galinhas custam 60 €,



16.1 quanto custam 12 galinhas?

16.2 quanto custam 16 galinhas?

16.3 quanto custa cada galinha?

16.4 quantas galinhas pode o Sr. Antero comprar com 200 €?

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- **Proporcionalidade direta**
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- **Percentagens**
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Percentagens

APRENDER PARA SABER

Uma **percentagem** é uma representação de um número racional que usa o símbolo % .

Uma percentagem pode ser escrita na forma de fração de denominador 100 ou de dízima.

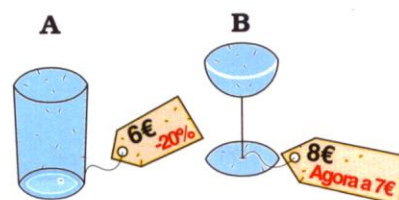
Exemplo:

$$\begin{aligned} 20\% &= && \text{Lê-se «vinte por cento» e representa 20 partes em 100 .} \\ &= \frac{20}{100} = && \text{Escrita sob a forma de fração.} \\ &= \frac{1}{5} = && \text{Simplificação da fração.} \\ &= 0,2 && \text{Escrita sob a forma de dízima.} \end{aligned}$$

No dia a dia deparamo-nos com muitas situações de proporcionalidade direta que envolvem percentagens.

Exemplo:

Numa loja encontrámos a seguinte informação:



Qual o preço final do copo A ?

Ao valor do copo (6 €) corresponde 100% e pretendemos saber qual o valor correspondente a 20% . Aplicando uma regra de três simples:

Valor (€)		Percentagem (%)
6	_____	100
x	_____	20

$$x = \frac{6 \times 20}{100} = \frac{120}{100} = 1,2$$

Assim, o desconto do copo A será de 1,20 € e o preço final são 4,80 € (preço final = 6 - 1,20 = 4,80 €) .

E qual é a percentagem de desconto aplicada ao copo B ?

Ao valor do copo (8 €) corresponde 100% e pretendemos saber qual a percentagem correspondente ao valor do desconto (1 €). Aplicando a regra de três simples:

Valor (€)		Percentagem (%)
8	_____	100
1	_____	x

$$x = \frac{1 \times 100}{8} = \frac{100}{8} = 12,5$$

Assim, o desconto do copo B será de 12,5% .

... e aprendo!

ENTRO EM AÇÃO

17. Numa turma de 20 alunos, 70% são raparigas.

17.1 Qual a percentagem de rapazes?

17.2 Quantas raparigas há na turma?

17.3 Quantos rapazes tem a turma?

18. O Sr. Artur encheu o depósito do seu automóvel com 55 L de gasóleo. Sabendo que o depósito leva 60 L, e que um litro do gasóleo custa 1,04€,

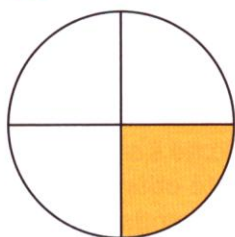
18.1 que percentagem de gasóleo ainda tinha no depósito antes de abastecer?

18.2 quanto custam 55 L de gasóleo?

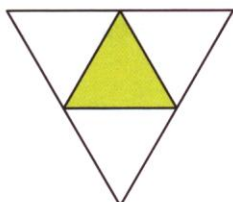
18.3 quanto pagou pelo combustível, sabendo que tinha um talão de desconto de 5%?

19. Para cada uma das imagens, indica a percentagem da porção colorida.

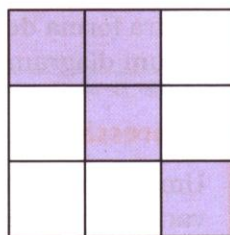
19.1



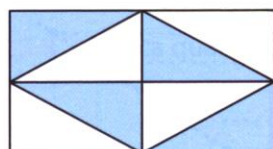
19.3



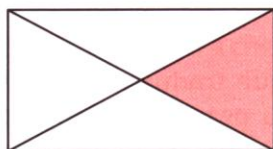
19.5



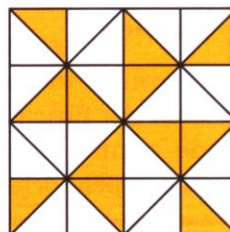
19.2



19.4



19.6



20. Calcula o preço em saldo de cada um dos seguintes artigos:

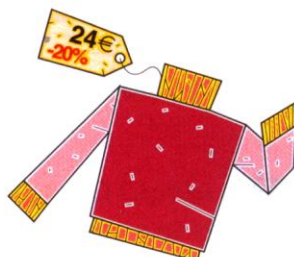
20.1



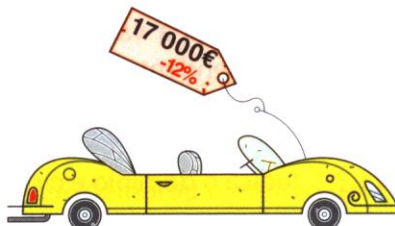
20.3



20.2



20.4



Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- **Percentagens**
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- **Funções**
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Funções

APRENDER PARA SABER

Como podemos definir ou representar uma função?

As funções podem representar-se de diversas formas, que dependem do tipo de informação de que dispomos sobre essa função.

Exemplo:

Hoje é o aniversário da Maria. Para comemorar com os seus colegas, a Maria decidiu ir à pastelaria comprar um bolo onde está afixada a seguinte tabela de preços:

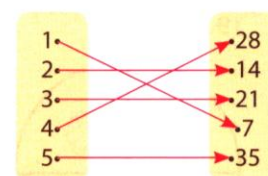
Peso (kg)	1	2	3	4	5
Custo (€)	7	14	21	28	35

Tabela

A função f que ao peso do bolo faz corresponder o seu custo fica definida pela tabela anterior.

Diagrama de setas

Outra forma de representar a função é através de um diagrama de setas.

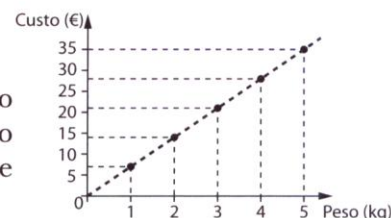


Expressão algébrica

Uma expressão algébrica é uma expressão que permite obter o valor da variável dependente a partir do valor da variável independente. Representando por x o peso do bolo (variável independente), a expressão algébrica da função f é $f(x) = 7x$.

Gráfico

O gráfico da função que traduz o custo do bolo em função do seu peso é um conjunto de pontos que estão sobre uma reta que passa pela origem do referencial.



ENTRO EM AÇÃO

21. A Francisca registou num bloco o crescimento da sua planta favorita ao longo dos meses.

- 21.1** Representa, numa tabela, os dados recolhidos pela Francisca.
- 21.2** Identifica a variável dependente e a variável independente da função que dá a altura da planta em função do tempo.
- 21.3** Indica o domínio e o contradomínio da função.

Mês 1	Mês 4
4,9 cm	20,4 cm
Mês 2	Mês 5
9,8 cm	27,1 cm
Mês 3	Mês 6
15,5 cm	35 cm

... e aprendo!

22. O António está a experimentar o seu carrinho de rolamentos novo e pediu ao Manuel para registar o espaço percorrido em função do tempo.

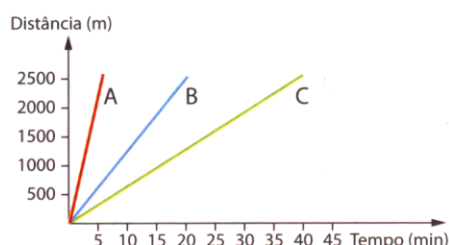
Tempo (s)	Espaço (cm)
1	2,1
2	5,9
3	11,7
4	19,5
5	29,3

22.1 A expressão algébrica $x^2 + 0,8x + 0,3$ pode definir esta função?

22.2 Admitindo que a expressão algébrica anterior é válida para, pelo menos, os 10 primeiros segundos, calcula o espaço percorrido ao fim desse tempo.

22.3 O carrinho percorreu maior distância nos primeiros segundos ou nos últimos? Justifica.

23. Três amigos moram no mesmo prédio e frequentam a mesma escola. Todos percorrem o mesmo caminho de casa para a escola mas o Pedro vai a pé, o André de bicicleta e o Gustavo de moto.



23.1 Qual a distância percorrida de casa à escola?

23.2 Atribui a cada amigo o gráfico que lhe corresponde.

23.3 Indica quanto tempo demora cada um a chegar à escola.

24. O Capitão Morais resolveu dar uma volta no seu barco novo. Saiu do porto de Peniche e foi até às Berlengas. Almoçou por lá e depois regressou ao cais de Peniche.



24.1 O gráfico representa uma função? Justifica.

24.2 Qual é a distância entre o cais de Peniche e as Berlengas?

24.3 Quanto tempo esteve o Capitão Morais nas Berlengas?

24.4 O Capitão Morais disse a um amigo que demorou o mesmo tempo na ida e na volta. Será que ele diz a verdade? Justifica.

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- **Funções**
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- **Medidas de localização central: moda e média**
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Medidas de localização central: moda e média

APRENDER PARA SABER

Após uma recolha de dados relativos a um determinado estudo estatístico, há a necessidade de que estes sejam organizados. Para isso, é muitas vezes usada uma tabela de frequências absolutas e relativas.

Frequência absoluta de uma característica é o número de vezes que essa característica é observada.

Frequência relativa de uma característica é o quociente entre a sua frequência absoluta e o número total de observações.

Esta organização permite-nos facilmente tirar algumas informações sobre os dados recolhidos para o estudo.

Exemplo:

As idades dos colegas do João são:

12	11	13	12	11	12	11	10
11	12	11	12	11	11	11	12
11	13	11	10	11	12	11	10

Vamos organizar os dados numa tabela de frequências. Nesta turma existem 3 alunos com 10 anos, 12 alunos com 11 anos, 7 alunos de 12 anos e 2 alunos de 13 anos. Com esta contagem temos desde já as frequências absolutas de cada uma das idades.

Idade	Frequência absoluta	Frequência relativa	
			%
10	3	0,125	12,5
11	12	0,5	50
12	7	0,292	29,2
13	2	0,083	8,3
Total	24	1	100

Para calcularmos a frequência relativa de cada idade, basta calcular o quociente entre a frequência absoluta já calculada e o número total de alunos.

$$\frac{3}{24} = 0,125 ; \frac{12}{24} = 0,5 ; \frac{7}{24} \approx 0,292 ; \frac{2}{24} \approx 0,083$$

A frequência relativa pode ser representada na forma de fração, de dízima ou de percentagem.

Após esta organização facilmente podemos ver, por exemplo, que a **moda** (idade mais frequente) é 11; a idade menos frequente é 13; a percentagem de alunos com 12 anos é 29,2% ...

A organização dos dados numa tabela de frequências também facilita o cálculo da média. Observando os valores das frequências absolutas basta fazer:

$$\begin{aligned} \text{média} = \bar{x} &= \frac{10 \times 3 + 11 \times 12 + 12 \times 7 + 13 \times 2}{24} = \\ &= \frac{30 + 132 + 84 + 26}{24} = \frac{272}{24} = \frac{68}{6} = \frac{34}{3} = 11,(\overline{3}) \end{aligned}$$

... e aprendo!

ENTRO EM AÇÃO

25. Perguntou-se a 30 pessoas em que partido iriam votar para umas eleições locais, obtendo-se as seguintes respostas:

A	B	D	C	A	B	C	A	B	A
A	C	A	A	B	C	D	A	C	A
C	A	D	C	A	C	B	C	A	A

Após a organização dos dados numa tabela de frequências, responde às seguintes questões.

25.1 Quantas pessoas votarão no partido C?

25.2 Qual é o partido com mais intenções de votos? Com que percentagem?

25.3 Prevê-se que algum dos partidos ganhe com maioria absoluta?

25.4 Que partidos estão em melhores condições de se coligarem para lutar pela vitória nas eleições?

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- **Medidas de localização central: moda e média**
- Organização e tratamento de dados
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- **Organização e tratamento de dados**
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

Organização e tratamento de dados

APRENDER PARA SABER

A informação de um estudo estatístico, depois de recolhida e organizada, pode ser apresentada sob a forma de gráfico.

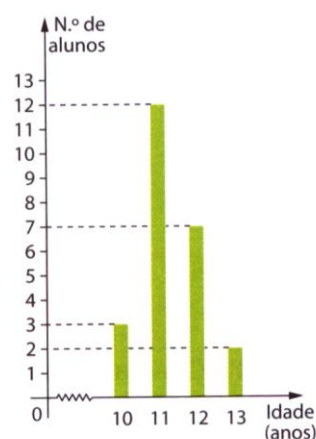
Gráficos de barras

Exemplo:

Os dados que se encontram organizados representam as idades dos colegas do João. Podemos apresentar os dados sob a forma de um gráfico de barras.

Idade	Frequência absoluta	Frequência relativa	
			%
10	3	0,125	12,5
11	12	0,5	50
12	7	0,292	29,2
13	2	0,083	8,3
Total	24	1	100

Idades dos colegas do João



Repara que o gráfico tem:

- um título;
- barras com a mesma largura e separadas por espaços iguais.

Gráficos circulares

Num gráfico circular:

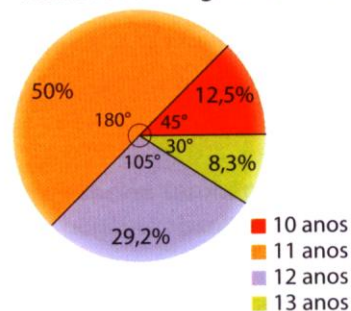
- a amplitude de um setor é proporcional à frequência relativa a que diz respeito;
- há um título e uma legenda que identifica a característica correspondente;
- são usadas cores diferentes para melhor distinguir os setores;
- as percentagens são indicadas.

Exemplo:

Podemos agora construir o gráfico circular correspondente à distribuição das idades dos colegas do João.

$$\begin{aligned}
 360^\circ & \text{ — } 24 \\
 x & \text{ — } 3 \quad x = \frac{360 \times 3}{24} = 45^\circ \\
 360^\circ & \text{ — } 24 \\
 x & \text{ — } 7 \quad x = \frac{360 \times 7}{24} = 105^\circ \\
 360^\circ & \text{ — } 24 \\
 x & \text{ — } 12 \quad x = \frac{360 \times 12}{24} = 180^\circ \\
 360^\circ & \text{ — } 24 \\
 x & \text{ — } 2 \quad x = \frac{360 \times 2}{24} = 30^\circ
 \end{aligned}$$

Idades dos colegas do João



... e aprendo!

Diagrama de caule-e-folhas

Existe uma outra forma de organizar dados quantitativos: num **diagrama de caule-e-folhas**.

Exemplo:

As classificações (em percentagem) dos alunos de uma turma do 7.º ano no último teste de Matemática foram as seguintes:

15	57	35	72	59	35	80	87
47	60	75	57	32	87	60	22
53	61	4	65	58	48	50	50

Para construir o diagrama de caule-e-folhas traçamos uma linha vertical e colocamos do lado esquerdo dessa linha os algarismos das dezenas das classificações dos alunos (**caules**) e do lado direito os algarismos das unidades (**folhas**). Por exemplo, para a classificação 15, 1 é o caule e 5 é a folha:

0		4		0		4
1		5		1		5
2		2		2		2
3		5 5 2		3		2 5 5
4		7 8		4		7 8
5		7 9 7 3 8 0 0		5		0 0 3 7 7 8 9
6		0 0 1 5		6		0 0 1 5
7		2 5		7		2 5
8		0 7 7		8		0 7 7

Ordenando as
folhas por ordem
crescente

Assim é fácil de ver, por exemplo, que 7 alunos obtiveram classificações entre 50% e 59%.

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- **Organização e tratamento de dados**
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

ENTRO EM AÇÃO

26. Os dados da tabela representam as respostas dos colegas do Tiago em relação ao transporte que usam todas as manhãs na deslocação de casa para a escola.

Transporte	N.º de alunos
A pé	7
Autocarro	10
Automóvel	5
Comboio	2
Barco	1

- 26.1 Constrói um gráfico de barras que represente a situação.

- 26.2 Constrói um gráfico circular com as respetivas percentagens.

... e aprendo!

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- **Organização e tratamento de dados**
- Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

27. Perguntou-se a um grupo de rapazes de 14 anos o valor da sua mesada (em euros).

As respostas foram as seguintes:

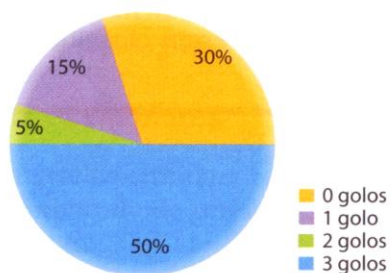
30	22	20	15	20	5
50	15	35	33	20	10
45	25	45	25	17	17

- 27.1 Constrói um diagrama de caule-e-folhas que represente a situação.

- 27.2 Qual foi a moda dos valores das mesadas?

28. O gráfico representa o número de golos marcados nos últimos 20 jogos por uma equipa de futebol.

Número de golos por jogo



- 28.1 Qual o número mais frequente de golos marcados por jogo?

- 28.2 Qual o número menos frequente de golos marcados por jogo?

- 28.3 Em quantos jogos é que a equipa marcou 3 golos?

- 28.4 Organiza os dados numa tabela de frequências.

Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes

APRENDER PARA SABER

Se r é a razão de semelhança entre dois **polígonos semelhantes** A e B , então, a **razão entre os perímetros** de A e de B é igual à razão de semelhança r , isto é:

$$\frac{P_A}{P_B} = r$$

Esta relação é válida também para os círculos:

dois quaisquer círculos são semelhantes, com razão de semelhança igual ao quociente dos respectivos raios.

Se r é a razão de semelhança entre dois **triângulos semelhantes** A e B , então, a **razão entre as áreas** de A e de B é igual ao quadrado da razão de semelhança, isto é:

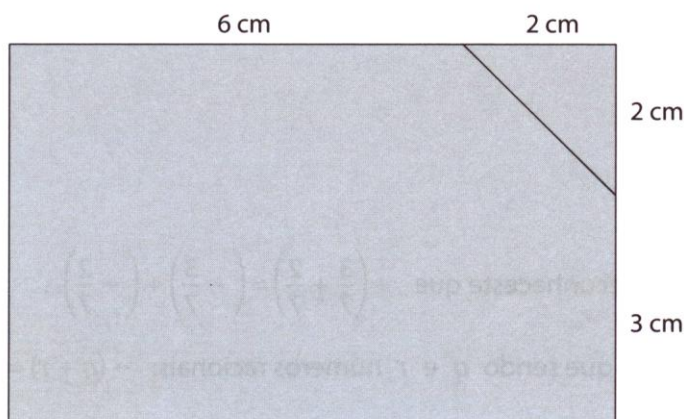
$$\frac{A_A}{A_B} = r^2$$

Resolvo problemas...

- Raiz quadrada e raiz cúbica
- Ângulos
- Expressões algébricas
- Proporcionalidade direta
- Percentagens
- Funções
- Medidas de localização central: moda e média
- Organização e tratamento de dados
- **Semelhança: relação entre perímetros e entre áreas de figuras semelhantes**

ENTRO EM AÇÃO

29. A Ana encontrou a planta da sua casa, feita à escala de 1:50. Prestando atenção à sala de estar e à sua lareira, ajuda a Ana a calcular os perímetros e as áreas da parte útil da sala, da lareira e do conjunto dos dois.



30. Considera um círculo C_1 com 5 cm de raio. Considera um outro círculo C_2 , semelhante a C_1 , sendo $\frac{3}{2}$ a razão de semelhança entre eles. Determina o perímetro de C_2 , sem calculares o respetivo raio.

... e aprendo!

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

Multiplicação e divisão de números racionais

APRENDER PARA SABER

Dois números racionais são **simétricos** se a sua soma é nula.

Por exemplo, $\frac{2}{3}$ e $-\frac{2}{3}$ são simétricos porque $\frac{2}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$.

ENTRO EM AÇÃO

O que acontece com o simétrico da soma? E com o simétrico da diferença?

1. O simétrico da soma

1.1 Considera os números racionais $\frac{3}{7}$ e $\frac{2}{7}$.

Justifica que os números $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right)$ e $\left[\left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)\right]$ são simétricos.

Assim, reconheceste que $-\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{7}\right) = \left(-\frac{3}{7}\right) + \left(-\frac{2}{7}\right)$.

1.2 Justifica que sendo q e r números racionais: $-(q + r) = (-q) + (-r)$

Sugestão: adiciona os números $(q + r)$ e $[(-q) + (-r)]$.

... e aprendo!

2. O simétrico da diferença

2.1 Considera os números racionais $\frac{4}{9}$ e $\frac{1}{9}$.

Justifica que os números $\left(\frac{4}{9} - \frac{1}{9}\right)$ e $\left[\left(-\frac{4}{9}\right) + \frac{1}{9}\right]$ são simétricos.

Assim, reconheceste que $-\left(\frac{4}{9} - \frac{1}{9}\right) = \left(-\frac{4}{9}\right) + \frac{1}{9}$.

2.2 Justifica que sendo q e r números racionais: $-(q - r) = (-q) + r$

Sugestão: adiciona os números $(q - r)$ e $[(-q) + r]$.

3. Completa com as tuas conclusões:

O simétrico da soma de dois números racionais é igual à _____ dos simétricos.

O simétrico da diferença de dois números racionais é igual à _____ do _____ do aditivo com o subtrativo.

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

... e aprendo!

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

Ângulos internos de um polígono convexo

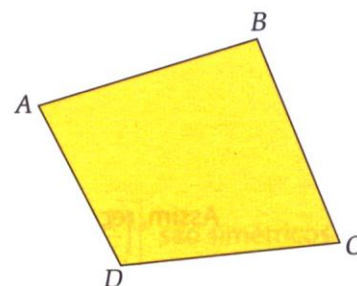
APRENDER PARA SABER

A soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é sempre igual a 180 graus.

O que acontece com a soma das medidas das amplitudes dos ângulos internos de um polígono convexo?

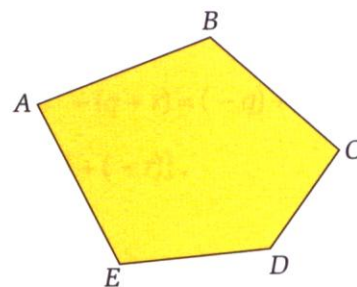
ENTRO EM AÇÃO

4. Considera o seguinte quadrilátero convexo:



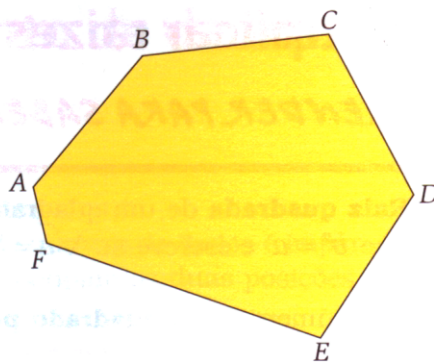
- 4.1 Decompõe o quadrilátero em triângulos, traçando a diagonal com um dos extremos em A . Quantos triângulos obtiveste?
- 4.2 Conclui qual a soma das amplitudes, em graus, dos ângulos internos do quadrilátero, a partir da decomposição feita em 4.1. Justifica.

5. Considera o seguinte pentágono convexo:



- 5.1 Decompõe o pentágono em triângulos, traçando as diagonais com um dos extremos em A . Quantos triângulos obtiveste?
- 5.2 Conclui qual a soma das amplitudes, em graus, dos ângulos internos do pentágono. Justifica.

6. Considera o seguinte hexágono convexo:



Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- **Ângulos internos de um polígono convexo**
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

- 6.1 Decompõe o hexágono em triângulos, traçando as diagonais com um dos extremos em A . Quantos triângulos obtiveste?

- 6.2 Conclui qual a soma das amplitudes, em graus, dos ângulos internos do hexágono, a partir da decomposição feita em 6.1. Justifica.

7. Completa a tabela usando as conclusões dos exercícios anteriores.

Polígono convexo	N.º de lados do polígono	N.º de triângulos em que fica dividido	Soma (em graus) das amplitudes dos ângulos internos
Quadrilátero			$2 \times 180^\circ$
Pentágono			$3 \times 180^\circ$
Hexágono			$4 \times 180^\circ$
...	...	...	...
Decágono	10		$8 \times 180^\circ$
...	...	...	...
Polígono com n lados	n		$(\quad) \times 180^\circ$

8. Completa com as tuas conclusões:

A soma das medidas das amplitudes (em graus) dos ângulos internos de um polígono convexo com n lados é dada por $(\quad) \times 180^\circ$.

... e aprendo!

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- **Multiplicar raízes quadradas**
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

Multiplicar raízes quadradas

APRENDER PARA SABER

Raiz quadrada de um quadrado perfeito a é um número b positivo tal que $b^2 = a$ e escreve-se $\sqrt{a} = b$.

Um número é um **quadrado perfeito** se for o quadrado de um número inteiro não negativo.

Por exemplo, 25 é um quadrado perfeito porque $25 = 5^2$ e 5 é um número inteiro não negativo.

ENTRO EM AÇÃO

9. Considera os quadrados perfeitos 9 e 16.

9.1 Calcula $\sqrt{9 \times 16}$.

9.2 Calcula $\sqrt{9} \times \sqrt{16}$.

9.3 Compara os resultados das alíneas anteriores. O que observas?

Assim, reconheceste que $\sqrt{9 \times 16} = \sqrt{9} \times \sqrt{16}$.

10. Considera agora q e r números racionais, quadrados perfeitos, tais que $q = a^2$ e $r = c^2$. Justifica que $\sqrt{q \times r} = \sqrt{q} \times \sqrt{r}$.

11. Completa com as tuas conclusões:

Dados dois números racionais q e r , quadrados perfeitos, tais que $q = a^2$ e $r = c^2$, verifica-se que: $\sqrt{q} \times \sqrt{\quad} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad}$

Mediana de um conjunto de dados

APRENDER PARA SABER

A **mediana** de um conjunto de **dados ordenados** é:

- o dado que ocupa a posição central, se o número de dados é ímpar;
- a média aritmética dos dois dados que ocupam as duas posições centrais, se o número de dados é par.

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- **Mediana de um conjunto de dados**
- Sequências e sucessões
- Potências e regularidades

ENTRO EM AÇÃO

12. Observa o conjunto de dados: 3, 7, 5, 13, 11, 7, 2, 2, 3.

12.1 Determina a mediana.

12.2 Quantos dados têm valores não superiores à mediana?

13. Observa o conjunto de dados: 4, 14, 9, 10, 7, 5, 5, 11, 8, 5.

13.1 Determina a mediana.

13.2 Quantos dados têm valores não superiores à mediana?

14. Completa, relacionando o número total de dados com o número de dados que têm valores não superiores à mediana.

Dado um conjunto de n dados numéricos, pelo menos _____ dos dados têm valores não superiores à mediana.

Se o conjunto de n dados é ímpar, a mediana é o dado que ocupa a posição de ordem _____, estando o conjunto de dados _____.

Se o conjunto de dados é par, há _____ valores centrais: o dado de ordem _____ e o dado de ordem _____.

... e aprendo!

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- **Sequências e sucessões**
- Potências e regularidades

Sequências e sucessões

APRENDER PARA SABER

Uma sequência numérica é um conjunto ordenado de números que obedecem a uma determinada lei: a **lei de formação**. A expressão que traduz a lei de formação é o **termo geral** ou **expressão geradora**.

Uma sucessão é uma sequência cujo domínio é $\mathbb{N}$, isto é, é uma função de domínio $\mathbb{N}$.

Exemplo 1:

2, 4, 6, 8, 10, ... é a sucessão dos números pares, cujo termo geral é $2n$, sendo n um número natural.

Exemplo 2:

10, 20, 30, 40, 50, ... é a sucessão dos múltiplos de 10, cujo termo geral é $10n$, sendo n um número natural.

Exemplo 3:

10, 11, 12, 13, 14, 15, ... é a sucessão dos números naturais maiores ou iguais a 10, cujo termo geral é $9 + n$, sendo n um número natural.

ENTRO EM AÇÃO

15. Atividade «Explorações com números».

15.1 Procura descobrir relações entre os números da figura. (Observa por exemplo os números representados na mesma linha ou coluna.) Como sempre, regista as conclusões que fores obtendo.

0	1	2	3
4	5	6	7
8	9	10	11
12	13	14	15
16	17	18	19
...	...	...	...

15.2 Distribui os mesmos números, utilizando uma tabela com 5 colunas. Encontra relações entre os números dessa nova figura.*

Potências e regularidades

APRENDER PARA SABER

Relembra a definição de potência da página 17.

ENTRO EM AÇÃO

16. Atividade «Potências e Regularidades».

O número 729 poderá ser escrito como uma potência de base 3?

Para o verificar basta escrever as sucessivas potências de 3:

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3^5 = 243$$

$$3^6 = 729$$

16.1 Procura escrever os números que se seguem como potência de base 2:

$$64 =$$

$$128 =$$

$$200 =$$

$$256 =$$

$$1000 =$$

16.2 Que conjecturas podes fazer acerca dos números que podem ser escritos como potências de base 2? E como potências de base 3?

16.3 Observa as seguintes potências de base 5:

$$5^1 = 5$$

$$5^2 = 25$$

$$5^3 = 125$$

$$5^4 = 625$$

O último algarismo de cada uma destas potências é sempre 5. Será que isso também se verifica para as potências de 5 seguintes?

16.4 Investiga o que se passa com as potências de 6.

16.5 Investiga também as potências de 9 e as de 7.*

Reconheço a matemática...

- Multiplicação e divisão de números racionais
- Ângulos internos de um polígono convexo
- Multiplicar raízes quadradas
- Mediana de um conjunto de dados
- Sequências e sucessões
- **Potências e regularidades**

*Retirado de *Investigação matemática na sala de aula*, APM.

Números e operações

1. Indica, sem efetuares cálculos, o simétrico de:

1.1 $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}\right)$

1.2 $\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\right)$

2. Calcula:

2.1 $\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right)$

2.5 $\frac{2}{3} : 5$

2.2 $\frac{2}{3} \times 0$

2.6 $\left(-\frac{2}{5}\right) : \left(-\frac{5}{2}\right)$

2.3 $\left(-\frac{5}{7}\right) \times 6 \times \left(-\frac{7}{3}\right)$

2.7 $\frac{8}{5} : \frac{8}{5}$

2.4 $\frac{1}{11} \times 3,2 \times (-1)$

2.8 $\left(-\frac{5}{7}\right) : \left[\left(-\frac{8}{3}\right) : \left(-\frac{8}{3}\right)\right]$

3. No último domingo, o Pedro ocupou $\frac{1}{4}$ do dia com o seu skate. Infelizmente, $\frac{1}{3}$ desse tempo foi gasto a arranjar uma roda que se estragou.

Determina:

3.1 a fração do dia que o Pedro gastou a arranjar a roda;

3.2 o tempo, em horas, que o Pedro demorou a arranjar a roda.



Geometria e medida

4. Diz se as afirmações que se seguem são verdadeiras ou falsas, justificando as falsas.
- 4.1 A soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é 260° .
- 4.2 A amplitude de um ângulo externo de um triângulo equilátero é 120° .
- 4.3 Dois ângulos são suplementares se a soma das suas amplitudes for 90° .
5. Constrói um paralelogramo cujas diagonais meçam 3 cm e 5 cm e em que um dos ângulos por elas formados tenha 100° de amplitude.

6. Os perímetros de dois triângulos semelhantes são, respetivamente, 12 cm e 36 cm. Calcula a área do segundo triângulo sabendo que a área do primeiro é 15 cm^2 .

7. Numa reta representaram-se nove pontos, de tal forma que a distância entre dois pontos consecutivos é constante.

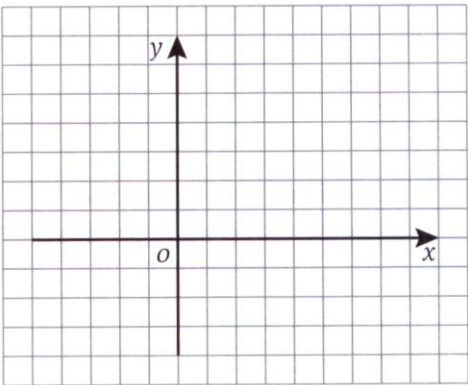


- 7.1 Calcula o quociente das medidas dos comprimentos de $[AB]$ e $[CD]$ tomando $[EF]$ por unidade.
- 7.2 Calcula o quociente das medidas dos comprimentos de $[AB]$ e $[CD]$ tomando $[DF]$ por unidade.
- 7.3 Compara os resultados anteriores. O que observas?

Funções, sequências e sucessões

8. Considera a função afim f , de domínio $A = \left\{ -\frac{3}{2}, 0, \frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right\}$, definida pela expressão $f(x) = 2x - 5$.
- 8.1 Determina, apresentando todos os cálculos, o contradomínio de f e justifica que esta é uma função numérica.

- 8.2 Representa, num referencial cartesiano, o gráfico da função f .



- 8.3 Completa a tabela sabendo que a função g tem o mesmo domínio que f e é definida pela expressão $g(x) = 4x + 1$.

x				
$f(x)$				
$g(x)$				
$(f+g)(x)$				

- 8.4 Determina, apresentando todos os cálculos, o contradomínio da função $f \times g$.

9. Raízes cúbicas.

9.1 Considera os cubos perfeitos 64 e 125.

9.1.1 Calcula $\sqrt[3]{64 \times 125}$.

9.1.2 Calcula $\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{125}$.

9.1.3 Compara os resultados das alíneas anteriores. O que observas?

9.2 Considera agora q e r números racionais, cubos perfeitos, tais que $q = a^3$ e $r = c^3$.

Justifica que $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$.

10. Resolve e classifica as equações.

10.1 $2 - x = -x + 6$

10.4 $2 - (5 - 2x) = x + 6$

10.2 $3x - 9 = x + 2x - 5 - 4$

10.5 $4 + (4 + x) = -3x + 8$

10.3 $-2x + 4 = 3x - 2 + 16$

10.6 $4\left(\frac{1}{2} - x\right) = 2x + 6$

Organização e tratamento de dados

11. Para um trabalho escolar, a Rita mediu as temperaturas ($^{\circ}\text{C}$) sempre à mesma hora ao longo de 18 dias.

23	27	35	21	39	25	27	30	29
32	41	23	18	27	26	29	22	26

11.1 Qual a temperatura média registada pela Rita naqueles 18 dias?

11.2 Indica a moda.

11.3 Organiza os dados recolhidos numa tabela de frequências.

11.4 Constrói o gráfico de barras correspondente.

12. Escreve um conjunto de 14 dados numéricos cuja mediana seja 40 , cuja média seja 50 e cuja moda seja 25 . Justifica.

Estudar para os TESTES



Matemática

7.º ano • 3.º Ciclo do Ensino Básico

Coleção Estudar para os TESTES:

• Matemática



• Português



Cód. 02057.10 ISBN 978-989-744-066-3

Dep. Legal N.º 375065/14