



GUIA DO PROFESSOR

PI | MATEMÁTICA 7º ANO

**Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano**

- **Finalidades do Programa de Matemática 7º ano**
- **Grelhas de apoio à actividade docente**
- **Planificações**
- **Propostas de resolução das actividades do Manual e do Caderno de Actividades**
- **Bases para transparências**

ASA

Índice

A. Grelhas de apoio

B. Planificações

Proposta de planificação por tópicos

Sugestões de operacionalização

C. Propostas de resolução

C₁. Manual

C₂. Caderno de Atividades

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

TPC

____º Período

		Data																	
N.º	NOME																		
1																			
2																			
3																			
4																			
5																			
6																			
7																			
8																			
9																			
10																			
11																			
12																			
13																			
14																			
15																			
16																			
17																			
18																			
19																			
20																			
21																			
22																			
23																			
24																			
25																			
26																			
27																			
28																			
29																			
30																			

[illegible]

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

TRABALHO DE GRUPO

____º Período

ATIVIDADE: _____

GRUPO I	GRUPO II	GRUPO III	GRUPO IV	GRUPO V	GRUPO VI

Parâmetros a avaliar	GRUPO I	GRUPO II	GRUPO III	GRUPO IV	GRUPO V	GRUPO VI
Comportamento						
Organização						
Empenho						
Iniciativa						
Originalidade						
Cumprimento de prazos						
Qualidade do trabalho realizado						
Cooperação/distribuição de tarefas						
AVALIAÇÃO						

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

COMPORTAMENTO

____º Período

		Data																			
Nº	NOME																				
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
21																					
22																					
23																					
24																					
25																					
26																					
27																					
28																					
29																					
30																					

[illegible]

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

MATERIAL

____º Período

		Data																			
Nº	NOME																				
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
9																					
10																					
11																					
12																					
13																					
14																					
15																					
16																					
17																					
18																					
19																					
20																					
21																					
22																					
23																					
24																					
25																					
26																					
27																					
28																					
29																					
30																					

Observações

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 7º ____

RELATÓRIO

____º Período

PROPOSTO EM: ____/____/____

Nº	NOME	Entregou		AVALIAÇÃO QUALITATIVA	OBSERVAÇÕES
		SIM	NÃO		
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação – NOVEMBRO

Nº	NOME	Avaliação	PLANO de	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação – 1º PERÍODO

N.º	NOME	Avaliação Novembro	PLANO de	desde	Nível
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação – CARNAVAL

Nº	NOME	Avaliação Novembro	1º Período	PLANO de	desde	Avaliação Carnaval
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

[illegible]

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação – 2º PERÍODO

N.º	NOME	Avaliação Novembro	1.º Período	Avaliação Carnaval	PLANO de	desde	Nível
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação – 3º PERÍODO

Nº	NOME	Avaliação Novembro	1º Período	Avaliação Carnaval	2º Período	PLANO de	desde	Nível
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								

Observações

This image shows a full page of blank, lined paper. It features approximately 28 horizontal blue or grey lines spaced evenly apart, typical of notebook paper. The lines extend across the entire width of the page, leaving small margins at the top and bottom. There are no vertical lines, text, or other markings on the page.

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 7º _____

Avaliação

N.º	NOME	Avaliação Novembro	1º Período	Avaliação Carnaval	2º Período	3º Período
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Proposta de Planificação por Tópicos

7º Ano

Tópico: Números

9 blocos

Domínio	Conteúdos	Metas
Números e operações/ Números	– Simétrico da soma e da diferença de racionais. – Extensão da multiplicação a todos os racionais. – Extensão da divisão ao caso em que o dividendo é um racional qualquer e o divisor é um racional não nulo. – Extensão a $\mathbb{Q}$ das propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação. – Extensão a $\mathbb{Q}$ da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração. – Extensão a $\mathbb{Q}$ das regras de cálculo do inverso de produtos e quocientes, e do produto e do quociente de quocientes. – Extensão a $\mathbb{Q}$ da definição e propriedades das potências de expoente natural; potência do simétrico de um número. – Simplificação e cálculo do valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parênteses.	<i>1. Multiplicar e dividir números racionais relativos</i> 1. Provar, a partir da caracterização algébrica (a soma dos simétricos é nula), que o simétrico da soma de dois números racionais é igual à soma dos simétricos e que o simétrico da diferença é igual à soma do simétrico do aditivo com o subtrativo: $-(q + r) = (-q) + (-r)$ e $-(q - r) = (-q) + r$. 2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número natural n por um número q como a soma de n parcelas iguais a q, representá-lo por $n \times q$ e por $q \times n$, e reconhecer que $n \times (-q) = (-q) \times n = -(n \times q)$. 3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q e um número natural n como o número racional cujo produto por n é igual a q e representá-lo por $q : n$ e por $\frac{q}{n}$ e reconhecer que $\frac{(-q)}{n} = -\frac{q}{n}$. 4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de um número q por $r = \frac{a}{b}$ (onde a e b são números naturais) como o quociente por b do produto de q por a, representá-lo por $q \times r$ e $r \times q$ e reconhecer que $(-q) \times r = r \times (-q) = -(q \times r)$. 5. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do produto de -1 por um número q como o respetivo simétrico e representá-lo por $(-1) \times q$ e por $q \times (-1)$. 6. Identificar, dados dois números racionais positivos q e r, o produto $(-q) \times (-r)$ como $q \times r$, começando por observar que $(-q) \times (-r) = (q \times (-1)) \times (-r)$. 7. Saber que o produto de dois quaisquer números racionais é o número racional cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores, sendo o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos. 8. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número q (o dividendo) e um número não nulo r (o divisor) como o número racional cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e reconhecer que $\frac{-q}{r} = \frac{q}{-r} = -\frac{q}{r}$.

Domínio	Conteúdos	Metas
Números e operações/ Números	Raízes quadradas e cúbicas – Monotonia do quadrado e do cubo. – Quadrado perfeito e cubo perfeito. – Raiz quadrada de quadrado perfeito e raiz cúbica de cubo perfeito. – Produto e quociente de raízes quadradas e cúbicas. – Representações decimais de raízes quadradas e cúbicas.	9. Saber que o quociente entre um número racional e um número racional não nulo é o número racional cujo valor absoluto é igual ao quociente dos valores absolutos, sendo o sinal positivo se estes números tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos. Expressões algébricas 1. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais as propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação e as propriedades distributivas da multiplicação relativamente à adição e à subtração. 2. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais, a identificação do 0 e do 1 como os elementos neutros respetivamente da adição e da multiplicação de números, do 0 como elemento absorvente da multiplicação e de dois números como “inversos” um do outro quando o respetivo produto for igual a 1. 3. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais o reconhecimento de que o inverso de um dado número não nulo q é igual a $\frac{1}{q}$, o inverso do produto é igual ao produto dos inversos, o inverso do quociente é igual ao quociente dos inversos e de que, dados números q, r, s e t, $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r e t não nulos) e $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r, s e t não nulos). 4. Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a definição e as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural de um número. 5. Reconhecer, dado um número racional q e um número natural n, que $(-q)^n = q^n$ se n for par e $(-q)^n = -q^n$ se n for ímpar. 6. Reconhecer, dado um número racional não nulo q e um número natural n, que a potência q^n é positiva quando n é par e tem o sinal de q quando n é ímpar. 7. Simplificar e calcular o valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parênteses. Raízes quadradas e cúbicas 1. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^2 < r^2$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois quadrados de lados com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento dos respetivos lados. 2. Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^3 < r^3$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois cubos de arestas com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento das respetivas arestas.

Domínio	Conteúdos	Metas
Números e operações/ Números		3. Designar por “quadrados perfeitos” (respetivamente “cubos perfeitos”) os quadrados (respetivamente cubos) dos números inteiros não negativos e construir tabelas de quadrados e cubos perfeitos. 4. Reconhecer, dado um quadrado perfeito não nulo ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois quadrados perfeitos não nulos, que existem exatamente dois números racionais, simétricos um do outro, cujo quadrado é igual a q, designar o que é positivo por “raiz quadrada de q” e representá-lo por $\sqrt{q}$. 5. Reconhecer que 0 é o único número racional cujo quadrado é igual a 0, designá-lo por “raiz quadrada de 0” e representá-lo por $\sqrt{0}$. 6. Provar, utilizando a definição de raiz quadrada, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes de quadrados perfeitos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, e que $\sqrt{q} \times r = \sqrt{q} \times \sqrt{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}$. 7. Reconhecer, dado um cubo perfeito ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois cubos perfeitos ou ao respetivo simétrico, que existe um único número racional cujo cubo é igual a q, designá-lo por “raiz cúbica de q” e representá-lo por $\sqrt[3]{q}$. 8. Provar, utilizando a definição de raiz cúbica, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes ou a simétricos de quocientes de cubos perfeitos não nulos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, que $\sqrt[3]{-q} = -\sqrt[3]{q}$, $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$. 9. Determinar, na forma fracionária ou como dízimas, raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais que possam ser representados como quocientes de quadrados perfeitos (respetivamente quocientes ou simétrico de quocientes de cubos perfeitos) por inspeção de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos. 10. Reconhecer, dado um número racional representado como dízima e tal que deslocando a vírgula duas (respetivamente três) casas decimais para a direita obtemos um quadrado (respetivamente cubo) perfeito, que é possível representá-lo como fração decimal cujos termos são quadrados (respetivamente cubos) perfeitos e determinar a representação decimal da respetiva raiz quadrada (respetivamente cúbica). 11. Determinar as representações decimais de raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais representados na forma de dízimas, obtidas por deslocamento da vírgula para a esquerda um número par de casas decimais (respetivamente um número de casas decimais que seja múltiplo de três) em representações decimais de números retirados da coluna de resultados de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.

Tópico: Funções

8 blocos

Domínio	Conteúdos	Metas
Funções, sequências e sucessões / Funções	Definição de função – Função ou aplicação f de A em B; domínio e contradomínio; igualdade de funções. – Pares ordenados; gráfico de uma função; variável independente e variável dependente. – Funções numéricas. – Gráficos cartesianos de funções numéricas de variável numérica; equação de um gráfico cartesiano. Operações com funções numéricas – Adição, subtração e multiplicação de funções numéricas e com o mesmo domínio; exponenciação de expoente natural de funções numéricas. – Operações com funções numéricas de domínio finito	Funções <i>1. Definir funções</i> 1. Saber, dados conjuntos A e B, que fica definida uma “função f (ou aplicação) de A em B”, quando a cada elemento x de A se associa um elemento único de B representado por $f(x)$ e utilizar corretamente os termos “objeto”, “imagem”, “domínio”, “conjunto de chegada” e “variável”. 2. Designar uma função f de A em B por “$f: A \rightarrow B$” ou por “f” quando esta notação simplificada não for ambígua. 3. Saber que duas funções f e g são iguais ($f = g$) quando (e apenas quando) têm o mesmo domínio e o mesmo conjunto de chegada e cada elemento do domínio tem a mesma imagem por f e g. 4. Designar, dada uma função $f: A \rightarrow B$, por “contradomínio de f” o conjunto das imagens por f dos elementos de A e representá-lo por CD_f, D'_f ou $f(A)$. 5. Representar por “(a, b)” o “par ordenado” de “primeiro elemento” a e “segundo elemento” b. 6. Saber que pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais quando (e apenas quando) $a = c$ e $b = d$. 7. Identificar o gráfico de uma função $f: A \rightarrow B$ como o conjunto dos pares ordenados (x, y) com $x \in A$ e $y = f(x)$ e designar neste contexto x por «variável independente» e y por “variável dependente”. 8. Designar uma dada função $f: A \rightarrow B$ por “função numérica” (respetivamente “função de variável numérica”) quando B (respetivamente A) é um conjunto de números. 9. Identificar, fixado um referencial cartesiano num plano, o “gráfico cartesiano” de uma dada função numérica f de variável numérica como o conjunto G constituído pelos pontos P do plano cuja ordenada é a imagem por f da abscissa e designar o gráfico cartesiano por “gráfico de f” quando esta identificação não for ambígua e a expressão “$y = f(x)$” por “equação de G”. 10. Identificar e representar funções com domínios e conjuntos de chegada finitos em diagramas de setas, tabelas e gráficos cartesianos e em contextos variados. <i>2. Operar com funções</i> 1. Identificar a soma de funções numéricas com um dado domínio A e conjunto de chegada Ω como a função de mesmo domínio e conjunto de chegada tal que a imagem de cada $x \in A$ é a soma das imagens e proceder de forma análoga para subtrair, multiplicar e elevar funções a um expoente natural. 2. Efetuar operações com funções de domínio finito definidas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos.

Domínio	Conteúdos	Metas
Funções, sequências e sucessões / Funções	dadas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos. – Funções constantes, lineares e afins; formas canónicas, coeficientes e termos independentes; propriedades algébricas e redução à forma canónica. – Funções de proporcionalidade direta. – Problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta.	3. Designar, dado um número racional b, por “função constante igual a b” a função $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ tal que $f(x) = b$ para cada $x \in \mathbb{Q}$ e designar as funções com esta propriedade por “funções constantes” ou apenas “constantes” quando esta designação não for ambígua. 4. Designar por “função linear” uma função $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ para a qual existe um número racional a tal que $f(x) = ax$, para todo o $x \in \mathbb{Q}$, designando esta expressão por “forma canónica” da função linear e a por “coeficiente de f”. 5. Identificar uma função afim como a soma de uma função linear com uma constante e designar por “forma canónica” da função afim a expressão “$ax + b$”, onde a é o coeficiente da função linear e b o valor da constante, e designar a por “coeficiente de x” e b por “termo independente”. 6. Provar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções lineares são funções lineares de coeficientes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes das funções dadas. 7. Demonstrar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções afins são funções afins de coeficientes da variável e termos independentes respetivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes e dos termos independentes das funções dadas. 8. Identificar funções lineares e afins reduzindo as expressões dadas para essas funções à forma canónica. <i>3. Definir funções de proporcionalidade direta</i> 1. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a “função de proporcionalidade direta f” que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número positivo x, $f(xm) = xf(m)$ (ao multiplicar a medida m da segunda por um dado número positivo, a medida $y = f(m)$ da primeira fica também multiplicada por esse número) e, considerando $m = 1$, que f é uma função linear de coeficiente $a = f(1)$. 2. Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente da respetiva função de proporcionalidade direta. 3. Reconhecer que uma função numérica positiva f definida para valores positivos é de proporcionalidade direta quando (e apenas quando) é constante o quociente entre $f(x)$ e x, para qualquer x pertencente ao domínio de f. <i>4. Resolver problemas</i> 1. Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta em diversos contextos.

Tópico: Sequências e regularidades

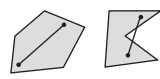
5 blocos

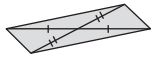
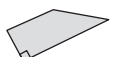
Domínio	Conteúdos	Metas
Funções, sequências e sucessões / Sequências e regularidades	Sequências e sucessões - Sequências e sucessões como funções. - Gráficos cartesianos de sequências numéricas. - Problemas envolvendo sequências e sucessões.	5. Definir sequências e sucessões - Identificar, dado um número natural N, uma «sequência N de elementos» como uma função de domínio $\{1, 2, \dots, N\}$ e utilizar corretamente a expressão “termo de ordem n da sequência” e “termo geral da sequência”. - Identificar uma “sucessão” como uma função de domínio $\mathbb{N}$, designando por u_n a imagem do número natural n por u e utilizar corretamente a expressão “termo de ordem n da sucessão” e «termo geral da sucessão”. - Representar, num plano munido de um referencial cartesiano, gráficos de sequências. 6. Resolver problemas - Resolver problemas envolvendo sequências e sucessões e os respetivos termos gerais.

Tópico: Figuras geométricas

8 blocos

Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida / Figuras geométricas	Alfabeto grego - As letras α, β, γ, δ, π, θ, e σ do alfabeto grego. Figuras geométricas Linhas poligonais e polígonos - Linhas poligonais; vértices, lados, extremidades, linhas poligonais fechadas e simples; parte interna e externa de linhas poligonais fechadas simples. - Polígonos simples; vértices, lados, interior, exterior, fronteira, vértices e lados consecutivos. - Ângulos internos de polígonos.	Alfabeto grego <i>Conhecer o alfabeto grego</i> - Saber nomear e representar as letras gregas minúsculas α, β, γ, δ, π, ρ, e σ. Figuras geométricas <i>Classificar e construir quadriláteros</i> - Identificar uma “linha poligonal” como uma sequência de segmentos de reta num dado plano, designados por “lados”, tal que pares de lados consecutivos partilham um extremo, lados que se interseitam não são colineares e não há mais do que dois lados partilhando um extremo, designar por “vértices” os extremos comuns a dois lados e utilizar corretamente o termo “extremidades da linha poligonal”. - Identificar uma linha poligonal como “fechada” quando as extremidades coincidem. - Identificar uma linha poligonal como “simples” quando os únicos pontos comuns a dois lados são vértices.

Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida /Figuras geométricas	- Polígonos convexos e côncavos; caracterização dos polígonos convexos através dos ângulos internos. - Ângulos externos de polígonos convexos. - Soma dos ângulos internos de um polígono. - Soma de ângulos externos de um polígono convexo. - Diagonais de um polígono. Quadriláteros - Diagonais de um quadrilátero. - Paralelogramos: caracterização através das diagonais e caracterização dos retângulos e losangos através das diagonais. - Papagaios: propriedade das diagonais; o losango como papagaio. - Trapézios: bases; trapézios isósceles, escalenos e retângulos; caracterização dos paralelogramos. - Problemas envolvendo triângulos e quadriláteros. Áreas de quadriláteros - Área do papagaio e do losango. - Área do trapézio.	4. Reconhecer informalmente que uma linha poligonal fechada simples delimita no plano duas regiões disjuntas, sendo uma delas limitada e designada por “parte interna” e a outra ilimitada e designada por “parte externa” da linha.  5. Identificar um “polígono simples”, ou apenas “polígono”, como a união dos lados de uma linha poligonal fechada simples com a respetiva parte interna, designar por “vértices” e “lados” do polígono respetivamente os vértices e os lados da linha poligonal, por “interior” do polígono a parte interna da linha poligonal, por “exterior” do polígono a parte externa da linha poligonal e por “fronteira” do polígono a união dos respetivos lados, e utilizar corretamente as expressões “vértices consecutivos” e “lados consecutivos”. 6. Designar por $[A_1A_2 \dots A_n]$ o polígono de lados $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, ..., $[A_nA_1]$. 7. Identificar um “quadrilátero simples” como um polígono simples com quatro lados, designando-o também por “quadrilátero” quando esta simplificação de linguagem não for ambígua, e utilizar corretamente, neste contexto, o termo “lados opostos”. 8. Identificar um “ângulo interno” de um polígono como um ângulo de vértice coincidente com um vértice do polígono, de lados contendo os lados do polígono que se encontram nesse vértice, tal que um setor circular determinado por esse ângulo está contido no polígono e utilizar corretamente, neste contexto, os termos “ângulos adjacentes” a um lado.  9. Designar um polígono por “convexo” quando qualquer segmento de reta que une dois pontos do polígono está nele contido e por “côncavo” no caso contrário.  Calcular medidas de áreas de quadriláteros Provar, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um papagaio (e, em particular, de um losango), com diagonais de comprimentos D e d unidades, é igual a $\frac{D \times d}{2}$ unidades quadradas. Identificar a “altura” de um trapézio como a distância entre as bases. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um trapézio de bases de comprimentos B e b unidades e altura a unidades é igual a $\frac{B \times b}{2} \times a$ unidades quadradas. 10. Saber que um polígono é convexo quando (e apenas quando) os ângulos internos são todos convexos e que, neste caso, o polígono é igual à interseção dos respetivos ângulos internos. 

Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida /Figuras geométricas		11. Identificar um “ângulo externo” de um polígono convexo como um ângulo suplementar e adjacente a um ângulo interno do polígono.  12. Demonstrar que a soma dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a um ângulo giro. 13. Reconhecer, dado um polígono, que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos respectivos ângulos internos é igual ao produto de 180 pelo número de lados diminuído de duas unidades e, se o polígono for convexo, que, associando a cada ângulo interno um externo adjacente, a soma destes é igual a um ângulo giro. 14. Designar por “diagonal” de um dado polígono qualquer segmento de reta que une dois vértices não consecutivos.  15. Reconhecer que um quadrilátero tem exatamente duas diagonais e saber que as diagonais de um quadrilátero convexo se interseitam num ponto que é interior ao quadrilátero. 16. Reconhecer que um quadrilátero é um paralelogramo quando (e apenas quando) as diagonais se bissetam.  17. Reconhecer que um paralelogramo é um retângulo quando (e apenas quando) as diagonais são iguais.  18. Reconhecer que um paralelogramo é um losango quando (e apenas quando) as diagonais são perpendiculares.  19. Identificar um “papagaio” como um quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos iguais e reconhecer que um losango é um papagaio.  20. Reconhecer que as diagonais de um papagaio são perpendiculares.  21. Identificar “trapézio” como um quadrilátero simples com dois lados paralelos (designados por “bases”) e justificar que um paralelogramo é um trapézio. 22. Designar um trapézio com dois lados opostos não paralelos por “trapézio isósceles” quando esses lados são iguais e por “trapézio escaleno” no caso contrário.  23. Designar um trapézio por “trapézio retângulo” quando tem um lado perpendicular às bases.  24. Demonstrar que todo o trapézio com bases iguais é um paralelogramo. 3. Resolver problemas 1. Resolver problemas envolvendo congruências de triângulos e propriedades dos quadriláteros, podendo incluir demonstrações geométricas.

Tópico: Tratamento de dados

5 blocos

Domínio	Conteúdos	Metas
Organização e tratamento de dados/ Tratamento de dados	Medidas de localização – Sequência ordenada dos dados. – Mediana de um conjunto de dados; definição e propriedades. – Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.	Medidas de localização <i>1. Representar, tratar e analisar conjuntos de dados</i> 1. Construir, considerado um conjunto de dados numéricos, uma sequência crescente em sentido lato repetindo cada valor um número de vezes igual à respetiva frequência absoluta, designando-a por “sequência ordenada dos dados” ou simplesmente por “dados ordenados”. 2. Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos, a “mediana” como o valor central no caso de n ser ímpar (valor do elemento de ordem $\frac{n+1}{2}$ da sequência ordenada dos dados), ou como a média aritmética dos dois valores centrais (valores dos elementos de ordens $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$ da sequência ordenada dos dados) no caso de n ser par e representar a mediana por “$\tilde{x}$” ou “Me”. 3. Determinar a mediana de um conjunto de dados numéricos. 4. Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que pelo menos metade dos dados têm valores não superiores à mediana. 5. Designar por “medidas de localização” a média, a moda e a mediana de um conjunto de dados. <i>2. Resolver problemas</i> 1. Resolver problemas envolvendo a análise de dados representados em tabelas de frequência, diagramas de caule-e-folhas, gráficos de barras e gráficos circulares.

Tópico: Equações

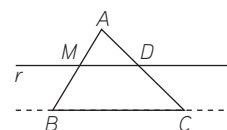
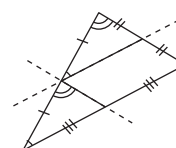
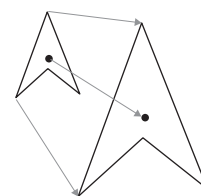
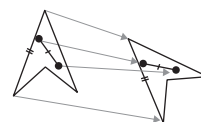
9 blocos

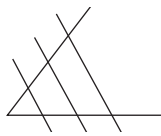
Domínio	Conteúdos	Metas
Álgebra/ Equações	Equações algébricas – Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução. – Equações possíveis e impossíveis. – Equações equivalentes. – Equações numéricas; princípios de equivalência. – Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas; equação algébrica de 1º grau. – Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1º grau. – Problemas envolvendo equações lineares.	<i>3. Resolver equações do 1º grau</i> 1. Identificar, dadas duas funções f e g, uma “equação” com uma “incógnita x” como uma expressão da forma “$f(x) = g(x)$”, designar, neste contexto, “$f(x)$” por “primeiro membro da equação”, “$g(x)$” por “segundo membro da equação”, qualquer a tal que $f(a) = g(a)$ por “solução” da equação e o conjunto das soluções por “conjunto-solução”. 2. Designar uma equação por “impossível” quando o conjunto-solução é vazio e por “possível” no caso contrário. 3. Identificar duas equações como «equivalentes» quando tiverem o mesmo conjunto-solução e utilizar corretamente o símbolo “$\Leftrightarrow$”. 4. Identificar uma equação “$f(x) = g(x)$” como “numérica” quando f e g são funções numéricas, reconhecer que se obtém uma equação equivalente adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número não nulo e designar estas propriedades por “princípios de equivalência”. 5. Designar por “equação linear com uma incógnita” ou simplesmente “equação linear” qualquer equação “$f(x) = g(x)$” tal que f e g são funções afins. 6. Simplificar ambos os membros da equação e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada equação linear é equivalente a uma equação em que o primeiro membro é dado por uma função linear e o segundo membro é constante ($ax = b$). 7. Provar, dados números racionais a e b, que a equação $ax = b$ é impossível se $a = 0$ e $b \neq 0$, que qualquer número é solução se $a = b = 0$ (equação linear possível indeterminada), que se $a \neq 0$ a única solução é o número racional $\frac{b}{a}$ (equação linear possível determinada) e designar uma equação linear determinada por “equação algébrica de 1º grau”. 8. Resolver equações lineares distinguindo as que são impossíveis das que são possíveis e entre estas as que são determinadas ou indeterminadas, e apresentar a solução de uma equação algébrica de 1º grau na forma de fração irredutível ou numeral misto ou na forma de dízima com uma aproximação solicitada. <i>4. Resolver problemas</i> 1. Resolver problemas envolvendo equações lineares.

Tópico: Figuras semelhantes

11 blocos

Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida/ Figuras semelhantes	Paralelismo, congruência e semelhança – Isometrias e semelhanças. – Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e diagonais. – Teorema de Tales. – Critérios de semelhança de triângulos (LLL, LAL e AA); igualdade dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes. – Semelhança dos círculos. – Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respetivos lados e ângulos internos. – Divisão de um segmento num número arbitrário de partes iguais utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro. – Homotetia direta e inversa. – Construção de figuras homotéticas. – Problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias.	4. Identificar e construir figuras congruentes e semelhantes 1. Identificar duas figuras geométricas como “isométricas” ou “congruentes” quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que pares de pontos correspondentes são equidistantes e designar uma correspondência com esta propriedade por “isometria”. 2. Identificar duas figuras geométricas como “semelhantes” quando é possível estabelecer entre os respetivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais, designar a respetiva constante de proporcionalidade por “razão de semelhança”, uma correspondência com esta propriedade por “semelhança” e justificar que as isometrias são as semelhanças de razão 1. 3. Saber que toda a figura semelhante a um polígono é um polígono com o mesmo número de vértices e que toda a semelhança associada faz corresponder aos vértices e aos lados de um respetivamente os vértices e os lados do outro. 4. Saber que dois polígonos convexos são semelhantes quando (e apenas quando) se pode estabelecer uma correspondência entre os vértices de um e do outro de tal modo que os comprimentos dos lados e das diagonais do segundo se obtêm multiplicando os comprimentos dos correspondentes lados e das diagonais do primeiro por um mesmo número. 5. Decompor um dado triângulo em dois triângulos e um paralelogramo traçando as duas retas que passam pelo ponto médio de um dos lados e são respetivamente paralelas a cada um dos dois outros, justificar que os dois triângulos da decomposição são iguais e concluir que todos os lados do triângulo inicial ficam assim bisetados. 6. Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$, que se uma reta r interseccionar o segmento $[AB]$ no ponto médio M e o segmento $[AC]$ no ponto D, que $\overline{AD} = \overline{DC}$ quando (e apenas quando) r é paralela a BC e que, nesse caso, $\overline{BC} = 2\overline{MD}$.



Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida/ Figuras semelhantes	Perímetros e áreas de figuras semelhantes – Razão entre perímetros de figuras semelhantes. – Razão entre áreas de figuras semelhantes. – Problemas envolvendo perímetros e áreas de figuras semelhantes.	- Enunciar o Teorema de Tales e demonstrar as condições de proporcionalidade nele envolvidas por argumentos geométricos em exemplos com constantes de proporcionalidade racionais. - Reconhecer que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos dos lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados correspondentes do outro e designar esta propriedade por “critério LLL de semelhança de triângulos”. - Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos de dois lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos de dois dos lados do outro e os ângulos por eles formados em cada triângulo são iguais e designar esta propriedade por “critério LAL de semelhança de triângulos”. - Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando dois ângulos internos de um são iguais a dois dos ângulos internos do outro e designar esta propriedade por “critério AA de semelhança de triângulos”. - Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos semelhantes têm os ângulos correspondentes iguais. - Reconhecer que dois quaisquer círculos são semelhantes, com razão de semelhança igual ao quociente dos respectivos raios. - Saber que dois polígonos são semelhantes quando (e apenas quando) têm o mesmo número de lados e existe uma correspondência entre eles tal que os comprimentos dos lados do segundo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do primeiro e os ângulos internos formados por lados correspondentes são iguais e reconhecer esta propriedade em casos concretos por triangulações. - Dividir, dado um número natural n, um segmento de reta em n segmentos de igual comprimento utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro.  <i>Construir e reconhecer propriedades de homotetias</i> - Identificar, dado um ponto O e um número racional positivo r, a “homotetia de centro O e razão r” como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta $\overrightarrow{OM}$ tal que $\overline{OM'} = r \overline{OM}$. - Identificar, dado um ponto O e um número racional negativo r, a “homotetia de centro O e razão r” como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta oposta a $\overrightarrow{OM}$ tal que $\overline{OM'} = -r \overline{OM}$. - Utilizar corretamente os termos “homotetia direta”, “homotetia inversa”, “ampliação”, “redução” e “figuras homotéticas”. - Reconhecer que duas figuras homotéticas são semelhantes, sendo a razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia. - Construir figuras homotéticas utilizando quadrículas ou utilizando régua e compasso.

Domínio	Conteúdos	Metas
Geometria e medida/ Figuras semelhantes	Medida Mudanças de unidade de comprimento e incomensurabilidade – Conversões de medidas de comprimento por mudança de unidade. – Invariância do quociente de medidas. – Segmentos de reta comensuráveis e incomensuráveis. – Incomensurabilidade da hipotenusa com os catetos de um triângulo retângulo isósceles.	6. Resolver problemas 1. Resolver problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias, podendo incluir demonstrações geométricas. Medida 7. Medir comprimentos de segmentos de reta com diferentes unidades 1. Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, um segmento de reta $[AB]$ de medida m e um segmento de reta $[CD]$ de medida m', que a medida de $[CD]$ tomando o comprimento de $[AB]$ para unidade de medida é igual a $\frac{m'}{m}$. 2. Reconhecer que o quociente entre as medidas de comprimento de dois segmentos de reta se mantém quando se altera a unidade de medida considerada. 3. Designar dois segmentos de reta por “comensuráveis” quando existe uma unidade de comprimento tal que a medida de ambos é expressa por números inteiros. 4. Reconhecer que se existir uma unidade de comprimento tal que a hipotenusa e os catetos de um triângulo retângulo isósceles têm medidas naturais respetivamente iguais a a e b então $a^2 = 2b^2$, decompondo o triângulo em dois triângulos a ele semelhantes pela altura relativa à hipotenusa, e utilizar o Teorema fundamental da aritmética para mostrar que não existem números naturais a e b nessas condições, mostrando que o expoente de 2 na decomposição em números primos do número natural a^2 teria de ser simultaneamente par e ímpar. 5. Justificar que a hipotenusa e um cateto de um triângulo retângulo isósceles não são comensuráveis e designar segmentos de reta com esta propriedade por “incomensuráveis”. 6. Reconhecer que dois segmentos de reta são comensuráveis quando (e apenas quando), tomando um deles para unidade de comprimento, existe um número racional positivo r tal que a medida do outro é igual a r. 9. Relacionar perímetros e áreas de figuras semelhantes 1. Provar, dados dois polígonos semelhantes ou dois círculos que o perímetro do segundo é igual ao perímetro do primeiro multiplicado pela razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo. 2. Provar que dois quadrados são semelhantes e que a medida da área do segundo é igual à medida da área do primeiro multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo. 3. Saber, dadas duas figuras planas semelhantes, que a medida da área da segunda é igual à medida da área da primeira multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma a primeira na segunda. 10. Resolver problemas 1. Resolver problemas envolvendo o cálculo de perímetros e áreas de figuras semelhantes.

Sugestões de operacionalização – Unidade 1

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Apresentação. Realização da ficha de diagnóstico.	Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Guia do professor	Ficha de diagnóstico.	

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Números racionais (revisões). Adição e subtração de números racionais relativos.	Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Fração como representação de medida de comprimento e de outras grandezas; numerais fracionários. – Representação de frações na reta numérica. – Frações equivalentes e noção de número racional. – Ordenação de números racionais representados por frações com o mesmo numerador ou o mesmo denominador, ou utilizando a reta numérica ou a medição de outras grandezas. – Adição de números racionais; definição e propriedades. – Subtração e soma algébrica de números racionais; definição e propriedades.	
Manual	Páginas 10, 11, 14 e 15.	
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 12 e 13, exercícios 2, 3, 5, 7 e 8. Páginas 16 e 17, exercícios 3, 4, 6 e 9.	
20 AULA DIGITAL	Animações: Números inteiros e o quotidiano. Ordenação de números inteiros. Adição e subtração de números racionais. Documento: Quanto tenho? GeoGebra: A reta numérica. Jogos: O elevador. Quadrados mágicos. Testes interativos: Teste diagnóstico – Números inteiros. Questionário: Simétrico e valor absoluto. Transparências: A reta numérica. Analogia. Módulo ou valor absoluto/números simétricos. Adição de números inteiros. Subtração de números inteiros. Simplificação da escrita. Desafio: quadrado mágico.	
Trabalhos de casa	Manual Páginas 12 e 13, exercícios 4, 6 e 10. Páginas 16 e 17, exercícios 5, 7 e 8.	

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Potências e aproximações (revisões). Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Potência de base racional não negativa. – Regras operatórias das potências de base racional não negativa. – Prioridade das operações. – Linguagem simbólica e linguagem natural em enunciados envolvendo potências. – Aproximações de números racionais positivos por excesso ou por defeito, ou por arredondamento, com uma dada precisão. – Aproximações e arredondamentos de números racionais.
Manual	Páginas 18 e 19.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 20 e 21, exercícios 3, 4, 5, 6, 7, 11 e 14.
20 AULA DIGITAL	Testes interativos: Questionário: Potências. Questionário: Aproximações.
Trabalhos de casa	Manual Página 21, exercícios 8, 9, 10, 12 e 13.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Multiplicação e divisão de números racionais relativos Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Simétrico da soma e da diferença de números racionais. – Extensão da multiplicação a todos os racionais. – Extensão da divisão ao caso em que o dividendo é um racional qualquer e o divisor um racional não nulo.
Metas	N07_1.1: Provar, a partir da caracterização algébrica (a soma dos simétricos é nula), que o simétrico da soma de dois números racionais é igual à soma dos simétricos e que o simétrico da diferença é igual à soma do simétrico do aditivo com o subtrativo: $-(q + r) = (-q) + (-r)$ e $-(q - r) = (-q) + r$. N07_1.7: Saber que o produto de dois quaisquer números racionais é o número racional cujo valor absoluto é igual ao produto dos valores absolutos dos fatores, sendo o sinal positivo se os fatores tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos. N07_1.8: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a identificação do quociente entre um número (o dividendo) e um número não nulo (o divisor) como o número racional cujo produto pelo divisor é igual ao dividendo e reconhecer que $\frac{-q}{r} = -\frac{q}{r}$. N07_1.9: Saber que o quociente entre um número racional e um número racional não nulo é o número racional cujo valor absoluto é igual ao quociente dos valores absolutos, sendo o sinal positivo se estes números tiverem o mesmo sinal e negativo no caso contrário, verificando esta propriedade em exemplos concretos.
Manual	Páginas 26 e 27.
Tarefas	Tarefa 1 (página 22).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 28 e 29, exercícios 2, 3, 5, 6, 8, 9 e 10. Páginas 45 e 47, exercícios 6 e 18.
Praticar Caderno de atividades	Página 8, exercício 3.
20 AULA DIGITAL	Animações: Conexões e representações de um número racional. Multiplicação e divisão de números racionais. Jogo: Subir ao topo: multiplicação e divisão de números racionais. Testes interativos: Questionário: Multiplicação de números racionais. Questionário: Divisão de números racionais.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 28 e 29, exercícios 4, 7 e 11. Página 49, exercício 28. Caderno de atividades Página 8, exercícios 1 e 2.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Propriedades da adição e da multiplicação de números racionais relativos. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Extensão a $\mathbb{Q}$ das propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação. – Extensão a $\mathbb{Q}$ da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtração. – Extensão a $\mathbb{Q}$ das regras de cálculo do inverso de produtos e quocientes e do produto e do quociente de quocientes.
Metas	ALG7_1.1: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais as propriedades associativa e comutativa da adição e da multiplicação e as propriedades distributivas da multiplicação relativamente à adição e à subtração. ALG7_1.2: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais, a identificação do 0 e do 1 como os elementos neutros respetivamente da adição e da multiplicação de números, do 0 como elemento absorvente da multiplicação e de dois números como “inversos” um do outro quando o respetivo produto for igual a 1. ALG7_1.3: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais o reconhecimento de que o inverso de um dado número não nulo q é igual a $\frac{1}{q}$, o inverso do produto é igual ao produto dos inversos, o inverso do quociente é igual ao quociente dos inversos e de que, dados números q, r, s e t, $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r e t não nulos) e $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q \times t}{r \times s}$ (r, s e t não nulos).
Manual	Páginas 30, 31 e 32.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 34 e 35, exercícios 3, 7 e 10.
Praticar Caderno de atividades	Página 8, exercício 4.
20 AULA DIGITAL	Animação: Expressões numéricas em equilíbrio. Teste interativo: Questionário: Propriedades da adição e da multiplicação de números racionais.
Trabalhos de casa	Manual Página 35, exercícios 9.1 e 9.2. Caderno de atividades Página 9, exercício 7.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Potências de base racional expoente natural. Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Extensão a $\mathbb{Q}$ da definição e propriedades das potências de expoente natural; potência do simétrico de um número. – Simplificação e cálculo do valor de expressões numéricas envolvendo as quatro operações aritméticas, a potenciação e a utilização de parênteses.
Metas	ALG7_1.4: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais a definição e as propriedades previamente estudadas das potências de expoente natural de um número. ALG7_1.5: Reconhecer, dado um número racional q e um número natural n, que $(-q)^n = q^n$ se n for par e $(-q)^n = -q^n$ se n for ímpar. ALG7_1.6: Reconhecer, dado um número racional não nulo q e um número natural n, que a potência q^n é positiva quando n é par e tem o sinal de q quando n é ímpar.
Manual	Página 33.
Tarefas	Tarefa 2 (página 23).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 34 e 35, exercícios 4, 5, 6, 8 e 11. Páginas 44 e 47, exercícios 3 e 17.
Praticar Caderno de atividades	Página 10, exercícios 12 e 13.
20 AULA DIGITAL	Jogo: Pac-Potências. Teste interativo: Questionário: Potências de base racional e expoente inteiro.
Trabalhos de casa	Manual Página 35, exercício 12. Página 45, exercício 7. Caderno de atividades Página 11, exercícios 18 e 20.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Quadrados perfeitos e raiz quadrada. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Monotonia do quadrado. – Quadrado perfeito. – Raiz quadrada de quadrado perfeito. – Produto e quociente de raízes quadradas. – Representações decimais de raízes quadradas.
Metas	ALG7_2.1: Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^2 < r^2$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois quadrados de lados com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento dos respetivos lados. ALG7_2.3: Designar por “quadrados perfeitos” (respetivamente “cubos perfeitos”) os quadrados (respetivamente cubos) dos números inteiros não negativos e construir tabelas de quadrados e cubos perfeitos. ALG7_2.4: Reconhecer, dado um quadrado perfeito não nulo ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois quadrados perfeitos não nulos, que existem exatamente dois números racionais, simétricos um do outro, cujo quadrado é igual a q, designar o que é positivo por “raiz quadrada de q” e representá-lo por $\sqrt{q}$. ALG7_2.5: Reconhecer que 0 é o único número racional cujo quadrado é igual a 0, designá-lo por “raiz quadrada de 0” e representá-lo por $\sqrt{0}$. ALG7_2.6: Provar, utilizando a definição de raiz quadrada, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes de quadrados perfeitos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, e que $\sqrt{q \times r} = \sqrt{q} \times \sqrt{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$. ALG7_2.9: Determinar, na forma fracionária ou como dízimas, raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais que possam ser representados como quocientes de quadrados perfeitos (respetivamente quocientes ou simétrico de quocientes de cubos perfeitos) por inspeção de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos. ALG7_2.10: Reconhecer, dado um número racional representado como dízima e tal que deslocando a vírgula duas (respetivamente três) casas decimais para a direita obtemos um quadrado (respetivamente cubo) perfeito, que é possível representá-lo como fração decimal cujos termos são quadrados (respetivamente cubos) perfeitos e determinar a representação decimal da respetiva raiz quadrada (respetivamente cúbica).
Manual	Páginas 36 e 37.
Tarefas	Tarefas 4 e 5 (página 24).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 38 e 39, exercícios 2, 3, 4, 6, 8 e 11. Páginas 46, 47 e 48, exercícios 10, 15 e 22.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 10, 12 e 13, exercícios 16, 22.1, 22.2, 25 e 29.
20 AULA DIGITAL	Teste interativo: Questionário: Quadrados perfeitos e raiz quadrada. Transparência: Quadrados perfeitos e raiz quadrada.
Trabalhos de casa	Manual Página 41, exercícios 5, 7 e 9. Página 48, exercício 23. Caderno de atividades Página 13, exercício 31.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Cubos perfeitos e raiz cúbica Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Monotonia do cubo. – Cubo perfeito. – Raiz cúbica de cubo perfeito. – Produto e quociente de raízes cúbicas. – Representações decimais de raízes cúbicas.
Metas	ALG7_2.2: Saber, dados dois números racionais positivos q e r com $q < r$, que $q^3 < r^3$, verificando esta propriedade em exemplos concretos, considerando dois cubos de arestas com medida de comprimento respetivamente iguais a q e r em determinada unidade, o segundo obtido do primeiro por prolongamento das respetivas arestas. ALG7_2.3: Designar por “quadrados perfeitos” (respetivamente “cubos perfeitos”) os quadrados (respetivamente cubos) dos números inteiros não negativos e construir tabelas de quadrados e cubos perfeitos. ALG7_2.7: Reconhecer, dado um cubo perfeito ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois cubos perfeitos ou ao respetivo simétrico, que existe um único número racional cujo cubo é igual a q, designá-lo por “raiz cúbica de q” e representá-lo por $\sqrt[3]{q}$. ALG7_2.8: Provar, utilizando a definição de raiz cúbica, que para quaisquer q e r respetivamente iguais a quocientes ou a simétricos de quocientes de cubos perfeitos não nulos, que também o são $q \times r$ e (para $r \neq 0$) $\frac{q}{r}$, que $\sqrt[3]{-q} = -\sqrt[3]{q}$, $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$ e (para $r \neq 0$) $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$. ALG7_2.9: Determinar, na forma fracionária ou como dízimas, raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais que possam ser representados como quocientes de quadrados perfeitos (respetivamente quocientes ou simétrico de quocientes de cubos perfeitos) por inspeção de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos. ALG7_2.11: Determinar as representações decimais de raízes quadradas (respetivamente cúbicas) de números racionais representados na forma de dízimas, obtidas por deslocamento da vírgula para a esquerda um número par de casas decimais (respetivamente um número de casas decimais que seja múltiplo de três) em representações decimais de números retirados da coluna de resultados de tabelas de quadrados (respetivamente cubos) perfeitos.
Manual	Páginas 40 e 41.
Tarefas	Tarefas 3 e 6 (páginas 23 e 25).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 42 e 43, exercícios 3, 4, 6, 9, 11 e 13. Páginas 45 e 46, exercícios 5, 11 e 14.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 9, 10, 12 e 13, exercícios 9, 16, 22, 26 e 34.
20 AULA DIGITAL	PowerPoint: Volta a Portugal em autocarro com a Matemática. Teste interativo: Questionário: Cubos perfeitos e raiz cúbica. Transparência: Cubos perfeitos e raiz cúbica.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 42 e 43, exercícios 3, 4, 6, 9, 11 e 13. Caderno de atividades Página 12, exercícios 23 e 24.

1º Volume Unidade 1 Números	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Metas	ALG7_1.2: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais, a identificação do 0 e do 1 como os elementos neutros respectivamente da adição e da multiplicação de números, do 0 como elemento absorvente da multiplicação e de dois números como “inversos” um do outro quando o respectivo produto for igual a 1. ALG7_1.3: Estender dos racionais não negativos a todos os racionais o reconhecimento de que o inverso de um dado número não nulo q é igual a $\frac{1}{q}$, o inverso do produto é igual ao produto dos inversos, o inverso do quociente é igual ao quociente dos inversos e de que, dados números q, r, s e t, $\frac{q}{r} \times \frac{s}{t} = \frac{q \times s}{r \times t}$ (r e t não nulos) e $\frac{\frac{q}{r}}{\frac{s}{t}} = \frac{q}{r} \times \frac{t}{s}$ (r, s e t não nulos). ALG7_2.4: Reconhecer, dado um quadrado perfeito não nulo ou, mais geralmente, um número racional q igual ao quociente de dois quadrados perfeitos não nulos, que existem exatamente dois números racionais, simétricos um do outro, cujo quadrado é igual a q, designar o que é positivo por “raiz quadrada de q” e representá-lo por $\sqrt{q}$. ALG7_2.10: Reconhecer, dado um número racional representado como dízima e tal que deslocando a vírgula duas (respectivamente três) casas decimais para a direita obtemos um quadrado (respectivamente cubo) perfeito, que é possível representá-lo como fração decimal cujos termos são quadrados (respectivamente cubos) perfeitos e determinar a representação decimal da respectiva raiz quadrada (respectivamente cúbica). ALG7_2.11: Determinar as representações decimais de raízes quadradas (respectivamente cúbicas) de números racionais representados na forma de dízimas, obtidas por deslocamento da vírgula para a esquerda um número par de casas decimais (respectivamente um número de casas decimais que seja múltiplo de três) em representações decimais de números retirados da coluna de resultados de tabelas de quadrados (respectivamente cubos) perfeitos.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 44 a 49, exercícios 1, 2, 4, 8, 12, 13, 20, 24, 26 e 27.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 11, 12 e 13, exercícios 20, 21, 28, 30 e 33.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 44 a 49, exercícios 16, 21 e 25. Caderno de atividades Páginas 9, 10 e 11, exercícios 8, 10, 17 e 19.
Testar	Manual Testar (páginas 52 e 53).

Sugestões de operacionalização – Unidade 2

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Proporções e percentagens (revisões). Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Noção de grandezas diretamente proporcionais e de constante de proporcionalidade direta. – Proporções; extremos, meios e termos de uma proporção; propriedades e regra de três simples. – Escalas em mapas. – Problemas envolvendo a noção de proporcionalidade direta entre grandezas mutuamente dependentes. – Problemas de vários passos envolvendo números racionais representados na forma de frações, dízimas, percentagens e numerais mistos.
Manual	Páginas 58 e 59.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 60 e 61, exercícios 2, 4, 5, 7, 8 e 11.
20 AULA DIGITAL	Documento: Visita de estudo. Destino: Alentejo. Teste interativo: Teste diagnóstico – Funções. Questionário: Proporções. Questionário: Percentagens. Transparências: Razão/Proporção. Propriedade fundamental das proporções. Razão e proporção.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 60 e 61, exercícios 3, 6, 9, 10 e 12.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Referencial cartesiano. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Construir gráficos cartesianos e indicar as coordenadas de pontos.
Metas	FSS7_1.5: Representar por “ (a, b) ” o “par ordenado” de “primeiro elemento” a e “segundo elemento” b . FSS7_1.6: Saber que pares ordenados (a, b) e (c, d) são iguais quando (e apenas quando) $a = c$ e $b = d$.
Manual	Páginas 68 e 69.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 70 e 71, exercícios 3, 4, 5 e 6.
20 AULA DIGITAL	PowerPoint: O referencial cartesiano. Transparências: O referencial cartesiano. O passeio do Paulo. Determinar coordenadas de pontos.
Trabalhos de casa	Manual Página 70, exercício 2. Página 101, exercício 4.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Noção de função. Correspondências e funções. Turma: ____ Modos de representar correspondências. Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Função ou aplicação f de A em B .
Metas	FSS7_1.1: Saber, dados conjuntos A e B , que fica definida uma “função f (ou aplicação) de A em B ”, quando a cada elemento de A se associa um elemento único de B representado por $f(x)$ e utilizar corretamente os termos “objeto”, “imagem”, “domínio”, “conjunto de chegada” e “variável”. FSS7_1.2: Designar uma função f de A em B por “ $f: A \rightarrow B$ ” ou por “ f ” quando esta notação simplificada não for ambígua. FSS7_1.10: Identificar e representar funções com domínios e conjuntos de chegada finitos em diagramas de setas, tabelas e gráficos cartesianos e em contextos variados.
Manual	Páginas 72 e 73. Páginas 76 e 77.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 74 e 75, exercícios 2, 3, 4 e 6. Páginas 78 e 79, exercícios 3, 4, 5 e 6. Página 100, exercício 3.
Praticar Caderno de atividades	Página 18, exercício 1.
20 AULA DIGITAL	Flipchart: Correspondências.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 74 e 75, exercícios 5 e 7. Páginas 78 e 79, exercícios 2 e 7.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Funções. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Função ou aplicação de A em B; domínio e contradomínio; igualdade de funções. – Pares ordenados; gráfico de uma função; variável independente e variável dependente. – Funções numéricas. – Gráficos cartesianos de funções numéricas de variável numérica; equação de um gráfico cartesiano.
Metas	FSS7_1.1: Saber, dados conjuntos A e B, que fica definida uma “função f (ou aplicação) de A em B”, quando a cada elemento de A se associa um elemento único de B representado por $f(x)$ e utilizar corretamente os termos “objeto”, “imagem”, “domínio”, “conjunto de chegada” e “variável”. FSS7_1.3: Saber que duas funções f e g são iguais ($f = g$) quando (e apenas quando) têm o mesmo domínio e o mesmo conjunto de chegada e cada elemento do domínio tem a mesma imagem por f e g. FSS7_1.7: Identificar o gráfico de uma função $f: A \rightarrow B$ como o conjunto dos pares ordenados (x, y) com $x \in A$ e $y = f(x)$ e designar neste contexto x por “variável independente” e y por “variável dependente”. FSS7_1.8: Designar uma dada função $f: A \rightarrow B$ por “função numérica” (respetivamente “função de variável numérica”) quando B (respetivamente A) é um conjunto de números. FSS7_1.9: Identificar, fixado um referencial cartesiano num plano, o “gráfico cartesiano” de uma dada função numérica f de variável numérica como o conjunto G constituído pelos pontos P do plano cuja ordenada é a imagem por f da abcissa e designar o gráfico cartesiano por “gráfico de f” quando esta identificação não for ambígua e a expressão “$y = f(x)$” por “equação de G”.
Manual	Páginas 80 e 81.
Tarefas	Tarefas 1 e 2 (páginas 62 e 63).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 82 e 83, exercícios 3, 4, 6 e 8. Página 102, exercício 9.
Praticar Caderno de atividades	Página 19, exercícios 2 e 3.
20 AULA DIGITAL	Animação: Máquina de funções. Link: Padrões, relações e funções. Teste interativo: Questionário: Domínio e contradomínio.
Trabalhos de casa	Manual Página 83, exercícios 5 e 7. Caderno de atividades Página 25, exercícios 17 e 18.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Operações com funções. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Adição, subtração e multiplicação de funções numéricas e com o mesmo domínio; exponenciação de expoente natural de funções numéricas. – Operações com funções numéricas de domínio finito dadas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos.
Metas	FSS7_2.1: Identificar a soma de funções numéricas com um dado domínio A e conjunto de chegada Q como a função de mesmo domínio e conjunto de chegada tal que a imagem de cada $x \in A$ é a soma das imagens e proceder de forma análoga para subtrair, multiplicar e elevar funções a um expoente natural. FSS7_2.2: Efetuar operações com funções de domínio finito definidas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos.
Manual	Páginas 84 e 85.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 86 e 87, exercícios 2, 3, 4 e 6.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 19 e 20, exercício 4.
Trabalhos de casa	Manual: Página 87, exercício 5.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Função afim: constante, linear e afim. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Funções constantes, lineares e afins; formas canônicas, coeficientes e termos independentes; propriedades algébricas e redução à forma canônica.
Metas	FSS7_2.2: Efetuar operações com funções de domínio finito definidas por tabelas, diagramas de setas ou gráficos cartesianos. FSS7_2.5: Identificar uma função afim como a soma de uma função linear com uma constante e designar por “forma canônica” da função afim a expressão “$ax + b$”, onde a é o coeficiente da função linear e b o valor da constante, e designar a por “coeficiente de x” e b por “termo independente”. FSS7_2.6: Provar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções lineares são funções lineares de coeficientes respectivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes das funções dadas. FSS7_2.7: Demonstrar que o produto por constante, a soma e a diferença de funções afins são funções afins de coeficientes da variável e termos independentes respectivamente iguais ao produto pela constante, à soma e à diferença dos coeficientes e dos termos independentes das funções dadas. FSS7_2.8: Identificar funções lineares e afins reduzindo as expressões dadas para essas funções à forma canônica.
Manual	Páginas 88 e 89.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 90 e 91, exercícios 2, 3, 7 e 8. Página 103, exercício 10.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 20, 23 e 26, exercícios 5, 14 e 20.
Trabalhos de casa	Manual: Páginas 90 e 91, exercícios 4, 5, 6 e 9. Página 102, exercício 8. Caderno de atividades Páginas 28 e 30, exercícios 25 e 30.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Proporcionalidade direta como função. Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Funções de proporcionalidade direta. – Problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta.
Metas	FSS7_3.1: Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que, fixadas unidades, a “função de proporcionalidade direta f” que associa à medida m da segunda a correspondente medida $y = f(m)$ da primeira satisfaz, para todo o número positivo x, $f(xm) = xf(m)$ (ao multiplicar a medida m da segunda por um dado número positivo, a medida $y = f(m)$ da primeira fica também multiplicada por esse número) e, considerando $m = 1$, que f é igual, no seu domínio, a uma função linear de coeficiente $a = f(1)$. FSS7_3.2: Reconhecer, dada uma grandeza diretamente proporcional a outra, que a constante de proporcionalidade é igual ao coeficiente da respetiva função de proporcionalidade direta. FSS7_3.3: Reconhecer que uma função f numérica positiva definida para valores positivos é de proporcionalidade direta quando (e apenas quando) é constante o quociente entre $f(x)$ e x, para qualquer x pertencente ao domínio de f.
Manual	Páginas 92 e 93.
Tarefas	Tarefas 3 e 4 (páginas 64 e 65).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 94 e 95, exercícios 2, 4 e 5. Páginas 100, 101 e 103, exercícios 3, 6 e 11.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 20, 22 e 30, exercícios 6, 11 e 29.
20 AULA DIGITAL	Teste interativo: Questionário: Função de proporcionalidade direta. Transparências: Variáveis diretamente proporcionais. Gráfico de proporcionalidade direta.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 94 e 95, exercícios 3 e 6. Página 104, exercício 15. Caderno de atividades Página 31, exercício 31.

1º Volume Unidade 2 Funções	Sumário: Interpretação de gráficos. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	Analisar e interpretar gráficos em contextos variados.
Metas	FSS7_1.10: Identificar e representar funções com domínios e conjuntos de chegada finitos em diagramas de setas, tabelas e gráficos cartesianos e em contextos variados. FSS7_4.1: Resolver problemas envolvendo funções de proporcionalidade direta em diversos contextos.
Manual	Páginas 96 e 97.
Tarefas	Tarefas 5, 6 e 7 (páginas 66 e 67).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 98 e 99, exercícios 2, 3, 4 e 5. Páginas 101, 102 e 105, exercícios 5, 8 e 19.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 27 e 28, exercícios 22 e 26.
Multimédia	Teste interativo: Questionário: Interpretação de gráficos. Transparência: Função crescente e função decrescente.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 98 e 99, exercícios 6 e 7. Página 105, exercício 17. Caderno de atividades Páginas 29, 32 e 33, exercícios 27 e 33.
Testar	Manual Testar (páginas 108 e 109).

Sugestões de operacionalização – Unidade 3

1º Volume Unidade 3 Sequências	Sumário: Sequências (revisões). Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Sequências e regularidades.
Manual	Páginas 6 e 7.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 8 e 9, exercícios 2, 4, 5 e 6.
20 AULA DIGITAL	Flipchart: Construindo termos de uma sequência. Testes interativos: Teste diagnóstico – Sequências e regularidades. Questionário: Termos de uma sequência. Transparência: Teste psicotécnico.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 8 e 9, exercícios 3 e 7.

1º Volume Unidade 3 Sequências	Sumário: Sequências. Gráfico de uma sequência numérica. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Sequências. – Gráficos cartesianos de sequências numéricas.
Metas	FSS7_5.1: Identificar, dado um número natural N, uma «sequência de N elementos» como uma função de domínio $\{1, 2, \dots, N\}$ e utilizar corretamente a expressão “termo de ordem n da sequência” e “termo geral da sequência”. FSS7_5.3: Representar, num plano munido de um referencial cartesiano, gráficos de sequências.
Manual	Páginas 16 e 17.
Tarefas	Tarefas 1, 2 e 3 (páginas 10, 11 e 12).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 18 e 19, exercícios 3, 5, 7, 8, 9 e 10. Páginas 24, 25, 27 e 28, exercícios 1, 7, 15 e 17.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 38 e 41, exercícios 1, 2 e 9.
Multimédia	Animação: Aladino. Links: Sequências com imagens e letras. Sequências com mesas e cadeiras. Teste interativo: Questionário: Termo geral de uma sequência.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 18 e 19, exercícios 4, 6 e 11. Páginas 25, 27 e 29, exercícios 9, 18 e 13. Caderno de atividades Página 39, exercícios 5 e 6.

1º Volume Unidade 3 Sequências	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Sequências. – Gráficos cartesianos de sequências numéricas.
Manual	Páginas 24 a 29.
Praticar Manual	Páginas 24 a 29, exercícios 2, 8, 10, 14 e 19.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 40, 42 e 43, exercícios 7, 10 e 13.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 24 e 29, exercícios 4 e 11. Caderno atividades Página 43, exercício 12.

1º Volume Unidade 3 Sequências	Sumário: Sucessões. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Sequências e sucessões como funções. – Problemas envolvendo sequências e sucessões.
Metas	FSS7_5.2: Identificar uma “sucessão” como uma função de domínio $\mathbb{N}$, designando por u_n a imagem do número natural n por u e utilizar corretamente a expressão “termo de ordem n da sucessão” e “termo geral da sucessão”. FSS7_6.1: Resolver problemas envolvendo sequências e sucessões e os respectivos termos gerais.
Manual	Páginas 20 e 21.
Tarefas	Tarefas 4, 5 e 6 (páginas 13, 14 e 15).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 22 e 23, exercícios 2, 4, 5 e 7. Páginas 24 e 29, exercícios 3 e 20.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 38 e 39, exercícios 3 e 4.
20 AULA DIGITAL	Excel: Qual é a palavra-chave? Jogo: Pac-Sequências.
Trabalhos de casa	Manual Página 28, exercício 16. Caderno de atividades Página 41, exercício 8.

1º Volume Unidade 3 Sequências	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Sequências e sucessões como funções. – Gráficos cartesianos de sequências numéricas. – Problemas envolvendo sequências e sucessões.
Manual	Páginas 32 e 33.
Praticar Caderno de atividades	Testar (páginas 44 e 45).
Testar	Manual Testar (páginas 32 e 33).

Sugestões de operacionalização – Unidade 4

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Ângulos complementares, suplementares, verticalmente opostos e correspondentes (revisões). Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	- Ângulos complementares e suplementares. - Igualdade de ângulos verticalmente opostos. - Semirretas diretamente e inversamente paralelas. - Ângulos correspondentes e paralelismo. - Ângulos internos, externos e pares de ângulos alternos internos e alternos externos determinados por uma secante num par de retas concorrentes; relação com o paralelismo. - Ângulos de lados diretamente e inversamente paralelos; pares de ângulos de lados perpendiculares.
Manual	Páginas 38 e 39.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 40 e 41, exercícios 2, 4, 5 e 7.
20 AULA DIGITAL	GeoGebra: Ângulos complementares. Ângulos suplementares. Testes interativos: Teste diagnóstico – Figuras geométricas. Questionário: Classificação de ângulos. Questionário: Ângulos verticalmente opostos e ângulos de lados paralelos. Transparência: Ângulos alternos.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 40 e 41, exercícios 3 e 6.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Ângulos internos e externos de um triângulo (revisões). Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Ângulos internos, externos e adjacentes a um lado de um polígono. – Ângulos de um triângulo: soma dos ângulos internos, relação de um ângulo externo com os internos não adjacentes e soma de três ângulos externos com vértices distintos.
Manual	Páginas 42 e 43.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 44 e 45, exercícios 3, 4, 6 e 7.
20 AULA DIGITAL	Flipchart: Ângulos externos de um triângulo. GeoGebra: Soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo. Ângulos externos de um triângulo. Soma das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo. Link: Amplitude dos ângulos internos de um triângulo. Testes interativos: Questionário: Ângulos 1 Transparências: Soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo. Soma das amplitudes dos ângulos externos de um triângulo.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 44 e 45, exercícios 2 e 5.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Igualdade de figuras. Igualdade de triângulos (critérios). Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Critérios de igualdade de triângulos: critérios LLL, LAL e ALA; construção de triângulos dados os comprimentos de lados e/ou as amplitudes de ângulos internos. – Relações entre lados e ângulos num triângulo ou em triângulos iguais.
Manual	Páginas 46 e 47.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 48 e 49, exercícios 2, 4, 6 e 7.
20 AULA DIGITAL	Link: Critérios de igualdade de triângulos. Transparências: Construção de triângulos 1. Construção de triângulos 2. Construção de triângulos 3.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 48 e 49, exercícios 3, 5 e 8.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Demonstrações. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Demonstrações.
Metas	GM7_3.1: Resolver problemas envolvendo congruências de triângulos e propriedades dos quadriláteros, podendo incluir demonstrações geométricas.
Manual	Páginas 54 e 55.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 56 e 57, exercícios 2, 4 e 5.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 53 e 57, exercícios 19 e 30.
Trabalhos de casa	Manual Página 56, exercício 3. Página 79, exercício 20. Caderno de atividades Página 57, exercício 31.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Linha poligonal e polígono. Ângulos internos e externos de um polígono. Turma: ____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Linhas poligonais; vértices, lados, extremidades, linhas poligonais fechadas e simples; parte interna e externa de linhas poligonais fechadas simples. – Polígonos simples; vértices, lados, interior, exterior, fronteira, vértices e lados consecutivos. – Ângulos internos de polígonos. – Polígonos convexos e côncavos; caracterização dos polígonos convexos através dos ângulos internos. – Ângulos externos de polígonos convexos. – Soma dos ângulos internos de um polígono. – Soma de ângulos externos de um polígono convexo. – Diagonais de um polígono.
Metas	GM7_2.1: Identificar uma “linha poligonal” como uma sequência de segmentos de reta num dado plano, designados por “lados”, tal que pares de lados consecutivos partilham um extremo, lados que se intersectam não são colineares e não há mais do que dois lados partilhando um extremo, designar por “vértices” os extremos comuns a dois lados e utilizar corretamente o termo “extremidades da linha poligonal”. GM7_2.2: Identificar uma linha poligonal como “fechada” quando as extremidades coincidem. GM7_2.4: Reconhecer informalmente que uma linha poligonal fechada simples delimita no plano duas regiões disjuntas, sendo uma delas limitada e designada por “parte interna” e a outra ilimitada e designada por “parte externa” da linha. GM7_2.5: Identificar um “polígono simples”, ou apenas “polígono”, como a união dos lados de uma linha poligonal fechada simples com a respetiva parte interna, designar por “vértices” e “lados” do polígono respetivamente os vértices e os lados da linha poligonal, por “interior” do polígono a parte interna da linha poligonal, por “exterior” do polígono a parte externa da linha poligonal e por “fronteira” do polígono a união dos respetivos lados, e utilizar corretamente as expressões “vértices consecutivos” e “lados consecutivos”. GM7_2.6: Designar por $[A_1A_2...A_n]$ o polígono de lados $[A_1A_2]$, $[A_2A_3]$, ..., $[A_nA_1]$. GM7_2.8: Identificar um “ângulo interno” de um polígono como um ângulo de vértice coincidente com um vértice do polígono, de lados contendo os lados do polígono que se encontram nesse vértice, tal que um setor circular determinado por esse ângulo está contido no polígono e utilizar corretamente, neste contexto, os termos “ângulos adjacentes” a um lado. GM7_2.10: Saber que um polígono é convexo quando (e apenas quando) os ângulos internos são todos convexos e que, neste caso, o polígono é igual à interseção dos respetivos ângulos internos. GM7_2.11: Identificar um “ângulo externo” de um polígono convexo como um ângulo suplementar e adjacente a um ângulo interno do polígono. GM7_2.13: Reconhecer, dado um polígono, que a soma das medidas das amplitudes, em graus, dos respetivos ângulos internos é igual ao produto de 180 pelo número de lados diminuído de duas unidades e, se o polígono for convexo, que, associando a cada ângulo interno um externo adjacente, a soma destes é igual a um ângulo giro. GM7_2.14: Designar por “diagonal” de um dado polígono qualquer segmento de reta que une dois vértices não consecutivos.
Manual	Páginas 58 e 59.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 60 e 61, exercícios 3, 6, 8 e 9. Páginas 74 e 78, exercícios 1 e 16.

(cont.)

(cont.)

Praticar Caderno de atividades	Páginas 48, 51, 53 e 54, exercícios 1, 2, 11, 17 e 21.
Multimédia	Animação: Quanto é soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo? GeoGebra: Soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero. Link: Soma das amplitudes dos ângulos internos de um polígono. Teste interativo: Questionário: Polígonos. Transparência: Polígonos côncavos e convexos.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 60 e 61, exercícios 4, 5 e 7. Caderno de atividades Página 52, exercício 13.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Quadriláteros. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Classificação de quadriláteros.
Metas	GM7_2.21: Identificar “trapézio” como um quadrilátero simples com dois lados paralelos (designados por “bases”) e justificar que um paralelogramo é um trapézio. GM7_2.22: Designar um trapézio com dois lados opostos não paralelos por “trapézio isósceles” quando esses lados são iguais e por “trapézio escaleno” no caso contrário. GM7_2.23: Designar um trapézio por “trapézio retângulo” quando tem um lado perpendicular às bases.
Manual	Páginas 62 e 63.
Tarefas	Tarefa 2 (página 51).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 64 e 65, exercícios 2, 4, 5 e 6. Páginas 75 e 76, exercícios 5, 6 e 11.
Praticar Caderno de atividades	Página 49, exercícios 4 e 5.
20 AULA DIGITAL	Animação: Classificação de quadriláteros. Links: Quadriláteros. Geoplano. Transparências: Classificação de quadriláteros 1. Classificação de quadriláteros 2.
Trabalhos de casa	Manual Página 65, exercícios 3 e 7. Caderno de atividades Página 50, exercício 8.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Propriedades dos quadriláteros. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Diagonais de um quadrilátero. – Paralelogramos: caracterização através das diagonais e caracterização de retângulos e losangos através das diagonais.
Metas	GM7_2.16: Reconhecer que um quadrilátero é um paralelogramo quando (e apenas quando) as diagonais se bissectam. GM7_2.17: Reconhecer que um paralelogramo é um retângulo quando (e apenas quando) as diagonais são iguais. GM7_2.18: Reconhecer que um paralelogramo é um losango quando (e apenas quando) as diagonais são perpendiculares.
Manual	Páginas 66 e 67.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 68 e 69, exercícios 2, 4, 5, 8 e 9. Páginas 74 e 76, exercícios 3 e 8.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 51 e 52, exercícios 9, 12 e 15.
Multimédia	Link: Quadriláteros – diagonais. Teste interativo: Questionário: Ângulos II.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 68 e 69, exercícios 3, 6 e 7. Página 76, exercício 10. Caderno de atividades Página 54, exercício 23.

2º Volume Unidade 4 Figuras geométricas	Sumário: Área do paralelogramo, do papagaio e do trapézio. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Calcular medidas de áreas de quadriláteros.
Metas	GM7_8.1: Provar, fixada uma unidade de comprimento, que a área de um papagaio (e, em particular, de um losango), com diagonais de comprimentos D e d unidades, é igual a $\frac{D \times d}{2}$ unidades quadradas. GM7_8.2: Identificar a “altura” de um trapézio como a distância entre as retas suporte das bases.
Manual	Páginas 70 e 71.
Tarefas	Tarefa 3 (página 52).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 72 e 73, exercícios 2, 3, 4, 5 e 7. Páginas 74, 75 e 76, exercícios 4, 7 e 9.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 55 e 56, exercícios 26 e 27.
20 AULA DIGITAL	Animação: Área do paralelogramo. GeoGebra: Paralelogramo. Área do trapézio.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 72 e 73, exercícios 6 e 8. Página 77, exercício 12. Caderno de atividades Página 57, exercício 32.
Testar	Manual Testar (páginas 82 e 33).

Sugestões de operacionalização – Unidade 5

2º Volume Unidade 5 Tratamento de dados	Sumário: Gráfico de barras, diagrama circular, tabela de frequências, gráfico de linha e diagrama de caule-e-folhas (revisões). Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Tabelas de frequências absolutas e relativas. – Gráficos de barras e de linhas. – Diagramas circular e de caule-e-folhas.
Metas	OTD7_2.1: Identificar uma linha poligonal como “fechada” quando as extremidades coincidem.
Manual	Páginas 88 e 89.
Tarefas	Tarefa 1 (página 92).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 90 e 91, exercícios 2 e 4.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 62 e 64, exercício 1 e 5.
20 AULA DIGITAL	Animação: Mentiras estatísticas. GeoGebra: Diagrama circular. Links: Construção de gráficos de barras. Construção de diagramas de caule-e-folhas. Teste interativo: Teste diagnóstico – Tratamento de dados.
Trabalhos de casa	Manual Página 91, exercício 3.

2º Volume Unidade 5 Tratamento de dados	Sumário: Medidas de localização: média, moda e mediana. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Medidas de localização: média, moda e mediana de um conjunto de dados.
Metas	OTD7_1.1: Construir, considerado um conjunto de dados numéricos, uma sequência crescente em sentido lato repetindo cada valor um número de vezes igual à respetiva frequência absoluta, designando-a por “sequência ordenada dos dados” ou simplesmente por “dados ordenados”. OTD7_1.2: Identificar, dado um conjunto de n dados numéricos, a “mediana” como o valor central no caso de ser ímpar (valor do elemento de ordem $\frac{n+1}{2}$ da sequência ordenada dos dados), ou como a média aritmética dos dois valores centrais (valores dos elementos de ordens $\frac{n}{2}$ e $\frac{n}{2} + 1$ da sequência ordenada dos dados) no caso de ser par e representar a mediana por “$\tilde{x}$” ou “Me”. OTD7_1.3: Determinar a mediana de um conjunto de dados numéricos. OTD7_1.4: Reconhecer, considerado um conjunto de dados numéricos, que pelo menos metade dos dados têm valores não superiores à mediana. OTD7_1.5: Designar por “medidas de localização” a média, a moda e a mediana de um conjunto de dados.
Manual	Páginas 94 e 95.
Tarefas	Tarefas 2 e 3 (página 93).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 96 e 97, exercícios 2, 4, 6 e 8. Páginas 99 e 101, exercícios 4, 6, 7 e 11.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 63 e 65, exercícios 2, 3 e 6.
Multimédia	Animação: Média e mediana. Jogo: Pac-estatística. Link: Medidas de localização. Teste interativo: Questionário: Média e moda. Transparências: Medidas de tendência central. Distribuição de dados.
Trabalhos de casa	Manual Página 97, exercício 5. Página 103, exercício 16. Caderno de atividades Página 66, exercício 8.

2º Volume Unidade 5 Tratamento de dados	Sumário: Resolução de exercícios. Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.
Manual	Páginas 98 a 103.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 98 a 103, exercícios 1, 5, 8, 9 e 14.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 64 e 67, exercícios 4 e 9.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 101, 102 e 103, exercícios 12, 15 e 17. Caderno de atividades Página 68, exercício 11.

2º Volume Unidade 5 Tratamento de dados	Sumário: Resolução de exercícios. Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.
Manual	Páginas 98 a 103.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 98 a 103, exercícios 2, 3, 10 e 13.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 66, 68 e 69, exercícios 7, 10 e 13.
Trabalhos de casa	Manual Página 101, exercício 12. Caderno de atividades Página 69, exercício 12.

2º Volume Unidade 5 Tratamento de dados	Sumário: Resolução de exercícios. Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Problemas envolvendo tabelas, gráficos e medidas de localização.
Praticar Caderno de atividades	Testar (páginas 70 e 71).
Testar	Testar (páginas 106 e 107).

Sugestões de operacionalização – Unidade 6

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Expressões com variáveis (revisões). Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Expressões algébricas. – Termo, parte literal e termos semelhantes.
Manual	Páginas 6 e 7.
Tarefas	Tarefa 1 (página 10).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 8 e 9, exercícios 3, 4, 5, 7 e 8.
20 AULA DIGITAL	Animação: Expressões algébricas com variáveis. Teste interativo: Teste diagnóstico – Equações. Transparências: Expressões com variáveis. Pétalas de uma flor. Monómios.
Trabalhos de casa	Manual Página 9, exercício 6.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Noção de equação. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro de uma equação. – Equação linear com uma incógnita.
Metas	ALG7_3.1: Identificar, dadas duas funções f e g , uma “equação” com uma “incógnita x ” como uma expressão da forma “ $f(x) = g(x)$ ”, designar, neste contexto, “ $f(x)$ ” por “primeiro membro da equação”, “ $g(x)$ ” por “segundo membro da equação”, qualquer a tal que $f(a) = g(a)$ por “solução” da equação e o conjunto das soluções por “conjunto-solução”. ALG7_3.5: Designar por “equação linear com uma incógnita” ou simplesmente “equação linear” qualquer equação “ $f(x) = g(x)$ ” tal que f e g são funções afins.
Manual	Páginas 14 e 15.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 16 e 17, exercícios 2, 4, 5, 6 e 8. Página 34, exercício 1.
20 AULA DIGITAL	PowerPoint: Polícia João. Transparência: Equações.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 16 e 17, exercícios 3 e 7. Página 34, exercício 2.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Raiz ou solução de uma equação. Equações equivalentes. Adição de termos semelhantes. Turma: ____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Soluções e conjunto-solução de uma equação.
Metas	ALG7_3.1: Identificar, dadas duas funções f e g , uma “equação” com uma “incógnita x ” como uma expressão da forma “ $f(x) = g(x)$ ”, designar, neste contexto, “ $f(x)$ ” por “primeiro membro da equação”, “ $g(x)$ ” por “segundo membro da equação”, qualquer a tal que $f(a) = g(a)$ por “solução” da equação e o conjunto das soluções por “conjunto-solução”. ALG7_3.3: Identificar duas equações como “equivalentes” quando tiverem o mesmo conjunto-solução e utilizar corretamente o símbolo “ $\Leftrightarrow$ ”.
Manual	Páginas 18 e 19.
Tarefas	Tarefas 2 e 3 (páginas 11 e 12).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 20 e 21, exercícios 2, 3, 6, 7 e 9. Página 34, exercício 3.
Praticar Caderno de atividades	Página 74, exercício 1.
20 AULA DIGITAL	 Animações: Equações: conceitos básicos. Equações com parênteses. Transparências: Cálculo mental 1. Cálculo mental 2.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 20 e 21, exercícios 4, 5 e 8. Caderno de atividades Página 75, exercício 4.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Princípios de equivalência de equações. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Equações equivalentes. – Equações numéricas. – Princípios de equivalência.
Metas	ALG7_3.4: Identificar uma equação "$f(x) = g(x)$" como "numérica" quando f e g são funções numéricas, reconhecer que se obtém uma equação equivalente adicionando ou subtraindo um mesmo número a ambos os membros, ou multiplicando-os ou dividindo-os por um mesmo número não nulo e designar estas propriedades por "princípios de equivalência". ALG7_3.6: Simplificar ambos os membros da equação e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada equação linear é equivalente a uma equação em que o primeiro membro é dado por uma função linear e o segundo membro é constante ($ax = b$).
Manual	Páginas 22 e 23.
Tarefas	Tarefa 4 (página 12).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 24 e 25, exercícios 2, 5, 7 e 9. Página 34, exercício 4.
20 AULA DIGITAL	Animações: Equações equivalentes. Resolução de equações. Links: Princípios de equivalência (balança virtual) 1. Princípios de equivalência (balança virtual) 2. Equações em forma de balança. Resolução de equações. Resolução de equações em animação. Transparência: Regras para a resolução de equações.
Trabalhos de casa	Manual Página 25, exercício 6. Página 34, exercício 5.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Resolução de exercícios. Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Equações equivalentes. – Equações numéricas; princípios de equivalência.
Manual	Páginas 24 e 25.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 24 e 25, exercícios 3, 4, 6 e 10. Página 35, exercícios 7 e 8.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 74 e 75, exercício 2.
Trabalhos de casa	Manual Página 37, exercício 21. Caderno de atividades Página 75, exercício 3.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Classificação de equações. Equações lineares a uma incógnita. Data: ____ / ____ / ____ Turma: ____
Conteúdos	– Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas; equação algébrica de 1º grau. – Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1º grau.
Metas	ALG7_3.2: Designar uma equação por “impossível” quando o conjunto-solução é vazio e por “possível” no caso contrário. ALG7_3.6: Simplificar ambos os membros da equação e aplicar os princípios de equivalência para mostrar que uma dada equação linear é equivalente a uma equação em que o primeiro membro é dado por uma função linear e o segundo membro é constante ($ax = b$). ALG7_3.7: Provar, dados números racionais a e b , que a equação $ax = b$ é impossível se $a = 0$ e $b \neq 0$, que qualquer número é solução se $a = b = 0$ (equação linear possível indeterminada), que se $a \neq 0$ a única solução é o número racional $\frac{b}{a}$ (equação linear possível determinada) e designar uma equação linear determinada por “equação algébrica de 1º grau”.
Manual	Página 26 e 27.
Tarefas	Tarefa 5 (página 13).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 28 e 29, exercícios 2, 4, 5 e 7. Página 36, exercícios 15 e 16.
20 AULA DIGITAL	Transparência: Classificação de equações.
Trabalhos de casa	Manual Página 29, exercício 6. Página 39, exercício 27.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro, soluções e conjunto-solução. – Equações possíveis e impossíveis. – Equações equivalentes. – Equações numéricas; princípios de equivalência. – Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas; equação algébrica de 1º grau. – Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1º grau.
Manual	Páginas 28 e 29.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 28 e 29, exercícios 3 e 8. Páginas 36 e 37, exercícios 17 e 20.
Trabalhos de casa	Manual Página 29, exercício 9.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Resolução de problemas com equações. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Problemas envolvendo equações lineares.
Metas	ALG7_4.1: Resolver problemas envolvendo equações lineares.
Manual	Páginas 30 e 31.
Tarefas	Tarefa 6 (página 13).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 32 e 33, exercícios 2, 3, 7, 10 e 11. Páginas 34 e 39, exercícios 6, 10, 11, 22, 24 e 25.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 76, 77 e 79, exercícios 7, 8 e 16.
20 AULA DIGITAL	Animação: Resolução de problemas utilizando equações. PowerPoint: Problemas & problemas. Transparência: Principais passos para a resolução de um problema.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 32 e 33, exercícios 4 e 8. Página 37, exercício 19. Caderno de atividades Página 82, exercício 29.

3º Volume Unidade 6 Equações	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Equação definida por um par de funções; primeiro e segundo membro de uma equação, soluções e conjunto-solução. – Equações possíveis e impossíveis. – Equações equivalentes. – Equações numéricas; princípios de equivalência. – Equação linear com uma incógnita; simplificação e caracterização do conjunto-solução; equações lineares impossíveis, possíveis, determinadas e indeterminadas. – Equação algébrica de 1º grau. – Soluções exatas e aproximadas de equações algébricas de 1º grau.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 36 e 39, exercícios 13, 18, 28 e 29.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 77, 78, 80, 81 e 82, exercícios 9, 12, 21 e 26.
Trabalhos de casa	Manual Página 39, exercício 26. Caderno de atividades Página 83, exercício 30.
Testar	Manual Testar (páginas 42 e 43).

Sugestões de operacionalização – Unidade 7

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Desenho à escala (revisões). Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Escala de um desenho; razão.
Manual	Páginas 48 e 49.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 50 e 51, exercícios 2, 3, 5, 6 e 7.
20 AULA DIGITAL	Teste interativo: Teste diagnóstico – Figuras semelhantes.
Trabalhos de casa	Manual Página 51, exercício 4.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Comparação entre segmentos de reta. Segmentos de reta comensuráveis. Segmentos de reta proporcionais. Decomposição de um triângulo. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Conversões de medidas de comprimento por mudança de unidade. – Invariância do quociente de medidas. – Segmentos de reta comensuráveis e incomensuráveis.
Metas	GM7_4.5: Decompor um dado triângulo em dois triângulos e um paralelogramo traçando as duas retas que passam pelo ponto médio de um dos lados e são respetivamente paralelas a cada um dos dois outros, justificar que os dois triângulos da decomposição são iguais e concluir que todos os lados do triângulo inicial ficam assim bisetados. GM7_4.6: Reconhecer, dado um triângulo $[ABC]$, que se uma reta r interseção o segmento $[AB]$ no ponto médio M e o segmento $[AC]$ no ponto D, que $\overline{AD} = \overline{DC}$ quando (e apenas quando) r é paralela a BC e que, nesse caso, $\overline{BC} = 2\overline{MD}$. GM7_7.1: Reconhecer, fixada uma unidade de comprimento, um segmento de reta $[AB]$ de medida m e um segmento de reta $[CD]$ de medida m', que a medida de $[CD]$ tomando o comprimento de $[AB]$ para unidade de medida é igual a $\frac{m'}{m}$. GM7_7.2: Reconhecer que o quociente entre as medidas de comprimento de dois segmentos de reta se mantém quando se altera a unidade de medida considerada. GM7_7.3: Designar dois segmentos de reta por “comensuráveis” quando existe uma unidade de comprimento tal que a medida de ambos é expressa por números inteiros. GM7_7.6: Reconhecer que dois segmentos de reta são comensuráveis quando (e apenas quando), tomando um deles para unidade de comprimento, existe um número racional positivo r tal que a medida do outro é igual a r.
Manual	Páginas 58 e 59.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 60 e 61, exercícios 2, 3, 5 e 6.
Trabalhos de casa	Manual Página 61, exercício 4. Página 97, exercício 13.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Teorema de Tales. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Teorema de Tales. – Recíproco do Teorema de Tales.
Metas	GM7_4.7: Enunciar o Teorema de Tales e demonstrar as condições de proporcionalidade nele envolvidas por argumentos geométricos em exemplos com constantes de proporcionalidade racionais.
Manual	Páginas 62 e 63.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 64 e 65, exercícios 2, 4, 6 e 7. Página 99, exercício 19.
Praticar Caderno de atividades	Página 93, exercício 15.
Trabalhos de casa	Manual Página 65, exercícios 3 e 5. Página 99, exercício 21. Caderno atividades Página 100, exercício 32.1.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Figuras semelhantes. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respectivos lados e diagonais.
Metas	GM7_4.1: Identificar duas figuras geométricas como “isométricas” ou “congruentes” quando é possível estabelecer entre os respectivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que pares de pontos correspondentes são equidistantes e designar uma correspondência com esta propriedade por “isometria”. GM7_4.2: Identificar duas figuras geométricas como “semelhantes” quando é possível estabelecer entre os respectivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais, designar a respetiva constante de proporcionalidade por “razão de semelhança”, uma correspondência com esta propriedade por “semelhança” e justificar que as isometrias são as semelhanças de razão 1. GM7_4.3: Saber que toda a figura semelhante a um polígono é um polígono com o mesmo número de vértices e que toda a semelhança associada faz corresponder aos vértices e aos lados de um respetivamente os vértices e os lados do outro. GM7_4.4: Saber que dois polígonos convexos são semelhantes quando (e apenas quando) se pode estabelecer uma correspondência entre os vértices de um e do outro de tal modo que os comprimentos dos lados e das diagonais do segundo se obtêm multiplicando os comprimentos dos correspondentes lados e das diagonais do primeiro por um mesmo número.
Manual	Páginas 66 e 67.
Tarefas	Tarefa 1 (página 52).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 68 e 69, exercícios 3, 4, 6, 7 e 8. Página 94, exercício 1.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 88 e 89, exercícios 1 e 5.
20 AULA DIGITAL	Transparências: Figuras semelhantes. Razão de semelhança.
Trabalhos de casa	Manual Página 69, exercícios 5 e 9. Página 94, exercício 2. Caderno atividades Página 91, exercício 9.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Semelhança de triângulos. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Critérios de semelhança de triângulos (LLL, LAL e AA). – Igualdade dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes.
Metas	GM7_4.8: Reconhecer que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos dos lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados correspondentes do outro e designar esta propriedade por “critério LLL de semelhança de triângulos”. GM7_4.9: Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando os comprimentos de dois lados de um são diretamente proporcionais aos comprimentos de dois dos lados do outro e os ângulos por eles formados em cada triângulo são iguais e designar esta propriedade por “critério LAL de semelhança de triângulos”. GM7_4.10: Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos são semelhantes quando dois ângulos internos de um são iguais a dois dos ângulos internos do outro e designar esta propriedade por “critério AA de semelhança de triângulos”. GM7_4.11: Reconhecer, utilizando o teorema de Tales, que dois triângulos semelhantes têm os ângulos correspondentes iguais.
Manual	Páginas 70 e 71.
Tarefas	Tarefas 2, 3 e 4 (páginas 53, 54 e 55).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 72 e 73, exercícios 2, 3, 6, 7, 8 e 9. Página 97, exercício 14.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 91 e 93, exercícios 10, 13 e 14.
20 AULA DIGITAL	Animação: Condições de semelhança de triângulos. GeoGebra: Critério AA.
Trabalhos de casa	Manual Página 72 e 73, exercícios 4, 5 e 10. Caderno de atividades Página 92, exercício 11.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Semelhança de polígonos. Turma: ____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Critério de semelhança de polígonos envolvendo os respectivos lados e ângulos internos.
Metas	GM_4.13: Saber que dois polígonos são semelhantes quando (e apenas quando) têm o mesmo número de lados e existe uma correspondência entre eles tal que os comprimentos dos lados do segundo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do primeiro e os ângulos internos formados por lados correspondentes são iguais e reconhecer esta propriedade em casos concretos por triangulações.
Manual	Página 74 e 75.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 76 e 77, exercícios 2, 3, 4 e 6. Página 94, exercício 2.
20 AULA DIGITAL	GeoGebra: Polígonos semelhantes.
Trabalhos de casa	Manual Página 77, exercício 5. Caderno de atividades Página 94, exercícios 16 e 17.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Círculos semelhantes. Como dividir um segmento de reta? Turma: ____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Semelhança dos círculos. – Divisão de um segmento num número arbitrário de partes iguais utilizando régua e compasso, com ou sem esquadro.
Metas	GM_4.2: Identificar duas figuras geométricas como “semelhantes” quando é possível estabelecer entre os respectivos pontos uma correspondência um a um de tal modo que as distâncias entre pares de pontos correspondentes são diretamente proporcionais, designar a respetiva constante de proporcionalidade por “razão de semelhança”, uma correspondência com esta propriedade por “semelhança” e justificar que as isometrias são as semelhanças de razão 1.
Manual	Páginas 78 e 79.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 80 e 81, exercícios 2, 4, 5 e 7.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 80 e 81, exercícios 3 e 6. Caderno de atividades Página 97, exercício 22.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Homotetia. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Homotetia direta e inversa. – Construção de figuras homotéticas. – Problemas envolvendo semelhanças de triângulos e homotetias.
Metas	GM7_5.1: Identificar, dado um ponto O e um número racional positivo r, a “homotetia de centro O e razão r” como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta $\overrightarrow{OM}$ tal que $\overline{OM} = r\overline{OM}$. GM7_5.2: Identificar, dado um ponto O e um número racional negativo r, a “homotetia de centro O e razão r” como a correspondência que a um ponto M associa o ponto M' da semirreta oposta a $\overrightarrow{OM}$ tal que $\overline{OM} = -r\overline{OM}$. GM7_5.3: Utilizar corretamente os termos “homotetia direta”, “homotetia inversa”, “ampliação”, “redução” e “figuras homotéticas”. GM7_5.4: Reconhecer que duas figuras homotéticas são semelhantes, sendo a razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia. GM7_5.5: Construir figuras homotéticas utilizando quadriculas ou utilizando régua e compasso.
Manual	Páginas 82 e 83.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 84 e 85, exercícios 2, 3, 4 e 6. Página 95, exercício 4.
Praticar Caderno de atividades	Página 89 e 96, exercícios 4 e 21.
20 AULA DIGITAL	GeoGebra: Homotetia: ampliar e reduzir. Homotetia: ampliar e reduzir (passos de construção). Homotetia: polígonos semelhantes. Homotetia de centro O. Transparências: Método da quadricula. Método da homotetia. Construção de figuras semelhantes.
Trabalhos de casa	Manual Páginas 84 e 85, exercícios 5 e 7.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Perímetros e áreas de figuras semelhantes. Turma: _____ Data: _____ / _____ / _____
Conteúdos	– Perímetros e áreas de figuras semelhantes. – Razão entre perímetros de figuras semelhantes. – Razão entre áreas de figuras semelhantes.
Metas	GM7_9.1: Provar, dados dois polígonos semelhantes ou dois círculos que o perímetro do segundo é igual ao perímetro do primeiro multiplicado pela razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo. GM7_9.2: Provar que dois quadrados são semelhantes e que a medida da área do segundo é igual à medida da área do primeiro multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma o primeiro no segundo. GM7_9.3: Saber, dadas duas figuras planas semelhantes, que a medida da área da segunda é igual à medida da área da primeira multiplicada pelo quadrado da razão da semelhança que transforma a primeira na segunda.
Manual	Páginas 86 e 87.
Tarefas	Tarefa 6 (página 57).
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 88 e 89, exercícios 2, 3, 5, 6, 7 e 9. Páginas 96 e 98, exercícios 8, 9 e 15.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 97 e 98, exercícios 23, 24, 25 e 27.
20 AULA DIGITAL	GeoGebra: Perímetros e áreas de polígonos semelhantes. Link: Perímetros e áreas de polígonos semelhantes.
Trabalhos de casa	Manual Página 89, exercícios 4 e 8. Página 96, exercício 10.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Determinação de distâncias aplicando semelhança. Incomensuráveis. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Incomensurabilidade da hipotenusa com os catetos de um triângulo retângulo isósceles.
Metas	GM_7.5: Justificar que a hipotenusa e um cateto de um triângulo retângulo isósceles não são comensuráveis e designar segmentos de reta com esta propriedade por “incomensuráveis”.
Manual	Páginas 90 e 91.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 92 e 93, exercícios 2, 3, 5, 6 e 7. Páginas 96 e 98, exercícios 11 e 18.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 100 e 101, exercícios 33 e 36.
20 AULA DIGITAL	GeoGebra: Determinação de distâncias aplicando semelhanças.
Trabalhos de casa	Manual Página 93, exercício 4. Página 99, exercício 20.

3º Volume Unidade 7 Figuras semelhantes	Sumário: Resolução de exercícios. Turma: _____ Data: ____ / ____ / ____
Conteúdos	– Paralelismo, congruência e semelhança. – Mudanças de unidade de comprimento e incomensurabilidade. – Perímetros e áreas de figuras semelhantes.
Manual	Páginas 94, 95, 97 e 98.
Aplicar e Praticar Manual	Páginas 94, 95, 97 e 98, exercícios 3, 5, 7, 12, 16 e 17.
Praticar Caderno de atividades	Páginas 88 a 101, exercícios 3, 6, 18, 20, 31, 37 e 38.
Testar	Manual Testar (páginas 102 e 103).

Propostas de resolução – Manual (Volume 1)

Unidade 1 – Números

Rever – Números racionais relativos

Aplicar – págs. 12 e 13

Ex. 2

- 2.1. $-\frac{2}{3}$
 2.2. +76,5
 2.3. +3
 2.4. -1
 2.5. -4,2
 2.6. +40

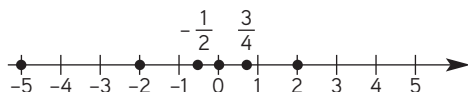
Ex. 3

- 3.1. Entrou no -2 e subiu 4, ou seja, $-2 + 4 = +2$.
 Saiu no piso 2, ou seja, no 2º andar.
 3.2. $0 - (-2) = +2$
 Teria subido dois andares.
 3.3. a) $-2 + 5 = +3$, no piso 3, ou seja, 3º andar.
 b) $-2 + 3 - 1 = 0$, no piso 0, ou seja, rés-do-chão.
 c) $-2 - 2 + 7 = +3$, no piso 3, ou seja, 3º andar.

Ex. 4

4.1. $-5 < -2 < -\frac{1}{2} < 0 < +\frac{3}{4} < +2$

4.2.



Ex. 5

- 5.1. $A \cup -1$; $B \cup -5$; $C \cup +1$; $D \cup +4$; $E \cup -2$; $F \cup +5$
 5.2. Por exemplo A e C, porque 1 e -1 são números simétricos.

Ex. 6

Número	Simétrico	Valor absoluto
-5,2	5,2	5,2
8	-8	8
$-\frac{7}{4}$ ou $\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$ ou $-\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}$

Ex. 7

- 7.1. $-4 < +\frac{3}{16}$
 7.2. $|-6| > +2$
 7.3. -3 < simétrico de $-\frac{9}{2}$
 7.4. $+7 = |-7|$
 7.5. $+11 < \text{simétrico de } -12$
 7.6. $|-6| > |+5|$

Ex. 8

+3200 → saldo da conta
 -130 → levantamento
 -3000 → transferência

- 8.1. $+3200 - 130 - 3000 = +3200 - 3130 = 70$
 R.: A D. Ana ficou com 70 € na conta.
 8.2. $500 - 70 = 430$
 R.: Para que fique com saldo positivo de 500 €. A D. Ana deve depositar 430 €.

Ex. 9

- 9.1. $|-6| = +6$
 9.2. $|-9| > +\frac{4}{3}$
 9.3. $-20 < |-\frac{700}{3}|$
 9.4. $+6 < |+3 + (-150)|$ ou $+6 < +3 + |(-150)|$

Ex. 10

+640 – saldo a 5 de janeiro.
 1000 – saldo a 5 de julho.
 $1000 - 640 = 360$
 5 de janeiro → 5 de julho: fevereiro, março, abril, maio, junho e julho (seis meses).
 $360 : 6 = 60$
 R.: O Miguel deposita 60 € todos os meses.

Rever – Adição e subtração de números racionais relativos

Aplicar – págs. 16 e 17

Ex. 3

3.1. $(+2) + \left(+\frac{3}{4}\right) = +\frac{2}{1} + \frac{3}{4} = +\frac{8}{4} + \frac{3}{4} = \frac{11}{4}$
 (x4)

$$3.2. \left(+\frac{5}{2}\right) + (-6) = +\frac{5}{2} - \frac{6}{1} = +\frac{5}{2} - \frac{12}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$3.3. \left(-\frac{12}{7}\right) + (+5) = -\frac{12}{7} + \frac{5}{1} = -\frac{12}{7} + \frac{35}{7} = \frac{23}{7}$$

$$3.4. (-100) + \left(-\frac{9}{2}\right) = -\frac{100}{1} - \frac{9}{2} = -\frac{200}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{209}{2}$$

$$3.5. \left(+\frac{20}{3}\right) - \left(+\frac{76}{5}\right) = +\frac{20}{3} - \frac{76}{5} = +\frac{100}{15} - \frac{228}{15} = -\frac{128}{15}$$

$$3.6. \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{5}{2} = -\frac{4}{6} + \frac{15}{6} = \frac{11}{6}$$

Ex. 4

4.1. No mês de janeiro.

4.2. Nos meses de março e abril.

4.3. a) $+2550 - (+2010) = +2550 - 2010 = 540 \text{ €}$

b) $+2550 - (-1853) = +2550 + 1853 = +4403 \text{ €}$

c) $-1853 - (-659) = -1853 + 659 = -1194 \text{ €}$

4.4. $+2550 + (+2010) + (-1853) + (-659) + (1032) =$

$= +2550 + 2010 - 1853 - 659 + 1032 = +3080$

A empresa obteve, nos cinco meses, um lucro de 3080 €.

Ex. 5

$4 - 6 = -2$

Às 23 h a temperatura era -2°C .**Ex. 6**

6.1. $\frac{7}{2} + \left(-\frac{4}{5}\right) - \left(\frac{3}{2}\right) =$

$= \frac{7}{2} - \frac{4}{5} - \frac{3}{2} =$

$= \frac{35}{10} - \frac{8}{10} - \frac{15}{10} =$

$= \frac{35}{10} - \frac{23}{10} =$

$= \frac{12}{10}$

$= \frac{6}{5}$

6.2. $-\frac{2}{3} + (-4) - \left(2 + \frac{5}{2} - 3\right) =$

$= -\frac{2}{3} - 4 - 2 - \frac{5}{2} + 3 =$

$= -\frac{2}{3} - \frac{5}{2} - \frac{3}{1} =$

$= -\frac{4}{6} - \frac{15}{6} - \frac{18}{6} =$

$= -\frac{37}{6}$

6.3. $+3 - \left(-\frac{4}{3} + \frac{5}{2} - \frac{7}{6}\right) + (+7) =$

$= \frac{3}{1} + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} + \frac{7}{6} + \frac{7}{1} =$

$= \frac{18}{6} + \frac{8}{6} - \frac{15}{6} + \frac{7}{6} + \frac{42}{6} =$

$= \frac{75}{6} - \frac{15}{6} =$

$= \frac{60}{6} =$

$= 10$

6.4. $-\left(\frac{2}{5} + \frac{7}{4}\right) + \left(-\frac{5}{2} + 3\right) =$

$= -\frac{2}{5} - \frac{7}{4} - \frac{5}{2} + \frac{3}{1} =$

$= -\frac{8}{20} - \frac{35}{20} - \frac{50}{20} + \frac{60}{20} =$

$= \frac{60}{20} - \frac{93}{20} =$

$= -\frac{33}{20}$

Ex. 7

7.1. [C]

$$\begin{array}{ccc} \underbrace{+20} & + & \underbrace{(-15)} & + & \underbrace{(+17)} \\ 20 \text{ m altitude} & & \text{desce } 15 & & \text{sobe } 17 \end{array}$$

$$7.2. \begin{array}{ccc} \underbrace{+23} & + & \underbrace{(-20)} & + & \underbrace{(+17)} \\ 23 \text{ m altitude} & & \text{desce } 20 & & \text{sobe } 17 \end{array}$$

$$7.3. \begin{aligned} +23 + (-20) + (+17) &= \\ = +23 - 20 + 17 &= \\ = +23 + 17 - 20 &= \\ = 40 - 20 &= \\ = 20 \end{aligned}$$

Como $20 < 23$, o segundo avião terminou a sua demonstração a uma altitude inferior à sua altitude inicial.

$$7.4. \begin{aligned} +20 + (-15) &= \\ = +20 - 15 &= \\ = +5 \rightarrow \text{menor altitude atingida pelo 1º avião nas} \\ &\quad \text{acrobacias.} \\ +23 + (-20) &= \\ = +23 - 20 &= \\ = +3 \rightarrow \text{menor altitude atingida pelo 2º avião nas} \\ &\quad \text{acrobacias.} \end{aligned}$$

R.: O 2º avião fez as acrobacias a menor altitude.

Ex. 8

$$\begin{aligned}
 8.1. \quad b - a &= +\frac{7}{2} - (-3) = \\
 &= +\frac{7}{2} + 3 = \\
 &= +\frac{7}{2} + \frac{6}{2} = \\
 &= +\frac{13}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.2. \quad a + b - c &= -3 + \left(+\frac{7}{2}\right) - (-10) = \\
 &= -3 + \frac{7}{2} + 10 = \\
 &= +\frac{7}{2} + 10 - 3 = \\
 &= +\frac{7}{2} + \frac{20}{2} - \frac{6}{2} = \\
 &= +\frac{27}{2} - \frac{6}{2} = \\
 &= +\frac{21}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.3. \quad b - (a + c) &= +\frac{7}{2} - [-3 + (-10)] = \\
 &= +\frac{7}{2} - (-3 - 10) = \\
 &= +\frac{7}{2} + 3 + 10 = \\
 &= \frac{7}{2} + \frac{6}{2} + \frac{20}{2} = \\
 &= +\frac{33}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.4. \quad |a - c| &= |-3 - (-10)| = \\
 &= |-3 + 10| = \\
 &= |7| = \\
 &= 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8.5. \quad |c - a - b| &= \left| -10 - (-3) - \left(+\frac{7}{2}\right) \right| = \\
 &= \left| -10 + 3 - \frac{7}{2} \right| = \\
 &= \left| -\frac{20}{2} + \frac{6}{2} - \frac{7}{2} \right| = \\
 &= \left| -\frac{27}{2} + \frac{6}{2} \right| = \\
 &= \left| -\frac{21}{2} \right| = \\
 &= \frac{21}{2}
 \end{aligned}$$

Ex. 9

- 9.1. Cada resposta errada: -3
 Como são 5 questões: $-3 + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) =$
 $= -3 - 3 - 3 - 3 - 3 = -15$
 R.: A pontuação de alguém que tivesse errado
 todas as respostas seria -15.

- 9.2. O João venceu o concurso (obteve 10 pontos) e a
 Cristina ficou em último lugar (obteve -10 pontos).

$$9.3. \quad \underbrace{+2 + (+2) + (+2) + (+2) + (+2)}_{5 \text{ vezes}} = +10$$

R.: O João deu cinco respostas corretas.

$$9.4. \quad \underbrace{-3 + (-3) + (-3) + (+2) + (+2)}_{5 \text{ questões}} = -5$$

3 incorretas
2 corretas

R.: O Filipe deu três respostas incorretas.

- 9.5. Como a pontuação da Maria é +5, significa que ela
 acertou quatro questões e errou uma. Assim, a
 prova da Maria pode ter cinco registos diferentes:
 EAAAA, AEAAA; AAEEA; AAAEA; AAAAE
 R.: A prova da Maria pode ter cinco registos di-
 ferentes.

Rever – Potências. Aproximações**Aplicar – págs. 20 e 21****Ex. 3**

$$\begin{aligned}
 3.1. \quad 2 \times 2 \times 2 \times 2 &= 2^4 \\
 3.2. \quad \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} &= \left(\frac{1}{3}\right)^6 \\
 3.3. \quad \pi \times \pi \times \pi \times \pi \times \pi \times \pi \times \pi &= \pi^6
 \end{aligned}$$

Ex. 4

Notação simplificada	Produto de fatores	Leitura da potência
1^8	$1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1$	1 elevado a 8
$\left(\frac{3}{2}\right)^2$	$\frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$ ao quadrado
3^4	$3 \times 3 \times 3 \times 3$	3 elevado a 4
4^5	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	4 elevado a 5

Ex. 5

$$\begin{aligned}
 5.1. \quad 3^2 \times 3^4 &= 3^{2+4} = 3^6 \\
 5.2. \quad \frac{1}{3}^5 \times 8^5 &= \left(\frac{1}{3} \times 8\right)^5 = \left(\frac{8}{3}\right)^5 \\
 5.3. \quad 7^6 : 7^4 &= 7^{6-4} = 7^2 \\
 5.4. \quad \left(\frac{3}{5}\right)^{20} : \left(\frac{3}{5}\right)^{12} &= \left(\frac{3}{5}\right)^{20-12} = \left(\frac{3}{5}\right)^8 \\
 5.5. \quad 4^5 : 2^5 &= (4 : 2)^5 = 2^5 \\
 5.6. \quad 16^3 : 2^3 &= (16 : 2)^3 = 8^3
 \end{aligned}$$

Ex. 6

- A. Falsa. 3,27 é uma aproximação às centésimas, por excesso, do número 3,2678.
- B. Verdadeira.
- C. Falsa. 3,14 é um arredondamento às centésimas do número π .

Ex. 7

3
 $3 \times 3 = 3^2 = 9$
 $3 \times 3 \times 3 = 3^3 = 27$
 $3 + 9 + 27 = 39$
 R.: Sabem do acidente 39 pessoas.

Ex. 8

$4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$
 R.: O Óscar marcou 64 golos em toda a sua carreira.

Ex. 9

- 9.1. $4^5 = 1024$
 9.2. $6^5 = 7776$

Ex. 10

Por exemplo,
 $8^{16} = (2 \times 4)^{16} = 2^{16} \times 4^{16}$

Ex. 11

Por exemplo,
 $10^{12} = 10^{3+9} =$
 $= 10^3 \times 10^9$

Ex. 12

Valor exato	Valor arredondado		Valor aproximado	
	às unidades	com 1 c.d.	às décimas por defeito	às centésimas por defeito
3,445	3	3,4	3,4	3,44
7,956	8	8,0	7,9	7,95
4,789	5	4,8	4,7	4,78
99,999	100	100,0	99,9	99,99

Ex. 13

256	2
128	2
64	2
32	2
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

- 13.1. 2^8
 13.2. $2^8 = (2^4)^2 = 16^2$
 13.3. $2^8 = (2^2)^4 = 4^4$

Ex. 14

- 14.1. $5^a = 125$
 $125 = 5^3$
 Logo, $a = 3$.
- 14.2. $3^a = 9 \times 27$
 $9 = 3^2$ e $27 = 3^3$
 $3^2 \times 3^3 = 3^5$
 Logo, $a = 5$.
- 14.3. $2^8 = 4^a$
 $4 = 2^2$
 $4^a = (2^2)^a = 2^{2a}$
 Como $2a = 8$, então $a = 4$ porque $4 \times 2 = 8$.

1. Multiplicação e divisão de números racionais relativos**Aplicar – págs. 28 e 29****Ex. 2**

$$1\frac{1}{4} \times (-0,5) = \frac{1 \times 4 + 1}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{5}{8}$$

$$1\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

$$-2 \times (-0,5) = -2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{2}{2} = 1$$

$$-2 \times \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

x	-0,5	$\frac{1}{3}$
$1\frac{1}{4}$	$-\frac{5}{8}$	$\frac{5}{12}$
-2	1	$-\frac{2}{3}$

$$3 : (-0,75) = 3 : \left(-\frac{75}{100}\right) = 3 \times \left(-\frac{100}{75}\right) = -\frac{300}{75} = -4$$

$$3 : \left(-3\frac{2}{5}\right) = 3 : \left(-\frac{17}{5}\right) = 3 \times \left(-\frac{5}{17}\right) = -\frac{15}{17}$$

$$-\frac{1}{3} : (-0,75) = -\frac{1}{3} : \left(-\frac{75}{100}\right) = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{100}{75}\right) = \frac{100}{225} = \frac{4}{9}$$

$$-\frac{1}{3} : \left(-3\frac{2}{5}\right) = -\frac{1}{3} : \left(-\frac{17}{5}\right) = -\frac{1}{3} \times \left(-\frac{5}{17}\right) = \frac{5}{51}$$

:	-0,75	$-3\frac{2}{5}$
3	-4	$-\frac{15}{17}$
$-\frac{1}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{51}$

Ex. 3

$$3.1. \quad 2 - \left(+\frac{1}{3}\right) - \left(-\frac{2}{5}\right) =$$

$$= \frac{2}{1} - \frac{1}{3} + \frac{2}{5} =$$

$$= \frac{30}{15} - \frac{5}{15} + \frac{6}{15} =$$

$$= \frac{30}{15} + \frac{6}{15} - \frac{5}{15} =$$

$$= \frac{36}{15} - \frac{5}{15} =$$

$$= \frac{31}{15}$$

$$3.2. \quad +0,5 - \left(-0,7 + 2\frac{1}{4}\right) + \frac{3}{5} =$$

$$= +\frac{1}{2} - \left(-\frac{7}{10} + \frac{9}{4}\right) + \frac{3}{5} =$$

$$= +\frac{1}{2} - \left(-\frac{14}{20} + \frac{45}{20}\right) + \frac{3}{5} =$$

$$= +\frac{1}{2} - \left(+\frac{31}{20}\right) + \frac{3}{5} =$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{31}{20} + \frac{3}{5} =$$

$$= \frac{10}{20} - \frac{31}{20} + \frac{12}{20} =$$

$$= \frac{10}{20} + \frac{12}{20} - \frac{31}{20} =$$

$$= \frac{22}{20} - \frac{31}{20} =$$

$$= -\frac{9}{20}$$

$$3.3. \quad \left(-\frac{2}{5}\right) \times \left[\left(-\frac{3}{2}\right) + \left(+\frac{7}{4}\right)\right] =$$

$$= -\frac{2}{5} \times \left(-\frac{3}{2} + \frac{7}{4}\right) =$$

$$= -\frac{2}{5} \times \left(-\frac{6}{4} + \frac{7}{4}\right) =$$

$$= -\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} =$$

$$= -\frac{2}{20} =$$

$$= -\frac{1}{10}$$

$$3.4. \quad \left[-\left(+\frac{2}{4}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right)\right] \times \left[+\left(-\frac{3}{2}\right) - \left(-2\frac{7}{4}\right)\right] =$$

$$= \left(-\frac{2}{4} - \frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{3}{2} + \frac{15}{4}\right) =$$

$$= \left(-\frac{4}{8} - \frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{6}{4} + \frac{15}{4}\right) =$$

$$= -\frac{7}{8} \times \frac{9}{4} =$$

$$= -\frac{63}{32}$$

Ex. 4

$$1 - \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$= 1 - \left(\frac{5}{40} + \frac{10}{40} + \frac{8}{40}\right) =$$

$$= 1 - \frac{23}{40} =$$

$$= \frac{40}{40} - \frac{23}{40} =$$

$$= \frac{17}{40}$$

Assim, $\frac{17}{40}$ dos alunos estudaram entre as 3 h e as 10 h.

$$\frac{17}{40} \times 120 = 51$$

R.: 51 alunos estudaram entre as 3 h e as 10 h.

Ex. 5

$$5.1. \quad \text{Área} = c \times \ell$$

$$\text{Área} = \frac{5}{2} \times \frac{35}{4} = \frac{175}{8} = 21,875$$

Logo, $A = 21,875 \text{ cm}^2$.

$$\begin{aligned}
 5.2. \text{ Área} &= \frac{b \times h}{2} \\
 \text{Área} &= \left(3\frac{1}{4} \times 1,3\right) : 2 = \\
 &= \left(\frac{13}{4} \times \frac{13}{10}\right) : 2 = \\
 &= \frac{169}{40} \times \frac{1}{2} = \\
 &= \frac{169}{80} = \\
 &= 4,225 \\
 \text{Logo, } A &= 4,225 \text{ cm}^2.
 \end{aligned}$$

Ex. 6

$$\begin{aligned}
 6.1. \quad \frac{3}{4} \times 1 &\text{ representa a quantidade de tinta azul.} \\
 \frac{1}{3} \times 2 &\text{ representa a quantidade de tinta branca.} \\
 0,64 \times 0,75 &\text{ representa a quantidade de tinta preta.} \\
 \text{Então, } \frac{3}{4} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 + 0,64 \times 0,75 &\text{ representa a} \\
 &\text{quantidade de tinta que a Lurdes gastou para pin-} \\
 &\text{tar a sua última tela.} \\
 6.2. \quad \frac{3}{4} \times 1 + \frac{1}{3} \times 2 + 0,64 \times 0,75 &= \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{64}{100} \times \frac{75}{100} = \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{4800}{10\,000} = \\
 &= \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{48}{100} = \\
 &\quad (\times 75) \quad (\times 100) \quad (\times 3) \\
 &= \frac{225}{300} + \frac{200}{300} + \frac{144}{300} = \\
 &= \frac{569}{300} \approx 1,9 \\
 \text{R.: A Lurdes gastou, aproximadamente, 1,9 litros} & \\
 \text{de tinta.} &
 \end{aligned}$$

Ex. 7

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} &= \frac{10}{20}; \frac{3}{20}; \frac{15}{10} = \frac{30}{20}; \frac{1}{5} = \frac{4}{20} \\
 &\quad (\times 10) \quad (\times 2) \quad (\times 4) \\
 7.1. \quad \frac{15}{10} &> \frac{1}{2} > \frac{1}{5} > \frac{3}{20} \\
 7.2. \quad \frac{15}{10} - \frac{3}{20} &= \frac{30}{20} - \frac{3}{20} = \frac{27}{20}
 \end{aligned}$$

Ex. 8

- 8.1. Para mostrar que os números são simétricos, vamos efetuar a sua soma:
- $$\begin{aligned}
 (q - 3) + (3 - q) &= \\
 = [q + (-3)] + [3 + (-q)] &= \\
 = q + [(-3) + 3] + (-q) &= \\
 = q + 0 + (-q) &= \\
 = 0
 \end{aligned}$$
- Como a soma é nula, os números são simétricos um do outro, ou seja, $-(q - 3) = (3 - q)$.
- 8.2. Considerando $q = 5$,
- $$q - 3 = 5 - 3 = 2 \text{ e } 3 - q = 3 - 5 = -2$$
- Os dois números são de facto simétricos, como já se sabia da alínea anterior.

Adaptado de Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

Ex. 9

$$\begin{aligned}
 300 + 150 &= 450 \\
 450 &\text{ corresponde a } \frac{1}{4} \text{ do ordenado } \left(1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}\right). \\
 9.1. \quad 450 : \frac{1}{4} &= 450 \times 4 = 1800 \\
 \text{R.: O Fialho recebe 1800 €.} \\
 9.2. \quad \frac{150}{1800} &= \frac{1}{12} \\
 \text{A prestação do automóvel corresponde a } \frac{1}{12} &\text{ do} \\
 \text{ordenado do Fialho.}
 \end{aligned}$$

Ex. 10

$$\begin{aligned}
 10.1. \quad 1 - \frac{3}{5} &= \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} \\
 \text{Como } \frac{2}{5} < \frac{3}{5}, &\text{ o Francisco conduziu mais.} \\
 10.2. \text{ A distância total percorrida foram 1765 km} & \\
 \left(1059 : \frac{3}{5} = 1765\right). & \\
 \text{Como o Francisco conduziu 1059 km, o Sérgio} & \\
 \text{conduziu 706 km (1765 - 1059 = 706).} & \\
 10.3. \text{ Área} &= 1\frac{1}{4} \times \frac{3}{4} = \\
 &= \frac{5}{4} \times \frac{3}{4} = \\
 &= \frac{15}{16} \\
 \text{Logo, } A &= \frac{15}{16} \text{ m}^2. \\
 \frac{15}{16} \times 12 &= 11,25 \\
 \text{R.: Os dois amigos gastaram 11,25 €.}
 \end{aligned}$$

Ex. 11

Para mostrar que os números são simétricos, determina-se a sua soma:

$$(q + r) + [-q + (-r)] = [q + (-q)] + [r + (-r)] = 0 + 0 = 0$$

Como a soma é nula, os números são simétricos um do outro, ou seja, $-(q + r) = -q + (-r)$.

Adaptado de Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

2. Propriedades da adição e da multiplicação de números racionais relativos

3. Potências de base racional e expoente natural

Aplicar – págs. 34 e 35

Ex. 3

- 3.1. Propriedade comutativa da adição.
- 3.2. Elemento neutro da multiplicação.
- 3.3. Elemento neutro da adição.
- 3.4. Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração.

Ex. 4

- 4.1. Positivo, porque a base é positiva.
- 4.2. Negativo.
- 4.3. Positivo, porque o expoente é par.
- 4.4. Negativo, porque a base é negativa e o expoente é ímpar.

Ex. 5

- 5.1. $\left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) \times \left(-\frac{5}{4}\right) = \left(-\frac{5}{4}\right)^3$
- 5.2. $(-5)^2 \times (-5)^3 = (-5)^{2+3} = (-5)^5$
- 5.3. $(-10)^2 : (-5)^2 = (-10 : (-5))^2 = 2^2$
- 5.4. $\left(-\frac{2}{3}\right)^4 \times 6^4 = \left(-\frac{2}{3} \times 6\right)^4 = \left(-\frac{12}{3}\right)^4 = (-4)^4$

Ex. 6

- 6.1. +1
- 6.2. -1
- 6.3. +1
- 6.4. -1

Ex. 7**7.1.**

+	-5	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{15}{4}$
-5	-10	$-\frac{13}{2}$	-5	$-\frac{5}{4}$
$-\frac{3}{2}$	$-\frac{13}{2}$	-3	$-\frac{3}{2}$	$\frac{9}{4}$
0	-5	$-\frac{3}{2}$	0	$\frac{15}{4}$
$\frac{15}{4}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{15}{4}$	$\frac{15}{2}$

7.2.

×	-2	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{12}{7}$
-2	4	-2	-5	$-\frac{24}{7}$
1	-2	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{12}{7}$
$\frac{5}{2}$	-5	$\frac{5}{2}$	$\frac{25}{4}$	$\frac{30}{7}$
$\frac{12}{7}$	$-\frac{24}{7}$	$\frac{12}{7}$	$\frac{30}{7}$	$\frac{144}{49}$

Ex. 8

$$8.1. - [(-8)^2 : (-4)^2] : 2 =$$

$$= \left(\frac{-8}{-4}\right)^2 : 2 =$$

$$= -(2)^2 : 2 =$$

$$= -2$$

$$8.2. [(-6)^2]^4 : 6^8 =$$

$$= (-6)^8 : 6^8 =$$

$$= (-1)^8 =$$

$$= 1$$

$$8.3. \left(-\frac{8}{3}\right)^3 \times \left(-\frac{8}{3}\right)^4 : \left(-\frac{8}{3}\right)^5 =$$

$$= \left(-\frac{8}{3}\right)^7 : \left(-\frac{8}{3}\right)^5 =$$

$$= \left(-\frac{8}{3}\right)^2 =$$

$$= \frac{64}{9}$$

$$8.4. (-1)^{275} \times 5^4 \times \left(\frac{17}{5}\right)^4 : 17^3 =$$

$$= -1 \times 5^4 \times \left(\frac{17}{5}\right)^4 : 17^3 =$$

$$= -\left(5 \times \frac{17}{5}\right)^4 : 17^3 =$$

$$= -(17)^4 : 17^3 =$$

$$= -17$$

Ex. 9

$$\begin{aligned}
 9.1. \quad \frac{11}{3} \times \left(-3 + \frac{3}{11}\right) &= \\
 &= \frac{11}{3} \times (-3) + \frac{11}{3} \times \frac{3}{11} = \\
 &= -11 + 1 = \\
 &= -10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9.2. \quad \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{3} : \left(\frac{2}{7}\right) &= \\
 &= \frac{3}{5} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{3} \times \frac{7}{2} = \\
 &= \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \\
 &= 1 \times \frac{49}{4} = \\
 &= \frac{49}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9.3. \quad 5 + \frac{1}{4} \times (4 - 7) - (-2)^2 &= \\
 &= 5 + \frac{1}{4} \times (-3) - 4 = \\
 &= 5 - \frac{3}{4} - 4 = \\
 &= 5 - 4 - \frac{3}{4} = \\
 &= 1 - \frac{3}{4} = \\
 &= \frac{4}{4} - \frac{3}{4} = \\
 &= \frac{1}{4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9.4. \quad \left(\frac{2}{5}\right)^{23} \times 0 + \frac{7}{3} \times \left(-\frac{3}{2} - \frac{8}{7}\right) &= \\
 &= 0 + \frac{7}{3} \times \left(-\frac{21}{14} - \frac{16}{14}\right) = \\
 &= \frac{7}{3} \times \left(-\frac{37}{14}\right) = \\
 &= -\frac{37}{6}
 \end{aligned}$$

Ex. 10

$$10.1. \quad \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$$

$$10.2. \quad \left(1 : \frac{5}{6}\right) - \left(1 : \frac{5}{2}\right) = \frac{6}{5} - \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\begin{aligned}
 10.3. \quad (1 : 3) \times \left(5 + \frac{2}{7}\right) &= \\
 &= \frac{1}{3} \times \left(5 + \frac{2}{7}\right) = \\
 &= \frac{1}{3} \times 5 + \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{5}{3} + \frac{2}{21} = \\
 &\quad (\times 7) \\
 &= \frac{35}{21} + \frac{2}{21} = \\
 &= \frac{37}{21}
 \end{aligned}$$

Ex. 11

$$\text{Tem-se } (-1)^n = (-1)^{2k} = [(-1)^2]^k = 1^k = 1$$

Quando n é par, o resultado é 1, conforme conjecturado.

O número natural n é ímpar quando é igual a um número par mais 1, ou seja, $n = 2k + 1$, $k \in \mathbb{N}$.

$$(-1)^n = (-1)^{2k+1} = (-1)^{2k} \times (-1) = 1 \times (-1) = -1$$

Quando n é ímpar, o resultado é -1, conforme conjecturado.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 12

$$(-5)^n = [(-1) \times 5]^n = (-1)^n \times 5^n$$

$$\text{Se } n \text{ é par, } (-5)^n = 1 \times 5^n = 5^n$$

$$\text{Se } n \text{ é ímpar, } (-5)^n = (-1) \times 5^n = -5^n$$

Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

4. Quadrados perfeitos e raiz quadrada**Aplicar – págs. 38 e 39****Ex. 2**

A. Falsa. A raiz quadrada de 4 é 2.

B. Verdadeira.

C. Falsa. 8 não é um quadrado perfeito.

D. Verdadeira.

E. Falsa. $\sqrt{4} = 2$.

F. Falsa. $\sqrt{4+9} = \sqrt{13}$ e $\sqrt{4} + \sqrt{9} = 2 + 3 = 5$

Ex. 3

36; 64; 56 169; 900; 81.

Ex. 4

4.1. 16, 25, 36, 49, 64, 81.

4.2. Sabe-se que $6^2 = 36$ e $7^2 = 49$. Como 42 está compreendido entre 36 e 49, que são dois quadrados perfeitos consecutivos, então 42 não é um quadrado perfeito e a raiz quadrada de 42 está compreendida entre 6 e 7.

Ex. 5

- 5.1. $10^2 = 100$ e $11^2 = 121$, então 117 está compreendido entre 100 e 121.
- 5.2. $10^2 = 100$ e $11^2 = 121$, que são dois quadrados perfeitos consecutivos. A raiz quadrada de 117 está compreendida entre 10 e 11.

Ex. 6

$$6.1. \sqrt{3,24} = \sqrt{\frac{324}{100}} = \frac{\sqrt{324}}{\sqrt{100}} = \frac{18}{10} = 1,8$$

$$6.2. \sqrt{4,41} = \sqrt{\frac{441}{100}} = \frac{\sqrt{441}}{\sqrt{100}} = \frac{21}{10} = 2,1$$

$$6.3. \sqrt{9,61} = \sqrt{\frac{961}{100}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{100}} = \frac{31}{10} = 3,1$$

Ex. 7

$$\sqrt{\frac{1}{400}} = \sqrt{\frac{25}{10\,000}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{10\,000}} = \frac{5}{100} = 0,05$$

Ex. 8

Como a janela tem 2 m^2 de área e a forma de um quadrado, conclui-se que tem $\sqrt{2}$ metros de lado. Logo, para vedar por completo essa janela, serão necessários $4\sqrt{2}$ metros, ou seja, aproximadamente 5,66 metros. Como a loja apenas disponibiliza para venda um número inteiro de metros, será necessário comprar 6 metros de fita. Sendo o preço da fita 5 € o metro, $6 \times 5 = 30$.
R.: O Sr. Manuel gastará 30 €.

Ex. 9

Se q e r são quadrados perfeitos, então q e r são números racionais não nulos tais que $q = \frac{a^2}{b^2}$ e $r = \frac{c^2}{d^2}$, onde a, b, c e d são números naturais.

Assim, $\frac{q}{r} = \frac{a^2}{b^2} : \frac{c^2}{d^2} = \frac{a^2}{b^2} \times \frac{d^2}{c^2} = \frac{a^2 \times d^2}{b^2 \times c^2} = \frac{(a \times d)^2}{(b \times c)^2} = \left(\frac{a \times d}{b \times c}\right)^2$ e, portanto, $\frac{q}{r}$ é um quadrado perfeito.

Ex. 10

Para $\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}$ ser a raiz quadrada de $\frac{q}{r}$, $\left(\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\right)^2 = \frac{q}{r}$.

$$\left(\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\right) \times \left(\frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}\right) = \frac{\sqrt{q} \times \sqrt{q}}{\sqrt{r} \times \sqrt{r}} = \frac{q}{r}$$

$$\text{Então, } \sqrt{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{r}}.$$

Ex. 11

O terreno tem 21 m de lado ($\sqrt{441} = 21$).
 $21 - 4 = 17$
Logo, $P = 68\text{ m}$ ($4 \times 17 = 68$).

5. Cubos perfeitos e raiz cúbica**Aplicar – págs. 42 e 43****Ex. 3**

- A. Verdadeira.
B. Falsa. A raiz cúbica de 125 é 5.
C. Verdadeira.
D. Falsa. 49 é um quadrado perfeito.
E. Falsa. $\sqrt[3]{-125} = -5$.
F. Verdadeira.
G. Verdadeira.
H. Falsa. A soma de dois cubos perfeitos não é um cubo perfeito.

Ex. 4

1000 e 64.

Ex. 5

- 5.1. 125, 216, 343, 512, 729.
5.2. Sabe-se que $5^3 = 125$ e $6^3 = 216$. Como 200 está compreendido entre 125 e 216, que são dois cubos perfeitos consecutivos, então 200 não é um cubo perfeito e a raiz cúbica de 200 está compreendida entre 5 e 6.

Ex. 6

$$V = 1111\text{ cm}^3$$

$$a = \sqrt[3]{1111} \approx 10,4\text{ cm}$$

Ex. 7

$8^3 = 512$ e $9^3 = 729$.
Logo, 620 está compreendido entre 512 e 729.

Ex. 8

$\sqrt[3]{117} \approx 4,89$
Logo, $\sqrt[3]{117}$ está compreendida entre 4 e 5.

Ex. 9

A aresta da caixa tem 40 cm de comprimento ($\sqrt[3]{64\,000} \approx 40$).

Para colocar a fita de acordo com a figura, a medida da fita corresponde a oito vezes a medida da aresta mais o laço.

Assim, $8 \times 40 + 50 = 320 + 50 = 370$.

R.: A Laurinda utilizou 370 cm de fita para atar a caixa.

Ex. 10

$$10.1. \sqrt[3]{\frac{216}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{216}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{\sqrt[3]{6^3}}{\sqrt[3]{10^3}} = \frac{6}{10} = 0,6$$

$$10.2. \sqrt[3]{-\frac{729}{125}} = -\frac{\sqrt[3]{729}}{\sqrt[3]{125}} = -\frac{\sqrt[3]{9^3}}{\sqrt[3]{5^3}} = -\frac{9}{5} = -1,8$$

$$10.3. \sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{\sqrt[3]{3^3}}{\sqrt[3]{10^3}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$10.4. \sqrt[3]{-0,000064} = \sqrt[3]{-\frac{64}{100\,000}} = -\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{100\,000}} = -\frac{\sqrt[3]{4^3}}{\sqrt[3]{100^3}} = -\frac{4}{100} = -0,04$$

Ex. 11

Área da face = 144 cm^2

$$a = \sqrt{144} = 12$$

Logo, a aresta do cubo tem 12 cm.

Assim, como $V = a^3$, o volume do cubo é 1728 cm^3 ($12^3 = 1728$).

Ex. 12

A nova caixa de ferramentas deverá ter o dobro do volume, ou seja, 1000 dm^3 . Assim, como se pretende que a nova caixa de ferramentas mantenha a forma da caixa de ferramentas anterior (cúbica), basta fazer $\sqrt[3]{1000} = 10$ para encontrar a sua aresta.

R.: As dimensões da nova caixa devem ser $10 \text{ dm} \times 10 \text{ dm}$.

Ex. 13

Volume = 343 dm^3

$$a = \sqrt[3]{343} = 7$$

Logo, a aresta do cubo tem 7 dm.

Assim, a área da face é 49 dm^2 ($7^2 = 49$) e, portanto, a área das seis faces é 294 dm^2 ($6 \times 49 = 294$).

Ex. 14

Dados dois números racionais q e r , quocientes de dois cubos perfeitos, pode ser verificado que $q \times r$ também é o quociente de um cubo perfeito. Observando que $(\sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r})^3 = (\sqrt[3]{q})^3 \times (\sqrt[3]{r})^3 = q \times r$ resulta da definição de raiz cúbica que $\sqrt[3]{q \times r} = \sqrt[3]{q} \times \sqrt[3]{r}$.

Ex. 15

Dados dois números racionais q e r , quocientes (ou simétricos de quocientes) de dois cubos perfeitos, pode ser verificado que $\frac{q}{r}$, $r \neq 0$ também é o quociente de um cubo perfeito.

Observando que $\left(\frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}\right)^3 = \frac{(\sqrt[3]{q})^3}{(\sqrt[3]{r})^3} = \frac{q}{r}$, resulta da definição de raiz cúbica que $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$.

nição de raiz cúbica que $\sqrt[3]{\frac{q}{r}} = \frac{\sqrt[3]{q}}{\sqrt[3]{r}}$.

Praticar – págs. 44 a 49**Ex. 1**

- A. $-50\,000$
 B. $+1879$
 C. $+1587$
 D. $+1180$
 E. -1850
 F. -3000
 G. -287
 $-50\,000 < -3000 < -1850 < -287 < +1180 < 1587 < +1879$

Ex. 2

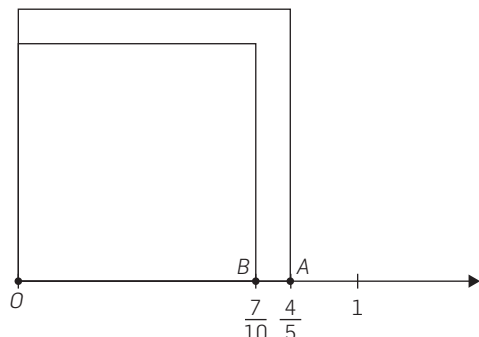
- 2.1. $\left(-\frac{5}{3}\right) \times (-2) = +\frac{10}{3}$
 2.2. $\frac{6}{5} \times 0 \times (-1) = 0 \times (-1) = 0$
 2.3. $(-1) \times \frac{7}{2} \times (-5) \times (-2) = -\frac{7}{2} \times 10 = -\frac{70}{2} = -35$
 2.4. $(+4) \times (-3) \times (+3) = -12 \times (+3) = -36$
 2.5. $(-10) : \left(-\frac{1}{2}\right) = (-10) \times (-2) = 20$
 2.6. $(+100) : (-50) = -2$
 2.7. $(+20) : 1 = +20$
 2.8. $(-49) : \left(+\frac{7}{3}\right) = (-49) \times \left(+\frac{3}{7}\right) = \left(-\frac{147}{7}\right) = -21$

Ex. 3

3.1. $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$

Como $\frac{8}{10} > \frac{7}{10}$, então $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$.

3.2.

O quadrado de lado $[OA]$ tem maior área.

3.3. Como $\frac{4}{5} > \frac{7}{10}$, então $\left(\frac{4}{5}\right)^2 > \left(\frac{7}{10}\right)^2$.

Ex. 4

$7^2 - 4^3 = 49 - 64 = -15$

Opção [B]

Ex. 5

- 5.1. a) 8
b) 4
c) Sim
d) Não

5.2.

q	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
q^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000

Ex. 6

$|47 - (-16)| = |47 + 16| = |63| = 63\text{ }^{\circ}\text{C}$

Ou

$|-16 - (+47)| = |-16 - 47| = |-63| = 63\text{ }^{\circ}\text{C}$

Ex. 7

[C]

O valor absoluto de zero é igual a zero.

Ex. 8

8.1. $A = \ell \times \ell$

$A = \ell^2$

$\ell^2 = 64$

$\ell = \sqrt{64} = 8$

R.: O lado do quadrado mede 8 cm.

8.2. $V = a \times a \times a$

$V = a^3$

$27 = a^3$

$a = \sqrt[3]{27} = 3$

R.: A aresta do cubo mede 3 m.

Ex. 9

9.1. O Sr. Filipe comprou 200 pares de sapatos por 2000 €.

$2000 : 200 = 10$

R.: Cada par de sapatos custou ao Sr. Filipe 10 €.

9.2. Nas cinco feiras seguintes à compra dos sapatos, o Sr. Filipe vendeu cada par de sapatos por 25 €.

Tendo vendido apenas 30 pares de sapatos juntou, durante essas cinco feiras, 750 € ($30 \times 25 = 750$).Na feira da semana passada o Sr. Filipe vendeu cada par de sapatos ao preço de custo, ou seja, a 10 € o par. Tendo vendido nessa feira 75 pares de sapatos juntou mais 750 € ($75 \times 10 = 750$).Desta forma, o Sr. Filipe vendeu no total 105 pares de sapatos, os quais totalizaram uma receita de 1500 € ($750 + 750 = 1500$). Assim, nesta semana, o Sr. Filipe ainda tinha 95 pares de sapatos para venda ($200 - 105 = 95$).Caso tenha conseguido vender todos os pares, terá angariado mais 475 €, resultantes da venda de cada par a 5 € ($95 \times 5 = 475$). Neste caso, o Sr. Filipe teria angariado um total de 1975 € pela venda dos 200 pares de sapatos.

R.: O Sr. Filipe teve prejuízo de, pelo menos, 25 €.

Ex. 10

[C]

Ex. 11

[C]

Ex. 12

12.1. $\sqrt{9} = 3$ porque $3^2 = 9$

12.2. $\sqrt{100} = 10$ porque $10^2 = 100$

12.3. $\sqrt{121} = 11$ porque $11^2 = 121$

12.4. $\sqrt{144} = 12$ porque $12^2 = 144$

Ex. 13

13.1. $(-3)^2 = (+3)^2$

13.2. $(-3)^{10} > (-3)^{11}$

13.3. $0 > (-3)^{15}$

13.4. $(-3)^6 > (+3)^5$

Ex. 14

14.1. 961

14.2. 125; 216; 343; 512; 729.

14.3. Entre 7 e 8.

14.4. 1444

14.5. 1331

Ex. 15

$$\sqrt{0,000081} = \sqrt{\frac{81}{1\,000\,000}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{1\,000\,000}} = \frac{9}{1000} = 0,009$$

Ex. 16

Número	Simétrico	Quadrado	Raiz quadrada
4	-4	16	2
9	-9	81	3
16	-16	256	4
25	-25	625	5
100	-100	10 000	10

A afirmação é verdadeira. Por exemplo, $4^2 = 16$ e $\sqrt{16} = 4$.

Ex. 17

$$\begin{aligned} 17.1. & (-3)^2 \times (+3)^2 : (-3)^3 = \\ & = (+3)^2 \times (+3)^2 : (-3)^3 = \\ & = (+3)^4 : (-3)^3 = \\ & = (-3)^4 : (-3)^3 = \\ & = (-3)^{4-3} = \\ & = (-3)^1 = \\ & = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17.2. & (-3)^{10} \times (-3)^{10} : (-9)^8 = \\ & = (+9)^{10} : (-9)^8 = \\ & = 9^{10} : 9^8 = \\ & = 9^{10-8} = \\ & = 9^2 = \\ & = 81 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17.3. & (-1)^{1500} \times (-1)^{151} + (-2)^3 = \\ & = 1 \times (-1) + (-8) = \\ & = -1 - 8 = \\ & = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17.4. & (-7)^4 \times (7)^7 : (7)^{11} - (+1) = \\ & = 7^4 \times 7^7 : 7^{11} - 1 = \\ & = 7^{11} : 7^{11} - 1 = \\ & = 7^0 - 1 = \\ & = 1 - 1 = \\ & = 0 \end{aligned}$$

Ex. 18

$$\begin{aligned} & -\frac{3}{2} \times 2 = -3 \\ & -3 + (-5) = -3 - 5 = -8 \\ & -8 \times \left(-\frac{5}{6}\right) = \frac{40}{6} = \frac{20}{3} \\ & \frac{20}{3} \times (-3) = -20 \\ & -20 : (-2) = 10 \\ & 10 \times \frac{3}{2} = \frac{30}{2} = 15 \\ & 15 : (-10) = 15 \times \left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{15}{10} \end{aligned}$$

Ex. 19

Se o terreno do Sr. Ricardo tiver a forma de um quadrado pode afirmar-se que tem 100 metros de lado $\sqrt{10\,000} = 100$. Então, o seu perímetro é dado pela expressão 4×100 .

R.: O perímetro do terreno do Sr. Ricardo é igual a 400 m.

Ex. 20

O contentor tem a forma de um cubo. Como a área da sua base é 36 m^2 , pode afirmar-se que o lado dessa mesma base tem 6 m de comprimento. Então, o volume do cubo é 216 m^3 ($6 \times 6 \times 6 = 216$).
R.: O volume do contentor é 216 m^3 .

Ex. 21

Horizontais

$$1. (-3)^2 \times (-2)^2 = 6^2 = 36$$

$$(-4)^2 = 16$$

$$2. \sqrt[3]{27} = 3$$

$$(\sqrt[3]{28})^3 = 28$$

$$3. (-28)^2 : 7^2 = (-4)^2 = 16$$

$$(-2)^2 = 4$$

$$4. (-1)^{100\,000} = 1$$

$$(-10)^8 : 10^7 = 10^8 : 10^7 = 10$$

Verticais

1. $(-3) \times (-10) - (-3) = 30 + 3 = 33$
 $(+4)^2 : (-4)^2 = 1$
2. $-(-5) + (+1) = 5 + 1 = 6$
 $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) = 1$
3. $-(-6) = 6$
4. $+(+6) - (-2) \times (+3) = +6 - (-6) = +6 + 6 = 12$
 $(-2) \times (-6) - 11 = 12 - 11 = 1$
5. $+(+6000) - (-800) + (+40) = 6000 + 800 + 40 = 6840$

	1	2	3	4	5
1	3	6		1	6
2	3			2	8
3		1	6		4
4	1			1	0

Ex. 22

Sabe-se que, juntos, os dois terrenos têm 9000 m² de área. Como o terreno para construção tem o dobro de área do terreno para plantação, conclui-se que os terrenos têm, respetivamente, 6000 m² e 3000 m² de área $\left(\frac{9000}{3} = 3000; 3000 \times 2 = 6000; 9000 - 6000 = 3000\right)$. Assim, como ambos os terrenos têm a forma de um quadrado, pode afirmar-se que terão de comprimento de lado, respetivamente, 77 metros ($\sqrt{6000} \approx 77$ m) e 55 metros ($\sqrt{3000} \approx 55$ m).

Ex. 23

- 23.1. $\sqrt{16+4} \neq \sqrt{16} + \sqrt{4}$
 $\sqrt{16+4} = \sqrt{20} \approx 4,69$
 $\sqrt{16} + \sqrt{4} = 4 + 2 = 6$
- 23.2. $\sqrt{16 \times 4} = \sqrt{16} \times \sqrt{4}$
 $\sqrt{16 \times 4} = \sqrt{64} = 8$
 $\sqrt{16} \times \sqrt{4} = 4 \times 2 = 8$
- 23.3. $\sqrt{16 : 4} = \sqrt{16} : \sqrt{4}$
 $\sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$
 $\sqrt{16} : \sqrt{4} = 4 : 2 = 2$
- 23.4. $(-2)^2 \neq -2^2$
 $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = +2$
 $-2^2 = -2 \times 2 = -4$

Ex. 24

Se cada cubinho tiver 27 cm³ de volume, a aresta de cada cubinho terá 3 cm de comprimento $\sqrt[3]{27} = 3$. Assim, a aresta do cubo principal terá 6 cm de comprimento, pelo que cada face desse cubo terá 36 cm² de área ($6 \times 6 = 36$).

R.: A área de uma das faces do cubo original é igual a 36 cm².

Ex. 25

Para justificar que $-\frac{3}{5}$ é igual ao quociente entre -3 e 5, vamos verificar que o produto de $-\frac{3}{5}$ por 5 é igual a -3.

Tem-se $5 \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\left(5 \times \frac{3}{5}\right) = -3$, pelo que

$$(-3) : 5 = -\frac{3}{5}.$$

Como $-\frac{3}{5}$ é uma notação que designa o quociente

$$(-3) : 5, \text{ tem-se } \frac{-3}{5} = -\frac{3}{5}.$$

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 26

26.1. Após a quinta divisão:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

Após a sexta divisão:

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$$

26.2. 2^{20}

$$26.3. 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 4 \times 4 = 4^2$$

$$26.4. 2^8 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = \\ = (2 \times 2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2 \times 2) = \\ = (2 \times 2 \times 2 \times 2)^2 = \\ = 16^2$$

Ex. 27

$$27.1. \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{6^2}{5^2} = \frac{36}{25}$$

27.2. Os racionais positivos inferiores a $\frac{6}{5}$ têm quadrados inferiores a $\frac{36}{25}$ e os racionais positivos superiores a $\frac{6}{5}$ têm quadrados superiores a $\frac{36}{25}$. Desta forma, $\frac{6}{5}$ é o único número racional positivo cujo quadrado é igual a $\frac{36}{25}$.

27.3. Tem-se $(-q)^2 = q^2$ porque o expoente 2 é um número par. Desta forma, um número e o seu simétrico têm o mesmo quadrado.

27.4. Se o quadrado de um número negativo for igual a $\frac{36}{25}$, o quadrado do seu simétrico, que é um número positivo, é também igual a $\frac{36}{25}$. Como sabemos que $\frac{6}{5}$ é o único número positivo nessas condições, o único número negativo cujo quadrado é igual a $\frac{36}{25}$ é $-\frac{6}{5}$.

Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

Ex. 28

$$\frac{4}{3} \times \left(-\frac{5}{7}\right) = -\frac{4 \times 5}{3 \times 7} = -\frac{20}{21}$$

$$-\left(\frac{4}{3} \times \frac{5}{7}\right) = -\frac{4 \times 5}{3 \times 7} = -\frac{20}{21}$$

Testar – págs. 52 e 53

Ex. 1

- 1.1. +8
- 1.2. -3,2
- 1.3. + 500
- 1.4. -2,25

Ex. 2

- 2.1. Por exemplo, 2.
- 2.2. -11
- 2.3. Por exemplo, -5,1.

Ex. 3

- 3.1. Positivo, porque o expoente é par.
- 3.2. Positivo, porque a base é positiva.
- 3.3. Negativo, porque a base é negativa e o expoente é ímpar.
- 3.4. Positivo, porque a base é positiva.

Ex. 4

$$4.1. -\left(-\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{2}{3} + \frac{1}{3} =$$

$$= \frac{3}{3} = 1$$

$$4.2. -\left(\frac{3}{2} - \frac{2}{1}\right) + \frac{5}{4} =$$

$$= -\frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{4} =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{5}{4} =$$

$$= \frac{2}{4} + \frac{5}{4} = \frac{7}{4}$$

$$4.3. \left(-\frac{5}{7}\right) \times (-14) = \frac{70}{7} = 10$$

$$4.4. \left(-\frac{5}{3}\right) : \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{5}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right) = \frac{25}{6}$$

$$4.5. \left(-\frac{4}{3}\right)^2 - (-1)^{726} \times \frac{5}{2} + (-1)^{24} =$$

$$= \frac{16}{9} - 1 \times \frac{5}{2} + 1 =$$

$$= \frac{16}{9} - \frac{5}{2} + \frac{1}{1} =$$

$$= \frac{32}{18} - \frac{45}{18} + \frac{18}{18} =$$

$$= \frac{50}{18} - \frac{45}{18} =$$

$$= \frac{5}{18}$$

$$4.6. \left(-\frac{7}{2}\right) : \left(+\frac{3}{2}\right) + (-1)^7 - 3 + 0 \times 23^4 =$$

$$= -\frac{7}{2} \times \frac{2}{3} + (-1) - 3 + 0 =$$

$$= -\frac{7}{3} - 1 - 3 =$$

$$= -\frac{7}{3} - \frac{4}{1} =$$

$$= -\frac{7}{3} - \frac{12}{3} =$$

$$= -\frac{19}{3}$$

$$4.7. \frac{1}{2} \times \left(5 - \frac{4}{3}\right) + \frac{2}{5} =$$

$$= \frac{5}{2} - \frac{4}{6} + \frac{2}{5} =$$

$$= \frac{75}{30} - \frac{20}{30} + \frac{12}{30} =$$

$$= \frac{87}{30} - \frac{20}{30} =$$

$$= \frac{67}{30}$$

$$\begin{aligned}
 4.8. \quad & -\frac{4}{3} \times \left(-\frac{3}{8} + \frac{4}{3}\right) = \\
 & = \frac{12}{24} - \frac{16}{9} = \\
 & = \frac{1}{2} - \frac{16}{9} = \\
 & \quad (\times 9) \quad (\times 2) \\
 & = \frac{9}{18} - \frac{32}{18} = \\
 & = -\frac{23}{18}
 \end{aligned}$$

Ex. 5

$$5.1. \quad \left(\frac{4}{3}\right)^3 = \frac{4^3}{3^3} = \frac{64}{27}$$

5.2. Os racionais positivos inferiores a $\frac{4}{3}$ têm cubos inferiores a $\frac{64}{27}$ e os racionais positivos superiores a $\frac{4}{3}$ têm cubos superiores a $\frac{64}{27}$.

5.3. O cubo de um número negativo é negativo, pelo que não existe nenhum número negativo cujo cubo seja igual a $\frac{64}{27}$.

Consequentemente, $\frac{4}{3}$ é o único número racional que elevado ao cubo é igual a $\frac{64}{27}$.

Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

Ex. 6

$$\begin{aligned}
 6.1. \quad & \left(\frac{11}{2}\right)^7 \times \left(\frac{4}{11}\right)^7 : 2^4 = \\
 & = \left(\frac{44}{22}\right)^7 : 2^4 = \\
 & = 2^7 : 2^4 = \\
 & = 2^3
 \end{aligned}$$

$$6.2. \quad (-2)^3 : (-2)^2 \times (-2)^4 = (-2)^1 \times (-2)^4 = (-2)^5$$

Ex. 7

$$7.1. \quad |-5 \times 12| = |-60| = +60 = 60$$

$$7.2. \quad (+6) : |-2| = (+6) : (+2) = +3 = 3$$

$$7.3. \quad (|+12|)^2 = (+12)^2 = 144$$

$$7.4. \quad (+5 + (+6))^2 = (+5 + 6)^2 = (+11)^2 = 121$$

Ex. 8

$$8.1. \quad \sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{100}} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$8.2. \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{125}} = \sqrt[3]{-\frac{64}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{-64}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{-4}{10} = -0,4$$

Ex. 9

$$9.1. \quad 4 < \sqrt{24} < 5$$

$$9.2. \quad 3 < \sqrt[3]{55} < 4$$

$$9.3. \quad 7 < \sqrt{57} < 8$$

$$9.4. \quad 8 < \sqrt[3]{583} < 9$$

Ex. 10

Como $7^2 = 49$, o número é o 7.

Então, $(7 + 1)^3 = 8^3 = 512$

Ex. 11

Como a área do quadrado é 20 m², o seu lado tem $\sqrt{20} \approx 4,472$ m. Como se pretende calcular a área de um quadrado cujo lado tenha o dobro do comprimento do lado do quadrado original, basta fazer $2 \times 4,472 = 8,944$ para determinar o comprimento do lado do quadrado maior.

Assim, a área do quadrado maior é $8,944^2 \approx 80$.

R.: A área do quadrado maior é igual a 80 m².

Ex. 12

Como o volume do cubo é 30 m³, a sua aresta tem $\sqrt[3]{30} \approx 3,107$ m. Como se pretende calcular a área lateral do cubo cujas arestas tenham o triplo do comprimento das arestas do cubo original, basta fazer $3 \times 3,107 = 9,321$ para determinar a medida da aresta do cubo maior.

Desta forma, a área de cada face lateral do cubo maior é $9,321^2 \approx 86,881$. Como o cubo tem quatro faces laterais, resta multiplicar o resultado anterior por 4, isto é, $86,881 \times 4 = 347,524$.

R.: A área lateral do cubo maior é igual a 347,524 m².

Ex. 13

$$\begin{aligned}
 & 7 \times (-q) = \\
 & = (-q) + (-q) + (-q) + (-q) + (-q) + (-q) + (-q) = \\
 & = -(q + q + q + q + q + q + q) = \\
 & = -(7 \times q)
 \end{aligned}$$

Unidade 2 – Funções

Rever – Funções

Aplicar – págs. 60 e 61

Ex. 2

2.1. Número de partes coloridas a verde: 2

Número de partes coloridas a azul: 3

$$\frac{2}{3}$$

2.2. Número de partes coloridas a azul: 3

Número total de partes: 8

$$\frac{3}{8}$$

Ex. 3

$$3.1. \frac{2}{3} = \frac{4}{a}$$

$$a = 6$$

$$3.2. \frac{10}{20} = \frac{b}{40}$$

$$b = \frac{10 \times 40}{20} = \frac{400}{20} = 20$$

$$b = 20$$

$$3.3. \frac{c}{10} = \frac{21}{30}$$

$$c = \frac{10 \times 21}{30} = \frac{210}{30} = 7$$

$$c = 7$$

$$3.4. \frac{4}{d} = \frac{9}{36}$$

$$d = \frac{4 \times 36}{9} = \frac{144}{9} = 16$$

$$d = 16$$

Ex. 4

$$\frac{4}{2} = \frac{6}{a}$$

$$a = \frac{2 \times 6}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{4}{2} = \frac{b}{4}$$

$$b = \frac{4 \times 4}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

$$\frac{4}{2} = \frac{20}{c}$$

$$c = \frac{2 \times 20}{4} = \frac{40}{4} = 10$$

$$\frac{4}{2} = \frac{d}{55}$$

$$d = \frac{4 \times 55}{2} = \frac{220}{2} = 110$$

Peso (kg)	2	3	4	10	55
Custo (€)	4	6	8	20	110

Ex. 5

$$5.1. 50\% \times 520 = 0,5 \times 520 = 260$$

$$5.2. 10\% \times 1200 = 0,1 \times 1200 = 120$$

$$5.3. 30\% \times 500 = 0,3 \times 500 = 150$$

Ex. 6

$$1 : 5 \rightarrow 1 + 5 = 6$$

$$1800 : 6 = 300$$

$$5 \times 300 = 1500$$

R.: O Diogo recebeu 1500 €.

Ex. 7

$$\frac{1}{50\,000} = \frac{10}{d}$$

$$d = 50\,000 \times 10 = 500\,000 \text{ cm}$$

R.: A distância real de A até B é 5 km.

Ex. 8

$$300 \text{ km} = 30\,000\,000 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{d} = \frac{5}{30\,000\,000}$$

$$d = \frac{30\,000\,000}{5} = 6\,000\,000 \text{ cm}$$

$$\text{R.: A escala é } \frac{1}{6\,000\,000}.$$

Ex. 9

$$\frac{59,5}{0,85} = \frac{x}{1}$$

$$x = \frac{59,5}{0,85} = 70$$

ou

$$59,5 \text{ €} \text{ ————— } 85\%$$

$$x \text{ ————— } 100\%$$

$$x = \frac{100\% \times 59,5 \text{ €}}{85\%} = 70 \text{ €}$$

R.: As calças custavam 70 €, sem desconto.

Ex. 10

20% raparigas

$$100 - 20 = 80$$

80% rapazes

$$\frac{16}{0,8} = \frac{x}{1}, x = \frac{16 \times 1}{0,8} = 20$$

R.: A turma tem 20 alunos.

Ex. 11

11.1. $12 \times 0,25 = 3$ (estrangeiros)

$$12 - 3 = 9 \text{ (portugueses)}$$

R.: 9 jogadores são portugueses.

11.2. Três jogadores são estrangeiros e nove são portugueses (alínea 11.1.)

$$\frac{1}{3} \times 9 = \frac{9}{3} = 3$$

3 têm ascendência africana.

R.: Seis jogadores têm ascendência africana ou nacionalidade estrangeira ($3 + 3 = 6$).

Ex. 12

Na papelaria Almerinda há a oferta de um caderno em cada 3. Portanto, o desconto é igual a $\frac{1}{3}$, ou seja, é aproximadamente igual a 33%.

Na papelaria Vitória o desconto é de 25%.

Assim, a Rita gastará menos dinheiro na papelaria Almerinda.

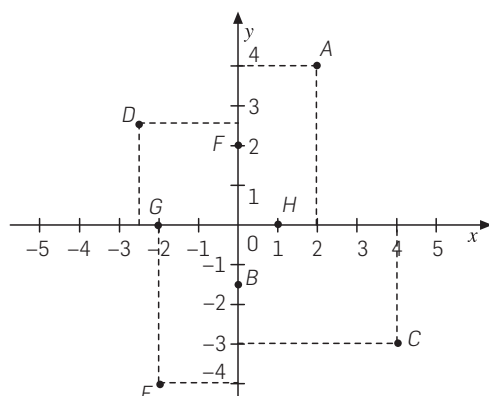
1. Referencial cartesiano**Aplicar – págs. 70 e 71****Ex. 2**

$$A(2, 1) \quad C(4, 0) \quad E(0, 2) \quad G(-2, 1) \quad I(3, -4)$$

$$B(1, 3) \quad D(0, -2) \quad F(-4, 0) \quad H(-3, -3)$$

Ex. 3

3.1.



3.2. a) A

b) E

c) G e H

d) F e B

Ex. 4

4.1. $A(-3, -2); B(-4, 0); C(3, 3); D(-2, 3); E(5, -1); F(0, 2)$

4.2. F

4.3. C

Ex. 5

5.1. a) $(1, -1)$.

b) Por exemplo, $(1, 1)$.

c) Por exemplo, $(0, -2)$.

d) Por exemplo, $(0, 2)$.

5.2. $(1, 1)$.

5.3. $(-1, -1)$.

5.4. 2 unidades.

Ex. 6

6.1. $A(1, 0); B(1, 4)$

6.2. $\frac{6m - 1}{2} = 4$

$$\Leftrightarrow 6m - 1 = 8$$

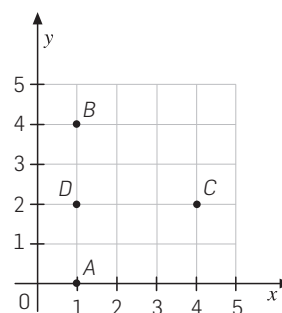
$$\Leftrightarrow 6m = 8 + 1$$

$$\Leftrightarrow 6m = 9$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{9}{6}$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{3}{2}$$

6.3. $A = \frac{b \times h}{2}$



$$A = \frac{\overline{AB} \times \overline{DC}}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ u.a.}$$

- 6.4. Como $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 3$ e $\overline{AC} > 4$ ($[AC]$ é o lado que se opõe ao ângulo de maior amplitude logo, é o lado com maior comprimento), conclui-se que o triângulo é escaleno. Como $\hat{ABC} = 90^\circ$, conclui-se que o triângulo é retângulo.

2. Noção de função

Aplicar – págs. 74 e 75

Ex. 2

A primeira e a terceira correspondências são funções porque a cada elemento do conjunto de partida (células sanguíneas e recetores sensoriais), corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada (papel desempenhado e sentido).

A segunda correspondência não é função porque existe um elemento do conjunto de partida (granito) que corresponde a mais do que um elemento do conjunto de chegada (quartzo, feldspato e micas).

Ex. 3

- 3.1. É função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.
- 3.2. É função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.
- 3.3. Não é função porque ao elemento 5 do conjunto de partida corresponde mais do que um elemento do conjunto chegada (1, 4 e 7).

Ex. 4

- [A] Incorreta, o Carlos não tem doutoramento.
- [B] Incorreta, o Paulo também tem licenciatura e doutoramento.
- [C] Correta.
- [D] Incorreta, pois Carlos tem licenciatura e não tem doutoramento.

Ex. 5

Sim, porque cada pessoa tem um e um só peso.

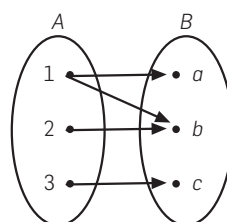
Ex. 6

- 6.1. Sim, porque a cada cidade corresponde um e um só rio.
- 6.2. Conjunto de partida = {Porto, Lisboa, Vila do Conde, Coimbra}
- Conjunto de chegada = {Douro, Tejo, Ave, Mondego}

Ex. 7

- 7.1. Toda a função é uma correspondência entre dois conjuntos.

7.2.



Não é uma função porque existe um elemento do conjunto de partida (1) ao qual corresponde mais do que um elemento do conjunto de chegada (a e b). Sendo assim, trata-se de uma correspondência que não é função.

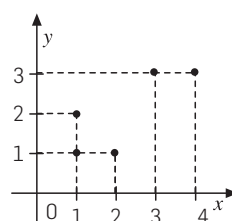
2.2. Modos de representar correspondências

2.3. Análise de algumas correspondências

Aplicar – págs. 78 e 79

Ex. 2

2.1.



2.2.

Número de livros	1	3	5
Custo (€)	12	36	60

Ex. 3

As tabelas que representam uma função são as tabelas 2 e 3, porque, em cada uma delas, a cada valor de x corresponde um e um só valor de y .

Ex. 4

Os gráficos 1, 3 e 6 representam funções porque a cada valor de x corresponde um e um só valor de y .
Nos gráficos 2, 4 e 5 há pelo menos um valor de x ao qual corresponde mais do que um valor de y .

Ex. 5

[A] não transmite a mesma informação que o gráfico porque, segundo o gráfico, às 2 h a altura da neve era de 3 cm e não 4 cm como consta na tabela.
[B] não apresenta a informação do gráfico porque, segundo o gráfico, às 4 h a altura da neve era de 5 cm e não 4 cm como consta na tabela.
[C] Todos os valores apresentados nesta tabela estão de acordo com os do gráfico.
[D] não transmite a informação do gráfico porque, segundo o gráfico, às 2 h a altura da neve de 3 cm e não 3,5 cm como consta nesta tabela.

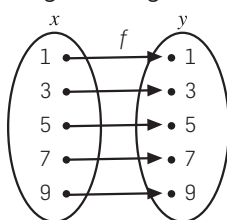
Ex. 6

- 6.1. Conjunto de partida = $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
Conjunto de chegada = $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

6.2. Tabela

x	1	3	5	7	9
y	1	3	5	7	9

Diagrama sagital

**Ex. 7**

Elefante → 5 (animal mais pesado)
Galinha → 1 (animal mais leve)
Cão → 2 (a seguir à galinha é o mais leve)
Girafa → 4 (animal mais alto)
Ovelha → 3 (um pouco mais alto do que o cão)

3. Funções**Aplicar – págs. 82 e 83****Ex. 3**

- 3.1. É verdadeira porque a cada país corresponde uma e uma só capital.
3.2. Lisboa.
3.3. Itália.

Ex. 4

- 4.1. $D_f = \{-1, 2, 3, 4\}$
4.2. $D'_g = \{-4\}$
4.3. -1 e 3
4.4. -4
4.5. Conjunto de partida = $\{-1, 2, 3, 4\}$
Conjunto de chegada = $\{-5, -2, 0, 1, 10\}$

Ex. 5

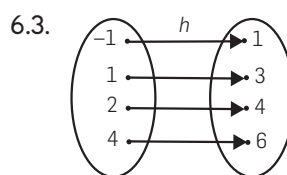
- 5.1. 2
5.2. 2
5.3. $D'_f = \{-1, 0, 2, 3\}$
5.4.

x	-2	-1	1	2
y	-1	0	2	3

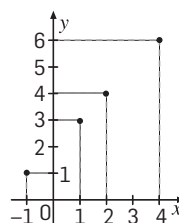
Ex. 6

- 6.1. $D_h = \{-1, 1, 2, 4\}$
 $D'_h = \{1, 3, 4, 6\}$

6.2. Sim



6.4.



- 6.5. Por exemplo, $h(x) = x + 2$.

Ex. 7

- 7.1. $f(-1) = -1 + 2 = 1$
 $f(2) = 2 + 2 = 4$
 $f(3) = 3 + 2 = 5$
Logo, $D'_f = \{1, 4, 5\}$
7.2. $\{(-1, 1), (2, 4), (3, 5)\}$
7.3. Não. O contradomínio de f ($D'_f = \{1, 4, 5\}$) não coincide como o conjunto de chegada (B).

Ex. 8

IV e V

4. Operações com funções

Aplicar – págs. 86 e 87

Ex. 2

2.1. $D_f = \{1, 2, 3, 4\}$

$D'_f = \{-1, 1, 3\}$

$D_g = \{1, 2, 3, 4\}$

$D'_g = \{-1, 1, 2, 3\}$

2.2. a) $f(1) + g(1) = 3 + 2 = 5$

b) $f(2) - g(2) = 3 - 1 = 2$

c) $f(3) \times g(3) = 1 \times (-1) = -1$

d) $f(4) \times f(4) \times f(4) = -1 \times (-1) \times (-1) = -1$

Ex. 3

3.1. $D'_g = \{-2, 4, 8\}$

x	-1	2	4
$f(x)$	-13	-10	-8
$g(x)$	-2	4	8
$(f+g)(x)$	-15	-6	0

3.3. $(f-g)(-1) = f(-1) - g(-1) = -13 - (-2) = -13 + 2 = -11$

$(f-g)(2) = f(2) - g(2) = -10 - 4 = -14$

$(f-g)(4) = f(4) - g(4) = -8 - 8 = -16$

$D'_{f-g} = \{-16, -14, -11\}$

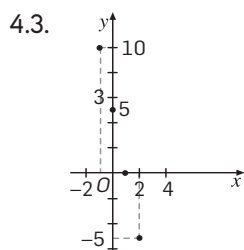
Ex. 4

4.1. A afirmação é falsa.

$D'_f = \{-1, 0, 1, 2\}$ e $D'_g = \{5\}$

4.2. $D_h = \{-1, 0, 1, 2\}$

$D'_h = \{-5, 0, 5, 10\}$



Ex. 5

$f^3(-3) = [f(-3)]^3 = [2 \times (-3) + 4]^3 = (-6 + 4)^3 = (-2)^3$

$f^3(0) = [f(0)]^3 = (2 \times 0 + 4)^3 = 4^3 = 64$

$f^3(2) = [f(2)]^3 = (2 \times 2 + 4)^3 = 8^3 = 512$

$f^3(5) = [f(5)]^3 = (2 \times 5 + 4)^3 = 14^3 = 2744$

Ex. 6

A opção [A] não é a correta pois, por exemplo,
 $(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 0 + 2 = 2$ e $h(1) = 3$.

A opção [B] é a correta.

$(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 0 + 3 = 3$ e $h(1) = 3$

$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = -1 + 2 = 1$ e $h(2) = 1$

$(f+g)(3) = f(3) + g(3) = 0 + 1 = 1$ e $h(3) = 1$

$(f+g)(4) = f(4) + g(4) = -1 + 2 = 1$ e $h(4) = 1$

$(f+g)(5) = f(5) + g(5) = -1 + 3 = 2$ e $h(5) = 2$

A opção [C] não é a correta pois, por exemplo,

$(f+g)(2) = f(2) + g(2) = 1 + 4 = 5$ e $h(2) = 1$.

5. Função afim

Aplicar – págs. 90 e 91

Ex. 2

2.1. $[D] y = \frac{3x}{2} = \frac{3}{2}x$

Ex. 3

3.1. $f(3) + g(2) = 3 \times 3 + (-4 \times 2) = 9 - 8 = 1$

3.2. $f^4(0) = [f(0)]^4 = (3 \times 0)^4 = 0^4 = 0$

3.3. $f+g$ é uma função linear porque é a soma de duas funções lineares.

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = 3x + (-4x) = 3x - 4x = -x$

3.4. $f-g$ é uma função linear porque é a diferença entre duas funções lineares.

$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = 3x - (-4x) = 3x + 4x = 7x$

3.5. $h \times g$ é uma função linear porque é o produto de uma função linear por uma função constante.

Ex. 4

4.1. $f+g$ é uma função afim porque é a soma de duas funções afim.

$(f+g)(x) = f(x) + g(x) =$

$= 3x - 2 + (-4x + 6) =$

$= 3x - 2 - 4x + 6 =$

$= -x + 4$

4.2. $f-g$ é uma função afim porque é a diferença entre duas funções afim.

$(f-g)(x) = f(x) - g(x) =$

$= 3x - 2 - (-4x + 6) =$

$= 3x - 2 + 4x - 6 =$

$= 7x - 8$

Ex. 5

$$\begin{aligned}
 f(0) + 3f(2) + 4f(1000) &= \\
 &= 7 + 3 \times 7 + 4 \times 7 = \\
 &= 7 + 21 + 28 = \\
 &= 56
 \end{aligned}$$

Ex. 6

$$\begin{aligned}
 6.1. \quad g(x) &= 3x \text{ e } h(x) = 2 \\
 6.2. \quad f\left(\frac{5}{3}\right) &= 3 \times \frac{5}{3} + 2 = 5 + 2 = 7 \\
 f(-3) &= 3 \times (-3) + 2 = -9 + 2 = -7 \\
 6.3. \quad f(x) &= 9 \\
 3x + 2 &= 9 \\
 \Leftrightarrow 3x &= 9 - 2 \\
 \Leftrightarrow 3x &= 7 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{7}{3}
 \end{aligned}$$

Ex. 7

$$\begin{aligned}
 7.1. \quad f(x) &= -5(x - 3) - (x - 1) = \\
 &= -5x + 15 - x + 1 = \\
 &= -6x + 16 \\
 f(x) &\text{ é uma função afim.} \\
 7.2. \quad g(x) &= -3(x - 6) + 3x = \\
 &= -3x + 18 + 3x = \\
 &= 18 \\
 g(x) &\text{ é uma função constante.} \\
 7.3. \quad h(x) &= \frac{x - (3x - 3) + 2}{5} + 1 = \\
 &= \frac{x - 3x + 3 + 2}{5} + \frac{5}{5} = \\
 &= \frac{-2x + 5 + 5}{5} = \\
 &= \frac{-2x + 10}{5} = \\
 &= -\frac{2}{5}x + 2 = \\
 h(x) &\text{ é uma função afim.} \\
 7.4. \quad i(x) &= -(x^2 - 2) + x^2 - 3 = \\
 &= -x^2 + 2 + x^2 - 3 = \\
 &= -1 \\
 i(x) &\text{ é uma função constante.} \\
 7.5. \quad j(x) &= x + 4 - \frac{1}{6}(2x + 24) = \\
 &= x + 4 - \frac{2}{6}x - \frac{24}{6} = \\
 &= x + 4 - \frac{1}{3}x - 4 =
 \end{aligned}$$

$$= \frac{3}{3}x - \frac{1}{3}x =$$

$$= \frac{2}{3}x$$

$j(x)$ é uma função linear.

Ex. 8

$$\begin{aligned}
 8.1. \quad j(x) &= 4x \\
 8.2. \quad \text{Por exemplo, } j(x) &= 3x + 1. \\
 8.3. \quad j(x) &= 4
 \end{aligned}$$

Ex. 9

$$\begin{aligned}
 9.1. \quad 120 - 4 &= 116 \\
 \text{Depois de uma semana de dieta, o Sr. Ângelo pesa} & \\
 116 \text{ kg.} & \\
 9.2. \quad \text{a) } h(3) &= 120 - 3 \times 4 = 120 - 12 = 108 \\
 \text{Depois de três semanas de dieta, o Sr. Ângelo} & \\
 \text{pesa 108 kg.} & \\
 \text{b) } h(a) &= 100 \\
 120 - 4 \times a &= 100 \\
 \Leftrightarrow -4a &= 100 - 120 \\
 \Leftrightarrow -4a &= -20 \\
 \Leftrightarrow a &= 5 \\
 \text{c) } h(x) &= 120 - 4x
 \end{aligned}$$

6. Proporcionalidade**Aplicar – págs. 94 e 95****Ex. 2**

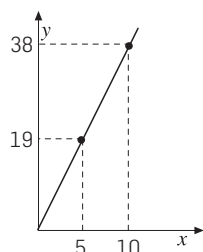
$$\begin{aligned}
 2.1. \quad \text{O gráfico A porque todos os pontos do gráfico} & \\
 \text{estão sobre uma reta que passa pela origem do} & \\
 \text{referencial.} & \\
 2.2. \quad \text{Como } k = \frac{1}{1} = 1, \text{ então } y &= x.
 \end{aligned}$$

Ex. 3

$$\begin{aligned}
 3.1. \quad \text{Como } \frac{y}{x} &= 3,8, \text{ então } \frac{y}{5} = 3,8 \\
 y &= 3,8 \times 5 = 19 \\
 \text{ou} & \\
 f(x) &= 3,8x \rightarrow f(5) = 3,8 \times 5 = 19 \\
 3.2. \quad y &= 38 \\
 \frac{38}{x} &= 3,8 \text{ então } x = \frac{38}{3,8} = 10
 \end{aligned}$$

3.3.

x	$y = 3,8x$	Ponto
0	0	(0, 0)
10	38	(10, 38)
5	19	(5, 19)



É um gráfico de proporcionalidade direta porque todos os pontos assinalados encontram-se sobre uma reta que passa pela origem do referencial.

Ex. 4

- 4.1. “O comprimento... é de vez e meia a sua altura”, significa que a razão entre o comprimento e altura da bandeira é $\frac{3}{2} = 1,5$.

Então, se tem 100 cm de altura, $\frac{3}{2} = \frac{x}{100}$, ou seja,
 $x = \frac{3 \times 100}{2} = \frac{300}{2} = 150$

R.: O comprimento de uma bandeira com 100 cm de altura é 150 cm.

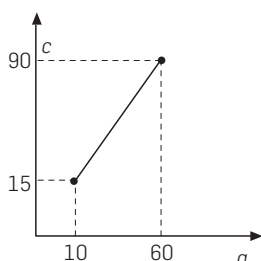
- 4.2. Do mesmo modo: $\frac{3}{2} = \frac{30}{a}$

$$a = \frac{2 \times 30}{3} = \frac{60}{3} = 20$$

R.: A altura de uma bandeira com 30 cm de comprimento é 20 cm.

4.3.

Altura (a)	Comprimento (c)	Ponto
10	15	(10, 15)
60	90	(60, 90)



- 4.4. Sim, o comprimento é diretamente proporcional à sua altura: $\frac{a}{c} = 1,5 \rightarrow k = 1,5$

Logo, $c = 1,5 \times a$, onde:

c – comprimento da bandeira;

a – altura da bandeira.

4.5.

Altura da Bandeira Nacional (em cm)	6	2	10	9
Perímetro da Bandeira Nacional (em cm)	30	10	50	45

$$P = 2 \times a + 2 \times c$$

$$P = 2a + 2c$$

Como $c = 1,5a$:

$$P = 2a + 2 \times 1,5a$$

$$P = 2a + 3a$$

$$P = 5a$$

• Se $a = 6$

$$P = 5 \times 6$$

$$P = 30$$

• Se $P = 10$

$$10 = 5a$$

$$a = 2$$

• Se $P = 50$

$$50 = 5a$$

$$a = 10$$

• Se $a = 9$

$$P = 5 \times 9$$

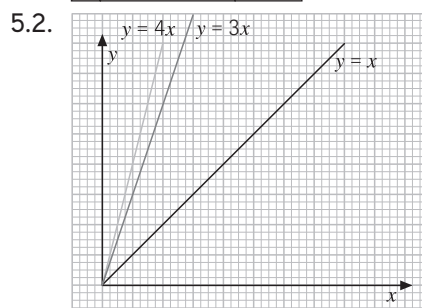
$$P = 45$$

- 4.6. [B] $P = 5a$

Ex. 5

5.1.

x	$y = 3x$	Ponto
0	$y = 3 \times 0 = 0$	(0, 0)
3	$y = 3 \times 3 = 9$	(3, 9)
4	$y = 3 \times 4 = 12$	(4, 12)



- 5.3. A constante de proporcionalidade direta é que determina a inclinação da reta do seu gráfico. Quanto maior for a constante, maior é a inclinação. Por exemplo, a reta que representa $y = 4x$ é mais inclinada do que a reta que representa $y = 3x$ porque $4 > 3$.

Ex. 6

$$\frac{3,94}{2,1} = 1,4$$

Logo, $y = 1,4x$

7. Interpretação de gráficos

Aplicar – págs. 98 e 99

Ex. 2

[D]. A Ana iniciou o percurso a correr, porque num pequeno espaço de tempo houve um grande deslocamento. Terminou o percurso a andar porque num grande espaço de tempo houve um pequeno deslocamento.

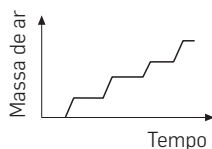
Ex. 3

[C]. Este gráfico indica que o André está a aproximar-se de casa porque, com o decorrer do tempo, a distância a casa diminui.

Ex. 4

- 4.1. Das 0 h às 4 h e às 20 h.
- 4.2. 20 °C.
- 4.3. 30 °C.
- 4.4. Às 14 h.
- 4.5. a) Das 7 h às 24 h.
b) Das 0 h às 12 h e das 16 h às 24 h.
- 4.6. Às 0 h registavam-se, no Porto, 15 °C. Esta temperatura manteve-se constante até às 4 h, altura em que começou a subir. Depois de atingir o máximo de 25 °C, às 14 h, a temperatura começou a descer até atingir 5 °C às 24 h.

Ex. 5



Ex. 6

Durante 4 horas, das 10 : 38 às 14 : 38.

Ex. 7

Não, porque num gráfico distância/tempo não se consegue observar a “inclinação das estradas”. O facto de os segmentos de reta que constituem o gráfico estarem mais (ou menos) inclinados significa que o deslocamento se efetuou com maior (ou menor) velocidade.

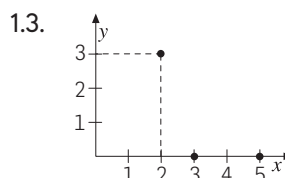
Por exemplo:

“A Eduarda saiu de casa com pressa porque estava atrasada para a festa de anos do seu primo Rui. Na ida, foi de bicicleta e regressou a pé.”

Praticar – págs. 100 a 105

Ex. 1

- 1.1. Só a correspondência II. é que representa uma função, porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.
I. não é função porque existe um elemento de X (2) ao qual correspondem dois elementos de Y (0 e 1).
III. não é função porque existe um elemento de X (0) ao qual correspondem três valores distintos de Y (-4, 1 e 0).
IV. não é função porque existe pelo menos um valor de x ao qual corresponde mais do que um valor de y .
- 1.2. a) $D = \{2, 3, 5\}$
 $D' = \{0, 3\}$
b) A imagem de 2 é 3.
c) 3 e 5 têm a mesma imagem (0).



Ex. 2

- 2.1. Não pode existir proporcionalidade direta, porque se o número de pintores aumenta, diminui o tempo necessário para pintar a casa.
- 2.2. Pode existir proporcionalidade direta. Aumentando o número de kg, o custo também aumenta, em proporção.
- 2.3. Não pode existir proporcionalidade direta. Aumentando a velocidade do avião, o tempo de viagem diminui.
- 2.4. Pode existir proporcionalidade direta. Aumentando a velocidade do avião, o espaço percorrido também aumenta, em proporção.

Ex. 3

$$3.1. \frac{900}{60} = \frac{1800}{120} = \frac{2250}{150} = 15$$

15 = 15 = 15 Verdadeiro.

Sim, a constante de proporcionalidade é 15 e significa que o avião percorre 15 km por minuto.

$$3.2. 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$5 \text{ h} = 5 \times 60 \text{ min} = 300 \text{ min}$$

$$300 \times 15 = 4500$$

ou

$$\frac{900}{60} = \frac{x}{300}$$

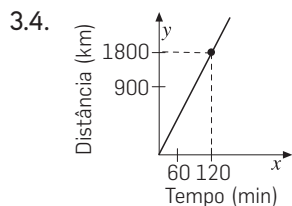
$$x = \frac{900 \times 300}{60} = \frac{270\,000}{60} = 4500$$

R.: Percorreria 4500 km.

$$3.3. \frac{900}{60} = \frac{450}{x}$$

$$x = \frac{450 \times 60}{15} = 30$$

R.: Demora 30 minutos.



3.5. Todos os pontos estão alinhados com a origem do referencial, ou seja, todos os pontos estão sobre uma reta que passa pela origem do referencial.

Ex. 4

4.1. Por exemplo, $(-1, 5)$ e $(1, 7)$.

4.2. Por exemplo, $(-1, 2)$ e $(-4, 0)$.

4.3. $(6, 8)$ pertence à zona não sombreada.

4.4. $(-6, -1)$.

4.5. O quarto quadrante.

Ex. 5

[A]

Ex. 6

$$6.1. D(v) = 0,3v$$

6.2. D é uma função de proporcionalidade direta porque é do tipo $y = kx$, com $k = 0,3$.

$$6.3. 120 \times 0,3 = 120 \times \frac{3}{10} = \frac{360}{10} = 36$$

R.: O desconto a efetuar é de 36 €.

$$6.4. F(v) = v - 0,3v, \text{ ou seja, } F(v) = 0,7v.$$

6.5. F é uma função de proporcionalidade direta porque é do tipo $y = kx$, com $k = 0,7$.

$$6.6. F(200) = 0,7 \times 200 = 140$$

R.: O preço final é 140 €.

Ex. 7

$$7.1. \begin{array}{cccccc} \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{array}$$

7.2. As duas grandezas são diretamente proporcionais, pois a razão entre o número de quadrados e o número de cada figura é constante (igual a 3).

$$7.3. N = 3f$$

Ex. 8

$$8.1. 0,2 \times 12 = 2,4 \text{ €}.$$

R.: O Sr. Carlos pagará 2,4 € pelos 12 chapéus.

$$8.2. \frac{3,6}{x} = \frac{0,2}{1}$$

$$x = \frac{3,6}{0,2}$$

$$x = 18$$

R.: Com 3,5 € pode comprar 18 chapéus.

8.3. [A]. Como a relação entre o número de chapéus comprados e o preço a pagar é uma relação de proporcionalidade direta, tem de ser representada por uma reta que passe pela origem do referencial.

Ex. 9

$$9.1. g(+5) = +5 + 30 = +35 = 35$$

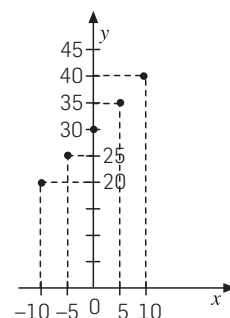
$$9.2. +30 = 0 + 30$$

$$g(0) = +30$$

O 0 tem por imagem +30.

$$9.3. D'_g = \{+20, +25, +30, +35, +40\}$$

9.4.



$$g(-10) = 20$$

$$g(-5) = 25$$

$$g(0) = 30$$

$$g(5) = 35$$

$$g(10) = 40$$

Ex. 10

10.1. Sabe-se que $P(\ell) = 6 \times \ell$, sendo ℓ o comprimento do lado dos hexágonos regulares e P o seu perímetro. Como esta é uma função do tipo $y = kx$, $k \neq 0$, conclui-se que P é uma função de proporcionalidade direta.

10.2. a) $P(2) = 12$.

Um hexágono cujo lado tenha 2 unidades de comprimento terá 12 unidades de perímetro.

b) $P(1,2) = 7,2$.

Um hexágono cujo lado tenha 1,2 unidades de comprimento terá 7,2 unidades de perímetro.

10.3. $P(\ell) = 6\ell$

Ex. 11

11.1. O 3º gráfico, a função h .

11.2. Sim, a 1ª, porque todos os pontos estão sobre uma recta que passa pela origem do referencial.

11.3. $\frac{y}{x} = \frac{1}{1} = 1$

Logo, $y = x$.

Ex. 12

12.1. Tempo do duche com torneira aberta:

$$1 \text{ m } 20 \text{ s} + 2 \text{ m } 5 \text{ s} = 3 \text{ m } 25 \text{ s}$$

$$3 \text{ m } 25 \text{ s} = 3 \times 60 + 25 = 180 + 25 = 205 \text{ s}$$

$$\frac{0,6}{2} = \frac{x}{205}$$

$$x = \frac{123}{2} = 61,5$$

12.2. [C].

Os gráficos [A] e [D] não podem representar a quantidade de água gasta pelo Miguel no banho porque, nesta situação, a quantidade de água gasta nunca pode diminuir com o decorrer do tempo. No gráfico [B], os dois segmentos de recta que correspondem aos períodos em que a quantidade de água gasta aumenta têm inclinação diferente, o que implicaria que a velocidade com que a água é gasta fosse diferente. Ora, como se sabe que a torneira aberta gasta sempre 0,6 litros de água a cada 2 segundos, o gráfico correcto é o [C].

Ex. 13

13.1. $N(s) = 0,025 \times s + s$, ou seja, $N(s) = 1,025s$.

13.2. N é uma função de proporcionalidade direta porque é do tipo $y = kx$, com $k = 1,025$.

13.3. $1240 \times 1,025 = 1271 \text{ €}$

13.4. $1500 = 1,025s$

$$1500 = \frac{1025}{1000} \times s$$

$$\text{Assim, } s = \frac{1500 \times 1000}{1025} = 1463,41$$

R.: O salário da Teresa antes do aumento era 1463,41 €.

Ex. 14

14.1. O desconto corresponde a dois pares sem pagar.

$$6 \text{ — } 100$$

$$2 \text{ — } x$$

$$\text{Logo, } x = \frac{2 \times 100}{6} = \frac{200}{6} = 0,33.$$

R.: A percentagem de desconto é 33%.

14.2. $6 \text{ — } 4$

$$12 \text{ — } x$$

$$\text{Logo, } x = \frac{12 \times 4}{6} = \frac{48}{6} = 8.$$

R.: Tem de pagar oito pares de meias.

Ex. 15

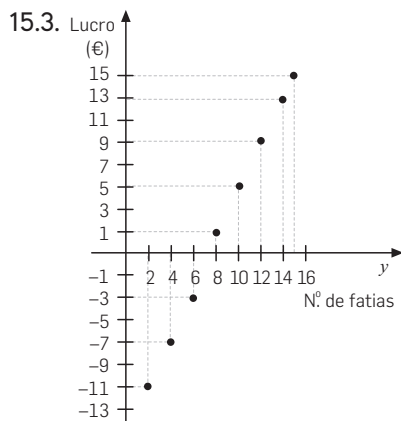
15.1.

Números de fatias de bolo	Lucro	(x, y)
0	-15	(0, -15)
5	-5	(5, -5)
10	5	(10, 5)
30	15	(30, 15)

15.2. Pela tabela verifica-se que o número de fatias a vender para não ter prejuízo é superior a 5 e inferior a 10. Analisemos então todas as hipóteses:

Números de fatias	Lucro (€)
6	$6 \times 2 - 15 = -3$
7	$7 \times 2 - 15 = -1$
8	$8 \times 2 - 15 = 1$
9	$9 \times 2 - 15 = 3$

Conclui-se que, para não ter prejuízo, a turma deve vender pelos menos oito fatias.



15.4. Como a abcissa corresponde ao número de fatias, este não pode ser um número negativo.

15.5. Não, porque a razão entre o lucro obtido e o número de fatias não é constante, por exemplo:

$$\frac{-13}{1} \neq \frac{1}{8}.$$

Ex. 16

Sim, porque a cada número corresponde um e um só quadrado.

Ex. 17

17.1. Por exemplo, 17 g (pode ser qualquer valor entre 0 e 20 g).

17.2. Se enviarem juntas pagam 50 cêntimos por 37 g ($16 + 19 + 2 = 37$).

Se enviarem separadas, uma das irmãs paga 30 cêntimos por 18 g ($16 + 2 = 18$) e a outra paga 50 cêntimos por 21 g ($19 + 2 = 21$), ou seja, em conjunto pagam 80 cêntimos.

Assim, para economizarem, devem enviar os postais num único envelope.

Ex. 18

18.1. O quociente entre o valor do perímetro e o valor do comprimento de cada lado é igual ao número de lados:

$$\frac{50}{10} = 5.$$

Então, o polígono é um pentágono.

18.2. $p(\ell) = 5\ell$

18.3. Um pentágono cujo lado tenha 3 unidades de comprimento tem 15 unidades de perímetro.

18.4. $30 = 5\ell$

$$\ell = \frac{30}{5}$$

$$\ell = 6$$

18.5. Sim, a razão entre o perímetro e o comprimento do lado é constante.

Testar – págs. 108 e 109

Ex. 1

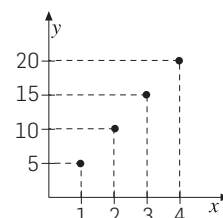
II, III e V porque a cada objeto corresponde uma e uma só imagem.

Ex. 2

2.1. $D_m = \{1, 2, 3, 4\}$

$$D'_m = \{5, 10, 15, 20\}$$

2.2.



2.3.

a) $m(4) = 20$

b) $m(2) = 10$

2.4. [B].

Como $\frac{5}{1} = 5$, então 5 é a constante de proporcionalidade. Logo, $y = kx \rightarrow y = 5x$.

Ex. 3

O gráfico II porque à medida que o tempo decorre, a altura da vela diminui, visto que vai ardendo.

Ex. 4

4.1. $P = 5 \times 1 = 4$

Logo, $a = 4$.

$$P = 6$$

Como $\ell = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$, então $b = 1,5$.

$$P = 20$$

Como $\ell = \frac{20}{4} = 5$, então o $c = 5$.

$$\ell = 8$$

$$P = 4 \times 8 = 32$$

Logo, $d = 32$.

- 4.2. O perímetro do quadrado é diretamente proporcional ao comprimento do seu lado. A constante de proporcionalidade é 4 e corresponde ao número de lados de um quadrado.

4.3. $P = 4\ell$

Ex. 5

- 5.1. $P(5) = 0,78 \times 5 = 3,9$
R.: O preço a pagar é 3,9 €.
- 5.2. São grandezas diretamente proporcionais porque a função que as relaciona é do tipo $y = kx$ com $k = 0,78$.
- 5.3. $1 - 0,78 = 0,22$
R.: A percentagem de desconto aplicada a cada embalagem de detergente é 22%.
- 5.4. São grandezas diretamente proporcionais porque a função que as relaciona é do tipo $y = kx$.

Ex. 6

- 6.1. O Filipe.
- 6.2. Às 13 horas.
- 6.3. O André.
- 6.4. A 20 km.
- 6.5. Esteve parado das 13 h 30 m às 14 h 30 m, ou seja, 1 hora.
- 6.6. O Filipe esteve das 15 h às 16 h e o André das 14 h às 14 h 45 m, ou seja o Filipe esteve mais tempo (1 hora).
- 6.7. Às 13 h 20 m e às 14 h 50 m.
- 6.8. Percorreu 50 km numa hora (entre as 16 h e as 17 h).

Assim:

$$\text{velocidade média} = \frac{50 \text{ km}}{1 \text{ h}} = 50 \text{ km/h}$$

Propostas de resolução – Manual (Volume 2)

Unidade 3 – Sequências e regularidades

Rever – Sequências e regularidades

Aplicar – págs. 54 e 55

Ex. 2



Ex. 3



Figura 4

3.2. 20 quadrados.

Ex. 4

4.1. 10

4.2. 8

4.3. 1ª sequência: 18, 20;
2ª sequência: 80, 90.

4.4. Cada termo com exceção do primeiro é obtido somando 10 unidades ao anterior.

4.5. Não. Todos os termos desta sequência são números pares.

Ex. 5

5.1. Fita métrica.

5.2. Alicate.

Ex. 6

6.1. Clip.

6.2. Clip.

6.3. Observando a sequência, pode constatar-se que os tira-agrafos ocupam as posições cujos números

são múltiplos de 4. Logo, sendo 20 um múltiplo de 4, conclui-se que essa posição será ocupada por um tira-agrafos.

6.4. O colega do Filipe tem razão. O bloco de notas surge sempre numa posição ímpar: o primeiro bloco de notas surge na 3ª posição (ímpar) e depois aparece de quatro em quatro posições, ou seja, 7ª posição, 11ª posição, etc.

Assim, as posições ocupadas pelo bloco de notas podem ser dadas pela sequência $4n + 3$, $n \geq 0$. Como $4n$ é um número par ($4n = 2 \times (2n)$) e 3 é um número ímpar, conclui-se que a soma é um número ímpar.

Desta forma, o bloco de notas aparece sempre numa posição ímpar.

Ex. 7

20, 1, 23

1. Sequências

Aplicar – págs. 18 e 19

Ex. 3

3.1. 2, 4, 6, 8, 10, 12

3.2. 1, 3, 5, 7, 9, 11

3.3. $5 \xrightarrow{-4} 1 \xrightarrow{-4} -3 \xrightarrow{-4} -7 \xrightarrow{-4} -11 \xrightarrow{-4} -15$

3.4. Como $1^2 = 1$; $2^2 = 4$; $3^2 = 9$; $4^2 = 16$; $5^2 = 25$; $6^2 = 36$, os termos pedidos desta sequência são 1, 4, 9, 16, 25, 36.

3.5. Como $1^3 = 1$; $2^3 = 8$; $3^3 = 27$; $4^3 = 64$; $5^3 = 125$; $6^3 = 216$, os termos pedidos desta sequência são 1, 8, 27, 64, 125, 216.

Ex. 4

4.1. a) 10

b) 34

c) Por exemplo, 22 e 34.

4.2. 6º termo: $58 + 12 = 70$

7º termo: $70 + 12 = 82$

8º termo: $82 + 12 = 94$

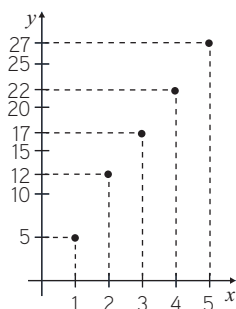
Logo, o 7º termo é 82 e o 8º termo é 94.

Ex. 5

1º termo: 7

2º termo: $7 + 5 = 12$ 3º termo: $12 + 5 = 17$ 4º termo: $17 + 5 = 22$ 5º termo: $22 + 5 = 27$

Assim, os termos pedidos são 7, 12, 17, 22 e 27.

**Ex. 6**

4º termo: 12

5º termo: $12 - 2 = 10$ 3º termo: $12 + 2 = 14$ 2º termo: $14 + 2 = 16$ 1º termo: $16 + 2 = 18$

Assim, os cinco primeiros termos da sequência são 18, 16, 14, 12 e 10.

Ex. 7

2 de agosto

 $2 + 4 = 6$ $6 + 4 = 10$ $10 + 4 = 14$ $14 + 4 = 18$

R.: As datas das provas do Filipe foram 2, 6, 10, 14 e 18 de agosto.

Ex. 8

8.1.	Número da figura	1	2	3	4	10
	Número de pontos	3	6	9	12	30

8.2. $3n = 45$. Como 45 é múltiplo de 3, conclui-se que o número da figura é 15 ($45 : 3 = 15$).8.3. $3n$ **Ex. 9**

9.1. 1 : 10 h

9.2. Como no 18º dia é o dia do exame, a Ângela terá 17 dias de estudo, contando com o dia de hoje.

Assim:

1º dia: 1 h

10º dia: 2 : 30 h

2º dia: 1 : 10 h

11º dia: 2 : 40 h

3º dia: 1 : 20 h

12º dia: 2 : 50 h

4º dia: 1 : 30 h

13º dia: 3 : 00 h

5º dia: 1 : 40 h

14º dia: 3 : 10 h

6º dia: 1 : 50 h

15º dia: 3 : 20 h

7º dia: 2 : 00 h

16º dia: 3 : 30 h

8º dia: 2 : 10 h

17º dia: 3 : 40 h

9º dia: 2 : 20 h

$$6 \times 1 \text{ h} + 6 \times 2 \text{ h} + 5 \times 3 \text{ h} + 3 \times (10 \text{ m} + 20 \text{ m} + 30 \text{ m} + 40 \text{ m}) =$$

$$= 6 \text{ h} + 12 \text{ h} + 15 \text{ h} + 3 \times (100 \text{ m}) =$$

$$= 33 \text{ h} + 3 \text{ h} + 40 \text{ m} =$$

$$= 39 \text{ h} + 40 \text{ m}$$

R.: A Ângela vai estudar 39 horas e 40 minutos.

Ex. 10

Cada termo obtém-se multiplicando por 4 o termo anterior.

$$15 \xrightarrow{\times 4} 60 \xrightarrow{\times 4} 240 \xrightarrow{\times 4} 960 \xrightarrow{\times 4} 3840$$

Assim, o próximo termo é 3840.

Ex. 11

11.1. 7

11.2. n

11.3. 1ª figura: 4 triângulos

2ª figura: 6 triângulos

3ª figura: 8 triângulos

4ª figura: 10 triângulos

5ª figura: 12 triângulos

Para construir a 5ª figura da sequência são necessários 12 triângulos.

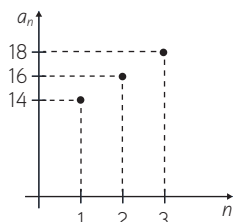
11.4. $2n + 2$ **2. Sucessões****Aplicar – págs. 22 e 23****Ex. 2**

2.1. O primeiro termo da sequência ii. é 2 e o termo de ordem 5 da sequência iv. é -6.

- 2.2. i. 7
 ii. 12
 iii. 13
 iv. -11
 v. 36
 vi. $\frac{1}{10}$
- 2.3. i. 101
 ii. 200
 iii. 199
 iv. -481
 v. 10 000
 vi. $\frac{1}{200}$
- 2.4. i. $n + 1$
 ii. $2n$
 iii. $2n - 1$
 iv. $19 - 5n$
 v. n^2
 vi. $\frac{1}{2n}$

Ex. 3

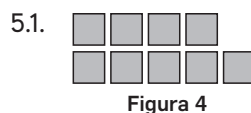
- 3.1. $u_1 = 2 \times 1 + 12 = 2 + 12 = 14$
 $u_2 = 2 \times 2 + 12 = 4 + 12 = 16$
 $u_3 = 2 \times 3 + 12 = 6 + 12 = 18$



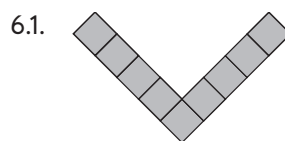
- 3.2. $u_{28} = 2 \times 28 + 12 = 56 + 12 = 68$
- 3.3. De facto, se $2n + 12 = 24$, então $2n = 12$, o que é possível pois 12 é múltiplo de 2. Assim, 24 é termo da sequência pois $24 = 2 \times 6 + 12$.

Ex. 4

- 4.1. A expressão que permite determinar o perímetro de qualquer figura da sucessão é $P_n = 4n + 2$ (por 1.3). Logo, para determinar o perímetro da 7ª figura da sucessão basta fazer $n = 7$, isto é, $P_7 = 4 \times 7 + 2 = 28 + 2 = 30$.
- 4.2. Se $4n + 2 = 46$, então $4n = 44$, o que é possível pois 44 é múltiplo de 4. Assim, 46 é termo da sequência pois $46 = 4 \times 11 + 2$. Logo, a figura 11 tem perímetro 46.

Ex. 5**Figura 4****Figura 5**

- 5.2. 61
- 5.3. $a_n = 2n + 1$
- 5.4. Sim, pois 507 é um número ímpar.

Ex. 6**Figura 4**

- 6.2. 3, 5, 7
- 6.3. $a_n = 2n + 1$

Ex. 7

- 7.1. $a = -9$
 $b = \frac{5}{6}$
 $c = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$
- 7.2. i. $-n^2$
 ii. $\frac{2n - 1}{2n}$
 iii. $\frac{2n}{n + 2}$
- 7.3. i. $-100^2 = -10\,000$
 ii. $\frac{2 \times 100 - 1}{2 \times 100} = \frac{200 - 1}{200} = \frac{199}{200}$
 iii. $\frac{2 \times 100}{200 + 2} = \frac{200}{102} = \frac{100}{51}$

Ex. 8

- 8.1. Como uma hora tem 60 minutos, duas horas têm 120 minutos ($60 \times 2 = 120$). Como as bactérias se reproduzem de 20 em 20 minutos, durante as duas primeiras horas existiram 6 momentos de reprodução ($120 : 20 = 6$). Desta forma, pretende-se encontrar o termo de ordem 6 da sucessão 2, 4, 8, ..., cuja expressão algébrica é $2n$. Assim, $2^6 = 64$ e, portanto, ao fim de horas existiam 64 bactérias.

- 8.2. O número de bactérias é dado pela expressão $2n$, onde n representa o número de momentos de reprodução. Assim, em dois dias existem 144 momentos de reprodução ($2 \times 24 \times 60 : 20 = 144$) e, portanto, nesse instante existem 2^{144} bactérias.

Praticar – págs. 24 a 29

Ex. 1

1.1. $2 \xrightarrow{+2} 4 \xrightarrow{+2} 6 \xrightarrow{+2} 8 \xrightarrow{+2} 10 \xrightarrow{+2} 12 \xrightarrow{+2} 14$

Os próximos quatro termos são 8, 10, 12 e 14.

1.2. $1 \xrightarrow{+2} 3 \xrightarrow{+2} 5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{+2} 9 \xrightarrow{+2} 11 \xrightarrow{+2} 13$

Os próximos quatro termos são 7, 9, 11 e 13.

1.3. $4 \xrightarrow{+4} 8 \xrightarrow{+4} 12 \xrightarrow{+4} 16 \xrightarrow{+4} 20 \xrightarrow{+4} 24 \xrightarrow{+4} 28$

Os próximos quatro termos são 16, 20, 24 e 28.

1.4. $50 \xrightarrow{-5} 45 \xrightarrow{-5} 40 \xrightarrow{-5} 35 \xrightarrow{-5} 30 \xrightarrow{-5} 25 \xrightarrow{-5} 20$

Os próximos quatro termos são 35, 30, 25 e 20.

Ex. 2

$18:37 \xrightarrow{+10 \text{ m}} 18:47 \xrightarrow{+10 \text{ m}} 18:57 \xrightarrow{+10 \text{ m}} 19:07$

R.: O Sr. João fez as medições seguintes às 18:47 h, 18:57 h e 19:07 h.

Ex. 3

3.1.

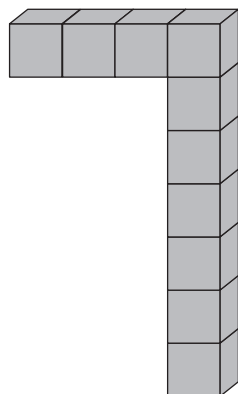


Figura 4

3.2. $1 \xrightarrow{+3} 4 \xrightarrow{+3} 7 \xrightarrow{+3} 10$

Com exceção do primeiro termo, cada termo da sequência é obtido adicionando três unidades ao termo anterior. Assim, $w_n = 3n - 2$.

- 3.3. Não existe nenhuma figura com 200 cubos. De facto, se $3n - 2 = 200$, então $3n = 202$ e 202 não é múltiplo de 3.

Ex. 4

As contas do colar são, alternadamente, contas brancas e contas pretas. Entre duas contas brancas existe um número de contas pretas, que é dado pela sequência cuja expressão algébrica é n . Logo, dentro da caixa estão 4 contas pretas, 1 branca e 3 pretas, tal como se ilustra no esquema seguinte:



Ex. 5

5.1. $b_1 = 8 \times 1 + 4 = 8 + 4 = 12$

$b_2 = 8 \times 2 + 4 = 16 + 4 = 20$

$b_3 = 8 \times 3 + 4 = 24 + 4 = 28$

$b_4 = 8 \times 4 + 4 = 32 + 4 = 36$

$b_5 = 8 \times 5 + 4 = 40 + 4 = 44$

5.2. $b_{17} = 8 \times 17 + 4 = 136 + 4 = 140$

- 5.3. Se $8n + 4 = 164$, então $8n = 160$, o que é possível pois 160 é múltiplo de 8. Assim, 164 é termo da sequência, pois $164 = 8 \times 20 + 4$.

Ex. 6

- I. Cada termo da sequência é obtido adicionando 3 ao termo anterior. Logo, $a = 8 + 3 = 11$.
- II. Cada termo da sequência é obtido adicionando 5 ao termo anterior. Logo, $b = 13 + 5 = 18$.
- III. Cada termo da sequência é obtido adicionando -2 ao termo anterior. Logo, $c = 28 - 2 = 26$.

Ex. 7

7.1. 1º termo: $2^1 = 2$

2º termo: $2^2 = 4$

3º termo: $2^3 = 8$

4º termo: $2^4 = 16$

7.2. 1º termo: $(-1)^1 = -1$

2º termo: $(-1)^2 = 1$

3º termo: $(-1)^3 = -1$

4º termo: $(-1)^4 = 1$

7.3. 1º termo: $(-2)^1 = -2$

2º termo: $(-2)^2 = 4$

3º termo: $(-2)^3 = -8$

4º termo: $(-2)^4 = 16$

Ex. 8

8.1. Ω, Φ, Ω 8.2. Ω

8.3. O padrão que se repete nesta sequência pictórica é $\Delta \pi \Omega \Phi \Omega \Delta$. Como este padrão é constituído por 6 elementos, na posição 36 está o elemento Δ ($6 \times 6 = 36$).

Ex. 9

Ordem do termo	1	2	3	4	5	6
Termo						
	1	5	12	22	35	51

Ordem do termo	1	2	3	4	5	6
Termo						
	1	6	15	28	45	66

Ex. 10



Figura 5

10.2. A figura 1 é constituída por 5 pontos. Os restantes termos da sequência obtêm-se acrescentando 3 pontos à figura anterior.

10.3. a) $w_n = 3n + 2$ b) $w_7 = 3 \times 7 + 2 = 21 + 2 = 23$

A figura 7 é constituída por 23 pontos.

c) $w_{30} = 3 \times 30 + 2 = 90 + 2 = 92$

A figura 30 tem 92 pontos.

d) Se $3n + 2 = 40$, então $3n = 38$, o que é impossível, pois 38 não é múltiplo de 3. Logo, não existe nenhuma figura com 40 pontos.

Ex. 11

1º monte	2º monte	3º monte	4º monte	5º monte
3	6	10	15	21
	+3	+4	+5	+6

R.: Para fazer o 5º monte o Sr. Manuel precisa de 21 embalagens.

Ex. 12

Segundo o Rodrigo, nesta sequência numérica cada termo é obtido somando quatro unidade ao termo anterior. Assim, para descobrir o termo anterior a 10 deve-se subtrair a 10 quatro unidades e manter esse padrão para encontrar os termos anteriores, ou seja:

5º termo: 10

4º termo: $10 - 4 = 6$ 3º termo: $6 - 4 = 2$ 2º termo: $2 - 4 = -2$ 1º termo: $-2 - 4 = -6$ Logo, o primeiro termo da sequência é -6 .

Ex. 13

13.1. 1ª sequência: $9 - 5 = 4$; $13 - 9 = 4$; $17 - 13 = 4$;

$$21 - 17 = 4$$

2ª sequência: $10 - 6 = 4$; $14 - 10 = 4$; $18 - 14 = 4$;

$$22 - 18 = 4$$

13.2. 1ª sequência: 6º termo: $21 + 4 = 25$

$$7^\circ \text{ termo: } 25 + 4 = 29$$

2ª sequência: 6º termo: $22 + 4 = 26$

$$7^\circ \text{ termo: } 26 + 4 = 30$$

13.3. Os termos da primeira sequência são os múltiplos positivos de 4 acrescidos de uma unidade; os termos da segunda sequência são os múltiplos positivos de 4 acrescidos de duas unidades.

Logo, o Guilherme tem razão.

$$13.4. \quad 7 \xrightarrow{+4} 11 \xrightarrow{+4} 15 \xrightarrow{+4} 19 \xrightarrow{+4} 23$$

Um possível termo geral é $4n + 3$.

Ex. 14

14.1. Linha 6 1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1

Linha 7 1 2 3 4 5 6 7 6 5 4 3 2 1

14.2. O número de elementos de cada linha é dado pela expressão $2n - 1$, onde n representa a linha em causa. Logo, na linha 112 existem 223 números ($2 \times 112 - 1 = 223$).

Ex. 15

15.1.

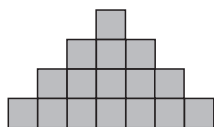


Figura 4

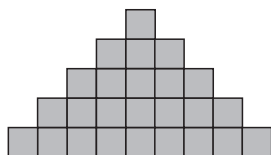


Figura 5

15.2.

Figura	1	2	3	4	10	19
Número de quadrados da linha inferior	1	3	5	7	19	37

15.3. Por observação da tabela, constata-se que o número de quadrados da linha inferior é dado por $2n - 1$ (números ímpares), onde n representa o número da figura.

15.4.

Figura	1	2	3	4	5	6
Número total de quadrados	1	4	9	16	25	36

15.5. Por observação da tabela, constata-se que o número total de quadrados de cada figura é dado pelo quadrado do número da figura correspondente (quadrados perfeitos). Logo, a vigésima figura terá um total de 400 quadrados ($20^2 = 400$).

Ex. 16

16.1.



Figura 4



Figura 5

16.2. A figura 58 é constituída por 117 gansos.

16.3. Não existe nenhuma figura com 400 gansos porque as figuras têm um número ímpar de gansos.

16.4. A figura de ordem 137 é constituída por 275 gansos.

16.5. Por observação da sequência conclui-se que cada figura tem mais dois gansos do que a figura anterior. Assim, cada termo da sequência tem mais uma unidade do que cada múltiplo de 2, pelo que uma possível expressão algébrica para esta sequência é $2n + 1$.

16.6. Tiago: $2n + 1$

$$\text{Paulo: } 3 + (n - 1) \times 2 = 3 + 2n - 2 = 2n + 1$$

Os dois têm razão porque as expressões algébricas são equivalentes.

Ex. 17

$$17.1. \text{ a) } 1 \rightarrow 3 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 27 \rightarrow 243 \rightarrow 6561$$

$$3 \times 3 \quad 3 \times 9 \quad 9 \times 27 \quad 27 \times 243$$

$$\text{b) } 3 \rightarrow 4 \rightarrow 12 \rightarrow 48 \rightarrow 576 \rightarrow 27\ 648$$

$$3 \times 4 \quad 4 \times 12 \quad 12 \times 48 \quad 48 \times 576$$

$$17.2. \text{ a) } 1 \rightarrow a \rightarrow 4 \rightarrow b \rightarrow 64$$

$$a \times 1 \quad a \times 4$$

$$a \times 1 = 4, \text{ ou seja, } a = 4.$$

$$b = a \times 4. \text{ Como } a = 4, \text{ vem que } b = 16.$$

$$\text{Logo, } a = 4 \text{ e } b = 16.$$

$$\text{b) } a \rightarrow b \rightarrow 6 \rightarrow 18 \rightarrow c$$

$$a \times b \quad b \times 6 \quad 6 \times 18$$

$$c = 6 \times 18 = 108$$

$$\text{Sabe-se ainda que } b \times 6 = 18, \text{ ou seja, } b = 3.$$

$$\text{Como } b = 3 \text{ e } a \times b = 6, \text{ tem-se que } a \times 3 = 6 \text{ e, portanto, } a = 2.$$

$$\text{Logo, } a = 2, b = 3 \text{ e } c = 108.$$

Ex. 18

$$18.1. 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 10$$

$$2 + 4 \quad 4 + 6$$

Logo, os quatro primeiros termos da sequência são 2, 4, 6 e 10.

$$18.2. a \rightarrow 10 \rightarrow 40 \rightarrow b$$

$$a + 10 \quad 10 + 40$$

$$\text{Assim, } a + 10 = 40, \text{ ou seja, } a = 30.$$

$$\text{Por outro lado, } 10 + 40 = b, \text{ ou seja, } b = 50.$$

Logo, os quatro primeiros termos da sequência são 30, 10, 40 e 50.

$$18.3. a \rightarrow 8 \rightarrow 0 \rightarrow b$$

$$a + 8 \quad 8 + 0$$

$$\text{Assim, } a + 8 = 0, \text{ ou seja, } a = -8.$$

$$\text{Por outro lado, } 8 + 0 = b, \text{ ou seja, } b = 8.$$

Logo, os quatro primeiros termos da sequência são -8, 8, 0 e 8.

Ex. 19

19.1.

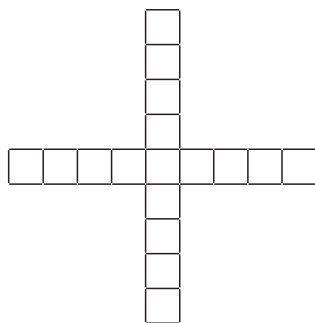


Diagrama 4

19.2.

Diagrama	1	2	3	4	5	10	17
Palitos	16	28	40	52	64	76	88

19.3. Por observação da sequência conclui-se que cada diagrama tem mais doze palitos do que o diagrama anterior. Como o primeiro diagrama tem 16 palitos ($12 + 4 = 16$), pode afirmar-se que são necessários $12n + 4$ palitos para a construção da figura de ordem n .

19.4. A afirmação é falsa. O número de palitos de qualquer diagrama da sequência é dado pela expressão $12n + 4$ ou, de forma equivalente, pela expressão $2(6n) + 4$. Assim, cada diagrama da sequência tem um número par de palitos. Logo, não existe um diagrama nas condições pedidas.

19.5. Diagrama 1: 5

Diagrama 2: 9

Diagrama 3: 13

19.6. Por observação da sequência conclui-se que cada diagrama tem mais quatro unidades de área do que o diagrama anterior. Como o primeiro diagrama tem 5 unidades de área ($4 + 1 = 5$), pode afirmar-se que $4n + 1$ é uma possível expressão para as unidades de área de um diagrama de ordem n .

Ex. 20

20.1. O Pedro vê as páginas 6 e 7. Como o Jorge passa duas folhas e, a seguir, o Pedro passa uma folha, a próxima página par que o Pedro vê é a 12. Mantendo o raciocínio, verifica-se que o Pedro vê as páginas 6, 12, 18, ..., ou seja, os múltiplos positivos de 6. Logo, uma possível expressão algébrica será $6n$.

20.2. O Jorge.

Testar – págs. 32 e 33

Ex. 1

[A] $95 - 30n$

Se $n = 1$, tem-se $95 - 30 \times 1 = 65$

Se $n = 2$, tem-se $95 - 30 \times 2 = 95 - 60 = 35$

Se $n = 3$, tem-se $95 - 30 \times 3 = 95 - 90 = 5$ e $5 \neq 25$

[B] $\frac{5n + 60}{2n - 1}$

Se $n = 1$, tem-se $\frac{5 \times 1 + 60}{2 \times 1 - 1} = \frac{5 + 60}{2 - 1} = 65$

Se $n = 2$, tem-se $\frac{5 \times 2 + 60}{2 \times 2 - 1} = \frac{10 + 60}{4 - 1} = \frac{70}{3}$ e $\frac{70}{3} \neq 35$

[C] $55 - 10n$

Se $n = 1$, tem-se $55 - 10 \times 1 = 45$ e $45 \neq 65$

Logo, a opção correta é a [D].

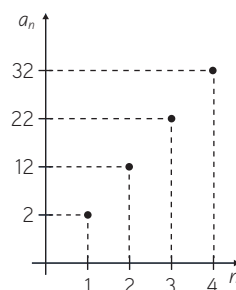
Ex. 2

2.1. $a_1 = 10 \times 1 - 8 = 10 - 8 = 2$

$a_2 = 10 \times 2 - 8 = 20 - 8 = 12$

$a_3 = 10 \times 3 - 8 = 30 - 8 = 22$

$a_4 = 10 \times 4 - 8 = 40 - 8 = 32$



2.2. $a_{10} = 10 \times 10 - 8 = 100 - 8 = 92$

2.3. Se $10n - 8 = 72$, então $10n = 80$, o que é possível pois 80 é múltiplo de 10. Assim, 72 é termo da sucessão pois $10 \times 8 - 8 = 72$, ou seja, 72 é o termo de ordem 8.

Se $10n - 8 = 100$, então $10n = 108$, o que é impossível pois 108 não é múltiplo de 10. Logo, 100 não é termo da sucessão.

Ex. 3

3.1. Sequência 1: 14, 16, 18

Sequência 2: 28, 32, 36

Sequência 3: 13, 16, 19

Sequência 4: $\frac{3}{4}, \frac{7}{9}, \frac{4}{5}$

- 3.2. Sequência 1: $2n$
 Sequência 2: $4n$
 Sequência 3: $3n - 8$
 Sequência 4: $\frac{n}{n+2}$

Ex. 4



O heptágono tem 14 diagonais e o octógono tem 20 diagonais.

Ex. 5

5.1.

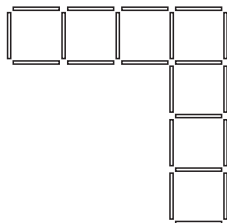


Figura 4

5.2.

Número da figura	1	2	3	7	10
Número de fósforos	4	10	16	40	58

5.3.

- a) $6 \times 35 - 2 = 210 - 2 = 208$
 b) Se $6n - 2 = 50$, então $6n = 52$, o que é impossível pois 52 não é múltiplo de 6. Logo, não existe nenhuma figura composta por 50 fósforos.

Ex. 6

6.1.

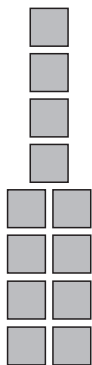


Figura 4

6.2. $3n$

6.3. Falsa. Todos os termos da sequência são múltiplos de 3 e 43 não é múltiplo de 3.

6.4. 3, 6, 9

6.5. $3n$

6.6. Os dois têm razão porque as expressões algébricas são equivalentes.

Unidade 4 – Figuras geométricas

Rever – Ângulos

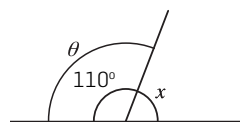
Aplicar – págs. 40 e 41

Ex. 2

Amplitude do ângulo	Amplitude do ângulo complementar	Amplitude do ângulo suplementar
0°	$90^\circ - 0^\circ = 90^\circ$	$180^\circ - 0^\circ = 180^\circ$
30°	$90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$	$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$
40°	$90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$	$180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$
50°	$90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$	$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

Ex. 3

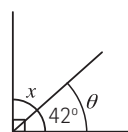
3.1.



$\angle x$ e $\angle \theta$ são suplementares, ou seja, a soma das suas amplitudes é igual a 180° .

Então, $\hat{x} = 180^\circ - \hat{\theta} = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$.

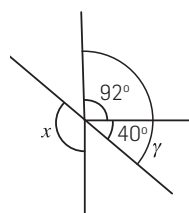
3.2.



$\angle x$ e $\angle \theta$ são complementares, ou seja, a soma das suas amplitudes é igual a 90° .

Então, $\hat{x} = 90^\circ - \hat{\theta} = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$.

3.3.



$\hat{x} + \hat{\theta} = 92^\circ + 40^\circ = 132^\circ$. Os ângulos $\angle x$ e $\angle \gamma$ são ângulos verticalmente opostos, logo têm igual amplitude.

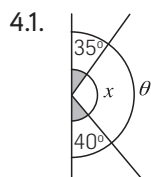
Assim, $\hat{x} = \hat{\gamma} = 132^\circ$.

3.4. $\hat{x} = 30^\circ$ porque as retas r e s são paralelas e os ângulos correspondentes determinados por uma reta que intersesta duas retas paralelas são iguais.

3.5. $\hat{x} = 120^\circ$ porque as retas r e s são paralelas e os ângulos correspondentes determinados por uma reta que intersesta duas retas paralelas são iguais.

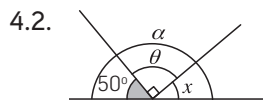
3.6. $\hat{x} = 130^\circ$ porque as retas r e s são paralelas e os ângulos alternos internos determinados por uma reta que intersesta duas retas paralelas são iguais.

- 3.7. $\hat{x} = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$ porque as retas r e s são paralelas e os ângulos externos do mesmo lado da secante a duas retas paralelas são suplementares.
- 3.8. $\hat{x} = 90^\circ$ porque as retas r e s são paralelas e os ângulos alternos externos determinados por uma reta que intersesta duas retas paralelas são iguais.

Ex. 4

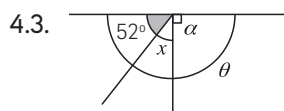
$\angle \theta$ é um ângulo raso, logo $\hat{\theta} = 180^\circ$.

Então, $\hat{x} = \hat{\theta} - 40^\circ - 35^\circ = 180^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 105^\circ$.



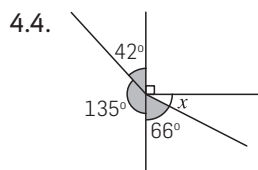
Como $\angle \alpha$ é raso, $\hat{\alpha} = 180^\circ$. $\hat{\theta} = 90^\circ$, porque $\angle \theta$ é reto.

Então, $\hat{x} = \hat{\alpha} - \hat{\theta} - 50^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.



Como $\angle \theta$ é raso, $\hat{\theta} = 180^\circ$ e como $\angle \alpha$ é reto, $\hat{\alpha} = 90^\circ$.

Logo, $\hat{x} = \hat{\theta} - \hat{\alpha} - 52^\circ = 180^\circ - 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$.



$\hat{x} = 360^\circ - 42^\circ - 135^\circ - 66^\circ - 90^\circ = 123^\circ$.

- 4.5. $\hat{x} = 360^\circ - 320^\circ = 40^\circ$ porque os ângulos correspondentes determinados por uma reta que intersesta duas retas paralelas são iguais.
- 4.6. $\hat{y} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ porque $\angle y$ é complementar de um ângulo de 30° .
Como $\hat{x} + \hat{y} = 180^\circ$, então $\hat{x} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ porque os ângulos externos do mesmo lado da secante a duas retas paralelas são iguais.
- 4.7. $\hat{y} = 90^\circ + 35^\circ = 125^\circ$ porque um ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes.
 $\hat{x} = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ porque os ângulos externos do mesmo lado da secante a duas retas paralelas são suplementares.

4.8. $\hat{x} = 90^\circ + 22^\circ = 112^\circ$

$\hat{y} = 90^\circ - 22^\circ = 68^\circ$

4.9. $\hat{x} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$

$\hat{y} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ porque os ângulos externos do mesmo lado da secante a duas retas paralelas são iguais.

Ex. 5

5.1. $\hat{x} = 180^\circ - \theta$

$\hat{x} = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$

$\hat{y} = 180^\circ - \hat{x}$

$\hat{y} = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$

$\hat{z} = 90^\circ - \theta$

$\hat{z} = 90^\circ - 62^\circ = 28^\circ$

$\hat{w} = 180^\circ - 38^\circ - \hat{x}$

$\hat{w} = 180^\circ - 38^\circ - 118^\circ = 24^\circ$

5.2. $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$

$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$

$\hat{x} + \hat{y} + 80^\circ + 130^\circ = 360^\circ$

Como $\hat{x} = 2\hat{y}$, então $\hat{x} + \hat{y} = 2\hat{y} + \hat{y} = 3\hat{y}$ e, portanto, $3\hat{y} + 210^\circ = 360^\circ$.

Assim, $3\hat{y} = 150^\circ$ e, portanto, $\hat{y} = \frac{150^\circ}{3} = 50^\circ$ e $\hat{x} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$.

Ex. 6

6.1. $\hat{a} = 21^\circ$ (ângulos verticalmente opostos).

$\hat{b} = 180^\circ - 97,5^\circ - 21^\circ = 61,5^\circ$ (ângulo raso).

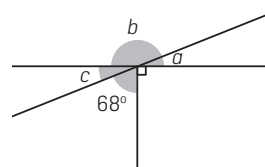
6.2. $\hat{a} = \frac{180^\circ}{4} = 45^\circ$ (ângulo raso).

6.3. $\hat{a} = 46^\circ$ (ângulos agudos de lados paralelos).

$\hat{b} = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$ (ângulo raso).

$\hat{c} = 180^\circ - 41^\circ = 139^\circ$ (ângulo raso).

6.4.



$\hat{c} = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$ (ângulos complementares).

$\hat{a} = \hat{c} = 22^\circ$, porque são ângulos verticalmente opostos.

$\hat{b} = 180^\circ - \hat{a} = 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$ (ângulo raso).

Ex. 7

Sabe-se que $\hat{b} = 2 \times \hat{a}$ e $\angle a$ e $\angle b$ são ângulos suplementares, ou seja, $\hat{a} + \hat{b} = 180^\circ$.

$$7.1. \hat{a} = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\hat{b} = 2 \times \hat{a} = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$\angle a$ é agudo e o $\angle b$ é obtuso.

7.2. Como $\angle c$ é complementar de $\angle a$, então

$$\hat{c} + \hat{a} = 90^\circ.$$

$$\text{Logo, } \hat{c} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

Rever – Ângulos internos e externos de um triângulo

Aplicar – págs. 44 e 45

Ex. 2

2.1. A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , pelo que

$$\hat{\theta} = 180^\circ - 27^\circ - 46^\circ = 107^\circ.$$

2.2. A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , pelo que

$$\hat{\theta} = 180^\circ - 82^\circ - 21^\circ = 77^\circ.$$

2.3. A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , pelo que

$$\hat{\theta} = 180^\circ - 122^\circ - 20^\circ = 38^\circ.$$

Ex. 3

3.1. $\hat{x} = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ (ângulo raso).

$\hat{y} = 180^\circ - 50^\circ - 60^\circ = 70^\circ$ (a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°).

3.2. $\hat{x} = 140^\circ - 40^\circ = 100^\circ$ (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos que não lhe são adjacentes).

$\hat{y} = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ = 40^\circ$ (a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°).

$\hat{z} = 100^\circ + 40^\circ = 140^\circ$ (a amplitude de um ângulo externo de um triângulo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos que não lhe são adjacentes).

3.3. $\hat{x} = \hat{y}$, porque, num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$\hat{x} = \hat{y} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ.$$

3.4. $\hat{x} = 85^\circ$ (porque a lados de igual comprimento, opõem-se ângulos de igual amplitude).

$\hat{y} = 180^\circ - 85^\circ - 85^\circ = 10^\circ$ (porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°).

3.5. $\hat{x} = \hat{y}$, porque, num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude. O triângulo é retângulo pelo que um dos ângulos tem de amplitude 90° . Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então $\hat{x} = \hat{y} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$.

3.6. $\hat{x} = \hat{y}$, porque, num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$\hat{x} = \hat{y} = \frac{180^\circ - 60^\circ}{2} = 60^\circ.$$

Ex. 4

4.1. A soma das amplitudes dos ângulos externos de qualquer triângulo é igual a 360° .

4.2. a) $\hat{\beta} = 360^\circ - 69^\circ - 139^\circ = 152^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos externos de qualquer triângulo é igual a 360° .

b) Como cada ângulo interno é suplementar do ângulo externo que lhe é adjacente, tem-se:

$$\hat{CBA} = 180^\circ - 139^\circ = 41^\circ$$

$$\hat{BAC} = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$$

$$\hat{ACB} = 180^\circ - 152^\circ = 28^\circ$$

Assim, quanto à amplitude dos seus ângulos, o triângulo é obtusângulo (tem um ângulo obtuso e dois ângulos agudos) e quanto ao comprimento dos seus lados é escaleno (três lados com diferentes comprimentos, o que resulta do facto de ter três ângulos com diferentes amplitudes).

Ex. 5

$\hat{BDC} = 180^\circ - 58^\circ - 46^\circ = 76^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

$\hat{CDA} = 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ$, porque cada ângulo externo é suplementar do ângulo interno que lhe é adjacente.

$\hat{DAC} = \frac{180^\circ - 104^\circ}{2} = 38^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° e $\hat{DAC} = \hat{ACD}$.

Ex. 6

$D\hat{E}B = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$, porque cada ângulo externo é suplementar do ângulo interno que lhe é adjacente.

$\hat{\delta} = 180^\circ - 111^\circ - 30^\circ = 39^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

$A\hat{E}D = B\hat{E}C = 69^\circ$, porque ângulos verticalmente opostos têm igual amplitude.

$\hat{\beta} = 180^\circ - 79^\circ - 69^\circ = 32^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

Ex. 7

Passos	Justificações
$\hat{C} = 90^\circ$	porque um ângulo reto tem 90° de amplitude.
$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$	porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de qualquer triângulo é igual a 180° .
$\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$	porque subtraindo a mesma quantidade (90°) a quantidades iguais ($\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$), obtêm-se diferenças iguais.
$\angle A$ e $\angle B$ são complementares	porque $\hat{A} + \hat{B} = 90^\circ$

Rever – Igualdade de figuras

Aplicar – págs. 48 e 49

Ex. 2

2.1. Como $\overline{AC} = \overline{DF}$, $B\hat{A}C = E\hat{D}F$ e $A\hat{C}B = D\hat{F}E$, os triângulos são geometricamente iguais pelo critério Ângulo-Lado-Ângulo (ALA) de igualdade de triângulos.

2.2. Como $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ e $\overline{CA} = \overline{FD}$, os triângulos são geometricamente iguais pelo critério Lado-Lado-Lado (LLL) de igualdade de triângulos.

2.3. Como $\overline{AC} = \overline{DF}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ e $A\hat{C}B = D\hat{F}E$, os triângulos são geometricamente iguais pelo critério Lado-Ângulo-Lado (LAL) de igualdade de triângulos.

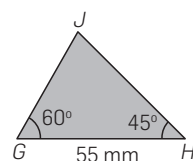
2.4. Como $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{AC} = \overline{DF}$ e $\overline{CB} = \overline{FE}$, os triângulos são geometricamente iguais pelo critério Lado-Lado-Lado (LLL) de igualdade de triângulos.

Ex. 3

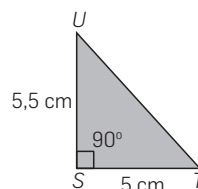
Pelo critério Ângulo-Lado-Ângulo (ALA) de igualdade de triângulos, os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são geometricamente iguais pois têm um lado com o mesmo comprimento $\overline{AC} = \overline{DE}$ e os dois ângulos que lhe são adjacentes geometricamente iguais, cada um a cada um ($\hat{A} = \hat{E}$ e $\hat{C} = \hat{D}$).

Ex. 4

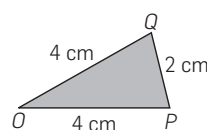
4.1.



4.2.



4.3.



$$100 \text{ mm} = 10 \text{ cm}$$

$$\overline{OP} = \overline{OQ} = 4 \text{ cm}$$

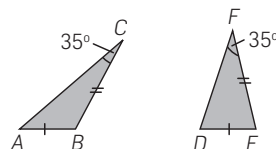
$$\overline{QP} = 10 - 4 - 4 = 2 \text{ cm}$$

Ex. 5

Os triângulos são geometricamente iguais pelo critério Lado-Lado-Lado (LLL): $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{DC}$ e $[BD]$ é comum aos dois triângulos.

Ex. 6

Considerando os dois triângulos seguintes, tais que $\overline{AB} = \overline{DE}$, $\overline{BC} = \overline{EF}$ e $\hat{F} = \hat{C}$.



É fácil verificar que os triângulos não são geometricamente iguais. Basta observar que os ângulos formados pelos dois lados geometricamente iguais não são geometricamente iguais (um é obtuso e outro é agudo).

Ex. 7

Os triângulos são geometricamente iguais porque têm um lado com o mesmo comprimento ($\overline{CE} = \overline{EB}$) e os dois ângulos adjacentes a esse lado geometricamente iguais, $\widehat{DCE} = \widehat{ABE}$ e $\widehat{CED} = \widehat{BEA}$ (ângulos verticalmente opostos). Então, se os triângulos são geometricamente iguais, têm os lados correspondentes com o mesmo comprimento, pelo que $\overline{DC} = \overline{AB}$ e, portanto, $\overline{DC} = 2$.

R.: A largura do rio é 2 m.

Ex. 8

O João sabe que $\widehat{DCE} = \widehat{BCA}$ (são ângulos verticalmente opostos). Por outro lado, sabe que $\overline{DC} = \overline{CB}$ e $\overline{EC} = \overline{CA}$. Assim, pelo critério LAL de igualdade de triângulos, o João concluiu que os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ eram geometricamente iguais. Como em triângulos geometricamente iguais os lados correspondentes têm o mesmo comprimento, o João concluiu que $\overline{DE} = \overline{AB}$.

1. Demonstrações**Aplicar – págs. 56 e 57****Ex. 2**

- A. Verdadeira.
 B. Falsa. Por exemplo, $(-2) \times (-3) = +6$ e -2 e -3 não são números positivos.
 C. Falsa. $0^2 = 0$ e 0 não é um número positivo.
 D. Verdadeira.
 E. Falsa. Por exemplo, $10 + (-3) = 7$.
 F. Verdadeira.
 G. Falsa. $[ABCD]$ é um losango podendo ser, ou não, um quadrado.

Contraexemplo:



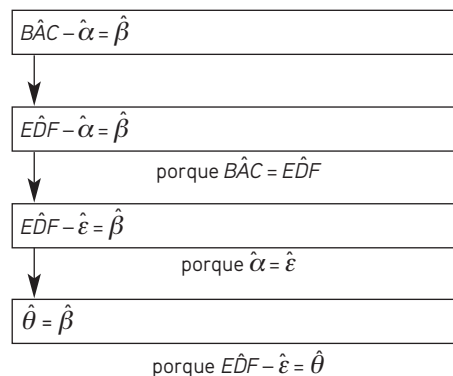
H. Verdadeira.

Ex. 3**3.1.**

Triângulo 4

3.2. Não. Para o provar basta considerar o seguinte contraexemplo:

Este polígono é um triângulo e não tem eixos de simetria. Aliás, qualquer triângulo escaleno não tem eixos de simetria.

Ex. 4**Ex. 5**

Passos	Justificações
$\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \widehat{EAC}$	porque $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = \widehat{EAC}$
$\hat{\alpha} + \hat{\gamma} = \widehat{DAB}$	porque $\hat{\alpha} + \hat{\gamma} = \widehat{DAB}$
$\hat{\gamma} + \hat{\beta} = \widehat{DAB}$	porque $\hat{\gamma} = \hat{\beta}$
$\widehat{EAC} = \widehat{DAB}$	se $\widehat{DAB} = \hat{\alpha} + \hat{\gamma}$ e $\widehat{EAC} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}$, então $\widehat{EAC} = \widehat{DAB}$, pois duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si.

2. Linha poligonal e polígono**3. Ângulos internos e externos de um polígono****Aplicar – págs. 60 e 61****Ex. 3**

A, C, D, E e F porque são linhas planas formadas por segmentos de reta consecutivos e não alinhados.

Ex. 4

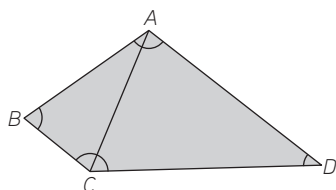
- 4.1. O pentágono tem cinco diagonais.
 4.2. Não existem polígonos com quatro diagonais porque um quadrilátero tem duas diagonais e um pentágono tem cinco diagonais.

Ex. 5

B e C são polígonos porque são delimitados por linhas poligonais fechadas simples.

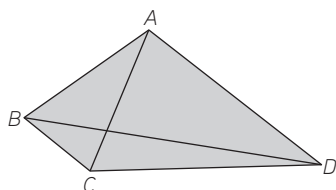
Ex. 6

6.1.

6.2. 180° 6.3. $180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

6.4. Sim, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual 180° e a soma das amplitudes dos ângulos internos de dois triângulos é 360° .

6.5. O quadrilátero $[ABCD]$ tem duas diagonais.



6.6. Sim, porque o quadrilátero $[ABCD]$ é um polígono convexo e dados quaisquer dois pontos de um polígono convexo, o segmento de reta que os une está contido no polígono.

Ex. 7

A soma das amplitudes dos ângulos externos de um polígono convexo é 360° . Como o polígono é regular e cada ângulo externo tem 36° , então o polígono tem 10 lados ($360^\circ : 36^\circ = 10$). Logo, o polígono é um decágono regular.

Ex. 8

8.1. O polígono tem nove diagonais.

8.2. A soma das amplitudes dos ângulos internos do polígono é $(6 - 2) \times 180^\circ = 4 \times 180^\circ = 720^\circ$.

8.3. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos do polígono é 720° , então $\hat{\alpha} + \hat{\beta} = 720^\circ - 126^\circ - 90^\circ - 111^\circ - 150^\circ = 243^\circ$. Sabendo que a amplitude do $\angle \beta$ é o dobro da amplitude do $\angle \alpha$, $\hat{\alpha} = 81^\circ$ e $\hat{\beta} = 2 \times 81^\circ = 162^\circ$, pois $243^\circ : 3 = 81^\circ$.

Ex. 9

9.1. Cinco ângulos.

9.2. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos do pentágono é $(5 - 2) \times 180^\circ = 540^\circ$. Como $180^\circ \times 5 = 900^\circ$, então $900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$.

4. Quadriláteros**Aplicar – págs. 64 e 65****Ex. 2**

2.1. a) A, B, C, D, E, F, G, H, K, M e N

b) C, G e H

c) A, D e K

d) D e K

e) A

2.2. a) A, D, E, F e K

b) C, G e H

c) A, D e K

d) B, C, G e N

e) D e K

Ex. 3

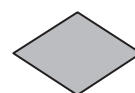
3.1.



3.2.



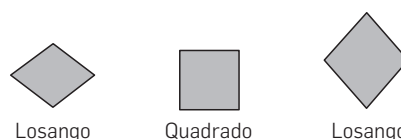
3.3.



3.4.



3.5.

**Ex. 4**

Losango

Quadrado

Losango

Ex. 5

Não, para que um quadrilátero seja regular tem que ter os quatro ângulos internos geometricamente iguais e os quatro lados de igual comprimento. Um losango não retângulo tem os quatro lados com o mesmo comprimento, mas não é regular.

Ex. 6

Como $[ABCD]$ é um quadrado, $\angle DCB$ é reto. Assim, como $\widehat{ECD} + \widehat{DCB} = 180^\circ$, conclui-se que $\widehat{ECD} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$, pelo que o triângulo $[ECD]$ é retângulo.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , conclui-se que $\widehat{CDE} = 180^\circ - (21,8^\circ + 90^\circ) = 68,2^\circ$.

Ex. 7

Marta:

Grupo 1: Paralelogramos sem os quatro lados geometricamente iguais.

Grupo 2: Paralelogramos com quatro lados geometricamente iguais.

Sofia:

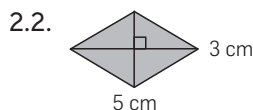
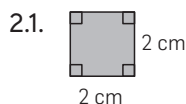
Grupo 1: Paralelogramos.

Grupo 2: Não paralelogramos.

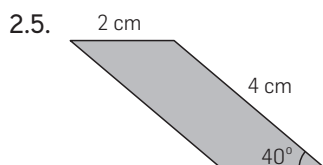
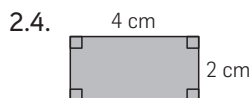
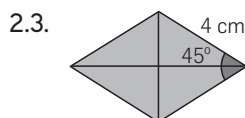
Margarida:

Grupo 1: Quadriláteros retângulos.

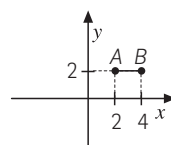
Grupo 2: Quadriláteros não retângulos.

4.1. Algumas propriedades dos paralelogramos**Aplicar – págs. 68 e 69****Ex. 2**

As diagonais de um losango são perpendiculares.

**Ex. 3**

3.1.



Por exemplo, $C(2, 0)$ e $D(4, 0)$.

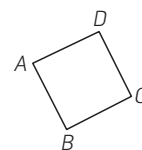
3.2. Não. Outra possibilidade é, por exemplo, $C(4, 2)$ e $D(4, 4)$.

Ex. 4

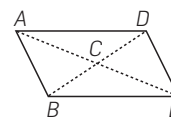
- 4.1. $\hat{\beta} = 72^\circ$, porque num paralelogramo os ângulos opostos são geometricamente iguais.
- 4.2. $\hat{\alpha} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$, porque num paralelogramo os ângulos consecutivos são suplementares.
- 4.3. $\overline{CD} = 3$, porque num paralelogramo os lados opostos têm o mesmo comprimento.

Ex. 5

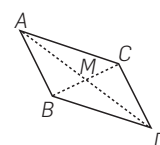
- 5.1. 1º Marcar os segmentos de reta $[AB]$ e $[BC]$.
2º Partindo de C , traçar um segmento de reta paralelo a $[AB]$.
3º A partir de A traçar um segmento de reta paralelo a $[BC]$.



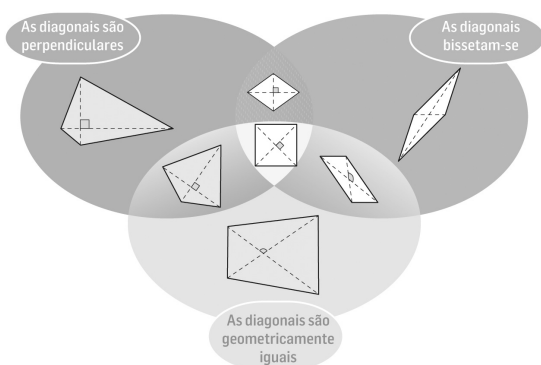
- 5.2. 1º Traçar o segmento de reta $[AB]$.
2º Traçar a semirreta com origem em A e que passa por C .
3º Traçar a semirreta com origem em B e que passa por C .
4º Sabendo que $\overline{AC} = \overline{CE}$, assinalar o ponto E .
5º Sabendo que $\overline{BC} = \overline{CD}$, assinalar o ponto D .
6º Traçar os segmentos de reta $[AD]$, $[DE]$ e $[BE]$.



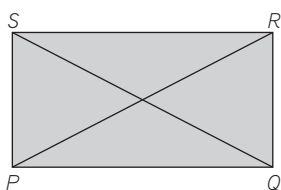
- 5.3. 1º Traçar a diagonal $[BC]$ e assinalar o seu ponto médio (M).
2º Traçar a semirreta com origem em A e que passa por M .
3º Sabendo que $\overline{AM} = \overline{MD}$, assinalar o ponto D .
4º Traçar os segmentos de reta $[AB]$, $[BD]$, $[DC]$ e $[CA]$.



Ex. 6



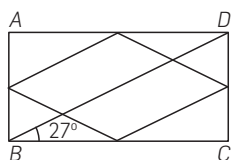
Ex. 7



- 7.1. O retângulo tem quatro ângulos retos e os lados opostos de um retângulo têm o mesmo comprimento, ou seja, $\overline{PQ} = \overline{RS}$ e $\overline{SP} = \overline{RQ}$. Então, pelo critério LAL de igualdade de triângulos, os triângulos $[SPQ]$ e $[PSR]$ são geometricamente iguais ($\hat{S} = \hat{P} = 90^\circ$, $[SP]$ é um lado comum aos dois triângulos e $\overline{SR} = \overline{PQ}$).
- 7.2. Como os triângulos $[SPQ]$ e $[PSR]$ são geometricamente iguais e, num triângulo, a ângulos geometricamente iguais opõem-se lados de igual comprimento, então $\overline{PR} = \overline{SQ}$. Logo, as diagonais são geometricamente iguais.

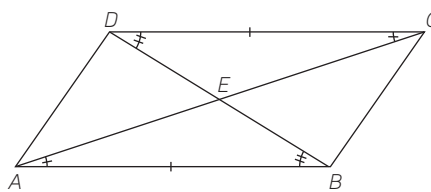
Ex. 8

- 8.1. Como $\angle DBA$ e $\angle CBD$ são ângulos complementares, então $\hat{DBA} = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$.
- 8.2. Os lados opostos de um retângulo são geometricamente iguais.
Assim, pelo critério LAL de igualdade de triângulos, os triângulos são geometricamente iguais pois têm dois lados com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais (90°).
- 8.3. O quadrilátero que se obteve é um paralelogramo porque os seus lados são paralelos dois a dois a cada uma das diagonais do retângulo original, pelo que o quadrilátero tem dois pares de lados paralelos.



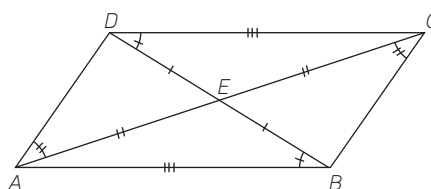
Ex. 9

9.1.



Como $[ABCD]$ é um paralelogramo, os lados opostos são paralelos e geometricamente iguais. Logo, $\overline{DC} = \overline{AB}$ e, como DC é paralela a AB , os ângulos alternos internos DCA e BAC são iguais, assim como os ângulos CDB e ABD . Então, pelo critério ALA de igualdade de triângulos, os triângulos $[DEC]$ e $[BEA]$ são geometricamente iguais. Os segmentos de reta $[CE]$ e $[AE]$ são iguais, uma vez que se opõem a ângulos iguais de triângulos iguais, pelo que E é ponto médio de $[AC]$. Da mesma forma se conclui que também é o ponto médio de $[DB]$.

9.2.



Como $[ABCD]$ é um quadrilátero cujas diagonais se bisseclam, ou seja, tal que $\overline{DE} = \overline{EB}$ e $\overline{AE} = \overline{EC}$, então, na reflexão de centro E , os pontos A e C são imagens um do outro bem como os pontos B e D .

Tendo em conta a alínea anterior e sabendo que numa reflexão central as amplitudes dos ângulos são conservadas, podemos concluir que os ângulos ABD e CDB são geometricamente iguais.

O mesmo argumento de conservação das amplitudes permite afirmar que os ângulos DAC e BCA são iguais.

Como os ângulos alternos internos determinados em cada par de lados opostos por uma secante são iguais, os lados opostos do quadrilátero são paralelos, pelo que $[ABCD]$ é um paralelogramo.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

4.2. Áreas de alguns quadriláteros

Aplicar – págs. 72 e 73

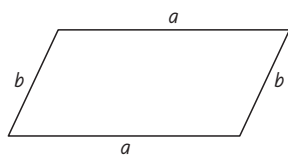
Ex. 2

Área do paralelogramo = base $\times$ altura

$$A = 16 \times 6 = 96$$

$$A = 96 \text{ cm}^2$$

Perímetro do paralelogramo = $a + b + a + b$



$$P = 16 + 10 + 16 + 10 = 52$$

$$P = 52 \text{ cm}$$

Ex. 3

$$3.1. A = \frac{d \times D}{2}$$

$$A = \frac{3 \times 9}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$$

Logo, $A = 13,5 \text{ cm}^2$.

$$3.2. A = \frac{d \times D}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 2}{2} = 4$$

Logo, $A = 4 \text{ cm}^2$.

$$3.3. A = \frac{d \times D}{2}$$

$$A = \frac{6,4 \times 6,4}{2} = \frac{40,96}{2} = 20,48$$

Logo, $A = 20,48 \text{ cm}^2$.

Ex. 4

$$4.1. A = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A = \frac{12 + 8}{2} \times 9 = \frac{20}{2} \times 9 = 10 \times 9 = 90$$

Logo, $A = 90 \text{ cm}^2$.

$$4.2. A = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A = \frac{6 + 2}{2} \times 3 = \frac{8}{2} \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

Logo, $A = 12 \text{ cm}^2$.

$$4.3. A = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A = \frac{7 + 4}{2} \times 3,5 = \frac{11}{2} \times 3,5 = 5,5 \times 3,5 = 19,25$$

Logo, $A = 19,25 \text{ cm}^2$.

Ex. 5

5.1. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , tem-se:

$$\hat{\alpha} = 180^\circ - (37^\circ + 90^\circ) = 53^\circ.$$

$\angle HIF$ e $\hat{\alpha}$ são suplementares, logo:

$$\hat{HIF} = 180^\circ - \hat{\alpha} = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$

Num paralelogramo os ângulos opostos são geometricamente iguais, pelo que $\hat{\beta} = \hat{HIF} = 127^\circ$.

Num paralelogramo os ângulos consecutivos são suplementares. Sendo assim,

$$\hat{\epsilon} = 180^\circ - \hat{\beta} = 180^\circ - 127^\circ = 53^\circ.$$

$\angle GFE$ e $\angle \epsilon$ são suplementares, logo:

$$\hat{GFE} = 180^\circ - \hat{\epsilon} = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ.$$

Como o triângulo $[GFE]$ é isósceles, $\overline{GF} = \overline{FE}$.

Num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude. Sendo assim, $\hat{EGF} = \hat{\theta}$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , tem-se:

$$\hat{EGF} = \hat{\theta} = \frac{180^\circ - 127^\circ}{2} = \frac{53^\circ}{2} = 26,5^\circ.$$

$$5.2. \bullet \text{Área do triângulo } [IJH] = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{3 \times 4}{2} = 6$$

$$\bullet \text{Área do paralelogramo } [FIHG] = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = 6 \times 4 = 24$$

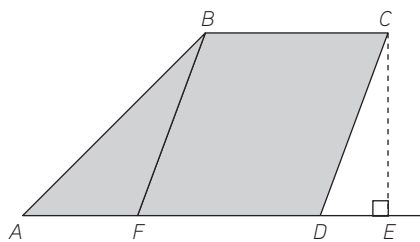
$$\bullet \text{Área do triângulo } [EFG] = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\bullet \text{Área total} = 6 + 24 + 10 = 40$$

$$\text{Área total} = 40 \text{ cm}^2$$

Ex. 6



$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\overline{AF} \times \overline{CE}}{2} = \frac{(\overline{AD} - \overline{BC}) \times \overline{CE}}{2}$$

$$A_{\text{paralelogramo}} = \overline{FD} \times \overline{CE} = \overline{BC} \times \overline{CE}$$

$$A_{[ABCD]} = A_{\text{triângulo}} + A_{\text{paralelogramo}}$$

$$A_{[ABCD]} = \frac{(\overline{AD} - \overline{BC}) \times \overline{CE}}{2} + \overline{BC} \times \overline{CE} =$$

$$= \overline{CE} \times \left(\frac{\overline{AD} - \overline{BC}}{2} + \overline{BC} \right) =$$

$$= \overline{CE} \times \left(\frac{\overline{AD} - \overline{BC} + 2\overline{BC}}{2} \right) =$$

$$= \overline{CE} \times \left(\frac{\overline{BC} + \overline{AD}}{2} \right) =$$

Ex. 7

7.1. $30 \times 2 + 40 + 30 \times 2 + 78 \times 2 + 72 = 428$

$428 \text{ cm} = 4,28 \text{ m}$

Como um metro custa 2,30 €:

$4,28 \times 2,30 = 9,84$

O Edgar irá pagar 9,84 €.

7.2. $A_{\text{triângulo}} = \frac{b + h}{2}$

$A_{[ABD]} = \frac{60 \times 40}{2} = 1200$

$A_{[CBD]} = \frac{60 \times 72}{2} = 2160$

Assim, a área do corpo do papagaio é 3360 cm² (1200 + 2160 = 3360).

As abas do papagaio são quatro trapézios, iguais dois a dois.

$A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$

$A_{\text{trapézio menor}} = \frac{50 + 46}{2} \times 5 = 240$

$A_{\text{trapézio maior}} = \frac{78 + 74}{2} \times 5 = 380$

Assim, a área das abas do papagaio é 1240 cm² (2 × 240 + 2 × 380 = 1240).

Logo, a área total do papagaio é 4600 cm² (3360 + 1240 = 4600).

Ex. 8

Um quadrado é um losango, pois tem os lados geometricamente iguais e paralelos dois a dois.

Logo, a área do quadrado pode ser dada pelo semiproduto das suas diagonais.

Praticar – págs. 74 a 79**Ex. 1**

1.1. $\hat{\theta} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$

$\hat{\beta} = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$

$\hat{\varepsilon} = 117^\circ + 30^\circ = 147^\circ$

$\hat{\alpha} = 180^\circ - 117^\circ - 30^\circ = 33^\circ$

1.2. $\hat{\theta} = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$

$\hat{\alpha} = 124^\circ$

$\hat{\beta} = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$

$\hat{\varepsilon} = 180^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

1.3. $\hat{\beta} = 63^\circ$

$\hat{\theta} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$

$\hat{\alpha} = 360^\circ - 63^\circ - 72^\circ - 90^\circ = 135^\circ$

Ex. 2

2.1.



2.2. Área do paralelogramo = base × altura

$A = 6 \times 2 = 12 \text{ u.a.}$

Ex. 3

3.1. ii. as diagonais são geometricamente iguais.

3.2. i. Losango

iii. Paralelogramo

Ex. 4

4.1. A soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360°.

4.2. $\hat{\alpha} = 360^\circ - 117^\circ - 90^\circ - 90^\circ = 63^\circ$

4.3. B – base maior; b – base menor

$B = 5 \text{ cm}$

Como a base maior tem o dobro do comprimento da base menor, então $b = \frac{5}{2} = 2,5$.

Como a medida do comprimento da altura é igual à medida do comprimento da base menor, então $h = b = 2,5$.

$A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$

$A_{\text{trapézio}} = \frac{5 + 2,5}{2} \times 2,5 = 9,375$

Logo, $A_{\text{trapézio}} = 9,375 \text{ cm}^2$.

Ex. 5

A Catarina tem razão porque o quadrilátero [ABCD] tem quatro lados geometricamente iguais, logo é um losango. O Filipe não tem razão porque o quadrilátero não tem quatro ângulos retos, logo não é um quadrado.

Ex. 6

6.1. a) Ambos têm razão porque os polígonos têm dois pares de lados paralelos, ou seja, são trapézios paralelogramos.

b) Trapézio retângulo.



- d) A – Paralelogramos
 B – Triângulos
 C – Polígonos regulares

- 6.2. O polígono assinalado com um X não pertence ao conjunto C dos polígonos regulares, porque, apesar de ter os lados com o mesmo comprimento, não é um polígono regular pois não tem os ângulos internos geometricamente iguais.
- 6.3. A interseção dos três conjuntos é vazia porque não existe nenhum polígono que seja simultaneamente quadrilátero e triângulo.

Ex. 7

$$A_A = A_{\text{paralelogramo}} = b \times h$$

$$A_A = 6 \times 12 = 72$$

$$\text{Logo, } A_A = 72 \text{ cm}^2.$$

$$A_B = A_{\text{triângulo 1}} + A_{\text{triângulo 2}}$$

$$A_{\text{triângulo 1}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triângulo 1}} = \frac{18 \times 9}{2} = 81$$

$$A_{\text{triângulo 2}} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\text{triângulo 2}} = \frac{12 \times 3}{2} = 27$$

$$A_B = 81 + 27 = 108$$

$$\text{Logo, } A_B = 108 \text{ cm}^2.$$

$$A_C = A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_C = \frac{12 + 6}{2} \times 9 = 81$$

$$\text{Logo, } A_C = 81 \text{ cm}^2.$$

$$A_D = A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_D = \frac{12 + 6}{2} \times 9 = 81$$

$$\text{Logo, } A_D = 81 \text{ cm}^2.$$

Ex. 8

A soma das amplitudes dos ângulos externos de um decágono é igual a 360° .

Ex. 9

Área total = Área do paralelogramo [BECD] (A_1) +
 + Área do triângulo [ABC] (A_2)
 Área [BECD] = base $\times$ altura

$$A_1 = 2 \times 4 = 8$$

$$\text{Área [ABC]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A_2 = \frac{3 \times 2}{2} = 3$$

$$\text{Área total} = 8 + 3 = 11$$

$$\text{Logo, Área total} = 11 \text{ cm}^2.$$

Ex. 10

Propriedade	Trapézio isósceles	Paralelogramo oblíquulo	Retângulo	Losango	Quadrado	Papagaio	Trapézio escaleno
Quatro lados geometricamente iguais.				X	X		
As diagonais são perpendiculares.				X	X	X	
As diagonais são geometricamente iguais.		X	X		X		
As diagonais bissetam-se.		X	X	X	X	X	
Lados opostos paralelos dois a dois.		X	X	X	X		
Quatro ângulos retos.			X		X		

Ex. 11

- A. Verdadeira.
 B. Falsa. O trapézio isósceles é um quadrilátero e não é um paralelogramo.
 C. Verdadeira.
 D. Falsa. O trapézio retângulo não é um paralelogramo.
 E. Falsa. Por exemplo, o papagaio $\diamond$ não é um losango.
 F. Verdadeira.

Ex. 12

- 12.1. $\hat{\theta} = 180^\circ - 27^\circ - 37^\circ = 116^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

$\hat{\varepsilon} = \hat{\theta} = 116^\circ$, porque num paralelogramo os ângulos opostos são geometricamente iguais.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360° , então

$$\hat{\beta} + 37^\circ = \hat{\alpha} + 27^\circ = \frac{360^\circ - 116^\circ - 116^\circ}{2} = 64^\circ.$$

Assim, como $\hat{\alpha} + 27^\circ = 64^\circ$, tem-se:

$$\hat{\alpha} = 64^\circ - 27^\circ = 37^\circ.$$

Tem-se ainda que se $\hat{\beta} + 37^\circ = 64^\circ$, então

$$\hat{\beta} = 64^\circ - 37^\circ = 27^\circ.$$

12.2. Área do paralelogramo = base $\times$ altura.

Logo, $A = 6 \times 4 = 24 \text{ cm}^2$.

12.3. $\widehat{CBA} = \widehat{CDA}$

$\widehat{ACB} = \widehat{DAC}$

$\overline{BC} \equiv \overline{DA}$

Pelo critério ALA de igualdade de triângulos, os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ são geometricamente iguais pois têm um lado de igual comprimento e os dois ângulos adjacentes correspondentes geometricamente iguais.

Ex. 13

13.1. $[DBGF]$ é um paralelogramo porque é um quadrilátero com dois pares de lados paralelos.

$[DG] \parallel [BF]$ porque $a \parallel b$ e $[DB] \parallel [GF]$ porque $DB \parallel EF$.

13.2. Como ângulos agudos de lados paralelos têm igual amplitude, então $\hat{\epsilon} = \widehat{DCB} = 23^\circ$.

13.3. Como ângulos verticalmente opostos têm igual amplitude, então $\widehat{CBA} = \hat{\epsilon} = 23^\circ$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então $\hat{\theta} = 180^\circ - 23^\circ - 56^\circ = 101^\circ$.

13.4. Num paralelogramo ângulos opostos são geometricamente iguais, então $\widehat{FGD} = \widehat{DBF}$. Logo, $\widehat{FGD} = 143^\circ$. $\widehat{EGD} = 180^\circ - \widehat{FGD} = 180^\circ - 143^\circ = 37^\circ$ porque o ângulo raso tem 180° de amplitude.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então $\hat{\alpha} = 180^\circ - 16^\circ - 37^\circ = 127^\circ$.

Ex. 14

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{340 + 300}{2} \times 45 = 14\,400$$

$$14\,400 \text{ cm}^2 = 1,44 \text{ m}^2$$

Como são seis trapézios, $6 \times 1,44 = 8,64$.

Sabe-se que cada metro quadrado do piso custa 18 €. Logo, $8,64 \times 18 = 155,52$.

$$155,52 + 100 = 255,52$$

R.: A totalidade da obra custa 255,52 €.

Ex. 15

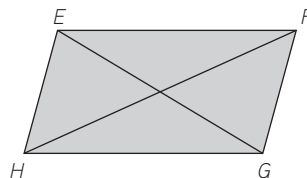
A. A afirmação é falsa, porque qualquer losango tem as diagonais perpendiculares.

B. A afirmação é falsa, pois um losango que tenha os quatro ângulos retos (quadrado) é um polígono regular.

Ex. 16

Triângulo escaleno e retângulo. $\hat{\alpha} = 150^\circ$

Ex. 17



17.1. Sabe-se que $\overline{EG} = \overline{FH}$.

Como $[EFGH]$ é um paralelogramo, os lados opostos são paralelos e geometricamente iguais. Assim, $\overline{EH} = \overline{FG}$.

Como $[HG]$ é um lado comum aos dois triângulos, podemos concluir que os triângulos $[EGH]$ e $[FGH]$ são geometricamente iguais porque têm os três lados geometricamente iguais (critério LLL de igualdade de triângulos).

17.2. Os ângulos $\widehat{EHG}$ e $\widehat{FGH}$ são geometricamente iguais, por 17.1.

17.3. Os ângulos $\widehat{EHG}$ e $\widehat{FGH}$ são suplementares (porque são ângulos consecutivos de um paralelogramo) e geometricamente iguais.

Logo, $\widehat{EHG} = \widehat{FGH} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Como os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, $\widehat{EFG} = \widehat{EHG}$ e $\widehat{HEF} = \widehat{FGH}$.

Podemos então concluir que o paralelogramo $[EFGH]$ é um retângulo porque tem quatro ângulos retos.

Ex. 18

$$\hat{\beta} = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$\hat{\lambda} = 180^\circ - 59^\circ - 90^\circ = 31^\circ$$

Como ângulos agudos de lados paralelos têm igual amplitude, tem-se que $\hat{\beta} = \widehat{DCB} = 31^\circ$.

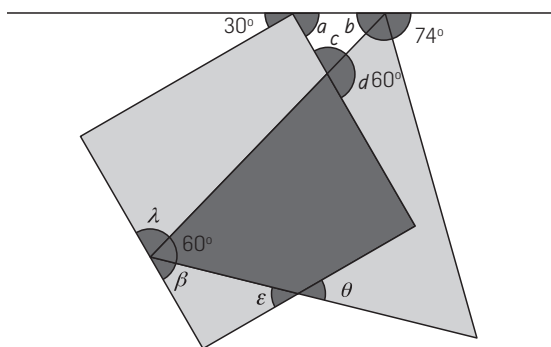
Tem-se ainda que $\hat{\delta} = 180^\circ - 76^\circ - 31^\circ = 73^\circ$.

Como $\overline{DC} = \overline{DE}$, $\hat{\alpha} = \hat{\delta} = 73^\circ$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$\hat{\epsilon} = 180^\circ - 73^\circ - 73^\circ = 34^\circ$$

Ex. 19



$$\hat{b} = 180^\circ - 74^\circ - 60^\circ = 46^\circ$$

$$\hat{a} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

$$\hat{c} = 180^\circ - 60^\circ - 46^\circ = 74^\circ$$

$$\hat{d} = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

$$\hat{\beta} = 106^\circ - 60^\circ = 46^\circ \text{ (ângulos de lados paralelos)}$$

$$\hat{\theta} = 180^\circ - 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$$

Ex. 20

20.1. O Diogo deve ter respondido que o quadrado também tem as diagonais perpendiculares, mas que isso não contraria a sua afirmação pois o quadrado é um caso particular dos losangos.

20.2. No paralelogramo da figura, M é o ponto de interseção das diagonais. Como $[ABCD]$ é um paralelogramo, as diagonais **bissectam-se**, pelo que $\overline{DM} = \overline{MB}$ e $\overline{AM} = \overline{MC}$.

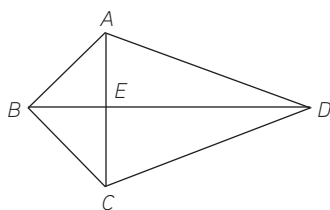
Pelo critério **Lado-Ângulo-Lado (LAL)** de igualdade de triângulos, os triângulos $[AMD]$, $[CMD]$, $[AMB]$ e $[CMB]$ são todos geometricamente iguais pois têm dois lados geometricamente iguais, cada um a cada um, e o ângulo por eles formado geometricamente igual (as diagonais são perpendiculares).

Ora, como os quatro triângulos são todos **geometricamente iguais**, os lados correspondentes também são todos geometricamente iguais.

Sendo assim $\overline{AD} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$, pelo que fica provado que $[ABCD]$ é um **losango**.

Ex. 21

21.1.



Um papagaio é um quadrilátero que tem dois pares de lados consecutivos geometricamente

iguais. Como, por hipótese, $\overline{BA} = \overline{BC}$, também se tem $\overline{DA} = \overline{DC}$. Assim, os pontos B e D são ambos equidistantes dos pontos A e C , pelo que pertencem à mediatriz do segmento de reta $[AC]$. Logo, a reta BD é a mediatriz do segmento de reta $[AC]$.

21.2. $[AC]$ e $[BD]$ são perpendiculares pois a mediatriz de um segmento de reta é uma reta perpendicular a esse segmento de reta.

21.3. Basta observar que um losango é, em particular, um papagaio.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Testar – págs. 82 e 83

Ex. 1

$$1.1. \frac{8 \times (8 - 3)}{2} = \frac{8 \times 5}{2} = 20$$

R.: O polígono tem 20 diagonais.

$$1.2. (n - 2) \times 180^\circ$$

$$(8 - 2) \times 180^\circ = 6 \times 180^\circ = 1080^\circ$$

$$1.3. \text{Sabe-se que } y = 2x.$$

$$135^\circ + 155^\circ + 100^\circ + 135^\circ + 210^\circ + 90^\circ = 825^\circ$$

$$1080^\circ - 825^\circ = 255^\circ$$

$$255^\circ : 3 = 85^\circ$$

$$\text{Logo, } x = 85^\circ \text{ e } y = 170^\circ (2 \times 85^\circ = 170^\circ).$$

Ex. 2

$$2.1. A, B, H, I \text{ e } J$$

$$2.2. B, I \text{ e } J$$

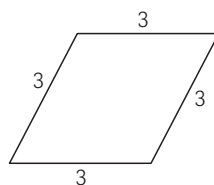
$$2.3. B \text{ e } J$$

$$2.4. A \text{ e } F$$

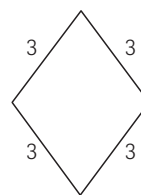
$$2.5. A, B, D, I, J \text{ e } K$$

Ex. 3

A Catarina não definiu corretamente porque um paralelogramo com quatro lados de igual comprimento não tem que ser obrigatoriamente um quadrado. Por exemplo:



ou mesmo



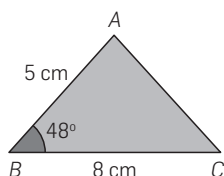
Ex. 4

Trapézio escaleno.

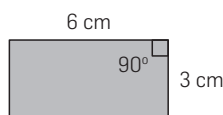
É um trapézio porque tem um único par de lados paralelos. Não é um trapézio retângulo porque não tem ângulos retos. Não é um trapézio isósceles porque as diagonais não são geometricamente iguais.

Ex. 5

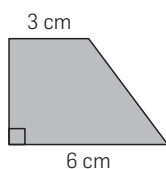
- 5.1. 1º Traçar o segmento de reta $[BC]$.
- 2º Marcar o ângulo com vértice em B e 48° de amplitude.
- 3º Assinalar o ponto A de modo que $\overline{AB} = 5$ cm.
- 4º Traçar o segmento de reta $[AC]$.



- 5.2. 1º Traçar um segmento de reta com 6 cm de comprimento.
 - 2º Marcar um ângulo com 90° de amplitude.
 - 3º Traçar o segmento de reta com 3 cm.
- Como se trata de um paralelogramo, os lados que faltam assinalar paralelos aos anteriores.



- 5.3. 1º Traçar a base maior (6 cm).
- 2º Como o trapézio é retângulo, marcar o ângulo recto (90°).
- 3º Traçar um segmento de reta perpendicular ao de 6 cm com, por exemplo, 4 cm.
- 4º Traçar a outra base (3 cm) perpendicular ao lado anterior.
- 5º Traçar o último lado.



Ex. 6

$$\hat{\alpha} = 360^\circ - (55^\circ + 55^\circ + 126^\circ) = 124^\circ.$$

O quadrilátero não é um paralelogramo porque os ângulos opostos não são geometricamente iguais.

Ex. 7

$\hat{CDE} = 90^\circ$ ($[BCDE]$ é um trapézio, logo tem dois lados paralelos, $[BE]$ e $[CD]$). Uma reta perpendicular a outra reta é perpendicular a todas as retas que lhe são paralelas.

$\hat{e} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 76^\circ) = 104^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360° .

Como $\overline{AB} = \overline{AE}$, então $\hat{BEA} = \hat{AEB}$.

Logo, $\hat{\alpha} = 63^\circ$.

$\hat{\beta} = 180^\circ - (63^\circ + 63^\circ) = 54^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .

Ex. 8

$$8.1. A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[HFE]} = \frac{8 \times 2}{2} = 8$$

$$A_{[FHG]} = \frac{8 \times 6}{2} = 24$$

$$A_{[HEFG]} = 8 + 24 = 32$$

Logo, $A_{[HEFG]} = 32 \text{ cm}^2$.

$$8.2. A_{[ABCD]} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_{[ABCD]} = \frac{16 + 4}{2} \times 12 = 120$$

$$A_{\text{Sombreada}} = 120 - 32 = 88$$

Logo, a área sombreada da figura tem 88 cm^2 .

Ex. 9

$\overline{AD} = \overline{AB} = \overline{AC}$ porque são raios da circunferência de centro A .

$\overline{CD} = \overline{CB} = \overline{AC}$ porque são raios da circunferência de centro C .

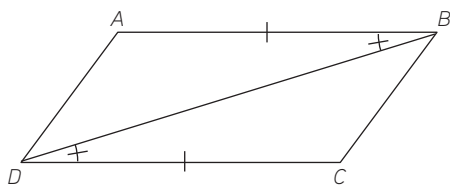
Logo, $\overline{AD} = \overline{AB} = \overline{CD} = \overline{CB}$.

Assim, como o quadrilátero tem os lados geometricamente iguais, é um losango.

Ex. 10

- 10.1. Para que um quadrilátero seja trapézio basta que tenha dois lados paralelos. Ora, um paralelogramo tem dois pares de lados paralelos, logo é um trapézio.

10.2.



Um trapézio tem dois lados paralelos (bases). Sejam $[AB]$ e $[CD]$ as bases iguais. Traçando a diagonal $[BD]$ prova-se que os triângulos $[ADB]$ e $[CBD]$ são geometricamente iguais (critério LAL de igualdade de triângulos), pelo que os ângulos CBD e ADB são geometricamente iguais porque se opõem a lados iguais em triângulos iguais. Logo, $[AD]$ é paralelo a $[BC]$, pelo que o trapézio é um paralelogramo.

Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

Unidade 5 – Tratamento de dados

Rever – Tratamento de dados

Aplicar – págs. 90 e 91

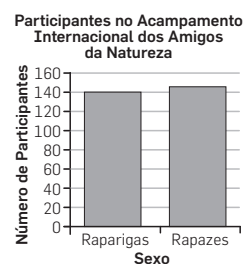
Ex. 2

2.1. $20 + 48 + 120 + 96 = 284$

R.: Nesse acampamento participaram 284 jovens.

2.2. $48 + 96 = 144$

Logo,



2.3. Número total de raparigas: $20 + 120 = 140$

Número total de rapazes: $48 + 96 = 144$

Assim, $140 - 10 = 130$

$144 - 45 = 99$

Logo,

	< 15 anos	≥ 15 anos
Raparigas	10	130
Rapazes	99	45

Ex. 3

$200 \text{ ml} = 0,2 \text{ l}$

$1 \text{ l} \text{ — } 53 \text{ m}$

$0,2 \text{ l} \text{ — } x$

$x = 0,2 \times 53 = 10,6$

$100 \text{ g} \text{ — } 86 \text{ m}$

$10 \text{ g} \text{ — } y$

$y = \frac{86 \times 10}{100} = 8,6$

Logo, $10,6 + 8,6 = 19,2$

R.: O João terá de pedalar 19,2 minutos.

Ex. 4

4.1. $100 - (12,5 + 18,75 + 6,25 + 43,75) =$

$= 100 - 81,25 =$

$= 18,75$

Logo, $160 \times 18,75\% = 160 \times 0,1875 = 30$.

R.: O Vasco consumiu 30 litros de água em descargas de autoclismo.

4.2. Higiene pessoal: 43,75%

Roupa: 18,75%

$$43,75 + 18,75 = 62,5$$

$$\text{Logo, } 160 \times 62,5\% = 160 \times 0,625 = 100.$$

R.: O Vasco consumiu 100 litros de água em higiene pessoal e em roupa.

4.3. $160 \times 43,75\% = 160 \times 0,4375 = 70$

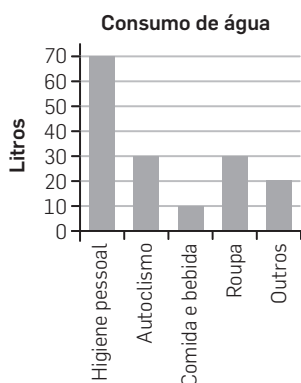
$$160 \times 12,50\% = 160 \times 0,1250 = 20$$

$$160 \times 18,75\% = 160 \times 0,1875 = 30$$

$$160 \times 6,25\% = 160 \times 0,0625 = 10$$

$$160 \times 18,75\% = 160 \times 0,1875 = 30$$

Logo,



4. Medidas de localização

Aplicar – págs. 96 e 97

Ex. 2

2.1. Média de um conjunto de dados é o valor que se obtém dividindo a soma dos valores observados pelo número total de observações e representa-se por $\bar{x}$.

$$\bar{x} = \frac{6 + 8 + 4 + 2 + 6}{5} = \frac{26}{5} = 5,2$$

Mediana de um conjunto de dados é o valor que divide o conjunto de dados em dois conjuntos com o mesmo número de elementos e representa-se por $\tilde{x}$ ou Me .

Ordenando os dados,

$$2 \quad 4 \quad (6) \quad 6 \quad 8$$

Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor central do conjunto de dados ordenados, ou seja, $Me = 6$.

Moda de um conjunto de dados é o valor que ocorre com maior frequência nos dados e representa-se por Mo .

$$Mo = 6.$$

2.2. Por exemplo, 7.

Mediana

$$2 \quad 4 \quad (6) \quad 6 \quad 7 \quad 8$$

$$\frac{6 + 6}{2} = 6. Me = 6$$

Média

$$\bar{x} = \frac{2 + 4 + 6 + 6 + 7 + 8}{6} = 5,5$$

Ex. 3

Média

$$\bar{x} = \frac{1 \times 8 + 2 \times 13 + 3 \times 2}{23} = \frac{40}{23} \approx 1,74$$

Em média, cada aluno tem, aproximadamente, 2 televisores em casa.

Mediana

23 observações (número ímpar de elementos).

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & \dots & 1 & 2 & \dots & 2 & 3 & 3 \\ \hline & 8 \times & & & 13 \times & & & & \\ \hline & 11 \text{ n}^{\text{os}} & & (2) & & & 11 \text{ n}^{\text{os}} & & \end{array}$$

$$Me = 2$$

Moda

$$Mo = 2$$

Ex. 4

4.1. Média

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 \times 11 + 4 \times 12 + 2 \times 13 + 1 \times 14}{20} = \frac{230}{20} =$$

$$= 11,5$$

A média das idades é 11,5 anos.

Moda

$$Mo = 11$$

A moda das idades é 11 anos.

Mediana

20 observações (número par de elementos).

$$\begin{array}{cccccccccccccccc} 10 & 11 & \dots & 11 & 12 & 12 & 12 & 12 & 13 & 13 & 14 \\ \hline & 12 \times & & & & & & & & & & & & & \\ \hline & 9 \text{ n}^{\text{os}} & & & & & & & 9 \text{ n}^{\text{os}} & & & & & & \\ & & & & (11) & (11) & & & & & & & & & \end{array}$$

$$Me = \frac{11 + 11}{2} = 11, \text{ a mediana das idades é 11 anos.}$$

- EDIÇÕES ASA • 2013

Praticar – págs. 99 a 103

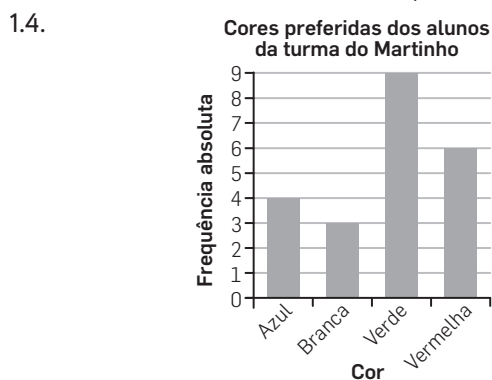
Ex. 1

1.1. Não é possível determinar a média deste conjunto de dados, porque é constituído por dados de natureza qualitativa.

1.2.

Cor	Frequência absoluta	Frequência relativa
Azul	4	$\frac{4}{22} = 0,18; 18\%$
Branca	3	$\frac{3}{22} = 0,14; 14\%$
Verde	9	$\frac{9}{22} = 0,41; 41\%$
Vermelha	6	$\frac{6}{22} = 0,27; 27\%$
Total	22	$\frac{22}{22} = 1; 100\%$

1.3. 18% dos alunos tem como cor preferida o azul.



1.5. Azul

$$100\% \text{ — } 360^\circ$$

$$18\% \text{ — } x$$

$$x = \frac{18 \times 360^\circ}{100} = 64,8^\circ$$

Branca

$$100\% \text{ — } 360^\circ$$

$$14\% \text{ — } x$$

$$x = \frac{14 \times 360^\circ}{100} = 50,4^\circ$$

Verde

$$100\% \text{ — } 360^\circ$$

$$41\% \text{ — } x$$

$$x = \frac{41 \times 360^\circ}{100} = 147,6^\circ$$

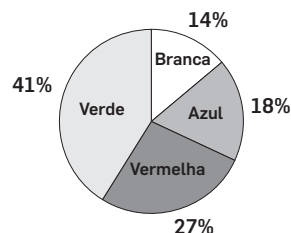
Vermelha

$$100\% \text{ — } 360^\circ$$

$$27\% \text{ — } x$$

$$x = \frac{27 \times 360^\circ}{100} = 97,2^\circ$$

Cores preferidas dos alunos da turma do Martinho



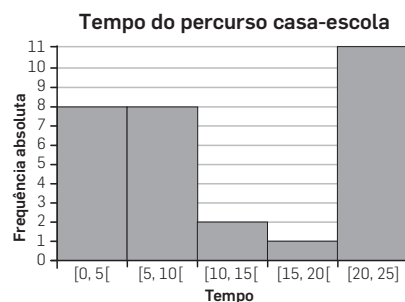
Ex. 2

2.1. A Eva inquiriu 30 alunos.

2.2.

Tempo	Frequência absoluta	Frequência relativa
[0, 5[	8	$\frac{8}{30} \approx 0,27$
[5, 10[	8	$\frac{8}{30} \approx 0,27$
[10, 15[	2	$\frac{2}{30} \approx 0,07$
[15, 20[	1	$\frac{1}{30} \approx 0,03$
[20, 25]	11	$\frac{11}{30} \approx 0,36$
Total	30	≈ 1

2.3.



2.4. $2 + 1 + 11 = 14$

$$\frac{14}{30} \approx 0,47$$

R.: Aproximadamente 47% dos alunos demoram pelo menos 10 minutos a fazer percurso casa-escola.

2.5. $\frac{8}{30} \approx 0,27$

R.: Aproximadamente 27% dos alunos demoram pelo menos de 5 minutos a fazer percurso casa-escola.

2.6. $8 + 2 + 1 = 11$

$$\frac{11}{30} \approx 0,37$$

R.: Aproximadamente 37% dos alunos demoram entre 5 a 20 minutos a fazer percurso casa-escola.

Ex. 3

A Beatriz tem razão. Para determinar a mediana é necessário ordenar o conjunto de dados e o Manuel não procedeu a essa ordenação.

Ex. 4**4.1. Ordenar os dados**

1 2 2 2 2 3 3 (3) 3 3 4 4 5 5 6
 $Me = 3$

4.2. Ordenar os dados

1 2 2 2 2 (2 7) 7 8 8 8 16
 $Me = \frac{2+7}{2} = 4,5$

Ex. 5

5.1.

0	0 0 0
1	0 0 2 5
2	0 0 0 5 5
3	0
4	0 5
5	0
6	0 0
9	0

5.2. Média

$$\bar{x} = \frac{0 + 25 + 10 + 60 + \dots + 40 + 50 + 12}{19} = \frac{532}{19} = 28$$

Mediana

0 0 0 10 10 12 15 20 20 (20) 25 25 30 40 45 50 60 60 90
 $Me = 20$

Moda

A amostra é bimodal pois tem duas modas: o 0 e o 20.

5.3. Atendendo aos valores encontrados na alínea anterior, o Domingos deve ter utilizado a média na sua argumentação pois, neste caso, $\bar{x} > Me \geq Mo$.

Ex. 6

6.1. a)

1	0 2 3 6
2	1
3	1 1
4	0
5	0 2 4

 b)

2	0 1 2 4
3	0 1 1 3 4
4	0 3

6.2. a) Média

$$\bar{x} = \frac{10 + 54 + 12 + 52 + 50 + 31 + 21 + 13 + 40 + 16 + 31}{11} = \frac{330}{11} = 30$$

Mediana

10 12 13 16 21 (31) 31 40 50 52 54
 $Me = 31$

Moda

$Mo = 31$

b) Média

$$\bar{x} = \frac{43 + 20 + 34 + 22 + 40 + 30 + 24 + 33 + 31 + 21 + 32}{11} = \frac{330}{11} = 30$$

Mediana

20 21 22 24 30 (31) 32 33 34 40 43
 $Me = 31$

Moda

Não tem moda.

6.3. Distribuições de dados distintas podem apresentar os mesmos valores nas medidas de localização.

Ex. 7

A média de idades dos quatro irmãos daqui a cinco anos será $17 + 5 = 22$. Não é possível determinar a mediana.

Ex. 8

8.1. Gráfico B. Com este gráfico o administrador da empresa poderia evidenciar o aumento do volume de vendas da empresa.

Ex. 9

$$\bar{x} = 10; Me = 9; Mo = 9$$

Como a moda é 9 e o conjunto é composto por apenas 3 elementos, dois deles têm que ser 9.

Como a mediana é 9, o valor central é 9, e sendo a média 10, o número que falta é maior do que 10.

$$\bar{x} = \frac{9 + 9 + 12}{3} = 10$$

Os valores deste conjunto são: 9, 9, 12.

Ex. 10**10.1. Média**

$$\bar{x} = \frac{11 \times 5 + 12 \times 40 + 13 \times 25 + 14 \times 10}{5 + 40 + 25 + 10} = \frac{1000}{80} = 12,5$$

Mediana

Como a distribuição tem um número par de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 40ª e 41ª posições da distribuição ($80 : 2 = 40$).

$$\text{Logo, } Me = \frac{12 + 12}{2} = 12.$$

10.2. Número total de alunos: $80 + 10 = 90$

Como a distribuição tem um número par de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 45ª e 46ª posições da distribuição ($90 : 2 = 45$).

$$\text{Logo, } Me = \frac{12 + 13}{2} = 12,5.$$

Ex. 11**11.1. Média**

$$\bar{x} = \frac{85 + 39 + 77 + 86 + 82}{5} = \frac{369}{5} = 73,8$$

Logo, $\bar{x} = 73,8\%$.

Mediana

39 77 (82) 85 86

$Me = 82$

Moda

Não tem moda. A distribuição é amodal.

11.2. A mediana é a medida de localização que melhor caracteriza as classificações obtidas pela Mara nos testes de Matemática, $Me = 82$, porque a Mara obteve 3 testes com classificação superior a 80.

Ex. 12**12.1. Média**

$$\bar{x} = \frac{78 + 75 + 29 + 73 + 70}{5} = \frac{325}{5} = 65$$

Mediana

29 70 (73) 75 78

$Me = 73$

R.: A média é 65 pontos e a mediana é 73 pontos.

12.2. A mediana é a medida de localização que melhor caracteriza os pontos marcados pela equipa, porque em três jogos marcaram 73 ou mais pontos.

$$12.3. \bar{x} = \frac{325 + 7 \times 52}{5} = \frac{360}{5} = 72$$

Logo, a média seria 72 pontos e a mediana seria 80 pontos.

12.4. 29 70 (73 75) 78 80

$$Me = \frac{73 + 75}{2} = 74$$

Ex. 13**13.1.**

Nº de vezes	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	7	29%
1	0	0%
2	5	21%
3	6	25%
4	2	8%
5	1	4%
6	0	0%
7	0	0%
8	3	13%
Total	24	100%

13.2. $7 + 0 + 5 + 6 + 2 + 1 + 0 + 0 + 3 = 24$

13.3. $2 + 1 + 3 = 6$

$$\frac{6}{24} = 0,25$$

R.: 25%

13.4. Média

$$\bar{x} = \frac{0 \times 7 + 1 \times 0 + 2 \times 5 + 3 \times 6 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 6 \times 0 + 7 \times 0 + 8 \times 3}{24} = \frac{62}{24} \approx 2,71$$

Mediana

Como a distribuição tem um número par de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 12ª e 13ª posições da distribuição ($24 : 2 = 12$).

$$\text{Logo, } Me = \frac{2 + 3}{2} = 2,5.$$

R.: A média é, aproximadamente, 2,71 pontos e a mediana é 2,5 pontos.

Ex. 14

14.1. $680 + 663 + 682 = 2025$

$$680 - 663 = 17$$

$$\frac{17}{680} = 0,025 = 25\%$$

R.: De janeiro para fevereiro o número de pessoas que viu televisão no computador diminuiu.

14.2. Mediana

Como são 4 meses (número par), a mediana é dada pela semissoma dos dois valores centrais, que terá que ser 681. Ordenando os valores, tem-se:

663 680 682

Como $\frac{680 + 682}{2} = 681$, em abril serão necessárias pelo menos 682 mil pessoas a ver televisão no computador.

- 14.3. Em média, 680 milhares de pessoas viram televisão no computador durante os quatro primeiros meses de 2006.

Assim, 2720 milhares de pessoas ($680 \times 4 = 2720$) viram televisão no computador no período do referido. Assim, como $2720 - (680 + 663 + 682) = 695$ conclui-se que, durante o mês de abril, 695 milhares de pessoas terão visto televisão no computador.

Ex. 15

- 15.1. Os dados do problema não permitem responder a esta questão porque não é dado o número de judocas da equipa A.

- 15.2. $n = 6 + 4 + 10 = 20$

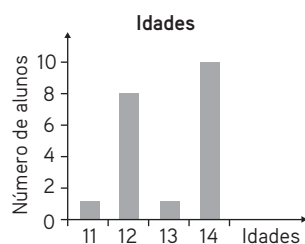
- 15.3. A mediana das idades dos judocas da equipa A é 14 anos porque a equipa tem mais elementos com 14 anos do que com 13.

A mediana das idades dos judocas da equipa B é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 16ª e 17ª posições da distribuição ($32 : 2 = 16$), uma vez que a distribuição tem um número par de elementos.

$$\text{Logo, } Me = \frac{14 + 15}{2} = 14,5.$$

Ex. 16

- 16.1.



- 16.2. **Moda:** 14

Média

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{(0 + 1) \times 11 + (3 + 5) \times 12 + (1 + 0) \times 13 + (6 + 4) \times 14}{1 + 8 + 1 + 10} = \\ &= \frac{11 + 96 + 13 + 140}{20} = \\ &= \frac{260}{20} = 13\end{aligned}$$

Mediana

Como a distribuição tem um número par de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 10ª e 11ª posições da distribuição ($20 : 2 = 10$).

$$\text{Logo, } Me = \frac{13 + 14}{2} = 13,5.$$

R.: A moda é 14, a média é 13 e a mediana é 13,5.

- 16.3. Como a média não se altera, procuramos o valor de x que verifica $\bar{x} = \frac{260 + x}{21} = 13$.

Se $x = 13$, $\bar{x} = \frac{260 + 13}{21} = 13$ e a mediana altera-se para 13.

Ex. 17

$$\begin{aligned}17.1. \quad \bar{x} &= \frac{11 \times 7 + 4 \times 8 + 2 \times 10 + 1 \times 12}{18} = \\ &= \frac{77 + 32 + 20 + 12}{18} = \\ &= \frac{131}{18} \approx 7,28\end{aligned}$$

- 17.2. Sabe-se que $a = 2b$.

Como a mediana do número de livros é 6, o número de alunos com quatro e cinco livros é igual ao número de alunos com sete ou mais livros, ou seja, $2b + b = 18$. Assim, $3b = 18$ e, portanto, $b = 6$ e $a = 12$.

Testar – págs. 106 e 107

Ex. 1

- 1.1. **Moda:** 1

Média

$$\bar{x} = \frac{1 + 1 + 2 + 4 + 5 + 7 + 8}{7} = \frac{28}{7} = 4$$

Mediana

1 1 2 (4) 5 7 8

$$Me = 4$$

R.: A moda é 1, a média é 4 e a mediana é 4.

- 1.2. **Moda:** 2 e 5 (distribuição bimodal)

Média

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 2 + 3 + 5 + 5 + 7 + 9}{8} = \frac{34}{8} = 4,25$$

Mediana

1 2 2 (3 5) 7 9

$$Me = \frac{3 + 5}{2} = 4$$

R.: A moda é 2 e 5, a média é 4,25 e a mediana é 4.

Ex. 2

- 2.1. Registaram-se atrasos em 24 voos.

2.2.	0	3	9	7	8	2	7	6
	1	6	0	3	7	1	4	5
	2	4	5	7	2	9	1	
	3	9	8	0				

Organizando os dados:

0	2	3	6	7	7	8	9
1	0	1	3	4	5	6	7
2	1	2	4	5	7	9	
3	0	8	9				

2.3. Registraram-se atrasos de pelo menos 30 minutos em três voos.

2.4. 9 voos em 24.

$$\frac{9}{24} = 0,375$$

$$0,375 \times 100\% = 37,5\%$$

R.: 37,5% dos voos registaram um atraso igual ou superior a vinte minutos e inferior a quarenta minutos.

2.5. A companhia aérea realizou, no referido mês, um total de 50 voos, dos quais 24 registaram atraso. Desta forma, 26 voos ($50 - 24 = 26$) cumpriram o horário previsto.

$$\text{Logo, } \frac{26}{50} = 0,52 = 52\%$$

R.: 52% dos voos cumpriram o horário inicialmente previsto.

2.6. Como a distribuição tem um número par de elementos, a mediana é a média dos dois valores centrais da distribuição, ou seja, dos valores que se encontram na 12ª e 13ª posições da distribuição ($24 : 2 = 12$), depois de ordenados os dados.

$$\text{Logo, } Me = \frac{15 + 16}{2} = 15,5.$$

Ex. 3

Sabe-se que a mediana de todas as respostas é 4. Assim, atendendo às 14 primeiras respostas pode afirmar-se que vão à festa da Maria 25 pessoas. De facto, para a mediana ser 4, esta tem de assumir o valor central (caso se estivesse perante um número par de observações, a mediana seria dada pela semissoma dos valores centrais, o que originaria uma mediana diferente).

Como os dados se encontram ordenados e antes desse valor (14) se encontram 12 observações, conclui-se que foram convidados para a festa de aniversário um total de 25 pessoas.

Ex. 4

4.1. 26% dos sócios compraram duas rifas.

$$\text{Logo, } 50 \times 26\% = 50 \times 0,26.$$

Assim, 13 sócios compraram duas rifas.

4.2. Número de sócios da lista: 10

Me: 2,5

1 rifa: 4 sócios

3 rifas: 3 sócios

4 rifas: 1 sócio

1	1	1	1						4
---	---	---	---	--	--	--	--	--	---

Como se trata de uma amostra com um número par de elementos, a mediana é dada pela média dos dois valores centrais.

Como existem três sócios que compraram três rifas, os dois valores centrais da amostra só poderão assumir os valores 1, 2 e 3. Mas então, como $Me = 2,5$, os valores centrais terão de ser o 2 e o 3 ($\frac{2 + 3}{2} = 2,5$).

Assim:

1	1	1	1	2	3	3	3		4
---	---	---	---	---	---	---	---	--	---

Desta forma, um dos números em falta é o 2.

O outro poderá ser o 3 ou o 4.

Ex. 5

Dados ordenados

0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 4, 4, 5, 12

valores centrais

$$\text{Mediana: } \frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5$$

A mediana é 0,5 faltas.

$$\bar{x} = \frac{14 \times 0 + 6 \times 1 + 2 \times 2 + 3 + 3 \times 4 + 5 + 12}{28} =$$

$$= \frac{42}{28} = \frac{3}{2} = 1,5$$

O número médio é de 1,5 faltas.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 6

$$6.1. \quad 45 + 62 + 53 = 160$$

$$52 \times 4 = 208$$

$$208 - 160 = 48$$

R.: 48 litros.

$$6.2. \quad 45 \quad 53 \quad 62$$

↑
Mediana

$$45 \quad 53 \quad (58 \quad 58) \quad 58 \quad 62$$

R.: Por exemplo, 58 litros.

Propostas de resolução – Manual (Volume 3)

Unidade 6 – Equações

Rever – Expressões com variáveis

Aplicar – págs. 8 e 9

Ex. 3

- 3.1. $x + x + x + x = 4x$
- 3.2. $2b + 3c - b = b + 3c$
- 3.3. $3v + 4v + v = 8v$
- 3.4. $2x - 3y + 4y - 6x = -4x + y$
- 3.5. $a + b + a + b = 2a + 2b$
- 3.6. $2a + 8 + 4 - a = a + 12$

Ex. 4

- 4.1. $P = x \times 4 = 4x$
- 4.2. $P = 4(2x - 1) = 8x - 4$
- 4.3. $P = a \times 2 + (2a - 3) \times 2 = 2a + 4a - 6 = 6a - 6$
- 4.4. $P = (z - 1) \times 2 + (3z + 2) \times 2 = 2z - 2 + 6z + 4 = 8z + 2$

Ex. 5

- 5.1. $4 \times 4 + 2 \times n = 16 + 2n$
- 5.2. $2 \times 4 + 2 \times 2 = 8 + 4 = 12$
R.: O Joaquim receberá 12 €.

Ex. 6

Sabe-se que o perímetro do retângulo é $12x$ cm como o comprimento do lado menor é $12x$ cm, a soma dos dois lados de menor comprimento é $4x$ cm ($2x + 2x$).

Assim, a soma dos dois lados de maior comprimento é $8x$ cm ($12x - 4x = 8x$). Desta forma, o comprimento do lado maior é $4x$ cm ($\frac{8x}{2} = 4x$).

Ex. 7

- 7.1. $P = 5 + 5 + 6 + 6 + 5 - x + 5 - x = 32 - 2x$
- 7.2. $x = 2$
 $P = 32 - 2 \times 2 = 32 - 4 = 28$
O perímetro da figura para $x = 2$ é 28 m.

Ex. 8

- 8.1. $5 \times 0,50 + 4 \times 1 = 2,5 + 4 = 6,5$
A mãe do Filipe pagou 6,5 €.
- 8.2. $y \times 0,5 + 10 \times 0,5 + y \times 1 = 0,5y + 5 + y = 1,5y + 5$

1. Noção de equação

Aplicar – págs. 16 e 17

Ex. 2

- B. $5x + 3 = 8$
 - C. $x + b = 2$
- São equações porque são expressões da forma $f(x) = g(x)$, onde f e g são funções.

Ex. 3

- 3.1. Incógnita: x
1º membro: $12x + 4$
2º membro: $5x - 6$
Termos independentes: 4, -6
Termos com incógnita: $12x$, $5x$
- 3.2. Incógnita: a
1º membro: $4a - 75$
2º membro: 34
Termos independentes: -75, 34
Termos com incógnita: $4a$
- 3.3. Incógnita: y
1º membro: -42
2º membro: $-3y$
Termos independentes: -42
Termos com incógnita: $-3y$
- 3.4. Incógnita: t
1º membro: $2(t + 3)$
2º membro: $3t - 4$
Termos independentes: 6, -4
Termos com incógnita: $2t$, $3t$

Ex. 4

- 4.1. $x + 5 = 15$
- 4.2. $y - 16 = 4$
- 4.3. $2(t + 15) = 60$

Ex. 5

5.1. $2x + 6 = 3x + 4$

5.2. $2 + y = 2,4$ porque $2400 \text{ g} = 2,4 \text{ kg}$

Ex. 6

6.1. $28 + h = 110$

6.2. $h = 82 \text{ m}$

Ex. 7

7.1. $x + 10$ – representa a altura da Marta.

7.2. $135 + 10 = 145$

A Marta terá 145 cm de altura.

7.3. $x + 10 = 150$ x – altura do João.

Ex. 8

8.1. $x - 1 = 6$

8.2. $(y + 10) \times 5 = 100$

8.3. $\frac{1}{3}(2z + 4) = z + 1$

2. Raiz ou solução de uma equação**3. Equações equivalentes****4. Adição de termos semelhantes****Aplicar – págs. 20 e 21****Ex. 2**

2.1. $2x - x = 5 + 4 \Leftrightarrow x = 9$

2.2. $y + 2y + 6 = 5 + x - 3 \Leftrightarrow 3y + 6 = 2 + x$

2.3. $3p - 5 = 2p - 4p + 6 \Leftrightarrow 3p - 5 = -2p + 6$

2.4. $2(x + 1) - x = 3 \Leftrightarrow 2x + 2 - x = 3 \Leftrightarrow x + 2 = 3$

Ex. 3

3.1. $2 \times (-2) + 9 = 5$

$\Leftrightarrow -6 + 9 = 5$

$\Leftrightarrow 3 = 5$

Proposição verdadeira, -2 é solução da equação.

$2 \times (+3) + 9 = 5$

$\Leftrightarrow 6 + 9 = 5$

$\Leftrightarrow 15 = 5$

Proposição falsa, $+3$ não é solução da equação.

3.2. $36 - (-2) = 30$

$\Leftrightarrow 36 + 2 = 30$

$\Leftrightarrow 38 = 30$

Proposição falsa, -2 não é solução da equação.

$36 - (+3) = 30$

$\Leftrightarrow 36 - 3 = 30$

$\Leftrightarrow 33 = 30$

Proposição falsa, $+3$ não é solução da equação.

3.3. $3(-2 - 1) = 2 \times (-2)$

$\Leftrightarrow 3 \times (-3) = -4$

$\Leftrightarrow -9 = -4$

Proposição falsa, -2 não é solução da equação.

$3(+3 - 1) = 2 \times (+3)$

$\Leftrightarrow 3 \times 2 = 6$

$\Leftrightarrow 6 = 6$

Proposição verdadeira, $+3$ é solução da equação.

3.4. $3(-2 - 4) - (-2) = 2 \times (-2)$

$3 \times (-6) + 2 = -4$

$\Leftrightarrow -18 + 2 = -4$

$\Leftrightarrow -16 = -4$

Proposição falsa, -2 não é solução da equação.

$3 \times (+3 - 4) - (+3) = 2 \times (+3)$

$\Leftrightarrow 3 \times (-1) - 3 = 6$

$\Leftrightarrow -3 - 3 = 6$

$\Leftrightarrow -6 = 6$

Proposição falsa, $+3$ não é solução da equação.

3.5. $\frac{1}{2}(4 + (-2)) = -(-(-2) - 3)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 2 = -(-2 - 3)$

$\Leftrightarrow \frac{2}{2} = -(-1)$

$\Leftrightarrow 1 = 1$

Proposição verdadeira, -2 é solução da equação.

$\frac{1}{2}(4 + 3) = -(-3 - 3)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 7 = -(-6)$

$\Leftrightarrow \frac{7}{2} = 6$

Proposição falsa, 3 não é solução da equação.

Ex. 4

$$x - 8 = 8$$

4.1. Incógnita: x 1º membro: $x - 8$ 2º membro: 8 Termos independentes: -8 e 8 .4.2. $8 - 8 = 8$

$$0 = 8$$

Proposição falsa, 8 não é solução da equação.4.3. A Glória gastou 8 € numa lembrança e ficou com 8 €. Quanto dinheiro tinha a Glória antes de comprar a lembrança?4.4. $x = 16$ **Ex. 5**

$$x + 2 = 4$$

$$x - 2 = 0$$

$$C.S. = \{2\}$$

$$C.S. = \{2\}$$

Como têm o mesmo conjunto-solução, as equações são equivalentes.

Ex. 66.1. Como o triângulo é equilátero, o comprimento dos lados é igual. Então, $x + 4 = 2x$.

$$6.2. \quad +2 + 4 - 2 \times (+2)$$

$$\Leftrightarrow 6 = 4$$

Proposição falsa, $+2$ não é solução da equação.

$$+4 + 4 = 2 \times (+4)$$

$$\Leftrightarrow 8 = 8$$

Proposição verdadeira, $+4$ é solução da equação.**Ex. 7**

$$7.1. \quad 3x + 7 = 22$$

$$7.2. \quad 3 \times 6 + 7 = 22$$

$$\Leftrightarrow 18 + 7 = 22$$

$$\Leftrightarrow 25 = 22$$

Proposição falsa.

Como 6 não é solução da equação, o Diogo não tem razão.

$$7.3. \quad 3 \times 5 + 7 = 22$$

$$\Leftrightarrow 15 + 7 = 22$$

$$\Leftrightarrow 22 = 22$$

Proposição verdadeira.

R.: O Hilário pensou no número 5 .**Ex. 8**

$$8.1. \quad 4w \text{ €}$$

$$8.2. \quad 2 \times (2 + w) \text{ €}$$

$$8.3. \quad 4w + 2(2 + w) = 16$$

$$\Leftrightarrow 4w + 4 + 2w = 16$$

$$\Leftrightarrow 6w + 4 = 16$$

$$8.4. \quad 2 \text{ €}$$

Ex. 9A. x – idade do Luís $3x$ – idade do Avô do Luís

Se o Avô tem o triplo de idade do Luís, então o Luís tem a terça parte de idade do Avô.

$$\text{Se } 3x = 69, x = 69 : 3 = 23.$$

R.: O Luís tem 23 anos.

B. $P = 36$ cmComo é um quadrado, o perímetro é dado pela expressão 4ℓ , onde ℓ é o comprimento do lado do quadrado. Logo, $4\ell = 36$.Então, cada lado tem de comprimento a quarta parte do perímetro, ou seja, $9 \text{ cm} \left(\frac{1}{4} \times 36 = 9 \right)$.

$$C. \quad x + 4x = 40$$

$$\Leftrightarrow 5x = 40$$

$$5 \times 8 = 40$$

R.: Um dos números é 8 e o outro $4 \times 8 = 32$.

$$D. \quad P = 6 \times 4 = 24 \text{ (perímetro do quadrado)}$$

$$\text{Perímetro de um triângulo} = \ell + \ell + \ell = 3\ell$$

$$24 = 2 \times 3\ell$$

$$\Leftrightarrow 24 = 6\ell$$

$$6 \times 4 = 24$$

R.: O lado do triângulo tem 4 cm de comprimento.**5. Princípios de equivalência de equações****Aplicar – págs. 24 e 25****Ex. 2**

$$2.1. \quad 2x - 4 = x - 7$$

$$\Leftrightarrow 2x = x - 7 + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = x - 3$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = -3$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$C.S. = \{-3\}$$

2.2. a) $x - 6 = 4$

$$\Leftrightarrow x = 4 + 6$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

b) $2(x - 4) = x + 6$

$$\Leftrightarrow 2x - 8 = x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 6 + 8$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$

$$\text{C.S.} = \{14\}$$

Ex. 3

3.1. $2x = -8$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4\}$$

3.2. a) $2x = 4$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

b) $-3x = -30$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-30}{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

Ex. 4

4.1. $2x - 3 = 5$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 + 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

4.2. $5x - 6 - x = 3x$

$$\Leftrightarrow 5x - x - 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

$$\text{C.S.} = \{6\}$$

4.3. $3z - 8z = 4$

$$\Leftrightarrow -5z = 4$$

$$\Leftrightarrow z = -\frac{4}{5}$$

$$\text{CS} = \left\{-\frac{4}{5}\right\}$$

Ex. 5

5.1. $\Delta = 24$

Ao acrescentar 4 unidades em cada um dos pratos obtém-se, respetivamente, x ($x - 4 + 4 = x$) e 24 ($20 + 4 = 24$).

5.2. $\Delta = 10$

Ao dividir o peso de cada prato por 2 obtém-se, respetivamente, x ($2x : 2 = x$) e 10 ($20 : 2 = 10$).

Ex. 6

6.1. $2 \times 3 + 6 = \beta + 4 \times 3$

$$\Leftrightarrow 6 + 6 = \beta + 12$$

$$\Leftrightarrow 12 = \beta + 12$$

$$\Leftrightarrow \beta = 0$$

$$\text{C.S.} = \{0\}$$

6.2. $2x + 6 = 8 + 4x$

$$\Leftrightarrow 2x - 4x = 8 - 6$$

$$\Leftrightarrow -2x = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = -1$$

$$\text{C.S.} = \{-1\}$$

Ex. 7

7.1. $4(2k - 4) = 4k$

$$\Leftrightarrow 8k - 16 = 4k$$

$$\Leftrightarrow 8k - 4k = 16$$

$$\Leftrightarrow 4k = 16$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{16}{4}$$

$$\Leftrightarrow k = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

7.2. $5x - 6 - 3(x - 2) = x - 4$

$$\Leftrightarrow 5x - 6 - 3x + 6 = x - 4$$

$$\Leftrightarrow 5x - 3x - x = -4$$

$$\Leftrightarrow x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4\}$$

7.3. $-2(h - 7) = -4(h - 6)$

$$\Leftrightarrow -2h + 14 = -4h + 24$$

$$\Leftrightarrow -2h + 4h = 24 - 14$$

$$\Leftrightarrow 2h = 10$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{10}{2}$$

$$h = 5$$

$$\text{C.S.} = \{5\}$$

Ex. 8

$$\begin{aligned}
 2(x - 4) &= 12 \\
 \Leftrightarrow 2x - 8 &= 12 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 12 + 8 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 20 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{20}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= 10 \\
 \text{C.S.} &= \{10\} \\
 \text{Se } x = 10, \text{ então } 10^2 - 100 &= 100 - 100 = 0.
 \end{aligned}$$

Ex. 9

$$\begin{aligned}
 2(x - 2) &= 8 \\
 9.1. \quad 2(x - 2) &= 8 \\
 9.2. \quad 2(-2 - 2) &= 8 \\
 \Leftrightarrow 2 \times (-4) &= 8 \\
 \Leftrightarrow -8 &= 8 \\
 \text{Proposição falsa.} \\
 \text{Logo, } -2 &\text{ não é solução da equação.} \\
 9.3. \quad \text{O dobro da idade do Paulo há dois anos atrás é} \\
 &\text{igual a 8. Qual é a idade atual do Paulo?} \\
 9.4. \quad 2x - 4 &= 8 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 8 + 4 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 12 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{12}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= 6 \\
 \text{C.S.} &= \{6\} \\
 2(x - 2) &= 8 \\
 \Leftrightarrow 2x - 4 &= 8 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 8 + 4 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 12 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{12}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= 6 \\
 \text{C.S.} &= \{6\} \\
 \text{As equações são equivalentes, pois têm o mesmo} \\
 &\text{conjunto-solução.}
 \end{aligned}$$

Ex. 10

$$\begin{aligned}
 10.1. \quad P &= 3 + x + 5 + (x - 2) + 2 + 2 = \\
 &= x + x + 3 + 5 - 2 + 2 + 2 = \\
 &= 2x + 10 \\
 10.2. \quad 2x + 10 &= 18 \\
 10.3. \quad 2x + 10 &= 18 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 18 - 10 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 8 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{8}{2} \\
 \Leftrightarrow x &= 4 \\
 \text{C.S.} &= \{4\}
 \end{aligned}$$

6. Classificação de equações**7. Equações lineares a uma incógnita****Aplicar – págs. 28 e 29****Ex. 2**

$$\begin{aligned}
 2.1. \quad 2x - 2 &= 7 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 7 + 2 \\
 \Leftrightarrow 2x &= 9 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{9}{2} \\
 \text{C.S.} &= \left\{ \frac{9}{2} \right\} \\
 \text{Equação possível e determinada.} \\
 2.2. \quad -4 &= 11 - 3x \\
 \Leftrightarrow 3x &= 11 + 4 \\
 \Leftrightarrow 3x &= 15 \\
 \Leftrightarrow x &= \frac{15}{3} \\
 \Leftrightarrow x &= 5 \\
 \text{C.S.} &= \{5\} \\
 \text{Equação possível e determinada.} \\
 2.3. \quad -(6x - 12) &= -2(3x - 6) \\
 \Leftrightarrow -6x + 12 &= -6x + 12 \\
 \Leftrightarrow -6x + 6x &= 12 - 12 \\
 \Leftrightarrow 0x &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 &= 0 \\
 \text{Equação possível e indeterminada.} \\
 2.4. \quad 3x - 2 &= -(-3x + 5) \\
 \Leftrightarrow 3x - 2 &= 3x - 5 \\
 \Leftrightarrow 3x - 3x &= -5 + 2 \\
 \Leftrightarrow 0x &= -3 \\
 \Leftrightarrow 0 &= -3 \\
 \text{C.S.} &= \{ \} \\
 \text{Equação impossível.} \\
 2.5. \quad -(6x + 12) &= -3(2x + 6) \\
 \Leftrightarrow -6x - 12 &= -6x - 18 \\
 \Leftrightarrow -6x + 6x &= -18 + 12 \\
 \Leftrightarrow 0x &= -6 \\
 \Leftrightarrow 0 &= -6 \\
 \text{C.S.} &= \{ \} \\
 \text{Equação impossível.} \\
 2.6. \quad -(-2x + 11) &= 4 + (-15 + 2x) \\
 \Leftrightarrow 2x - 11 &= 4 - 15 + 2x \\
 \Leftrightarrow 2x - 2x &= 4 - 15 + 11 \\
 \Leftrightarrow 0x &= 0 \\
 \Leftrightarrow 0 &= 0 \\
 \text{Equação possível e indeterminada.}
 \end{aligned}$$

Ex. 3

3.1. Se zero é solução da equação, $2 \times 0 - 6 = \Delta$ é uma proposição verdadeira. Então, $0 - 6 = \Delta \Leftrightarrow \Delta = -6$

3.2. Seja $x = \frac{3}{2}$ uma solução não inteira da equação.

$$\text{Então, } 2 \times \frac{3}{2} - 6 = \Delta$$

$$\Leftrightarrow 3 - 6 = \Delta$$

$$\Leftrightarrow \Delta = -3$$

3.3. Seja $x = 8$ uma solução inteira da equação. Então,

$$2 \times 8 - 6 = \Delta$$

$$\Leftrightarrow 16 - 6 = \Delta$$

$$\Leftrightarrow \Delta = 10$$

3.4. Verdadeira. A equação $2x - 6 = \Delta$ é equivalente a uma equação do tipo $ax = b$, com $a \neq 0$, que é uma equação possível e determinada.

Ex. 4

$$[A] \quad 2(x - 5) = 3 \Leftrightarrow x = \frac{13}{2} \text{ e } x = 1 - 5 \Leftrightarrow x = -4.$$

As equações não são equivalentes porque não têm o mesmo conjunto-solução.

[B] Afirmação correta.

$$[C] \quad 2k = 0 \Leftrightarrow k = \frac{0}{2} \Leftrightarrow k = 0$$

$$\text{C.S.} = \{0\}$$

Equação possível e determinada.

[D] $|x| = 2$ admite duas soluções:

$$|-2| = 2 \text{ e } |2| = 2.$$

Ex. 5

$$5.1. \quad 3(x - 4) = 2(x + 3)$$

5.2. É uma equação porque é uma expressão da forma $f(x) = g(x)$, onde f e g são funções.

$$5.3. \quad 3x - 12 = 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x = 6 + 12$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

$$\text{C.S.} = \{18\}$$

Equação possível e determinada.

$$5.4. \quad 3x = 2(x - 6)$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

$$\text{C.S.} = \{12\}$$

As equações não são equivalentes porque não têm o mesmo conjunto-solução.

Ex. 6

Para que o triângulo seja equilátero, o comprimento dos três lados tem que ser igual. Assim, $x + 60 = 100$ e $2x + 100 = 100$. Contudo, $x + 60 = 100 \Leftrightarrow x = 100 - 60 \Leftrightarrow x = 40$.

Por outro lado, $2x + 100 = 100 \Leftrightarrow 2x = 100 - 100 \Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Logo, o triângulo não pode ser equilátero porque as equações $x + 60 = 100$ e $2x + 100 = 100$ não têm o mesmo conjunto-solução.

Ex. 7

7.1. [B]

$$7.2. [A] \quad 50n + 25 = 125$$

$$\Leftrightarrow 50n = 125 - 25$$

$$\Leftrightarrow 50n = 100$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{100}{50}$$

$$\Leftrightarrow n = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

Equação possível e determinada.

$$[B] \quad 25n + 50 = 125$$

$$\Leftrightarrow 25n = 125 - 50$$

$$\Leftrightarrow 25n = 75$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{75}{25}$$

$$\Leftrightarrow n = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

Equação impossível.

$$[C] \quad 50n + 25 = 50n$$

$$\Leftrightarrow 50n - 50n = -25$$

$$\Leftrightarrow 0n = -25$$

$$\Leftrightarrow 0 = -25$$

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

Equação impossível.

$$[D] \quad 25n + 25 = 5(5n + 5)$$

$$\Leftrightarrow 25n + 25 = 25n + 25$$

$$\Leftrightarrow 25n - 25n = 25 - 25$$

$$\Leftrightarrow 0n = 0$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

Equação possível e determinada.

Ex. 8

A afirmação é verdadeira porque não existe nenhum número cujo quadrado seja um número negativo.

Ex. 9

9.1. $x = 4$

$$3 \times 4 + 3 = k \times 4 + 3$$

$$\Leftrightarrow 12 + 3 = 4k + 3$$

$$\Leftrightarrow -4k = 3 - 12 - 3$$

$$\Leftrightarrow -4k = -12$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-12}{-4}$$

$$\Leftrightarrow k = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

9.2. $3x - kx = 3 - 3$

$$\Leftrightarrow 3x - kx = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x = kx$$

Logo, para ser uma equação possível e indeterminada, $k = 3$ (se $k \neq 3$, a equação era do tipo $ax = b$, $a \neq 0$, ou seja, era possível e determinada).

9.3. Não (atender à justificação anterior).

8. Resolução de problemas**Aplicar – págs. 32 e 33****Ex. 2**

$$\begin{aligned} 2.1. \quad P &= 2x + 1 + x - 4 - x + 6 = \\ &= 2x + x - x + 1 - 4 - 6 = \\ &= 2x + 3 \end{aligned}$$

2.2. $P = 13$

$$2x + 3 = 13$$

$$\Leftrightarrow 2x = 13 - 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Logo,

$$2x + 1 \rightarrow 2 \times 5 + 1 = 10 + 1 = 11$$

$$x - 4 \rightarrow 5 - 4 = 1$$

$$-x + 6 \rightarrow -5 + 6 = 1$$

O comprimento de cada um dos lados é 11, 1 e 1.

Ex. 3

x – dinheiro da Helena.

$x + 8$ – dinheiro da Anabela.

$$x + x + 8 = 24$$

$$\Leftrightarrow 2x = 24 - 8$$

$$\Leftrightarrow 2x = 16$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

R.: A Helena tem 8 € e a Anabela tem 16 €.

Ex. 4

Dois números pares consecutivos: $2x$ e $2x + 2$.

Assim,

$$2 \times 2x = 2x + 2 + 16$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2x = 2 + 16$$

$$\Leftrightarrow 2x = 18$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{18}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 9.$$

$$\text{Logo, } 2 \times 9 = 18 \text{ e } 2 \times 9 + 2 = 20$$

R.: Os números são 18 e 20.

Ex. 5

x – idade da irmã do Miguel.

$x + 12$ – idade do Miguel.

$$x + x + 12 = 22$$

$$\Leftrightarrow 2x = 22 - 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 5$$

Idade da irmã do Miguel: 5

Idade do Miguel: $5 + 12 = 17$

R.: O Miguel tem 17 anos.

Ex. 6

Dois números inteiros consecutivos: x e $x + 1$.

$$x + x + 1 = 37$$

$$\Leftrightarrow 2x = 37 - 1$$

$$\Leftrightarrow 2x = 36$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{36}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

Logo,

$$x \rightarrow 18$$

$$x + 1 \rightarrow 19$$

R.: Os números são 18 e 19.

Ex. 7

7.1. x – livros do Pedro.

$2x$ – livros da Ana.

$$x + 2x = 10$$

7.2. $x + 2x = 10$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{10}{3} \right\}$$

Equação possível e determinada.

O problema não tem solução porque não existe $\frac{10}{3}$ de livros.

Para ser solução do problema, a solução da equação teria de ser um número natural.

Ex. 8

x – população da aldeia Y

$2x$ – população da aldeia X

$$x + 2x = 10\,002$$

$$\Leftrightarrow 3x = 10\,002$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10\,002}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 3334$$

Logo, a aldeia Y tem 3334 habitantes.

Ex. 9

$$6 \times (x + 2) = x$$

$$\Leftrightarrow 6x + 12 = x$$

$$\Leftrightarrow 6x - x = -12$$

$$\Leftrightarrow 5x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{12}{5}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{12}{5} \right\}$$

Ex. 10

10.1. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$40 + 9x + 5 + 45 = 180$$

$$\Leftrightarrow 9x = 180 - 40 - 45 - 5$$

$$\Leftrightarrow 9x = 90$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{90}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

Logo, $x = 10$.

10.2. Ângulos verticalmente opostos têm igual amplitude, ou seja,

$$2x + 30 = x + 70$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 70 - 30$$

$$\Leftrightarrow x = 40$$

Logo, $x = 40$.

Ex. 11

x – idade da Filipa.

$x + 3$ – idade da irmã da Filipa.

$$x - 3 + x + 3 + 5 = 33$$

$$\Leftrightarrow x + x = 33 + \cancel{3} - \cancel{3} - 5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 28$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{28}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$

$$\text{C.S.} = \{14\}$$

R.: A Filipa tem 14 anos.

Ex. 12

s – preço dos sapatos.

c – preço da camisa.

Sabe-se que $s + c = 200$.

Por outro lado, $s + 40 = 2c \Leftrightarrow s = 2c - 40$.

Então, vem que $2c - 40 + c = 200$.

$$2c - 40 + c = 200$$

$$\Leftrightarrow 3c = 240$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{240}{3}$$

$$\Leftrightarrow c = 80$$

Logo, $s = 2 \times 80 - 40 = 120$.

R.: Os sapatos custaram 120 € e a camisa 80 €.

Praticar – págs. 34 a 39

Ex. 1

1.1. É equação.

1.2. É equação.

1.3. Não é equação.

1.4. Não é equação.

1.5. É equação.

1.6. É equação.

Ex. 2

	$x = 3$	$-6 = -x - 12$	$x + 2 = 6$	$-2x + 4 = 3x - 12$
Incógnita	x	x	x	x
1º membro	x	-6	$x + 2$	$-2x + 4$
2º membro	3	$-x - 12$	6	$3x - 12$
Termos com incógnita	x	$-x$	x	$-2x; 3x$
Termos independentes	3	$-6; -12$	2; 6	4; -12

Ex. 3

3.1. $6 + 2 = 8 \Leftrightarrow 8 = 8$ Proposição verdadeira.

Logo, 6 é solução da equação.

- 3.2. $6 = 6$ Proposição verdadeira.
Logo, 6 é solução da equação.
- 3.3. $-6 - 3 = 6 + 3 \Leftrightarrow -9 = 9$ Proposição falsa.
Logo, 6 não é solução da equação.
- 3.4. $2(6 - 1) = 2 + 6 \Leftrightarrow 2 \times 5 = 8 \Leftrightarrow 10 = 8$ Proposição falsa.
Logo, 6 não é solução da equação.

Ex. 4

- 4.1. Por exemplo, $k = 6$.
 $k - 6 = 0 \Leftrightarrow k = 6$
- 4.2. Por exemplo, $k = 5$.
 $2k = 10 \Leftrightarrow k = \frac{10}{2} \Leftrightarrow k = 5$
- 4.3. Por exemplo, $0 = 8 - y$.
 $2 = 10 - y \Leftrightarrow 0 = 10 - y - 2 \Leftrightarrow 0 = 8 - y$
- 4.4. Por exemplo, $6 + 3x = x$.
 $2 + 3x = x - 4 \Leftrightarrow 2 + 4 + 3x = x \Leftrightarrow 6 + 3x = x$

Ex. 5

- 5.1. $x - 20 = 45$
 $\Leftrightarrow x = 45 + 20$
 $\Leftrightarrow x = 65$
Em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, C.S. = {65}
- 5.2. $2x = -18$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{18}{2}$
 $\Leftrightarrow x = -9$
Em $\mathbb{N}$, C.S. = { }
Em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, C.S. = {-9}
- 5.3. $2x - 40 = 7$
 $\Leftrightarrow 2x = 7 + 40$
 $\Leftrightarrow 2x = 47$
 $\Leftrightarrow x = \frac{47}{2}$
Em $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$, C.S. = { }
Em $\mathbb{Q}$, C.S. = $\left\{\frac{47}{2}\right\}$
- 5.4. $2x - 16 = -3x - 48$
 $\Leftrightarrow 2x + 3x = -48 + 16$
 $\Leftrightarrow 5x = -32$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{32}{5}$
Em $\mathbb{N}$ e $\mathbb{Z}$, C.S. = { }
Em $\mathbb{Q}$, C.S. = $\left\{-\frac{32}{5}\right\}$

- 5.5. $5x + 12 = -30 - x$
 $\Leftrightarrow 5x + x = -30 - 12$
 $\Leftrightarrow 6x = -42$
 $\Leftrightarrow x = -\frac{42}{6}$
 $\Leftrightarrow x = -7$
Em $\mathbb{N}$, C.S. = { }
Em $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, C.S. = {-7}

- 5.6. $2(x + 3) = -x + 6$
 $\Leftrightarrow 2x + 6 = -x + 6$
 $\Leftrightarrow 2x + x = 6 - 6$
 $\Leftrightarrow 3x = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{0}{3}$
 $\Leftrightarrow x = 0$
Em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, C.S. = {0}
- 5.7. $-(-x + 4) + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x - 4 + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 4 - 2$
 $\Leftrightarrow x = 2$
Em $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e $\mathbb{Q}$, C.S. = {2}

Ex. 6

- 6.1. Como a Beatriz tem 15 anos e o seu irmão Ricardo é três anos mais novo, vem que o Ricardo tem 12 anos ($15 - 3 = 12$).
- 6.2. $y - 3$
- 6.3. y - Idade da Beatriz.
 $y - 3$ - Idade do Ricardo.
 $y + y - 3 = 29$
 $\Leftrightarrow 2y = 32$
 $\Leftrightarrow y = \frac{32}{2}$
 $\Leftrightarrow y = 16$
R.: A Beatriz terá 16 anos.

Ex. 7

- $4(2x - 1) = 38$
 $\Leftrightarrow 8x - 4 = 38$
 $\Leftrightarrow 8x = 38 + 4$
 $\Leftrightarrow 8x = 42$
 $\Leftrightarrow x = \frac{42}{8}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{21}{4}$

Ex. 8

$$\begin{aligned}
 2(2a + 3) + 2a &= 66 \\
 \Leftrightarrow 4a + 6 + 2a &= 66 \\
 \Leftrightarrow 6a &= 66 - 6 \\
 \Leftrightarrow 6a &= 60 \\
 \Leftrightarrow 6a &= \frac{60}{6} \\
 \Leftrightarrow a &= 10
 \end{aligned}$$

Ex. 9 x – peso do cilindro y – peso do paralelepípedo z – peso da esfera

$$3x = 60 \Leftrightarrow x = \frac{60}{3} \Leftrightarrow x = 20$$

Por outro lado,

$$x + y = 50 \Leftrightarrow 20 + y = 50 \Leftrightarrow y = 50 - 20 \Leftrightarrow y = 30$$

$$x = 20$$

$$y + z = 110 \Leftrightarrow 30 + z = 110 \Leftrightarrow z = 110 - 30 \Leftrightarrow z = 80$$

$$y = 30$$

Ex. 10

$$10.1. \quad 117 + x = 180$$

$$10.2. \quad 117 + x = 180$$

$$\Leftrightarrow x = 180 - 117$$

$$\Leftrightarrow x = 63$$

Ex. 11 x – número menor $x + 5$ – número maior

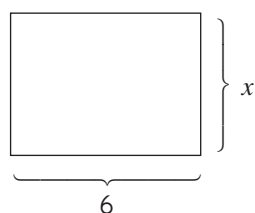
$$x + x + 5 = 28$$

$$\Leftrightarrow 2x + 5 = 28$$

$$\Leftrightarrow 2x = 28 - 5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 23$$

$$\Leftrightarrow x = 11,5$$

Logo, os números são 11,5 e 15,5 ($11,5 + 5 = 16,5$).**Ex. 12**

$$A_{\square} = 27$$

$$\text{Assim, } 6x = 27$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{27}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = 4,5$$

R.: A largura do terreno é 4,5 m.

Ex. 13

$$9x = 6,75$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6,75}{9}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,75$$

R.: Cada frasco pesa 0,75 kg.

Ex. 14 x – número de bonecas da Carolina $\frac{x}{2}$ – número de bonecas da Beatriz $\frac{x}{4}$ – número de bonecas da Ana

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 105$$

$$\Leftrightarrow 1,75x = 105$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{105}{1,75}$$

$$\Leftrightarrow x = 60$$

R.: A Carolina tem 60 bonecas, a Beatriz tem 30

bonecas $\left(\frac{60}{2} = 30\right)$ e a Ana tem 15 bonecas

$$\left(\frac{60}{4} = 15\right).$$

Ex. 1515.1. Por exemplo, $2a + 1 = 5a - 7$.15.2. Por exemplo, $3(x + 1) = 3 + 3x$.15.3. Por exemplo, $2x + 1 = 2x - 3$.**Ex. 16**

$$16.1. \quad 2(x - 4) = -120$$

$$\Leftrightarrow 2x - 8 = -120$$

$$\Leftrightarrow 2x = -120 + 8$$

$$\Leftrightarrow 2x = -112$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-112}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -56$$

$$\text{C.S.} = \{-56\}$$

Equação possível e determinada.

$$16.2. \quad 2(3x - 12) = 6x - 24$$

$$\Leftrightarrow 6x - 24 = 6x - 24$$

$$\Leftrightarrow 6x - 6x = -24 + 24$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0$$

Equação possível e indeterminada.

16.3 $-(+x - 4) = -x - 12$

$$\Leftrightarrow -x + 4 = -x - 12$$

$$\Leftrightarrow -x + x = -12 - 4$$

$$\Leftrightarrow 0x = -16$$

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

Equação impossível.

16.4 $x - 30 = 31(x - 1)$

$$\Leftrightarrow x - 30 = 31x - 31$$

$$\Leftrightarrow x - 31x = -31 + 30$$

$$\Leftrightarrow -30x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1}{-30}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{30}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{1}{30} \right\}$$

Equação possível e determinada.

Ex. 17

Como um cilindro pesa o equivalente a três paralelepípedos, três cilindros pesam tanto como nove paralelepípedos. Logo, para que a última balança fique equilibrada, é necessário colocar no prato nove paralelepípedos.

Ex. 18

Um número par é da forma $2n$, com n natural. Assim, a soma de três números pares consecutivos pode ser dada pela expressão

$$2n + (2n + 2) + (2n + 4), \text{ ou seja, } 6n + 6.$$

Como se pretende que a sua soma seja 66, vem que:

$$6n + 6 = 66$$

$$\Leftrightarrow 6n = 66 - 6$$

$$\Leftrightarrow 6n = 60$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{60}{6}$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

Logo, como $n = 10$, tem-se:

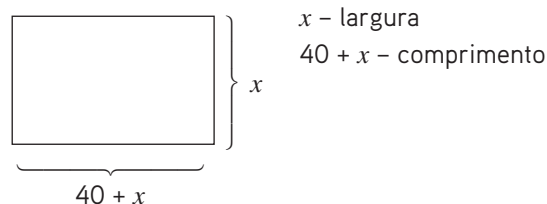
$$2n = 2 \times 10 = 20$$

$$2n + 2 = 2 \times 10 + 2 = 22$$

$$2n + 4 = 2 \times 10 + 4 = 24$$

Assim, os números pretendidos são 20, 22 e 24.

Ex. 19



Perímetro = 360 metros

$$P = (40 + x) \times 2 + x + 2 = 80 + 2x + 2x = 80 + 4x$$

Logo,

$$80 + 4x = 360$$

$$\Leftrightarrow 4x = 360 - 80$$

$$\Leftrightarrow 4x = 280$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{280}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 70$$

R.: A largura do campo é 70 metros e o seu comprimento é 110 metros ($70 + 40 = 110$).

Ex. 20

$$(k + 10) + k + 20 + (k - 20) = 100$$

$$\Leftrightarrow 3k + 30 - 20 = 100$$

$$\Leftrightarrow 3k + 10 = 100$$

$$\Leftrightarrow 3k = 90$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{90}{3}$$

$$\Leftrightarrow k = 30$$

R.: 30% dos alunos preferem Matemática.

Ex. 21

21.1. A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° . Assim,

$$x + (x + 30) + 80 = 180$$

$$\Leftrightarrow 2x + 110 = 180$$

$$\Leftrightarrow 2x = 180 - 110$$

$$\Leftrightarrow 2x = 70$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{70}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 35$$

21.2. Dois ângulos dizem-se complementares se a soma das suas amplitudes for igual a 90° .

Assim, como os ângulos são complementares vem que:

$$x + (x + 12) = 90$$

$$\Leftrightarrow 2x + 12 = 90$$

$$\Leftrightarrow 2x = 90 - 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 78$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{78}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 39$$

21.3. Um ângulo raso tem 180° de amplitude.

Assim,

$$(2x - 13) + (x + 70) = 180$$

$$\Leftrightarrow 3x + 70 - 13 = 180$$

$$\Leftrightarrow 3x + 57 = 180$$

$$\Leftrightarrow 3x = 123$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{123}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 41$$

21.4. Num triângulo, a amplitude de qualquer um dos ângulos externos é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.

Assim,

$$x + 30 = 25 + 85$$

$$\Leftrightarrow x = 110 - 30$$

$$\Leftrightarrow x = 80$$

Ex. 22

x – número de participantes franceses

$\frac{1}{3}x$ – número de participantes portugueses

$$x + \frac{1}{3}x = 120$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}x = 120$$

$$\Leftrightarrow 4x = 120$$

$$\Leftrightarrow 4x = 3 \times 120$$

$$\Leftrightarrow 4x = 360$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{360}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 90$$

R.: Estiveram na conferência 90 pessoas de nacionalidade francesa e 30 de nacionalidade portuguesa $\left(90 \times \frac{1}{3} = \frac{90}{3} = 30\right)$.

Ex. 23

Como a balança está equilibrada os pratos suportam o mesmo peso. Como o prato da direita tem 9 kg, o prato da esquerda tem o mesmo peso. Como este prato tem um peso de 6 kg, as maçãs terão de pesar os restantes 3 kg. Logo, a Júlia tem a quantidade que desejava.

Ex. 24

24.1. $c = 20 + 0,12m$

24.2. $c = 35 + 0,1m$

24.3. $20 + 0,12m = 140$

$$\Leftrightarrow 0,12m = 140 - 20$$

$$\Leftrightarrow 0,12m = 120$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{120}{0,12}$$

$$\Leftrightarrow m = 1000$$

R.: O cliente utilizou o telemóvel durante 1000 minutos.

24.4. $20 + 0,12m = 35 + 0,1m$

$$\Leftrightarrow 0,12m - 0,1m = 35 - 20$$

$$\Leftrightarrow 0,02m = 15$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{15}{0,02}$$

$$\Leftrightarrow m = 750$$

R.: O cliente utilizou o telemóvel durante 750 minutos.

Ex. 25

25.1. Comprimento: 27 cm

Largura: $(4 + x)$ cm

$$27 - 4 = 2(4 + x)$$

25.2. $27 - 4 = 2(4 + x)$

$$\Leftrightarrow 27 - 4 = 8 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 23 = 8 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 15 = 2x$$

$$\Leftrightarrow \frac{15}{2} = x$$

Assim, o comprimento do retângulo é 27 cm e a sua largura é 11,5 cm $\left(4 + \frac{15}{2} = 4 + 7,5 = 11,5\right)$.

Logo, o perímetro do retângulo é igual a 77 cm $(27 \times 2 + 11,5 \times 2 = 77)$ e a sua área é $310,5 \text{ cm}^2$ $(27 \times 11,5 = 310,5)$.

Ex. 26

Idade da Margarida = 16 anos

Idade da Teresa = 6 anos

$$16 + x = 2(6 + x)$$

$$\Leftrightarrow 16 + x = 12 + 2x$$

$$\Leftrightarrow 16 - 12 = 2x - x$$

$$\Leftrightarrow 4 = x$$

R.: A Margarida terá o dobro da idade da sua irmã daqui a 4 anos.

Ex. 27

27.1. $4x - 6 = 4x - k$

$$\Leftrightarrow 4x - 4x - 6 = -k$$

$$\Leftrightarrow -6 = -k$$

$$\Leftrightarrow 6 = k$$

Por exemplo, se $k = 2$ a equação é impossível $(6 \neq 2)$.

27.2. $k = 6$

27.3. A afirmação é verdadeira, pois os termos com incógnita anulam-se.

Ex. 28

x – ordenado diário do Joaquim

$$6x + 8 + 5 = 133$$

$$\Leftrightarrow 6x = 133 - 13$$

$$\Leftrightarrow 6x = 120$$

$$\Leftrightarrow x = 20$$

R.: O ordenado diário do Joaquim é de 20 €.

Ex. 29

29.1. [A]

29.2. $4 \times (9,75h - 3) = 150$

$$\Leftrightarrow 39h - 12 = 150$$

$$\Leftrightarrow 39h = 150 + 12$$

$$\Leftrightarrow 39h = 162$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{162}{39}$$

$$\Leftrightarrow h \approx 4,2$$

Da resolução da equação conclui-se que os 150 € permitem alugar as bicicletas por mais de quatro horas, pelo que o Filipe não tem razão quando afirma que 150 € não são suficientes para alugar as bicicletas durante três horas.

Testar – págs. 42 e 43

Ex. 1

[A], pois é uma expressão da forma $f(x) = g(x)$, onde f e g são funções.

Ex. 2

2.1. a) x

b) $-2x + 4 + 3x$

c) $2 - 5x$

d) $4; 2$

2.2. $-2 \times (-1) + 4 + 3 \times (-1) = 2 - 5 \times (-1)$

$$\Leftrightarrow 2 + 4 - 3 = 2 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3 = 7$$

Proposição falsa.

Logo, -1 não é solução da equação.

Ex. 3

$$3b - 5(b + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 3b - 5b - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow -2b = 5$$

$$\Leftrightarrow b = -\frac{5}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{5}{2} \right\}$$

Ex. 4

$$x + 7 = 2x + 6$$

$$\Leftrightarrow 7 - 6 = 2x - x$$

$$\Leftrightarrow 1 = x$$

Logo, 1 é a única solução de equação (equação possível e determinada).

Ex. 5

5.1. $x + 3x = 40$

5.2. $2x \times x = 18$

5.3. $x + x + 3 = 7$

Ex. 6

6.1. $2 + x = 12$

$$\Leftrightarrow x = 12 - 2$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

Equação possível e determinada.

6.2. $4 - x = -x - 8$

$$\Leftrightarrow -x + x = -8 + 4$$

$$\Leftrightarrow 0x = -4$$

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

Equação impossível.

6.3. $2(x - 10) = 2x - 20$

$$\Leftrightarrow 2x - 20 = 2x - 20$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2x = -20 + 20$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0$$

Equação possível e indeterminada.

6.4. $-(-x + 4) = +(-x + 6) - 2$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -x + 6 - 2$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = -x + 4$$

$$\Leftrightarrow x + x = 4 + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x = 8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

Equação possível e determinada.

6.5. $-5(x - 4) = +2(-x - 1)$

$$\Leftrightarrow -5x + 20 = -2x - 2$$

$$\Leftrightarrow -5x + 2x = -2 - 20$$

$$\Leftrightarrow -3x = -22$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-22}{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{22}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{22}{3} \right\}$$

Equação possível e determinada.

Ex. 7

7.1. A. $4x - 12 = 6x + 2$

$$\Leftrightarrow 4x - 6x = 2 + 12$$

$$\Leftrightarrow -2x = 14$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

$$\text{C.S.} = \{-7\}$$

B. $-3x + 6x + 2 = -47 - 4x$

$$\Leftrightarrow -3x + 6x + 4x = -47 - 2$$

$$\Leftrightarrow +7x = -49$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{49}{7}$$

$$\Leftrightarrow x = -7$$

$$\text{C.S.} = \{-7\}$$

7.2. As equações são equivalentes porque têm o mesmo conjunto-solução.

Ex. 8

x – número de ovelhas.

$2x$ – número de cabras.

$3x$ – número de carneiros.

$$x + 2x + 3x = 150$$

$$\Leftrightarrow 6x = 150$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{150}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = 25$$

Logo, o rebanho tem 75 carneiros ($3 \times 25 = 75$).

Ex. 9

x – número de selos do Pedro.

$90 + x$ – número de selos da Fátima.

$(90 + x) - 30$ – número de selo do Fernando.

$$x + (90 + x) + ((90 + x) - 30) = 1050$$

$$\Leftrightarrow x + 90 + x + 90 + x - 30 = 1050$$

$$\Leftrightarrow 3x = 1050 - 90 - 90 + 30$$

$$\Leftrightarrow 3x = 900$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{900}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 300$$

Logo, o Pedro tem 300 selos, a Fátima tem 390 selos ($90 + 300 = 390$) e o Fernando tem 360 selos ($90 + 300 - 30 = 360$).

Ex. 10

10.1. $x + 31 = 180$

$$\Leftrightarrow x = 180 - 31$$

$$\Leftrightarrow x = 149$$

10.2. $42 + x + 40 = 180$

$$\Leftrightarrow x = 180 - 42 - 40$$

$$\Leftrightarrow x = 98$$

10.3. $170 + (x - 10) + (2x + 50) = 360$

$$\Leftrightarrow 170 + x - 10 + 2x + 50 = 360$$

$$\Leftrightarrow 3x = 360 - 170 - 50 + 10$$

$$\Leftrightarrow 3x = 150$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{150}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 50$$

10.4. $(x + 10) + x + (2x + 30) + (x + 30) = 360$

$$\Leftrightarrow x + 10 + x + 2x + 30 + x + 30 = 360$$

$$\Leftrightarrow 5x = 360 - 30 - 30 - 10$$

$$\Leftrightarrow 5x = 290$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{290}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 58$$

Unidade 7 – Figuras semelhantes

Rever – Figuras semelhantes

Aplicar – págs. 50 e 51

Ex. 2

Na figura, a hemácia tem 23 mm de diâmetro. Como a escala é de 1000 : 1, conclui-se que uma hemácia real terá cerca de 0,023 mm de diâmetro ($23 : 1000 = 0,023$).

Ex. 3

$$18 \text{ m} = 18\,000 \text{ mm}$$

$$102 \text{ m} = 102\,000 \text{ mm}$$

$$\frac{102}{102\,000} = \frac{x}{18\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{102 \times 18\,000}{102\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

Diâmetro das esferas = 18 mm

Logo, raio das esferas = 9 mm

Ex. 4

4.1. Significa que a cada unidade no mapa correspondem 125 000 unidades iguais medidas na realidade.

$$4.2. \quad \frac{1}{125\,000} = \frac{5}{x}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 \times 125\,000}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = 625\,000$$

$$625\,000 \text{ cm} = 6,25 \text{ km}$$

R.: Na realidade, as cidades X e Y distam 6,25 km.

4.3. $12 \text{ km} = 1200\,000 \text{ cm}$

$$\frac{1}{125\,000} = \frac{x}{1200\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \times 1200\,000}{125\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1200\,000}{125\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = 9,6$$

R.: No mapa, as cidades X e Z distam 9,6 cm.

Ex. 5

$$600 \text{ m} = 60\,000 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{3}{60\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \times 60\,000}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 20\,000$$

R.: A escala do mapa é 1 : 20 000.

Ex. 6

6.1. No desenho, as portas têm 3 mm = 0,3 cm de largura.

$$\frac{1}{200} = \frac{0,3}{n}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{0,3 \times 200}{1}$$

$$\Leftrightarrow n = 60$$

Então, a largura real das portas é 60 cm.

6.2. No desenho, a sala tem 2,5 cm de comprimento e 1,2 cm de largura.

Comprimento:

$$\frac{1}{200} = \frac{2,5}{n}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{2,5 \times 200}{1}$$

$$\Leftrightarrow n = 500$$

A sala, na realidade, tem 500 cm = 5 m de comprimento.

Largura:

$$\frac{1}{200} = \frac{1,2}{n}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{200 \times 1,2}{1}$$

$$\Leftrightarrow n = 240$$

A sala, na realidade, tem 240 cm = 2,4 m de largura.

Então, a sala terá 12 m² de área ($2,4 \times 5 = 12$).

6.3. Comprimento:

$$2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{200} = \frac{n}{200}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{200 \times 1}{200}$$

$$\Leftrightarrow n = 1$$



Largura:

$$\frac{1}{200} = \frac{n}{140}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{140 \times 1}{200}$$

$$\Leftrightarrow n = 0,7 \text{ cm}$$

R.: A cama no desenho terá 1 cm de comprimento e 0,7 cm de largura.

Ex. 7

7.1. Diâmetro da bola de voleibol = 64 cm

Logo, raio da bola de voleibol = 32 cm

Raio aproximado da lua = 1752 km = 175 200 000 cm

Assim:

$$\frac{1}{n} = \frac{32}{175\,200\,000}$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{175\,200\,000}{32}$$

$$\Leftrightarrow n = 5475\,000$$

Então, a escala utilizada pelo Cristóvão foi

1 : 5475 000.

7.2. Raio aproximado da Terra = 6370 km =

= 637 000 000 cm

$$\frac{1}{5\,475\,000} = \frac{x}{637\,000\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{637000000 \times 1}{5\,475\,000}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 116,35$$

O Cristóvão não pode utilizar a bola de basquete-bol para representar o planeta Terra.

Utilizando a mesma escala, devia utilizar uma bola com aproximadamente 116 cm de raio.

7.3. 5000 km : 2 = 2500 km

2500 km = 250 000 000 cm

$$\frac{1}{5\,475\,000} = \frac{x}{250\,000\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \times 250\,000\,000}{5\,475\,000}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{250\,000\,000}{5\,475\,000}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 45,66$$

R.: O diâmetro da esfera deve ser aproximadamente igual a 91,32 cm (2 × 45,66 cm).

7.4. Mercúrio

Raio = 2439,7

Vénus

Raio = 3025,9

Marte

Raio = 3396,2

Júpiter

Raio = 71 492

Saturno

Raio = 60 268

Urano

Raio = 25 559

Neptuno

Raio = 24 786

1. Comparação entre segmentos de reta

2. Segmentos de reta comensuráveis

3. Segmentos de reta proporcionais

4. Decomposição de um triângulo

Aplicar – págs. 60 e 61

Ex. 2

$$2.1. \frac{\overline{AC}}{\overline{FG}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$2.2. \frac{\overline{AG}}{\overline{FG}} = \frac{6}{1} = 6$$

$$2.3. \frac{\overline{AF}}{\overline{CF}} = \frac{5}{3}$$

Ex. 3

A reta r , que passa pelo ponto médio de $[AB]$, é paralela ao lado $[AC]$. Então, o ponto E é o ponto médio de $[BC]$.

Como $\overline{EC} = 8$ cm, então $\overline{BE} = 8$ cm e $\overline{BC} = 16$ cm.

Ex. 4

Grupo I

$$\frac{16}{4} = \frac{12}{3}$$

Grupo II

$$\frac{8}{3} \neq \frac{5}{2}$$

Grupo III

$$\frac{9}{4} = \frac{12}{3}$$

R.: Com os grupos I e III.

Ex. 5

5.1. $[PDCE]$ é um paralelogramo porque $[PD] \parallel [EC]$ e $[PE] \parallel [DC]$.

5.2. Como D é o ponto médio de $[AC]$, $\overline{DC} = \overline{PE} = \frac{5,4}{2} = 2,7$

$$\overline{PD} = \overline{EC} = 2,3$$

$$P = 2,7 \times 2 + 2,3 \times 2 = 10$$

Logo, $P = 10$ cm.

5.3. Como P é o ponto médio de $[AB]$, o ponto D é o ponto médio de $[AC]$ e o ponto E é o ponto médio de $[BC]$.

$$\overline{AB} = 2 \times \overline{AP} = 2 \times 2,1 = 4,2$$

$$\overline{BC} = 2 \times \overline{EC} = 2 \times 2,3 = 4,6$$

$$\overline{AC} = 5,4$$

$$P_{[ABC]} = 4,2 + 4,6 + 5,4 = 14,2$$

Logo, $P_{[ABC]} = 14,2$ cm.

Ex. 6

Seja s a reta paralela a $[AC]$ que passa por M . Da propriedade provada na página 56, podemos concluir que a reta s interseca o lado $[BC]$ no seu ponto médio, ponto E . Assim, $\overline{BE} = \overline{EC}$, ou seja,

$$\overline{BC} = 2 \times \overline{EC}.$$

Por outro lado, sabe-se que $[MECD]$ é um paralelogramo e que os lados opostos de um paralelogramo são iguais. Assim, $\overline{MD} = \overline{EC}$.

Então, podemos concluir que $\overline{BC} = 2 \times \overline{EC} = 2 \times \overline{MD}$.

$$2.2. \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{8}{3} = \frac{\overline{AB} + 2}{\overline{AB}}$$

$$\Leftrightarrow 8\overline{AB} = 3\overline{AB} + 6$$

$$\Leftrightarrow 5\overline{AB} = 6$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{6}{5}$$

$$\text{Logo, } \overline{AB} = \frac{6}{5} \text{ cm.}$$

$$2.3. \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}}$$

$$\frac{10}{\overline{AB}} = \frac{12}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{10 \times 4}{12}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{40}{12}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{10}{3}$$

$$\text{Logo, } \overline{AB} = \frac{10}{3} \text{ cm.}$$

$$2.4. \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{EC}}{\overline{BE}}$$

$$\frac{10}{\overline{AB}} = \frac{8}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{10 \times 4}{8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{40}{8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 5$$

$$\text{Logo, } \overline{AB} = 5 \text{ cm.}$$

5. Teorema de Tales**Aplicar – págs. 64 e 65****Ex. 2**

$$2.1. \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$$

$$\frac{9}{4} = \frac{\overline{AB}}{3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{9 \times 3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{27}{4}$$

$$\text{Logo, } \overline{AB} = \frac{27}{4} \text{ cm.}$$

Ex. 3

Como as retas BD e AE , paralelas, intersectam as retas AC e EC , concorrentes, então, pelo Teorema de Tales, os triângulos $[CAE]$ e $[CBD]$ têm os lados correspondentes proporcionais.

Assim, $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$, ou seja,

$$\frac{44}{20} = \frac{x + 4 + 18}{x + 4}$$

$$\Leftrightarrow 44x + 176 = 20x + 440$$

$$\Leftrightarrow 44x - 20x = 440 - 176$$

$$\Leftrightarrow 24x = 264$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{264}{24}$$

$$\Leftrightarrow x = 11$$

Ex. 4

Sabe-se que se duas retas determinam em duas retas concorrentes, segmentos de reta correspondentes proporcionais, então essas duas retas são paralelas.

Basta então verificar se $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$.

Como $\frac{10}{5} = \frac{8}{4}$, isto é, $2 = 2$ (verdadeiro), podemos concluir que as retas BC e DE são paralelas.

Ex. 5

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}}$$

$$\frac{6}{7,5} = \frac{8}{\overline{CD}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{7,5 \times 8}{6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{60}{6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 10$$

$$A_{[CED]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[CED]} = \frac{7,5 \times 10}{2} = 37,5$$

Logo, $A_{[CED]} = 37,5 \text{ cm}^2$.

Ex. 6

Como as retas DB e CE , paralelas, intersectam as retas AC e AE , concorrentes, então, pelo Teorema de Tales, os triângulos $[AEC]$ e $[ADB]$ têm os lados correspondentes proporcionais.

Como $a + b = 12$, então $a = 12 - b$.

Assim,

$$\frac{12 - b}{12} = \frac{3c}{4c}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12 - b}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow 12 - b = \frac{36}{4}$$

$$\Leftrightarrow 12 - b = 9$$

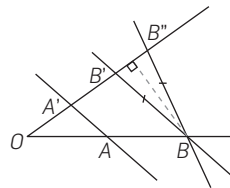
Como $12 - b = a$, então $a = 9$.

Logo, $b = 12 - a = 12 - 9 = 3$.

R.: $a = 9$ e $b = 3$.

Ex. 7

Não. Por exemplo:



O segmento de reta $[BB'']$ foi construído de modo que $\overline{BB''} = \overline{BB'}$, pelo que, na proporção dada, podemos substituir $\overline{BB'}$ por $\overline{BB''}$ e, no entanto, BB'' não é paralela a AA' .

6. Figuras semelhantes

Aplicar – págs. 68 e 69

Ex. 3

A afirmação é falsa, porque figuras semelhantes são figuras com a mesma forma, o que não acontece com todas as garrafas da figura. O facto de terem a mesma capacidade não garante, como se pode ver na figura, que tenham a mesma forma.

Ex. 4

$[D]$, pois é a única que conserva a sua forma original.

Ex. 5

$$5.1. \quad 0,6 = \frac{3}{5}$$

$$5.2. \quad \frac{5}{3}$$

Ex. 6

$$r = 2$$

A razão de semelhança entre duas figuras semelhantes é a razão entre quaisquer comprimentos de dois segmentos de reta correspondentes, ou seja,

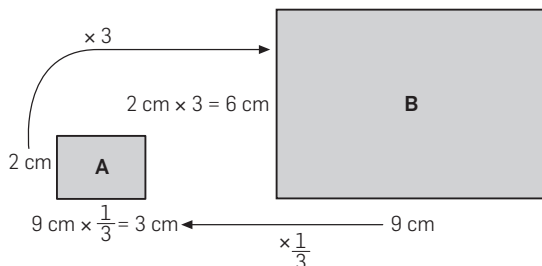
$$\bullet \frac{12}{c} = 2, c = \frac{12}{2} = 6$$

$$\bullet \frac{10}{\ell} = 2, \ell = \frac{10}{2} = 5$$

R.: As dimensões da figura B são 6 m e 5 cm.

Ex. 7

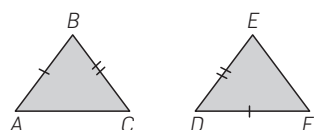
- A. Verdadeira. Se são geometricamente iguais têm a mesma forma e dimensões. Se têm a mesma forma são semelhantes.
- B. Falsa. Duas figuras semelhantes podem não ter as mesmas dimensões, pelo que podem não ser geometricamente iguais.

Ex. 8**8.1.**

- 8.2. A seta que parte de A para B, indica uma ampliação de razão 3. Assim, para determinar a largura do retângulo B, basta multiplicar a largura do retângulo A pela razão de semelhança. A largura do retângulo B será então 6 cm ($2 \times 3 = 6$). Como B é uma ampliação de A de razão 3, então A é uma redução de B de razão $\frac{1}{3}$. Sendo assim, para determinar o comprimento do retângulo A, basta multiplicar o comprimento do retângulo B pela razão de semelhança. O comprimento do retângulo A será então 3 cm ($9 \times \frac{1}{3} = 3$).

Ex. 9

A afirmação é falsa. Os comprimentos das diagonais de um dos losangos não podem ser obtidos multiplicando os comprimentos das diagonais correspondentes do outro polígono pelo mesmo número.

7. Semelhança de triângulos**Aplicar – págs. 72 e 73****Ex. 2**

$[AC]$ e $[EF]$
 $\angle A$ e $\angle F$
 $\angle B$ e $\angle D$
 $\angle C$ e $\angle E$

Ex. 3

$$3.1. \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{12,5}{5} = 2,5$$

$$\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{10}{4} = 2,5$$

$$\frac{\overline{DF}}{\overline{AC}} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Pelo critério LLL, o triângulo $[ABC]$ é semelhante ao triângulo $[DEF]$, ou seja, a afirmação é verdadeira.

- 3.2. a) segundo uma ampliação ($r > 1$)

$$r = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} = \frac{12,5}{5} = 2,5$$

- b) segundo uma redução ($r < 1$)

$$r = \frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} = \frac{5}{12,5} = 0,4$$

Ex. 4

Os triângulos têm dois ângulos geometricamente iguais, $\widehat{BAC} = \widehat{DBE}$ e $\widehat{ACB} = \widehat{BED}$. Assim, pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos são semelhantes.

Como os triângulos são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja, $\frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{AC}}$.

$$\text{Assim, } \frac{\overline{BD}}{12} = \frac{5}{15}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = \frac{5 \times 12}{15}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = 4$$

Ex. 5

- 5.1. Se o triângulo é semelhante ao triângulo $[SOL]$, os comprimentos dos lados são proporcionais, ou seja,

$$r = \frac{39}{26} = 1,5$$

$$\text{Assim, } \overline{L'S'} = 39 \text{ cm}$$

$$\overline{S'O'} = 24 \times 1,5 = 36 \text{ cm}$$

$$\overline{O'L'} = 10 \times 1,5 = 15 \text{ cm}$$

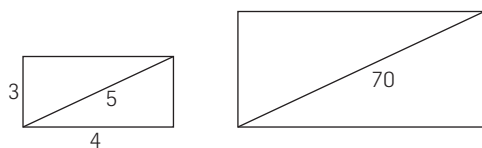
Tem-se então que Perímetro = $39 + 36 + 15 = 90$.

Perímetro = 90 cm.

- 5.2. Pelo critério LLL de semelhança de triângulos, os triângulos são semelhantes se tiverem os comprimentos dos três lados proporcionais.

Como $\frac{26}{13} = \frac{24}{12} = \frac{10}{5} = 2$, então os triângulos são semelhantes.

Ex. 6



$$\frac{70}{5} = \frac{x}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{70 \times 4}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 56$$

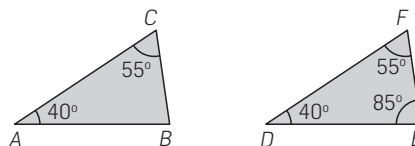
$$\frac{70}{5} = \frac{y}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{70 \times 3}{5}$$

$$\Leftrightarrow y = 42$$

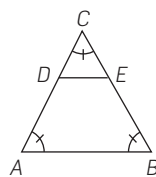
R. O ecrã tem 56 cm de comprimento e 42 cm de largura.

B. A afirmação é falsa. Os triângulos podem ser semelhantes. Por exemplo,



Ex. 10

Por exemplo,



$AB \parallel DE$

$\hat{B}\hat{A}C = \hat{E}\hat{C}D$, $\hat{A}\hat{B}C = \hat{D}\hat{E}C$ e $\hat{C}\hat{D}A = \hat{C}\hat{A}D$, porque são ângulos de lados paralelos.

Ex. 7

$\hat{B}\hat{E}A = \hat{A}\hat{C}D = 90^\circ$ e $\hat{D}\hat{A}C = \hat{E}\hat{A}C$ porque é um ângulo comum aos dois triângulos. Assim, pelo critério Ângulo-Ângulo, os triângulos são semelhantes.

Ex. 8

8.1. $\hat{E}\hat{A}D = \hat{E}\hat{F}C$ (ângulos agudos de lados paralelos).
 $\hat{D}\hat{E}A = \hat{C}\hat{E}F$ porque é um ângulo comum aos dois triângulos.

Assim, pelo critério Ângulo-Ângulo, os triângulos $[ADE]$ e $[FCE]$ são semelhantes.

8.2. $\hat{A}\hat{F}B = \hat{E}\hat{F}C$ (ângulos verticalmente opostos).
 $\hat{C}\hat{E}F = \hat{B}\hat{A}F$ (ângulos agudos de lados paralelos).
 Assim, pelo critério Ângulo-Ângulo, os triângulos $[ABF]$ e $[FCE]$ são semelhantes.

Ex. 9

A. A afirmação é verdadeira. Como a soma das amplitudes dos três ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , num triângulo não pode haver mais do que um ângulo obtuso. Ora, se os ângulos obtusos de cada um dos triângulos não têm a mesma amplitude, então os triângulos não podem ser semelhantes pois nunca poderão ter ângulos geometricamente iguais.

8. Semelhança de polígonos

Aplicar – págs. 76 e 77

Ex. 2

Os polígonos não são semelhantes porque os ângulos formados por lados correspondentes não são geometricamente iguais.

Ex. 3

$$P_A = 4 \times 3 = 12$$

$$\text{Como } r = 3, P_{A'} = 3 \times 12 = 36$$

$$P_B = 5 + 3 + 4 = 12$$

$$\text{Como } r = \frac{1}{2}, P_{B'} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$P_C = 3 \times 6 = 18$$

$$\text{Como } r = \frac{5}{2}, P_{A'} = \frac{5}{2} \times 18 = 45$$

Ex. 4

Como os polígonos são semelhantes existe correspondência entre eles de modo que os comprimentos dos lados do segundo são diretamente proporcionais aos comprimentos dos lados do primeiro e os ângulos formados por lados correspondentes são geometricamente iguais.

$$4.1. \quad \frac{x}{8} = \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 \times 6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 24$$

Outro processo:

A razão de semelhança é $r = \frac{6}{2} = 3$.

Logo, $x = 8 \times 3 = 24$.

$$4.2. \quad \frac{10}{40} = \frac{3}{x}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{40 \times 3}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Outro processo:

A razão de semelhança é $r = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$.

Logo, $x = 3 \times 4 = 12$.

$$4.3. \quad \frac{x}{16} = \frac{8}{32}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{16 \times 8}{32}$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Outro processo:

A razão de semelhança é $r = \frac{32}{8} = 4$.

Logo, $x = 16 : 4 = 4$.

Ex. 5

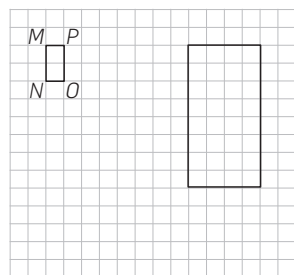
- 5.1. Os retângulos $[QRST]$ e $[UVWZ]$ são semelhantes porque são quadrados, ou seja, polígonos regulares com o mesmo número de lados.

Os retângulos $[ABCD]$ e $[JKLM]$ são semelhantes porque os ângulos correspondentes são geometricamente iguais (90°) e os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais $\left(\frac{2}{1} = \frac{6}{3} = 2\right)$.

Os retângulos $[EFGH]$ e $[MNOP]$ são semelhantes porque os ângulos correspondentes são geometricamente iguais (90°) e os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais $\left(\frac{4}{2} = \frac{2}{1} = 2\right)$.

- 5.2. Ambos os amigos têm razão, segundo uma ampliação, $r = \frac{6}{3} = 2$ e segundo uma redução, $r = \frac{3}{6} = 0,5$.

- 5.3.



Ex. 6

- 6.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[A'B'C']$ são semelhantes pois têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos por eles formados são geometricamente iguais (critério LAL de semelhança de triângulos).
- 6.2. Como os ângulos BAC e $B'A'C'$ e os ângulos ACB e $A'C'B'$ são geometricamente iguais, então os lados $[AC]$ e $[A'C']$ estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.
- 6.3. Os triângulos $[ABD]$ e $[A'B'D']$ são semelhantes pois têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos por eles formados são geometricamente iguais (critério LAL de semelhança de triângulos). Como os ângulos ABD e $A'B'D'$ e os ângulos ADB e $A'D'B'$ são geometricamente iguais, então os lados $[BD]$ e $[B'D']$ estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.
- 6.4. Existe correspondência entre os vértices dos quadriláteros $[ABCD]$ e $[A'B'C'D']$ tal que os lados de um dos quadriláteros correspondem a lados do outro, as diagonais de um correspondem às diagonais do outro e os comprimentos dos segmentos de reta (lados e diagonais) correspondentes são proporcionais. Assim, os quadriláteros são semelhantes.

9 Círculos semelhantes

10. Como dividir um segmento de reta?

Aplicar – págs. 80 e 81

Ex. 2

$$2.1. \quad r = \frac{1}{2}$$

$$2.2. \quad r = \frac{1,4}{1,8} = \frac{14}{18} = \frac{7}{9}$$

$$2.3. \quad r = \frac{1,4}{0,8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

$$2.4. \quad r = \frac{1,8}{1,8} = 1$$

Ex. 3

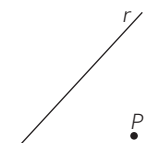
Sabe-se que C_2 é uma ampliação de C_1 de razão 3, isto é, $r = \frac{C_2}{C_1} = 3$.

Então, $\frac{C_2}{6} = 3$, ou seja, $C_2 = 3 \times 6 = 18$.

Logo, o raio do círculo C_2 tem 18 cm.

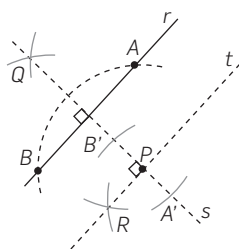
Ex. 4

Para traçar uma reta paralela a r que passe por um ponto P não pertencente a r , basta traçar uma reta s , perpendicular a r , que passe por P e, de seguida, traçar uma reta t , perpendicular a s , que passe por P .



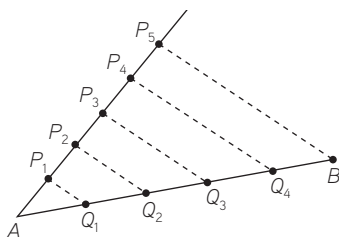
A construção pode efetuar-se com régua e esquadro ou régua e compasso.

1. Utilizando um compasso, traçar um arco centrado em P , que intersekte a reta r em dois pontos, A e B .
2. Determinar a mediatriz, s , do segmento de reta $[AB]$. Repara que s é perpendicular a r e passa em P .
3. Utilizando um compasso, traçar um arco centrado em P , que intersekte a reta s em dois pontos, A' e B' .
4. Determinar a mediatriz, t , do segmento de reta $[A'B']$. Repara que t é perpendicular a s e passa em P . Sendo assim, t é paralela a r .

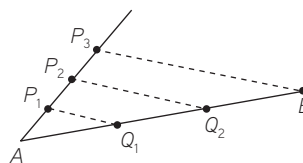


Ex. 5

- 5.1. 1. Marcar um ponto P_1 qualquer, não colinear com A e B , e traçar a semirreta $\overrightarrow{AP_1}$.
2. Na semirreta $\overrightarrow{AP_1}$ marcar mais quatro pontos, P_2, P_3, P_4 e P_5 , de forma que $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_4} = \overline{P_4P_5}$.
3. Traçar a reta BP_5 .
4. Traçar retas paralelas a BP_5 que passem respetivamente por P_1, P_2, P_3 e P_4 .
5. Os pontos de interseção dessas retas com o segmento de reta $[AB]$ dividem o segmento de reta em cinco partes iguais, tendo em conta o Teorema de Tales.



- 5.2. 1. Marcar um ponto P_1 qualquer, não colinear com A e B , e traçar a semirreta $\overrightarrow{AP_1}$.
2. Na semirreta $\overrightarrow{AP_1}$, marcar mais dois pontos, P_2 e P_3 , de forma que $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3}$.
3. Traçar a reta BP_3 .
4. Traçar retas paralelas a BP_3 que passem respetivamente por P_1 e P_2 .
5. Os pontos de interseção dessas retas com o segmento de reta $[AB]$ dividem o segmento de reta em três partes iguais, tendo em conta o Teorema de Tales.



Ex. 6

$$r = \frac{7}{3}$$

Como $\overline{XW} = 10$ cm e $P_{[XYZW]} = 28$, então $\overline{YZ} = \overline{XW} = 10$ cm e $\overline{XY} = \overline{WZ} = 4$ cm $\left(\frac{28 - 2 \times 10}{2} = 4 \right)$.

Assim, como os paralelogramos são semelhantes e $[AB]$ corresponde a $[XY]$. Então, $\overline{AB} \times \frac{7}{3} = \overline{XY}$, ou seja, $\overline{AB} = 4 \times \frac{3}{7} = \frac{12}{7}$.

Logo, $\overline{AB} = \frac{12}{7}$ cm $\approx 1,71$ cm.

Ex. 7

- 7.1. Nove partes iguais.
- 7.2. Se $\overline{AQ_1} = 1$, $\overline{AQ_5} = 5$ e $\overline{AQ_3} = 3$.

$$\text{Então, } \frac{\overline{AQ_5}}{\overline{AQ_3}} = \frac{5}{3}$$

- 7.3. $\overline{Q_1Q_4} = 3$ e $\overline{Q_3Q_8} = 5$

$$k = \frac{\overline{Q_1Q_4}}{\overline{Q_3Q_8}} = \frac{3}{5}$$

- 7.4. $\frac{4}{8} = \frac{\overline{P_1Q_1}}{9}$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{4 \times 9}{8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{36}{8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{P_1Q_1} = \frac{9}{2}$$

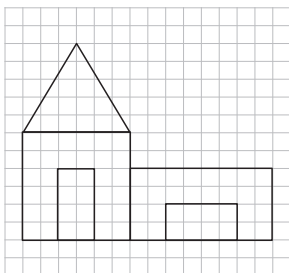
$$\begin{aligned}
 7.5. \quad \frac{\overline{P_9B}}{\overline{P_7Q_7}} &= \frac{\overline{AP_9}}{\overline{AP_7}} \\
 \Leftrightarrow \frac{\overline{P_9B}}{6} &= \frac{\frac{27}{2}}{\frac{21}{2}} \\
 \Leftrightarrow \overline{P_9B} &= 6 \times \frac{27}{2} : \frac{21}{2} \\
 \Leftrightarrow \overline{P_9B} &= 81 : \frac{21}{2} \\
 \Leftrightarrow \overline{P_9B} &= \frac{162}{21} \\
 \Leftrightarrow \overline{P_9B} &= \frac{54}{7}
 \end{aligned}$$

11. Homotetias

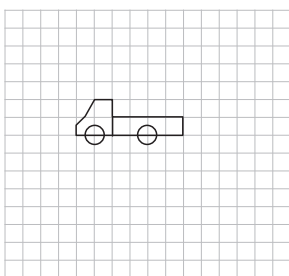
Aplicar – págs. 84 e 85

Ex. 2

2.1.



22.



Ex. 3

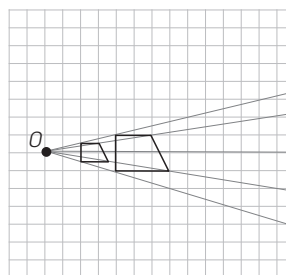
No desenho, a figura A tem 7 mm de lado e a figura B tem 14 mm de lado.

Como razão = $\frac{\text{comprimento da figura transformada}}{\text{comprimento da figura original}}$,

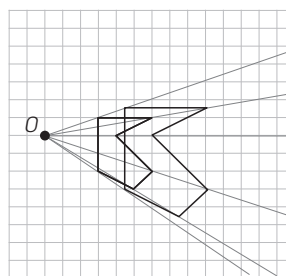
então razão = $\frac{14}{7} = 2$.

Ex. 4

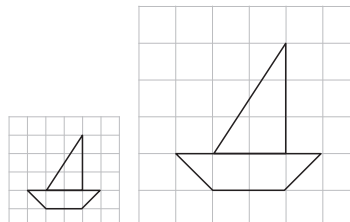
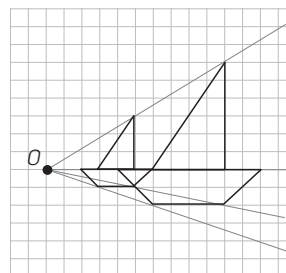
4.1.



4.2.



Ex. 5



Ex. 6

6.1. Traçando as retas AA' , BB' , CC' e DD' , basta encontrar o ponto em que se intersectam. Esse ponto que tem coordenadas (1, 2), é o centro da homotetia.

$$6.2. \quad r = \frac{6}{3} = 2$$

A razão é 2.

$$6.3. \quad r = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

A razão é $\frac{1}{2}$ ou 0,5.

Ex. 7

Numa homotetia, as distâncias entre pontos são multiplicadas pelo módulo da razão de semelhança. Assim, duas figuras homotéticas são semelhantes, de razão de semelhança igual ao módulo da razão da homotetia.

12. Perímetros e áreas de figuras semelhantes

Aplicar – págs. 88 e 89

Ex. 2

$$2.1. \quad r = \frac{12}{4} = 3$$

$$2.2. \quad r^2 = \frac{A_2}{A_1}$$

$$\text{Assim, } \frac{A_2}{A_1} = 3^2, \text{ ou seja, } \frac{A_2}{A_1} = 9$$

Ex. 3

$$3.1. \quad r = \frac{4}{3}$$

$$3.2. \quad r_{\text{perímetros}} = \frac{4}{3}$$

$$3.3. \quad r_{\text{áreas}} = \frac{16}{9}$$

$$3.4. \quad \frac{20}{x} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow x = \frac{3 \times 20}{4} \Leftrightarrow x = 15$$

Logo, $P = 15$ cm.

$$3.5. \quad \frac{x}{9} = \frac{16}{9} \Leftrightarrow x = \frac{9 \times 16}{9} \Leftrightarrow x = 16$$

Logo, $A = 16$ m².

Ex. 4

Como $A_{\text{quadrado}} = 36$ cm², então $\ell = \sqrt{36} = 6$ e, portanto, $P = 24$ cm ($6 \times 4 = 24$).

Como é uma redução e $P_{Q_2} = 28$ cm, então

$$r = \frac{24}{28} = \frac{6}{7}$$

Ex. 5

A. Dois pentágonos semelhantes às vezes têm o mesmo perímetro.

B. Dois retângulos com a mesma área são às vezes semelhantes.

C. Dois círculos são sempre semelhantes.

D. Um triângulo nunca é semelhante a um círculo.

E. A razão entre as áreas de figuras semelhantes às vezes é igual à razão de semelhança.

Ex. 6

Como os losangos são semelhantes, $r^2 = \frac{A_B}{A_A}$, ou seja, $r^2 = \frac{96}{24} = 4$ e, portanto, $r = 2$.

$$\text{Como } r = \frac{P_B}{P_A}, P_B = 2 \times 20 = 40$$

$$R.: P_B = 40 \text{ cm.}$$

Ex. 7

$$A_{[DEF]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[DEF]} = \frac{\overline{DE} \times \overline{DF}}{2}$$

$$A_{[DEF]} = \frac{40 \times 41}{2} = 820$$

$$\text{Então, a razão das áreas é } r^2 = \frac{1607,2}{820} = 1,96 \text{ e,}$$

portanto, a razão de semelhança é $r = \sqrt{1,96} = 1,4$.

Como $[DE]$ é o lado correspondente a $[AB]$, $\overline{AB} = 40 \times 1,4 = 56$.

Ex. 8

8.1. Os círculos são semelhantes. Dois círculos quaisquer são semelhantes e a razão de semelhança é igual ao quociente entre os respectivos raios.

$$8.2. \quad r = 0,63$$

$$8.3. \quad A_B = \pi \times d_B^2,$$

$$A_A = \pi \times (2 \times d_B)^2$$

$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{\pi \times 4d_B^2}{\pi \times d_B^2} = 4$$

A área da piza A é o quádruplo de área da piza B e o preço é o dobro, logo a piza com a melhor relação área/custo é a piza A.

13. Determinação de distâncias aplicando semelhanças

14. Incomensuráveis

Aplicar – págs. 92 e 93

Ex. 2

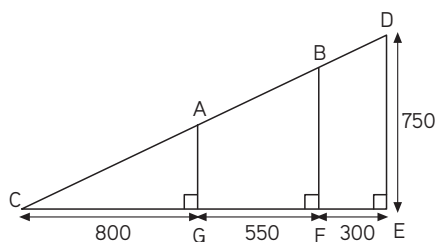
Como $\widehat{DPC} = \widehat{BPA}$ e $\widehat{PAC} = \widehat{PCD}$ os triângulos são semelhantes (critério AA).

$$\text{Assim, } \frac{\overline{CD}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CP}}{\overline{AP}}.$$

$$\text{Logo, } \overline{CD} = \frac{140 \times 120}{200} = 144$$

R.: A largura do lado é 144 m.

Ex. 3



Como $\widehat{ECD} = \widehat{GCA}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\widehat{CDE} = \widehat{CAG}$ (ângulos agudos de lados paralelos), então pelo critério AA, os triângulos $[ACG]$ e $[DCE]$ são semelhantes, logo os comprimentos dos lados são diretamente proporcionais.

$$\frac{\overline{AG}}{750} = \frac{800}{1650}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AG} = \frac{800 \times 750}{1650}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AG} \approx 363,6 \text{ m}$$

Como $\widehat{ECD} = \widehat{FCB}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\widehat{CDE} = \widehat{CBF}$ (ângulos agudos de lados paralelos), pelo critério AA os triângulos $[DCE]$ e $[BCE]$ são semelhantes, logo os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\frac{\overline{BF}}{750} = \frac{1350}{1650}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BF} = \frac{1350 \times 750}{1650}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BF} \approx 313,6 \text{ m}$$

Ex. 4

Como $\widehat{DAC} = \widehat{EAB}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\widehat{CDA} = \widehat{BEA}$ (ângulos retos), pelo critério AA os triângulos são semelhantes. Logo, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{EB}}{\overline{DC}}.$$

$$\frac{x}{x+15} = \frac{30}{45}$$

$$\Leftrightarrow x \times 45 = 30 \times (x+15)$$

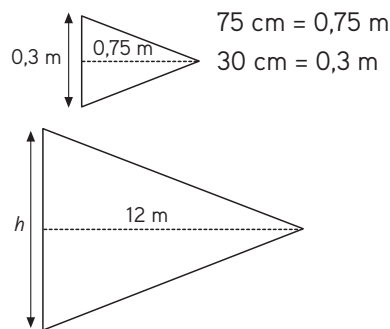
$$\Leftrightarrow 45x = 30x + 450$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{450}{15}$$

$$\Leftrightarrow x = 30$$

R.: O rio tem 30 metros de largura.

Ex. 5



Pelo critério AA os dois triângulos são semelhantes. Logo, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{h}{0,3} = \frac{12}{0,75}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{12 \times 0,3}{0,75}$$

$$\Leftrightarrow h = 4,8$$

R.: A altura do prédio é 4,8 metros.

Ex. 6

Como os triângulos $[ADC]$ e $[AEB]$ são semelhantes, então os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BE}}{\overline{CD}}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{\frac{5}{2} \overline{BC}}{\overline{BC} + \frac{5}{2} \overline{BC}} = \frac{14}{\overline{CD}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{2} \overline{BC} \times \overline{CD} = 14 \times \frac{7}{2} \overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow 5 \overline{BC} \times \overline{CD} = 14 \times 7 \overline{BC}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{98 \overline{BC}}{5 \overline{BC}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \frac{98}{5}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD} = 19,6$$

R.: As cidades C e D distam 19,6 km.

Ex. 7

$$7.1. \quad b^2 = (2^2 \times 3^3 \times 5^4)^2 = 2^4 \times 3^6 \times 5^8$$

$$7.2. \quad 2 \times b^2 = 2 \times 2^4 \times 3^6 \times 5^8 = 2^5 \times 3^6 \times 5^8$$

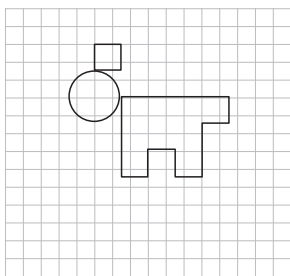
Logo, o expoente de 2 é ímpar.

7.3. Não, porque a^2 tem todos os expoentes pares e $2b^2$ tem um expoente ímpar.

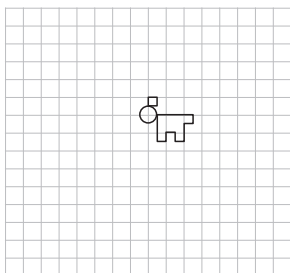
Praticar – págs. 94 a 99

Ex. 1

1.1.



1.2.



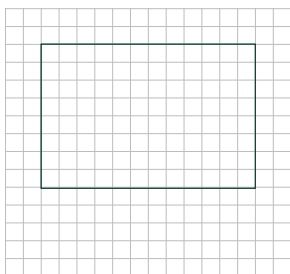
Ex. 2

2.1. D

2.2. E

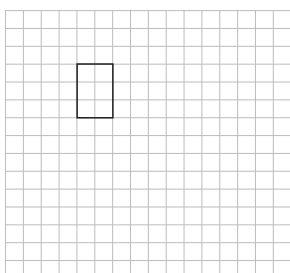
2.3. Se a razão de semelhança é 4 ($r > 1$), trata-se de uma ampliação.

As dimensões de A são 2 por 4, então $2 \times 4 = 8$ e $4 \times 4 = 16$.



2.4. Se a razão de semelhança é $\frac{1}{3}$ ($0 < r < 1$) trata-se de uma redução.

As dimensões de C são 6 por 9, então $6 \times \frac{1}{3} = 2$ e $9 \times \frac{1}{3} = 3$.



Ex. 3

Traçando as retas AA' , BB' , CC' , DD' e EE' , basta encontrar o ponto em que se intersectam. Esse ponto é o centro de homotetia e tem coordenadas (1, 5).

Como razão de semelhança =

$$= \frac{\text{comprimento da figura transformada}}{\text{comprimento da figura original}}$$

$$\text{Então, } r = \frac{\overline{C'D'}}{\overline{CD}}, \text{ ou seja, } r = \frac{6}{3} = 2.$$

Ex. 4

$$4.1. \quad r = \frac{\overline{DE'}}{\overline{DE}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$4.2. \quad \text{Perímetro } [A'B'C'D'E'] = 36$$

Como a razão entre os perímetros de duas figuras semelhantes é igual à razão de semelhança, tem-se que:

$$\frac{36}{P} = 1,5$$

$$\Leftrightarrow P = \frac{36}{1,5}$$

$$\Leftrightarrow P = 24$$

Logo, Perímetro = 24 cm.

4.3. Como o quociente entre as áreas de dois polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança,

$$r^2 = \frac{\text{Área do pentágono } [ABCDE]}{\text{Área do pentágono } [A'B'C'D'E']} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

Ex. 5

$$\overline{AB} = 5 \text{ cm}, \overline{AC} = 8 \text{ cm}, \hat{BAC} = 40^\circ$$

1º Traçar o segmento de reta $[AC]$.

2º Marcar $\angle BAC$.

3º Traçar o segmento de reta $[AB]$

4º Traçar o segmento de reta $[BC]$.

5º Marcar um ponto O .

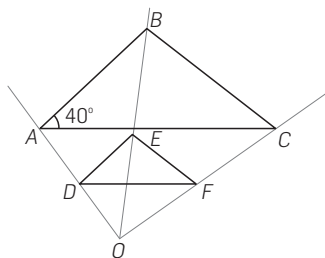
6º Traçar as semirretas $\dot{OA}$, $\dot{OB}$ e $\dot{OC}$.

7º Marcar o ponto D , sobre a semirreta $\dot{OA}$, de tal modo que $\overline{OD} = \frac{1}{2} \overline{OA}$.

8º Marcar o ponto F , sobre a semirreta $\dot{OC}$, de tal modo que $\overline{OF} = \frac{1}{2} \overline{OC}$.

9º Marcar o ponto E , sobre a semirreta $\dot{OB}$, de tal modo que $\overline{OE} = \frac{1}{2} \overline{OB}$.

10º Unir os pontos D , E e F .



Ex. 6

$\hat{a} = \hat{b}$ (pelo enunciado) e $\hat{ADB} = \hat{EDC}$ (ângulo comum aos dois triângulos). Logo, pelo critério AA, os triângulos $[ABD]$ e $[EDC]$ são semelhantes.

Ex. 7

7.1. Estamos perante uma ampliação porque $r > 1$ ($r = 4$).

7.2. a) $P_{[DEF]} = 80$ cm

$$r = \frac{P_{[DEF]}}{P_{[ABC]}}, \text{ ou seja, } 4 = \frac{80}{P_{[ABC]}}$$

$$\Leftrightarrow P_{[ABC]} = \frac{80}{4}$$

$$\Leftrightarrow P_{[ABC]} = 20$$

Logo, $P_{[ABC]} = 20$ cm.

b) Como o triângulo é equilátero, $\overline{DE} = \frac{80}{3}$.

$$\text{Então, } \frac{80}{3} : \overline{AB} = 4$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{80}{3} : 4$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{80}{3} \times \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{80}{12}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{20}{3}$$

$$\text{Logo, } \overline{AB} = \frac{20}{3} \text{ cm.}$$

7.3. $r^2 = \frac{A_{[DEF]}}{A_{[ABC]}}$, ou seja, $4^2 = \frac{A_{[DEF]}}{12}$

$$\Leftrightarrow 16 = \frac{A_{[DEF]}}{12}$$

$$\Leftrightarrow A_{[DEF]} = 16 \times 12$$

$$\Leftrightarrow A_{[DEF]} = 192$$

Logo, $A_{[DEF]} = 192$ cm².

7.4. $P_{[DEF]} = r \times P_{[ABC]}$

Assim, $P_{[DEF]} = 4 \times 18 = 72$

Logo, $P_{[DEF]} = 72$ cm.

Ex. 8

Como o quociente entre as áreas de dois polígonos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, $r^2 = \frac{256}{16} = 16$.

$$\text{Então, } r = \sqrt{16} = 4$$

Ex. 9

Como os triângulos são semelhantes, tem-se que

$$\text{a razão é } r = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

Assim, para determinar os comprimentos dos outros lados do triângulo basta fazer

$$18 \times \frac{1}{3} = 6$$

$$21 \times \frac{1}{3} = 7$$

Logo, Perímetro = $5 + 6 + 7 = 18$, ou seja, Perímetro = 18 cm.

Ex. 10

10.1. $\hat{BAC} = \hat{EDC}$ (ângulos retos) e $\hat{ACB} = \hat{DCE}$ (ângulos verticalmente opostos). Então, pelo critério AA, os triângulos são semelhantes.

10.2. Com os triângulos são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{\overline{CE}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}.$$

$$\frac{\overline{CE}}{7,2} = \frac{3}{3,6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE} = \frac{3 \times 7,2}{3,6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE} = 6 \text{ cm}$$

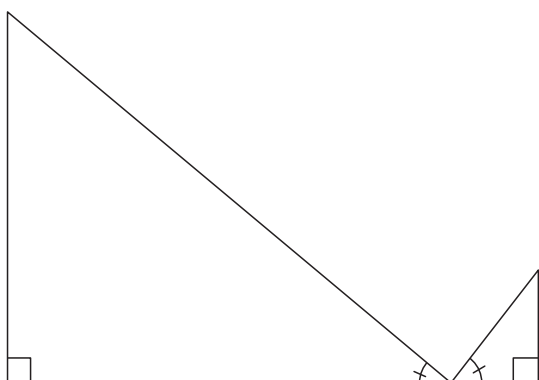
10.3. $r = \frac{3,6}{3} = 1,2$

Como o quociente entre os perímetros de dois triângulos semelhantes é igual à razão de semelhança, tem-se que a razão entre os perímetros dos dois triângulos é 1,2.

10.4. Como o quociente entre as áreas de dois triângulos semelhantes é igual ao quadrado de razão de semelhança, tem-se que a razão entre as áreas dos dois triângulos é 1,44 ($1,2^2 = 1,44$).

Ex. 11

11.1.



Os triângulos são semelhantes pelo critério AA. Logo, os comprimentos dos lados são diretamente proporcionais, ou seja,

$$\frac{h}{150} = \frac{600}{100}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{150 \times 600}{100}$$

$$\Leftrightarrow h = 900$$

R.: O prédio tem de altura 900 cm, ou seja, 9 metros.

Ex. 12

$$P_{[ABC]} = 24$$

$$r = \frac{1}{2} ([ABC] \text{ para } [DEF])$$

Como o triângulo $[ABC]$ tem 24 cm de perímetro e como os triângulos são semelhantes numa razão de $\frac{1}{2}$, o perímetro do triângulo $[DEF]$ será 12 cm

$$\left(14 \times \frac{1}{2} = 12\right).$$

Sabe-se que $P_{[DEF]} = \overline{DE} + \overline{EF} + \overline{FD}$.

Assim, $12 = 5 + x + 4$

$$\Leftrightarrow x = 12 - 5 - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Logo, $\overline{EF} = 3$ cm.

Ex. 13

- 13.1. Os triângulos são semelhantes pelo critério AA, pois $\hat{A}\hat{B}\hat{C} = \hat{D}\hat{B}\hat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{C}\hat{A}\hat{B} = \hat{E}\hat{D}\hat{B}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

Outra resolução:

Sabe-se que $\frac{\overline{BA}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{BE}} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$ e que $\hat{D}\hat{B}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{C}$.

Assim, pelo critério Lado-Ângulo-Lado, os triângulos são semelhantes.

$$13.2. r = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

- 13.3. Como os triângulos $[ABC]$ e $[DBE]$ são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais. Então, $\frac{\overline{DE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$.

$$\frac{14}{\overline{AC}} = \frac{12}{16}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{14 \times 16}{12}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} \approx 18,67 \text{ cm}$$

Ex. 14

- 14.1. Os triângulos $[ABC]$ e $[DBE]$ são semelhantes pelo critério AA, ou seja, $\hat{A}\hat{B}\hat{C} = \hat{D}\hat{B}\hat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{C}\hat{A}\hat{B} = \hat{E}\hat{D}\hat{B}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

- 14.2. Sim, porque deslocando o ponto D , a reta DE vai-se também deslocando, mas mantém-se paralela a AC .

- 14.3. “Se se traçar uma reta paralela a qualquer um dos lados do triângulo, que interseque os dois outros lados, obtêm-se dois triângulos semelhantes.”

- 14.4. Em ambas as situações os triângulos são semelhantes, pelo que os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$a) \quad \frac{h}{5} = \frac{2}{3}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{5 \times 2}{3}$$

$$\Leftrightarrow h \approx 3,3 \text{ cm}$$

$$b) \quad \frac{h}{3} = \frac{8}{5}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{8 \times 3}{5}$$

$$\Leftrightarrow h \approx 4,8 \text{ cm}$$

Ex. 15

- 15.1. Os triângulos são semelhantes, pelo critério AA.

- $\hat{E}\hat{D}\hat{C} = \hat{C}\hat{A}\hat{B}$ (ângulos retos)
- $\hat{C}\hat{E}\hat{D} = \hat{A}\hat{B}\hat{C}$ (ângulos opostos ao cateto de maior comprimento)

$$\text{Logo, } r = \frac{\overline{CB}}{\overline{CE}}.$$

$$15.2. r = \frac{\overline{CB}}{\overline{CE}} = \frac{6}{2} = 3$$

$$r^2 = \frac{A_{[ABC]}}{A_{[EDC]}}, \text{ ou seja, } 3^2 = \frac{A_{[EDC]}}{9}$$

$$\Leftrightarrow A_{[EDC]} = \frac{9}{9}$$

$$\Leftrightarrow A_{[EDC]} = 1$$

Logo, $A_{[EDC]} = 1 \text{ cm}^2$.

Ex. 16

Dois triângulos retângulos isósceles são sempre semelhantes, pelo critério LAL, porque têm um ângulo geometricamente igual (90°) e os lados que o formam (que são iguais) são proporcionais.

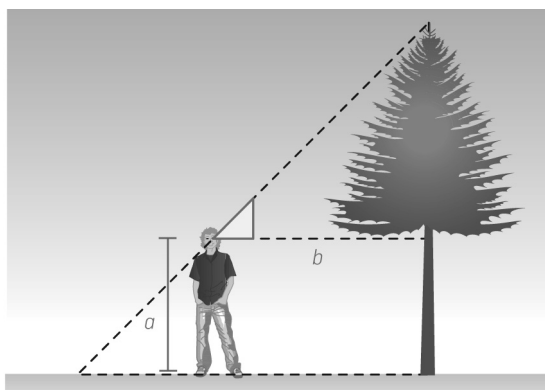
Ex. 17

Os triângulos $[ABE]$ e $[CDE]$ são semelhantes, pelo critério AA: $\hat{D}\hat{E}\hat{C} = \hat{B}\hat{E}\hat{A}$ porque são ângulos verticalmente opostos e $\hat{C}\hat{D}\hat{E} = \hat{A}\hat{B}\hat{E}$ porque são ângulos alternos internos.

Então, os comprimentos dos lados correspondentes dos triângulos $[ABE]$ e $[DEC]$ são proporcionais, ou seja, $\frac{\overline{DE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{AE}}$.

Ex. 18

Dobrando um quadrado por uma das suas diagonais obtém-se um triângulo retângulo isósceles. Como se pode ver na figura, esse triângulo retângulo isósceles é semelhante ao triângulo assinalado a cinza.



Assim, como triângulos semelhantes têm a mesma forma, o triângulo a cinza também é retângulo e isósceles, pelo que se $b = 3 \text{ m}$. Então, a medida da altura da parte da árvore acima dos olhos do Kevin também é 3 m .

Conclui-se então que a árvore tem $4,75 \text{ m}$ de altura ($3 + 1,75 = 4,75$).

Ex. 19

19.1. Os triângulos $[ACD]$ e $[FED]$ são semelhantes pelo critério AA, pois $\hat{A}\hat{D}\hat{C} = \hat{F}\hat{D}\hat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{C}\hat{A}\hat{D} = \hat{E}\hat{F}\hat{D}$ (ângulos do mesmo tipo, de lados paralelos). Então, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\frac{14 + x}{14} = \frac{12}{8}$$

$$\Leftrightarrow 14 + x = \frac{12 \times 14}{8}$$

$$\Leftrightarrow 14 + x = 21$$

$$\Leftrightarrow x = 21 - 14$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

R.: $r = 7 \text{ cm}$.

$$19.2. \overline{BD} = 14 - 7 = 7$$

$$\overline{BD} = 7 \text{ cm}$$

Ex. 20

Os triângulos $[B_1B_2B_3]$ e $[B_1B_3B_4]$ são semelhantes pelo critério AA, pois $B_1\hat{B}_2B_3 = B_4\hat{B}_3B_1$ (ângulos retos) e $B_3\hat{B}_1B_2 = B_3\hat{B}_1B_4$ (ângulo comum aos dois triângulos).

Em triângulos semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{\overline{B_1B_2}}{\overline{B_1B_3}} = \frac{\overline{B_1B_3}}{\overline{B_3B_4}}, \text{ ou seja,}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{5}{d}$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{5 \times 5}{3}$$

$$\Leftrightarrow d \approx 8,3 \text{ milhas}$$

Como $\overline{NB_4} = \frac{8,3}{2} = 4,15$, então a área da mancha de crude será, aproximadamente, $34,9 \text{ milhas}^2$.

Ex. 21

$$A_{[APQ]} = 99 \text{ cm}^2$$

$$A_{[ABC]} = 11 \text{ cm}^2$$

Os triângulos são semelhantes pelo critério AA: $\hat{P}\hat{A}\hat{Q} = \hat{B}\hat{A}\hat{C}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{Q}\hat{P}\hat{A} = \hat{C}\hat{B}\hat{A}$ (ângulos de lados paralelos).

Como o quociente entre as áreas de dois triângulos semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, tem-se $\frac{99}{11} = 9$, ou seja, $r^2 = 9$. Então $r = \sqrt{9} = 3$.

Como os triângulos são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais.

$$\frac{12}{\overline{BC}} = \frac{3}{1}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{12}{3}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = 4$$

Logo, $\overline{BC} = 4$ cm.

Testar – págs. 102 e 103

Ex. 1

1.1. $r = \frac{3}{2}$

1.2. $r = \frac{2}{3}$

Ex. 2

2.1. $r = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{4,5 \text{ cm}}{1,5 \text{ cm}} = 3$

2.2. Sabe-se que $\frac{\text{Perímetro do triângulo } [A'B'C']}{\text{Perímetro do triângulo } [ABC]} = r$.

Assim:

$$\frac{36}{\text{Perímetro do triângulo } [ABC]} = 3$$

$$\Leftrightarrow \text{Perímetro do triângulo } [ABC] = 12$$

Então, o triângulo $[ABC]$ tem 12 cm de perímetro.

2.3. Sabe-se que $\frac{\text{Área do triângulo } [A'B'C']}{\text{Área do triângulo } [ABC]} = r^2$.

Assim:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [A'B'C']}{9} = 3^2$$

$$\Leftrightarrow \text{Área do triângulo } [A'B'C'] = 81$$

Então, o triângulo $[A'B'C']$ tem 81 cm² de área.

Ex. 3

3.1. As figuras são B e C e a razão da semelhança, segundo uma redução é $r = \frac{1}{2} = 0,5$.

3.2. $P_B = 6 + 6 + 2 + 2 = 16$

Perímetro do quadrado = 16 cm, então o lado do quadrado = $16 : 4 = 4$

$$\text{Área do quadrado} = \ell \times \ell$$

$$\text{Área do quadrado} = 4 \times 4 = 16$$

Pelo que: Área do quadrado = 16 cm²

Ex. 4

A. D não é uma ampliação de A, porque $\frac{3}{2} \neq \frac{5}{4}$.

B. A e B são polígonos semelhantes porque os ângulos correspondentes são geometricamente iguais e a razão entre os comprimentos de segmentos de reta correspondentes é constante e igual a 2.

$$\frac{2}{1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$r = 2.$$

C. B é uma redução de C de razão $\frac{1}{2}$, porque

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \text{ ou seja, } r = \frac{1}{2}.$$

Trata-se de uma redução porque a razão de semelhança é menor do que 1.

Ex. 5

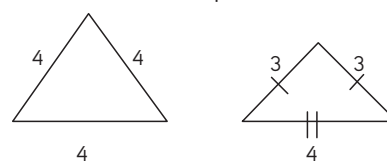
A. Verdadeira, porque os ângulos correspondentes são geometricamente iguais e a razão entre os comprimentos de segmentos de reta correspondentes é constante.

B. Falsa. Contraexemplo:



Os dois retângulos não são semelhantes, porque $\frac{6}{5} \neq \frac{3}{2}$.

C. Falsa. Contraexemplo:



$$\frac{4}{4} \neq \frac{4}{3} = \frac{4}{3}$$

D. Verdadeira. Dois polígonos regulares com o mesmo número de lados são sempre semelhantes.

E. Verdadeira.

Ex. 6

6.1. Os triângulos $[ABE]$ e $[CDE]$ são semelhantes pelo critério AA, pois $\hat{AEB} = \hat{CED}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{DCE} = \hat{BAE}$ (ângulos de lados paralelos).

Como os triângulos são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais. Assim,

$$\frac{6+x}{6} = \frac{12}{8}$$

$$\Leftrightarrow 6+x = \frac{12 \times 6}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = 9 - 6$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

- 6.2. Os triângulos $[CDE]$ e $[ABE]$ são semelhantes pelo critério AA, porque $\hat{B}\hat{E}\hat{A} = \hat{D}\hat{E}\hat{C}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{E}\hat{C}\hat{D} = \hat{E}\hat{A}\hat{B}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

Como os triângulos são semelhantes, os comprimentos dos lados correspondentes são diretamente proporcionais. Assim,

$$\frac{10+2}{10} = \frac{8+x}{8}$$

$$\Leftrightarrow 8+x = \frac{12 \times 8}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = 9,6 - 8$$

$$\Leftrightarrow x = 1,6$$

Ex. 7

Seja O o ponto de interseção das retas AA' e BB' .

A homotetia de centro O e razão $r = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$ trans-

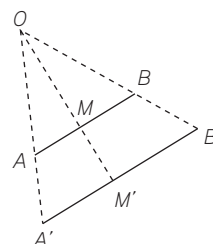
forma o segmento de reta $[AB]$ no segmento de reta $[A'B']$.

Considerando uma semirreta entre $\vec{OA'}$ e $\vec{OB'}$ e os respectivos pontos de interseção M e M' , com $[AB]$ e $[A'B']$, a imagem de M pela homotetia é o ponto M' .

M' pertence à semirreta OM e, pelo Teorema de

Tales, $\frac{\overline{OM'}}{\overline{OM}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = r$.

Então, $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 2$



Ex. 8

Os triângulos são semelhantes porque têm dois lados proporcionais e o ângulo por eles formado geometricamente igual (critério LAL):

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} \text{ e } \hat{B}\hat{A}\hat{C} = \hat{D}\hat{A}\hat{E}.$$

Propostas de resolução – Caderno de Atividades

Unidade 1 – Números

Praticar – págs. 8 a 13

Ex. 1

- $+\frac{4}{3} \times (+2) = +\frac{8}{3}$
- $+\frac{4}{3} \times (-2) = -\frac{8}{3}$
- $+\frac{4}{3} \times \left(-2\frac{3}{5}\right) = +\frac{4}{3} \times \left(-\frac{13}{5}\right) = -\frac{52}{15}$
- $+\frac{4}{3} \times (-1) = -\frac{4}{3}$
- $+8 \times (+2) = +16$
- $+8 \times (-2) = -16$
- $+8 \times \left(-2\frac{3}{5}\right) = +8 \times \left(-\frac{13}{5}\right) = -\frac{104}{5}$
- $+8 \times (-1) = -8$
- $-0,7 \times (+2) = -1,4$
- $-0,7 \times (-2) = +1,4$
- $-0,7 \times \left(-2\frac{3}{5}\right) = -\frac{7}{10} \times \left(-\frac{13}{5}\right) = +\frac{91}{50} = +1,82$
- $-0,7 \times (-1) = +0,7$
- $0 \times (+2) = 0$
- $0 \times (-2) = 0$
- $0 \times \left(-2\frac{3}{5}\right) = 0$
- $0 \times (-1) = 0$

$\times \rightarrow$	+2	-2	$-2\frac{3}{5}$	-1
$-\frac{4}{3}$	$+\frac{8}{3}$	$-\frac{8}{3}$	$-\frac{52}{15}$	$-\frac{4}{3}$
+8	+16	-16	$-\frac{104}{5}$	-8
-0,7	-1,4	+1,4	+1,82	+0,7
0	0	0	0	0

- $+4 : (+2) = 2$
- $+4 : (-0,3) = 4 : \left(-\frac{3}{10}\right) = 4 \times \left(-\frac{10}{3}\right) = -\frac{40}{3}$
- $+4 : (-4) = -\frac{4}{4} = -1$
- $+4 : \left(2\frac{1}{3}\right) = 4 : \frac{7}{3} = 4 \times \frac{3}{7} = \frac{12}{7}$
- $+\frac{8}{5} : (+2) = +\frac{8}{5} \times \left(+\frac{1}{2}\right) = +\frac{8}{10} = +\frac{4}{5}$

$$\begin{aligned} \bullet +\frac{8}{5} : (-0,3) &= +\frac{8}{5} : \left(-\frac{3}{10}\right) = +\frac{8}{5} \times \left(-\frac{10}{3}\right) = \\ &= -\frac{80}{15} = -\frac{16}{3} \end{aligned}$$

$$\bullet +\frac{8}{5} : (-4) = +\frac{8}{5} \times \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{8}{20} = -\frac{2}{5}$$

$$\bullet +\frac{8}{5} : 2\frac{1}{3} = +\frac{8}{5} : \frac{7}{3} = +\frac{8}{5} \times \frac{3}{7} = +\frac{24}{35}$$

$$\bullet -12 : (+2) = -6$$

$$\begin{aligned} \bullet -12 : (-0,3) &= -12 : \left(-\frac{3}{10}\right) = -12 \times \left(-\frac{10}{3}\right) = \\ &= \frac{120}{3} = +40 \end{aligned}$$

$$\bullet -12 : (-4) = +3$$

$$\bullet -12 : 2\frac{1}{3} = -12 : \frac{7}{3} = -12 \times \frac{3}{7} = -\frac{36}{7}$$

$$\bullet 0 : (+2) = 0$$

$$\bullet 0 : (-0,3) = 0$$

$$\bullet 0 : (-4) = 0$$

$$\bullet 0 : 2\frac{1}{3} = 0$$

$: \rightarrow$	+2	-0,3	-4	$2\frac{1}{3}$
+4	+2	$-\frac{40}{3}$	-1	$\frac{12}{7}$
$+\frac{8}{5}$	$+\frac{4}{5}$	$-\frac{16}{3}$	$-\frac{2}{5}$	$+\frac{24}{35}$
-12	-6	+40	+3	$-\frac{36}{7}$
0	0	0	0	0

Ex. 2

$$2.1. \quad (-3) \times \left(+\frac{4}{5}\right) = -\frac{12}{5}$$

$$2.2. \quad \left(-\frac{5}{3}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

$$2.3. \quad (+2) \times \left(+\frac{7}{2}\right) = \frac{14}{2} = 7$$

$$2.4. \quad \left(+\frac{6}{3}\right) \times \left(-\frac{8}{7}\right) = 2 \times \left(-\frac{8}{7}\right) = -\frac{16}{7}$$

$$2.5. \quad \left(-\frac{20}{7}\right) \times \left(-\frac{3}{9}\right) = -\frac{20}{7} \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{20}{21}$$

$$2.6. \quad \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{5}{2}\right) \times 0,3 =$$

$$= -\frac{10}{6} \times \frac{3}{10} =$$

$$= -\frac{30}{60} =$$

$$= -\frac{1}{2}$$

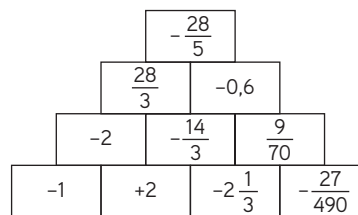
$$\begin{aligned}
 2.7. \quad & \left(-\frac{5}{7} + 2\right) \times (-0,7) = \\
 & = \left(-\frac{5}{7} + \frac{14}{7}\right) \times \left(-\frac{7}{10}\right) = \\
 & = \frac{9}{7} \times \left(-\frac{7}{10}\right) = \\
 & = -\frac{63}{70} = \\
 & = -\frac{9}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.8. \quad & (+5) \times \left(+4 - 2\frac{1}{5}\right) = \\
 & = +5 \times \left(+4 - \frac{11}{5}\right) = \\
 & = +5 \times \left(\frac{20}{5} - \frac{11}{5}\right) = \\
 & = +5 \times \frac{9}{5} = \\
 & = \frac{45}{5} = \\
 & = 9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.9. \quad & \left(-0,2 - \frac{5}{4}\right) + \left(-7 + \frac{4}{3}\right) = \\
 & = \left(-\frac{2}{10} - \frac{5}{4}\right) + \left(-\frac{21}{3} + \frac{4}{3}\right) = \\
 & = \left(-\frac{4}{20} - \frac{25}{20}\right) + \left(-\frac{17}{3}\right) = \\
 & = -\frac{29}{20} - \frac{17}{3} = \\
 & = -\frac{87}{60} - \frac{340}{60} = \\
 & = -\frac{427}{60}
 \end{aligned}$$

Ex. 3

- $(-2) : (-1) = 2$
- $2 \times \left(-2\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = -\frac{14}{3}$
- $-0,6 : \left(-\frac{14}{3}\right) = -\frac{6}{10} : \left(-\frac{14}{3}\right) = -\frac{6}{10} \times \left(-\frac{3}{14}\right) =$
 $= \frac{18}{140} = \frac{9}{70}$
- $\frac{9}{70} : \left(-2\frac{1}{3}\right) = \frac{9}{70} : \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{9}{70} \times \left(-\frac{3}{7}\right) = -\frac{27}{490}$
- $-2 \times \left(-\frac{14}{3}\right) = \frac{28}{3}$
- $\frac{28}{3} \times (-0,6) = \frac{28}{3} \times \left(-\frac{6}{10}\right) = \frac{28}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{28}{5}$

**Ex. 4**

Propriedade comutativa; propriedade associativa e propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

Ex. 5

$$\begin{aligned}
 5.1. \quad & \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{5} + 5\right) = \\
 & = \frac{2}{3} \times \left(-\frac{3}{5}\right) + \frac{2}{3} \times 5 = \\
 & = -\frac{6}{15} + \frac{10}{3} = \\
 & = -\frac{6}{15} + \frac{50}{15} = \\
 & = \frac{44}{15}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.2. \quad & -\frac{8}{7} \times \left(-\frac{5}{2} + 6\right) = \\
 & = -\frac{8}{7} \times \left(-\frac{5}{2}\right) + \left(-\frac{8}{7}\right) \times (+6) = \\
 & = \frac{40}{14} - \frac{48}{7} = \\
 & = \frac{20}{7} - \frac{48}{7} = \\
 & = -\frac{28}{7} = \\
 & = -4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.3. \quad & -\left(-\frac{3}{2} + \frac{5}{3}\right) + (-4) \times \left(-\frac{3}{5} - \frac{7}{3}\right) = \\
 & = (-1) \times \left(-\frac{3}{2}\right) + (-1) \times \left(+\frac{5}{3}\right) + (-4) \times \left(-\frac{3}{5}\right) + \\
 & \quad + (-4) \times \left(-\frac{7}{3}\right) = \\
 & = \frac{3}{2} - \frac{5}{3} + \frac{12}{5} + \frac{28}{3} = \\
 & = \frac{45}{30} - \frac{50}{30} + \frac{72}{30} + \frac{280}{30} = \\
 & = \frac{347}{30}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5.4. \quad & \left(-\frac{3}{2}\right)^2 \times \left(-2^2 - \frac{5}{7}\right) + (-1)^7 + \frac{7}{2} = \\
 & = \frac{9}{4} \times \left(-4 - \frac{5}{7}\right) - 1 + \frac{7}{2} = \\
 & = \frac{9}{4} \times (-4) + \frac{9}{4} \times \left(-\frac{5}{7}\right) - \frac{2}{2} + \frac{7}{2} = \\
 & = -\frac{36}{4} - \frac{45}{28} + \frac{5}{2} = \\
 & = -\frac{252}{28} - \frac{45}{28} + \frac{70}{28} = \\
 & = -\frac{227}{28}
 \end{aligned}$$

Ex. 6

$$6.1. \quad -3 \times \frac{3}{7} = -\frac{9}{7}$$

$$6.2. \quad -\frac{15}{3} : \left(-\frac{1}{3}\right) = +15$$

$$6.3. \quad \left(-\frac{30}{2}\right) : \left(-\frac{30}{2}\right) = +1$$

$$6.4. \quad -\frac{1}{6} - \frac{3}{5} = -\frac{5}{30} - \frac{18}{30} = -\frac{23}{30}$$

Assim, como $2 \times \frac{23}{30} : \left(-\frac{23}{30}\right) = -2$ e $2 \times \frac{23}{30} =$
 $= \frac{46}{30} = \frac{23}{15}$, tem-se:

$$\frac{23}{15} : \left(-\frac{1}{6} - \frac{3}{5}\right) = -2$$

$$6.5. \quad -\frac{15}{2} + 3 = -\frac{15}{2} + \frac{6}{2} = -\frac{9}{2}$$

Então, $-\frac{9}{2} \times ? = -36$.

Logo, $-\frac{9}{2} \times 8 = -36$.

$$6.6. \quad ? : 14 = -3$$

Logo, $-42 : 14 = 3$

Ex. 7

Por exemplo:

a	b	c	Expressão
-0,3	-5		$a \times b = 1,5$
	5	-3	$c \times b \times (-4) = \frac{30}{7}$
-40	10	2	$a : c = -2b$
60	3	1	$(a : b) \times c = -\frac{3}{2}$

Ex. 8

$$\bullet (-2)^2 + (-1)^5 = 4 + (-1) = 4 - 1 = 3$$

$$\bullet \frac{9}{2} : (-1,5) \times (-1)^{200} = \frac{9}{2} : \left(-\frac{3}{2}\right) \times 1 =$$

$$= \frac{9}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times 1 = -3 \times 1 = -3$$

$$\bullet (-2)^2 = 4$$

$$\bullet -16 : (-4) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = 4 \times \left(-\frac{1}{5}\right) = -\frac{4}{5}$$

$$\bullet (-3)^2 - (2^2 \times 3) = 9 - (4 \times 3) = 9 - 12 = -3$$

$$\bullet -\frac{2^2}{5} = -\frac{4}{5}$$

$$\bullet -16 \times (-1) - 13 = 16 - 13 = 3$$

$$\bullet \left(-\frac{16}{5}\right)^2 : \left(-\frac{8}{5}\right)^2 = \left[-\frac{16}{5} \times \left(-\frac{5}{8}\right)\right]^2 = 2^2 = 4$$

Ex. 9

9.1. positivo

9.2. zero

9.3. par

9.4. ímpar

9.5. quadrado perfeito

9.6. cubo perfeito

Ex. 10

$$\frac{64}{25} = \frac{8 \times 8}{5 \times 5} = \frac{8^2}{5^2} = \left(\frac{8}{5}\right)^2$$

Ex. 11

$$\begin{array}{r|l}
 64 & 2 \\
 32 & 2 \\
 16 & 2 \\
 8 & 2 \\
 4 & 2 \\
 2 & 2 \\
 1 &
 \end{array}$$

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$$

Então, $64 = 2^6$.

Ex. 12

[B] positiva.

Ex. 13

[C] positiva se o expoente for um número par.

Ex. 14

[A] a^3

Ex. 15

[A] Verdadeira, porque $-\frac{1}{2} = -0,5$ e $-0,5 > -1,4$.

[B] Falsa, porque $(-1)^{207} = -1$ e $-1 \neq 207$.

[C] Falsa, $-1^{20} = -1$ e $-1 \neq +1$.

[D] Falsa, porque $(-7)^4 = 7^4$ e $7^4 \neq -7^4$.

Ex. 16

$$16.1. -2 + 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) = -2 + (-3) = -2 - 3 = -5$$

$$\begin{aligned} 16.2. & \left[+\frac{3}{5} + \left(-\frac{5}{4}\right)\right] \times 3 \times (-7) = \\ & = \left(+\frac{3}{5} - \frac{5}{4}\right) \times 3 \times (-7) = \\ & = \left(+\frac{12}{20} - \frac{25}{20}\right) \times (-21) = \\ & = \left(-\frac{13}{20}\right) \times (-21) = \\ & = \frac{273}{20} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.3. & 3 \times \left(-\frac{5}{4}\right)^2 = \\ & = 3 \times \frac{25}{16} = \\ & = \frac{75}{16} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.4. & \left(-\frac{1}{5}\right)^3 + \left(+\frac{7}{2}\right)^2 = \\ & = -\frac{1}{125} + \frac{49}{4} = \\ & = -\frac{4}{500} + \frac{6125}{500} = \\ & = \frac{6121}{500} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.5. & \left[-\frac{5}{7} + 2 \times \left(+\frac{5}{7}\right)\right]^2 = \\ & = \left(-\frac{5}{7} + \frac{10}{7}\right)^2 = \\ & = \left(\frac{5}{7}\right)^2 = \\ & = \frac{25}{49} \end{aligned}$$

Ex. 17

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{3}{2} - \frac{4}{5}\right)^2 = \\ & = \left(-\frac{15}{10} - \frac{8}{10}\right)^2 = \\ & = \left(-\frac{23}{10}\right)^2 = \\ & = \frac{23^2}{10^2} \end{aligned}$$

A opção correta é a [D].

Ex. 18

$$18.1. \underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right)^3}_{\text{negativo}} < \underbrace{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}_{\text{positivo}}$$

$$18.2. 1,5 > \underbrace{\left(-\frac{3}{5}\right)^5}_{\text{negativo}}$$

$$18.3. \underbrace{0^{30}}_{\text{zero}} > \underbrace{\left(-\frac{7}{2}\right)^{301}}_{\text{negativo}}$$

$$18.4. \underbrace{(-1)^{4002}}_{=1} = \underbrace{(+1)^{25}}_{=1}$$

$$18.5. \underbrace{-3^3}_{-27} = \underbrace{(-3)^3}_{-27}$$

$$18.6. \underbrace{-3^4}_{\text{negativo}} < \underbrace{(-3)^4}_{\text{positivo}}$$

Ex. 19

19.1. Para mostrar que os números em causa são simétricos, vamos efetuar a sua soma.

$$\begin{aligned} & (a - 1) + (1 - a) = \\ & = [a + (-1)] + [1 + (-a)] = \\ & = a + (-1) + 1 + (-a) = \\ & = a + 0 + (-a) = \\ & = 0 \end{aligned}$$

Como a soma é nula, os números são simétricos, ou seja, $-(a - 1) = 1 - a$.

19.2. Considerando $a = 3$, então $a - 1 = 3 - 1 = 2$ e $1 - a = 1 - 3 = -2$.

Os dois números são, de facto, números simétricos, como já se sabia pela alínea anterior.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 20

$$x = -\left(-\frac{2}{3} + \frac{5}{2}\right) =$$

$$= -\left(-\frac{4}{6} + \frac{15}{6}\right) =$$

$$= -\left(+\frac{11}{6}\right) =$$

$$= -\frac{11}{6}$$

$$y = -\frac{2^2}{5} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$$

$$= -\frac{4}{5} - \left(+\frac{4}{9}\right) =$$

$$= -\frac{4}{5} - \frac{4}{9} =$$

$$= -\frac{36}{45} - \frac{20}{45} =$$

$$= -\frac{56}{45}$$

$$w = -3 \times \left(-\frac{1}{5} + \frac{5}{2}\right) =$$

$$= -3 \times \left(-\frac{2}{10} + \frac{25}{10}\right) =$$

$$= -3 \times \frac{23}{10} =$$

$$= -\frac{69}{10}$$

$$20.1. x + y + w = -\frac{11}{6} + \left(-\frac{56}{45}\right) + \left(-\frac{69}{10}\right) =$$

$$= -\frac{330}{180} - \frac{224}{180} - \frac{1242}{180} =$$

$$= -\frac{1796}{180} = -\frac{449}{45}$$

$$20.2. x \times y + w = -\frac{11}{6} \times \left(-\frac{56}{45}\right) + \left(-\frac{69}{10}\right) =$$

$$= \frac{616}{270} - \frac{69}{10} =$$

$$= \frac{616}{270} - \frac{1863}{270} =$$

$$= -\frac{1247}{270}$$

$$20.3. x^2 - (y - w)^2 = \left(-\frac{11}{6}\right)^2 - \left[-\frac{56}{45} - \left(-\frac{69}{10}\right)\right]^2 =$$

$$= \frac{121}{36} - \left(-\frac{56}{45} + \frac{69}{10}\right)^2 =$$

$$= \frac{121}{36} - \left(-\frac{112}{90} + \frac{621}{90}\right)^2 =$$

$$= \frac{121}{36} - \frac{509}{90} =$$

$$= \frac{605}{180} - \frac{1018}{180} =$$

$$= -\frac{413}{180}$$

Ex. 21

21.1. -2 e -3

21.2. +6 porque $-3 \times (-2) = +6$

21.3.

$\times$	-3	-3	-3	-3
-1	+3	+3	+3	+3
-2	+6	+6	+6	+6
+1	-3	-3	-3	-3
+2	-6	-6	-6	-6

Não. As hipóteses são as mesmas. Tem oito hipóteses de obter número positivo e oito hipóteses de obter número negativo.

Ex. 22

22.1. 9; 81.

22.2. 49; 49.

22.3. 27; 27.

22.4. 2; 2; 8.

Ex. 23

a	$\sqrt{a}$	$\sqrt[3]{a}$	$(\sqrt{a})^2$	$(\sqrt[3]{a})^3$
64	8	4	64	64
9	3	2,1	9	9
125	11,2	5	125	125

Ex. 24

A - Falsa

B - Falsa

C - Verdadeira

D - Verdadeira

[B] As afirmações C e D são verdadeiras.

Ex. 25O quadrado tem 6 cm de lado ($\ell = \sqrt{36} = 6$).Logo, $P = 4 \times 6 = 24$.

[C] 24 cm

Ex. 26Um cubo com 125 cm³ de volume tem 5 cm de aresta ($a_1 = \sqrt[3]{125} = 5$).Logo, o dobro de aresta é $a_2 = 10$ cm.Então, $V = 10^3 = 1000$ [B] 1000 cm³

Ex. 27

$$\begin{aligned}
 5 \times (-q) &= \\
 &= (-q) + (-q) + (-q) + (-q) + (-q) = \\
 &= -(q + q + q + q + q) = \\
 &= -(5 \times q)
 \end{aligned}$$

Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico

Ex. 28

$$\begin{aligned}
 28.1. \left[\left(-\frac{3}{5} \right) \times \left(\frac{2}{3} \right) \right] : \frac{7}{-4} &= \\
 &= \left(-\frac{6}{15} \right) \times \left(-\frac{4}{7} \right) = \\
 &= -\frac{2}{5} \times \left(-\frac{4}{7} \right) = \\
 &= \frac{8}{35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28.2. \frac{2}{7} \times \left(-\frac{3}{1} + \frac{4}{5} \right) &= \\
 &= \frac{2}{7} \times \left(-\frac{15}{5} + \frac{4}{5} \right) = \\
 &= \frac{2}{7} \times \left(-\frac{11}{5} \right) = \\
 &= -\frac{22}{35}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28.3. (\sqrt{3})^2 + \sqrt[3]{64} - (\sqrt[3]{5})^3 &= \\
 &= 3 + 4 - 5 = \\
 &= 7 - 5 = \\
 &= 2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28.4. (\sqrt{81}) \times (-\sqrt{100} - \sqrt[3]{125}) &= \\
 &= 9 \times (-10 - 5) = \\
 &= 9 \times (-15) = \\
 &= -135
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 28.5. -3 + \sqrt{36} : \sqrt[3]{27} + (-5) \times \sqrt[3]{\frac{24}{3}} &= \\
 &= -3 + 6 : 3 - 5 \times \sqrt[3]{8} = \\
 &= -3 + 2 - 5 \times 2 = \\
 &= -3 + 2 - 10 = \\
 &= 2 - 13 = \\
 &= -11
 \end{aligned}$$

Ex. 29

Como $\sqrt{9} = 3$, 9 é um quadrado perfeito.
 Como $\sqrt{16} = 4$, 16 é um quadrado perfeito.
 $9 + 16 = 25$
 Como $\sqrt{25} = 5$, 25 é um quadrado perfeito.
 Como $\sqrt{4} = 2$, 4 é um quadrado perfeito.
 Como $\sqrt{9} = 3$, 9 é um quadrado perfeito.
 $9 + 4 = 13$
 13 não é um quadrado perfeito.

Ex. 30

$\sqrt[3]{30}$, $\sqrt[3]{40}$ e $\sqrt[3]{50}$, porque $3 = \sqrt[3]{27}$ e $4 = \sqrt[3]{64}$.

Então, qualquer raiz cúbica de números maiores que 27 e menores que 64 está nas condições pedidas.

Ex. 31

Como $\sqrt{\frac{p}{q}} = \frac{\sqrt{p}}{\sqrt{q}}$, então $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$.

Ex. 32

Dados dois números racionais $p = \frac{a^3}{b^3}$ e $q = \frac{c^3}{d^3}$, onde a, b, c e d são números naturais ($b \neq 0$ e $d \neq 0$), tem-se $\frac{p}{q} = \frac{\frac{a^3}{b^3}}{\frac{c^3}{d^3}} = \frac{a^3}{b^3} \times \frac{d^3}{c^3} = \frac{(a \times d)^3}{(b \times c)^3}$. Assim, $\frac{p}{q}$ é um cubo perfeito.

Ex. 33

$$33.1. \left(\frac{5}{7} \right)^2 = \frac{5^2}{7^2} = \frac{25}{49}$$

$$33.2. \left(-\frac{5}{7} \right)^2 = \left(\frac{5}{7} \right)^2 \text{ porque o expoente é par.}$$

Assim, um número e o seu simétrico têm o mesmo quadrado.

Ex. 34

$V = 2197$
 $a = \sqrt[3]{2197} = 13$
 Cada aresta tem 13 cm.
 $8 \times 13 = 104$ cm
 $104 + 30 = 134$ cm
 R.: O comprimento de fita utilizada foi 134 cm.

Ex. 35

$$35.1. A = 144 \text{ cm}^2$$

$$\ell = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$35.2. A = 121 \text{ cm}^2$$

$$\ell = \sqrt{121} = 11 \text{ cm}$$

Então, $\overline{DC} = 11$ cm

$$\overline{AD} = 12 \text{ cm}$$

Como $\overline{CB} = \overline{BA}$, $\overline{CB} = 0,5$ cm e $\overline{BA} = 0,5$ cm. Logo, $\overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD}$.

$$\overline{BD} = 0,5 + 11 = 11,5$$

Consequentemente, a área do quadrado de lado $\overline{BD}$ é igual a $11,5 \times 11,5 = 132,25 \text{ cm}^2$.

Unidade 2 – Funções

Praticar – págs. 18 a 33

Ex. 1

Correspondência 1

Não é função porque existe pelo menos um elemento do conjunto de partida (o 1) ao qual corresponde mais do que um elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 2

É função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 3

Não é função porque existe pelo menos um elemento do conjunto de partida (o -2) ao qual corresponde mais do que um elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 4

Não é função porque existe pelo menos um elemento do conjunto de partida ao qual corresponde mais do que um elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 5

Não é função porque existe pelo menos um elemento do conjunto de partida (o 7) ao qual corresponde mais do que um elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 6

É função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.

Correspondência 7

É função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um e um só elemento do conjunto de chegada.

Ex. 2

$$D_f = \{a, b, c\}$$

$$D'_f = \{1, 3, 7\}$$

$$\text{Conjunto de chegada} = \{1, 3, 4, 7\}$$

Ex. 3

$$3.1. \quad i(-2) = 3 \times (-2) = -6$$

$$i(-1) = 3 \times (-1) = -3$$

$$i(0) = 3 \times 0 = 0$$

$$i(1) = 3 \times 1 = 3$$

$$i(2) = 3 \times 2 = 6$$

$$D'_i = \{-6, -3, 0, 3, 6\}$$

$$3.2. \quad \{(-2, -6), (-1, -3), (0, 0), (1, 3), (2, 6)\}$$

Ex. 4

$$4.1. \quad D_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D_g = \{1, 2, 3, 4\}$$

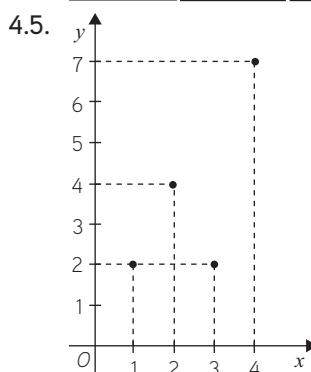
$$4.2. \quad D'_f = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D'_g = \{0, 1, 2, 3\}$$

$$\begin{aligned} 4.3. \quad (f + g)(2) &= \\ &= f(2) + g(2) = \\ &= 3 + 2 = \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$4.4.$$

x	1	2	3	4
$f(x)$	$f(1) = 2$	$f(2) = 3$	$f(3) = 1$	$f(4) = 4$
$g(x)$	$g(1) = 0$	$g(2) = 2$	$g(3) = 1$	$g(4) = 3$
$(g + f)(x)$	$2 + 0 = 2$	$3 + 2 = 5$	$1 + 1 = 2$	$4 + 3 = 7$



$$4.6. \quad a) \quad D_{f-g} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D'_{f-g} = \{0, 1, 2\}$$

$$b) \quad D_{f \times g} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D'_{f \times g} = \{0, 1, 6, 12\}$$

$$c) \quad D_{f^2} = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$D'_{f^2} = \{1, 4, 9, 16\}$$

Ex. 5

Os gráficos g e i representam funções lineares, porque todos os pontos estão sobre uma reta que passa pela origem do referencial.

Ex. 6

A. Afirmação verdadeira. A razão entre o perímetro de um triângulo equilátero e o comprimento de um dos seus lados é não nula e constante (3).

$$\text{Como } P = 3\ell, \text{ então } k = \frac{3\ell}{\ell} = 3.$$

B. Afirmação falsa. A razão entre a área de um círculo e o comprimento do seu raio não é constante.

Por exemplo:

• se $r = 2$, $A = 4\pi$ e $\frac{4\pi}{2} = 2\pi$

• se $r = 3$, $A = 9\pi$ e $\frac{9\pi}{3} = 3\pi$

C. Afirmação verdadeira. A razão entre o perímetro de um círculo e o comprimento do seu raio é não nula e constante (2π).

Como $P = 2\pi r$, então $k = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$.

Ex. 7

7.1. 10 sessões, porque o *workshop* é de 50 horas e cada sessão tem 5 horas ($50 : 5 = 10$).

7.2. $P(4) = 50 - 5 \times 4 = 50 - 20 = 30$.

R.: Faltariam 30 horas.

7.3. $P(x) = 10$

$$50 - 5 \times 8 = 50 - 40 = 10$$

R.: Se apenas faltassem 10 horas para terminar o *workshop*, já se tinham realizado 8 sessões.

Ex. 8

8.1. Preço inicial: 650 €

Percentagem de desconto: 70%

Valor do desconto: $0,7 \times 650 = 455$ €

8.2. $g(x) = 0,7x$

8.3. $f(x) = x - g(x) =$

$$= x - 0,7x =$$

$$= 0,3x$$

8.4. As funções f e g são funções de proporcionalidade direta porque a razão entre os valores correspondentes das duas é constante.

8.5. $180 \times 70\% = 180 \times 0,7 = 126$

O MP3 tem 126 € de desconto.

$$180 - 126 = 54$$

R.: O preço final do MP3 é 54 €.

Ex. 9

9.1. $A(\ell) = \ell \times \ell$ ou $A(\ell) = \ell^2$

9.2. $A(r) = \pi \times r^2$

Ex. 10

[B] Por cada 10 rebuçados, a Filipa paga 1 €.

Ex. 11

[B] O peso das laranjas e o preço a pagar por elas.

[D] O número de pães e o preço a pagar por eles.

Ex. 12

12.1. Como o preço das batatas é 0,15 €/kg, então:

$$0 \times 0,15 = 0$$

$$2 \times 0,15 = 0,30$$

$$0,60 : 0,15 = 4$$

$$1,5 : 0,15 = 10$$

Peso (kg)	0	2	4	10
Valor recebido (€)	0	0,30	0,60	1,5

12.2. $h(x) = 0,15x$

12.3. $3 \times 20 \text{ kg} = 60 \text{ kg}$

$$h(60) = 0,15 \times 60 = 9$$

R.: Terá de pagar 9 €.

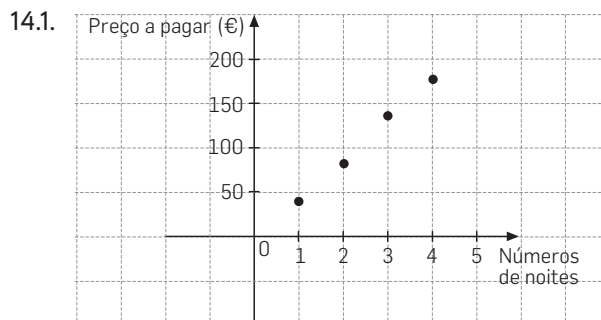
12.4. $30 : 0,15 = 200$

R.: Vendeu 200 kg de batatas.

Ex. 13

Ponto	A	B	C	D
Retângulo	IV	III	I	II

Ex. 14



14.2. [A] $y = 45x$

Ex. 15

15.1. $D_h = \{0, 2, 3, 4, 5\}$

$$D'_h = \{0, 1, 3, 4, 5\}$$

15.2. a) $h(3) = 5$

b) $h(5) = 1$

15.3. A imagem, por h , do objeto 2 é 3.

15.4. O objeto que, por h , tem imagem 0 é 4.

Ex. 16

16.1.

(M) – Mês		(C) – Comprimento do cabelo
Janeiro	0	3
Fevereiro	1	4,4
Março	2	5,8
Abril	3	7,2
Maio	4	8,6
Junho	5	10

16.2. $5,8 - 4,4 = 1,4$

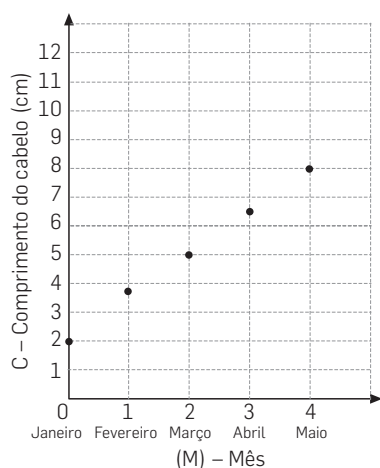
$7,2 - 5,8 = 1,4$

$8,6 - 7,2 = 1,4$

R.: Em cada mês, o cabelo do Vitor cresceu 1,4 cm.

16.3. [B] $C = 3 + 1,4M$

16.4.



17.4. $g(x) = 3x$, para $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Ex. 18

18.1. $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) - 1 = -\frac{2}{2} - 1 = -1 - 1 = -2$

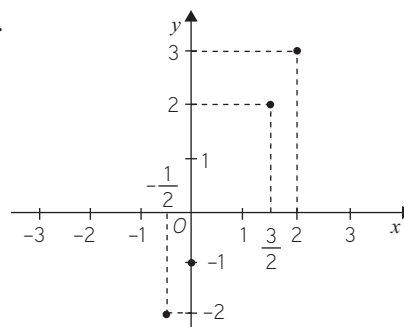
$g(0) = 2 \times 0 - 1 = 0 - 1 = -1$

$g\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2} - 1 = \frac{6}{2} - 1 = 3 - 1 = 2$

$g(2) = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

Logo, $D' = \{-2, -1, 2, 3\}$

18.2.



Ex. 19

19.1. $D_g = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

19.2. a) $g(3) = 1$

b) $g(2) = 4$

19.3. "5 é o objeto cuja imagem é 0."

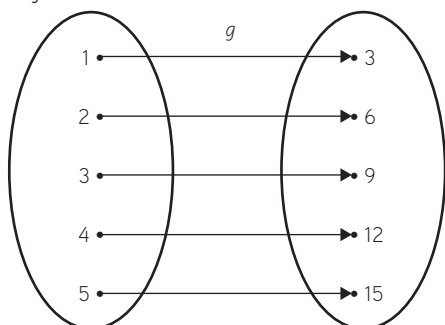
19.4. A afirmação é falsa. 2 é imagem de 1 e de 4.

Ex. 17

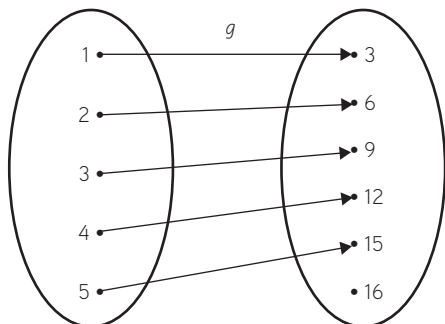
17.1. $D_g = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$D'_g = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

17.2.



17.3.



Ex. 20

20.1. $f(x) = 2 - (x + 1) + x =$
 $= 2 - x - 1 + x =$
 $= 1$

A função f é uma função constante.

20.2. $g(x) = 1 - 3x + (4x - 2) - 1 =$
 $= 1 - 3x + 4x - 2 - 1 =$
 $= x - 2$

A função g é uma função afim.

20.3. $h(x) = \frac{2x - (3x - 1) + 3}{2} =$
 $= \frac{2x - 3x + 1 + 3}{2} =$
 $= \frac{-x + 4}{2} =$
 $= -\frac{x}{2} + 2$

A função h é uma função afim.

20.4. $i(x) = 2x^2 - (2x^2 + 1) - x =$
 $= 2x^2 - 2x^2 - 1 - x =$
 $= -x - 1$

A função i é uma função afim.

Ex. 2121.1. [C] $c = 2,54p$ 21.2. $40 \times 2,54 = 101,6$, pelo que 40 polegadas correspondem a 101,6 cm.Como $101,6 < 106,68$, o televisor do Gonçalo tem maior diagonal.**Ex. 22**

22.1. No mês de setembro.

22.2. No mês de junho.

22.3. Em outubro foram vendidos 1000 livros.

22.4. Em janeiro e em outubro foram vendidos 1000 livros.

22.5. No mês de julho.

22.6. $1000 + 1200 + 1100 + 800 + 600 + 400 + 2000 + 2200 + 2500 + 1000 + 1200 + 1800 = 15\,800$

R.: Nesse ano foram vendidos 15 800 livros.

Ex. 23 $50 : 0,8 \approx 277,78$

No tarifário do Marco é possível falar 277,78 minutos com 50 €, o que quer dizer que se conversar mais do que 277,78 minutos passa a ser mais vantajoso o tarifário da promoção.

Ex. 2424.1. Do cartaz, conclui-se que cada bilhete custa 4,5 €. Assim, $5 \times 4,5 = 22,5$, pelo que a Eliana pagou 22,5 € por 5 bilhetes.24.2. $9 : 4,5 = 2$

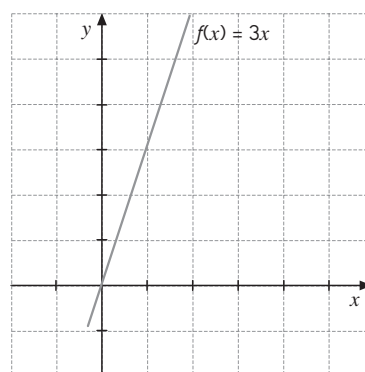
A Sofia comprou 2 bilhetes.

24.3. $1 \times 4,5 = 4,5$ $2 \times 4,5 = 9$ $3 \times 4,5 = 13,5$ $4 \times 4,5 = 18$ $n \times 4,5 = 4,5n$

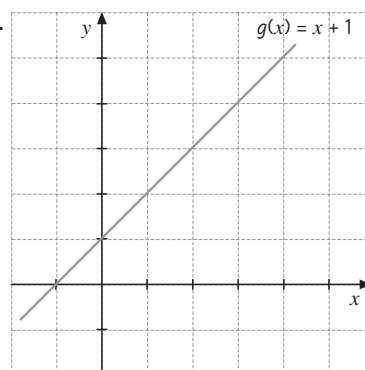
Número de bilhetes comprados (n)	Preço a pagar (P)
1	4,5
2	9
3	13,5
4	18
...	...
n	$4,5n$

Ex. 25

25.1.



25.2.

**Ex. 26**

O gráfico A não representa a situação descrita porque à medida que o tempo aumenta a altura da água no recipiente não pode diminuir. O gráfico B não pode representar a situação porque a altura da água e o tempo decorrido não são diretamente proporcionais pois, como se trata de uma pirâmide, a altura da água aumenta rapidamente no início. Como no início o recipiente estava vazio e tal não é demonstrado no gráfico C, este gráfico não serve para representar a situação descrita.

Ex. 27

Recipiente 1: [B]

Recipiente 2: [A]

Recipiente 3: [A]

Ex. 28

28.1. Aos 10 e aos 15 anos.

28.2. [C] A Teresa aumentou mais do que 15 kg e menos do que 20 kg.

Ex. 29

29.1. O automóvel percorre 30 metros.

29.2. O automóvel seguiria a 150 km/h.

29.3. [D] $Dr = \frac{30}{100} v$

Ex. 30Temos, para cada $x \in \mathbb{Q}$,

$$(g \times f)(x) = g(x) \times f(x) = k \times (bx) = kb \times x$$

A função $g \times f$ é linear de coeficiente $a = kb$, pois, para todo o x em $\mathbb{Q}$, $(g \times f)(x) = ax$.**Ex. 31**

31.1. $v = \frac{1056}{2} = 528$

R.: O avião atingiu 528 m/s.

31.2. 3 minutos = 3×60 segundos = 180 segundosComo o avião se desloca a 528 metros por segundo, em 180 segundos o avião percorre 95 040 metros ($528 \times 180 = 95\,040$).

R.: Em 3 minutos o avião percorre 95,04 km.

31.3. Tem-se que $4500 \text{ km} = 4\,500\,000 \text{ m}$

$$4\,500\,000 : 528 \approx 8522,7 \text{ segundos.}$$

Como $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, então $8522,7 \text{ s} \approx 2,37 \text{ h}$ pois $8522,7 : 3600 = 2,37$. Sendo assim, o avião demoraria, aproximadamente, 2,37 h.31.4. a) i. $A(20) = 100$

Significado: Passados 20 segundos, o avião estava a 100 metros de altura.

ii. $A(40) = 1000$

Significado: Passados 40 segundos, o avião estava a 1000 metros de altura.

b) A afirmação é falsa, pois a razão entre os valores correspondentes da altura do avião e do tempo decorrido não é constante:

$$\frac{0}{10} \neq \frac{100}{20} \neq \frac{1000}{40}.$$

Ex. 32

32.1. $v = \frac{\text{Tamanho}}{\text{Tempo}}$

$$\frac{72}{2,5} = 28,8$$

R.: A velocidade de transferência é 28,8 kb/s.

32.2. $1000 : 28,8 \approx 34,7$

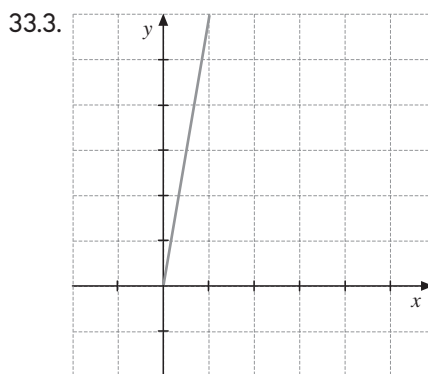
R.: O modem da Bárbara demora, aproximadamente, 34,7 segundos a transferir o ficheiro.

32.3. [B] $1 \text{ MB} = 10^6 \text{ bytes}$ **Ex. 33**

33.1. $20,4 : 3,4 = 6$

Trata-se de um hexágono.

33.2. $P = 6\ell$

33.4. a) $a(x)$:

$$4 : 1 = 4 \text{ (quadrado)}$$

$$b(x)$$

$$10 : 2 = 5 \text{ (pentágono)}$$

$$c(x)$$

$$14 : 2 = 7 \text{ (heptágono)}$$

$$d(x)$$

$$8 : 1 = 8 \text{ (octógono)}$$

b) $a(x) = 4x$

$$b(x) = 5x$$

$$c(x) = 7x$$

$$d(x) = 8x$$

c) $a(x)$

Constante: 4

$$b(x)$$

Constante: 5

$$c(x)$$

Constante: 7

$$d(x) = 8x$$

Constante: 8

d) À medida que o valor da constante de proporcionalidade aumenta, o gráfico da função tem maior inclinação.

Ex. 34

34.1. $0,78 \times 20 = 15,6$

$$15,6 + 2 = 17,6$$

R.: Numa viagem de 20 km no táxi A, paga 17,6 €.

34.2. Como $\frac{1,1}{1} = 1,1$, então:

$$2 \times 1,1 = 2,2$$

$$11 : 1,1 = 10$$

$$49,5 : 1,1 = 45$$

Número de quilómetros percorridos	1	2	10	45
Preço a pagar (€)	1,1	2,2	11	49,5

34.3. Depende do número de quilómetros que separam o local onde o automóvel do Rui avariou do emprego do Rui.

Tem-se que:

- 6 km

$$\text{Táxi A: } 6 \times 0,78 + 2 = 6,68 \text{ €}$$

$$\text{Táxi B: } 6 \times 1,1 = 6,6 \text{ €}$$

- 7 km

$$\text{Táxi A: } 7 \times 0,78 + 2 = 7,46 \text{ €}$$

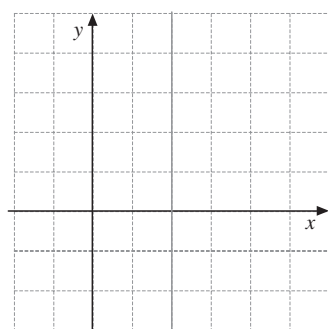
$$\text{Táxi B: } 7 \times 1,1 = 7,7 \text{ €}$$

Ou seja, se o emprego do Rui ficar a 6 km de distância ou menos do local da avaria, o táxi B é mais vantajoso. Se ficar a 7 km ou mais, o táxi A é mais vantajoso.

Testar – págs. 34 e 35

Ex. 1

[A]



Ex. 2

2.1. $D_g = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$

$$D'_h = \{0, 1, 2\}$$

2.2. $g(-1) = 0$

A imagem, por g , do objecto -1 é 0.

2.3. $g(0) = 2$

O objecto que, por g , tem imagem 2 é 0.

2.4. a) $g(3) = 0$

b) $g(1) = 1$

Ex. 3

3.1. $c(4,5) = 3,825 \approx 3,83$

O preço a pagar é 3,83 €.

3.2. Sim, porque a razão entre os valores correspondentes das duas grandezas é constante.

3.3. $1 - 0,85 = 0,15$

$$0,15 \times 100 = 15$$

A percentagem de desconto é 15%.

3.4. A afirmação é verdadeira, porque a razão entre os valores correspondentes das duas grandezas é constante.

Ex. 4

4.1. $15 : 2 = 7,5$

R.: A Sofia recebe 7,5 € por cada hora de trabalho.

4.2. $5 \times 7,5 = 37,5$

R.: A Sofia receberá 37,5 €.

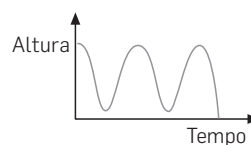
4.3. $315 : 7 = 45 \text{ €}$

Em cada dia, receberá 45 €. Como a Sofia recebe 7,5 € por hora e $45 : 7,5 = 6$, a Sofia trabalhará, em média, 6 horas por dia.

4.4. Afirmação verdadeira, uma vez que a razão entre os valores correspondentes das duas variáveis (quantia a receber e tempo de trabalho) é constante.

Ex. 5

5.1. [B]



5.2. O gráfico [A] não pode representar a situação descrita porque no início a altura do ioiô é nula, o que não acontece. No gráfico [C] o tempo diminui, o que não pode acontecer. O gráfico [D] também não pode representar a situação descrita porque não foi no 5º lançamento que o fio quebrou, mas sim no 3º lançamento.

Unidade 3 – Sequências e regularidades

Praticar – págs. 38 a 43

Ex. 1

1.1. Sequência 1: $28 + 7 = 35$; $35 + 7 = 42$; $42 + 7 = 49$.
Logo, 35, 42, 49

Sequência 2: $2 - 3 = -1$; $-1 - 3 = -4$; $-4 - 3 = -7$.
Logo, -1, -4, -7

Sequência 3: $\frac{5+1}{9+2} = \frac{6}{11}$; $\frac{6+1}{11+2} = \frac{7}{13}$; $\frac{7+1}{13+2} = \frac{8}{15}$.

Logo, $\frac{6}{11}$, $\frac{7}{13}$, $\frac{8}{15}$

1.2. Sequência 1: 700 (múltiplos de 7)

Sequência 2: -286 (cada termo de sequência, exceto o 1º, resulta de subtração de três unidades do termo imediatamente anterior).

Sequência 3: $\frac{101}{201}$ (no numerador da fração encontram-se os números naturais maiores do que 1; o denominador é constituído pelos números ímpares maiores do que 1).

1.3. Sequência 1: $7n$

Sequência 2: $14 - 3n$

Sequência 3: $\frac{n+1}{2n+1}$

Ex. 2

$$17 - 2 = 15$$

$$15 : 3 = 5$$

Logo, a sequência tem cinco termos.

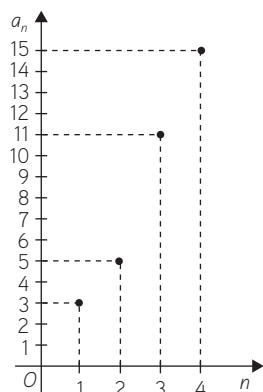
Ex. 3

3.1. $a_1 = 4 \times 1 - 1 = 3$

$$a_2 = 4 \times 2 - 1 = 7$$

$$a_3 = 4 \times 3 - 1 = 11$$

$$a_4 = 4 \times 4 - 1 = 15$$



3.2. $a_{15} = 4 \times 15 - 1 = 60 - 1 = 59$

3.3. $78 + 1 = 79$

$$79 : 4 = 19,75 \text{ e } 19,75 \notin \mathbb{N}$$

Logo, 78 não é termo da sucessão.

Ex. 4

4.1. a_n : 9, 12, 15, 18, 21

$$b_n: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$$

$$c_n: 2, 5, 10, 17, 26$$

4.2. A expressão $3n + 6$ define que todos os termos desta sucessão são números que têm mais seis unidades que cada múltiplo de 3.

Assim:

- 22 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 22.
- 31 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 31.
- 144 é termo da sucessão, pois $144 = 3 \times 46 + 6$ (De facto, se $3n + 6 = 144$, então $3n = 138$ e 138 é múltiplo de 3).
- 186 é termo da sucessão, pois $186 = 3 \times 60 + 6$ (De facto, se $3n + 6 = 186$, então $3n = 180$ e 180 é múltiplo 3).
- 211 não é termo da sucessão, pois nenhum múltiplo de 3 somado com 6 dá 211.

Ex. 5

5.1. 18 triângulos. À exceção do primeiro e do último triângulos, cada triângulo contribui com 1 unidade de medida para o perímetro da figura (o primeiro e o último triângulos de cada figura contribuem com 2 unidades de medida).

5.2. $2n + 2$

Ex. 6

6.1. a) I. 4

II. 19

b) I. 99

II. -57

c) I. $5n - 1$

II. $23 - 4n$

6.2. $4 + 19, 9 + 15, 14 + 11, 19 + 7, \dots$

$$23, 24, 25, 26, \dots$$

$$22 + n$$

$$(\text{Logo, } (5n - 1) + (23 - 4n) = 22 + 11)$$

Ex. 7

7.1.

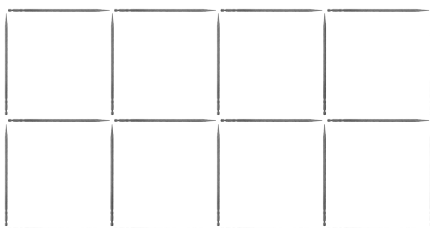


Figura 4

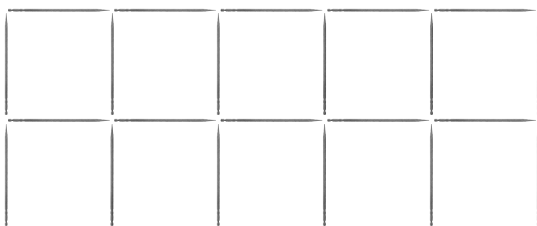


Figura 5

7.2. Cada figura tem mais cinco palitos do que a anterior. Assim, como a figura 1 tem 7 palitos ($5 + 2$) a 40ª figura tem 202 palitos ($40 \times 5 + 2$).

7.3. $5n + 2$ 7.4. $122 = 5 \times 24 + 2$

(De facto, se $5n + 2 = 122$, então $5n = 120$ e 120 é múltiplo de 5).

Logo, o número da figura é o 24.

7.5. $2n$ 7.6. $2 \times 19 = 38$

A área do retângulo que limita a figura 18 é igual a 38 unidades de área.

Ex. 8

8.1.

Número da figura	1	2	3	4	5
Número de pontos	5	8	11	14	17
Número de segmentos de ligação	5	9	13	17	21

8.2. Para obter o número de pontos de cada figura, exceto a primeira, adiciona-se 2 ao triplo do número da figura.

Para obter o número de segmentos de reta de cada figura, exceto a primeira, adiciona-se 1 ao quádruplo do número da figura.

8.3. a) $a_n = 3n + 2$ b) $a_5 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

A quinta figura tem 17 pontos.

c) $a_5 = 3 \times 5 + 2 = 15 + 2 = 17$

A figura 5 tem 17 pontos.

d) $90 - 2 = 88$

$88 : 3 = 29, (3)$ e $29, (3) \notin \mathbb{N}$

Assim, 90 não é termo da sucessão e, portanto, não existe uma figura com 90 pontos.

8.4. $b_n = 4n + 1$ **Ex. 9**9.1. $4n + 4$ 9.2. n^2 9.3. $4n + 4 + n^2$ ou $(n + 2)^2$ **Ex. 10**

10.1. Vértices: 9

FACES: 9

Arestas: 16

Logo, $9 + 9 = 16 + 2$ $\Leftrightarrow 18 = 18$

Logo, o modelo respeita a fórmula de Euler.

10.2. Vertices: 11

FACES: 11

Arestas: 20

10.3. a) $n + n + 1 = 2n + 1$ b) $n + n + n + n = 4n$ c) $n + n + 1 = 2n + 1$

10.4. Vértices + Faces = Arestas + 2

Vértices: $2n + 1$ FACES: $2n + 1$ Arestas: $4n$ $(2n + 1) + (2n + 1) = 4n + 2$ $\Leftrightarrow 4n + 2 = 4n + 2$

Logo, a fórmula de Euler verifica-se no modelo de uma torre de n lados.

Ex. 11

O décimo desenho tem 181 quadrículas pintadas.

Ex. 12

O número de caramelos de cada caixa é dado pela expressão $(n - 1)(m - 1)$, onde n é o número de linhas e m é o número de colunas.

Ex. 13

13.1.	Número de colegas	Esquema	Número de abraços
	2		1
	3		3
	4		6
	5		10

13.2. No esquema constituído por quatro colegas, cada colega deu três abraços. No esquema constituído por cinco colegas, cada colega deu quatro abraços.

13.3. 45 abraços. No esquema constituído por 10 colegas, cada colega dá 9 abraços. Como o abraço que o aluno A dá ao aluno B é o mesmo que o aluno B dá ao aluno A, o número de abraços dados por 10 colegas é $\frac{10 \times 9}{2} = 45$.

13.4. $\frac{n(n-1)}{2}$

13.5. $\frac{11 \times 10}{2} = 55$

R.: A Margarida tem 10 colegas (turma com 11 elementos).

Testar – págs. 44 e 45**Ex. 1**

1.1. I. 18, 16, 14
II. $\frac{6}{36}, \frac{7}{49}, \frac{8}{64}$

1.2. I. $28 - 2n$
II. $\frac{n+1}{(n+1)^2}$ ou $\frac{1}{n+1}$

Ex. 2

1º termo: 126

2º termo: $\frac{126 - 6}{3} = \frac{120}{3} = 40$

3º termo: $\frac{40 - 6}{3} = \frac{34}{3}$

4º termo: $\frac{\frac{34}{3} - 6}{3} = \frac{16}{9}$

R.: O quarto termo da sequência é $\frac{16}{9}$.

Ex. 3

3.1. [A] $95 - 30 \times 1 = 65$

$95 - 30 \times 2 = 95 - 60 = 35$

$95 - 30 \times 3 = 95 - 90 = 5$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[B] $\frac{5 \times 1 + 60}{2 \times 1 - 1} = \frac{5 + 60}{2 - 1} = 65$

$\frac{5 \times 2 + 60}{2 \times 2 - 1} = \frac{10 + 60}{4 - 1} = \frac{70}{3}$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[C] $55 - 10 \times 1 = 45$

Esta expressão não permite gerar a sequência dada.

[D] $5 + \frac{60}{1} = 65$

$5 + \frac{60}{2} = 5 + 30 = 35$

$5 + \frac{60}{3} = 5 + 20 = 25$

$5 + \frac{60}{4} = 5 + 15 = 20$

$5 + \frac{60}{5} = 5 + 12 = 17$

$5 + \frac{60}{6} = 5 + 10 = 15$

Assim, esta expressão permite gerar a sequência dada.

3.2. $5 + \frac{60}{10} = 5 + 6 = 11$

R.: A Joana iria obter 11 pontos.

Ex. 4

4.1. Sequência 1:

$n = 1$

$5 \times 1 - 3 = 5 - 3 = 2$

$n = 2$

$5 \times 2 - 3 = 10 - 3 = 7$

$n = 3$

$5 \times 3 - 3 = 15 - 3 = 12$

$n = 4$

$5 \times 4 - 3 = 20 - 3 = 17$

$n = 5$

$5 \times 5 - 3 = 25 - 3 = 22$

Os cinco primeiros termos de sequência são 2, 7, 12, 17 e 22.

Sequência 2:

$$n = 1$$

$$\frac{1}{1} + 1 = 1 + 1 = 2$$

$$n = 2$$

$$\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$n = 3$$

$$\frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$$

$$n = 4$$

$$\frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$n = 5$$

$$\frac{1}{5} + 1 = \frac{6}{5}$$

Os cinco primeiros termos da sequência são $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}$ e $\frac{6}{5}$.

- 4.2. A expressão $5n - 3$ define que todos os termos desta sequência são números que têm menos três unidades que cada múltiplo de 5.

Assim:

- 33 não é termo de sequência, pois nenhum múltiplo de cinco subtraído com 3 dá 33.
- 72 é termo da sequência, pois $72 = 5 \times 15 - 3$. (De facto, se $5n - 3 = 72$, então $5n = 75$ e 75 é múltiplo de 5).
- 222 é termo da sequência, pois $222 = 5 \times 45 - 3$. (De facto, se $5n - 3 = 222$, então $5n = 225$ e 225 é múltiplo de 5).

Ex. 5

- 5.1. Cada figura tem mais quatro pontos do que a anterior. Assim, como a primeira figura tem quatro pontos, a vigésima figura terá 80 pontos ($4 \times 20 = 80$).

5.2. $4n$

5.3. $4 \times 32 = 128$

O número da figura é o 32.

Unidade 4 – Figuras geométricas

Praticar – págs. 48 a 57

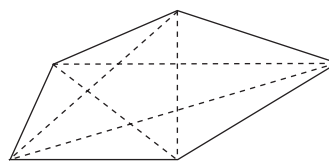
Ex. 1

Por exemplo:



Ex. 2

Por exemplo:

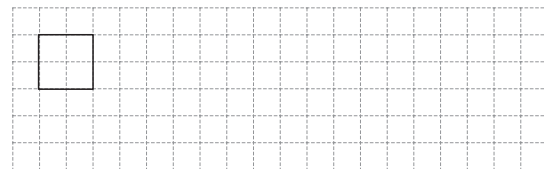


Ex. 3

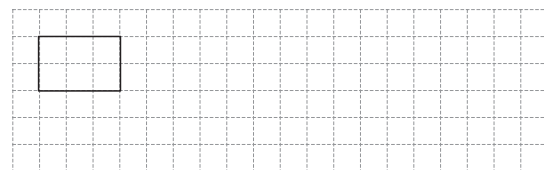
B e C são polígonos porque são delimitados por linhas poligonais fechadas.

Ex. 4

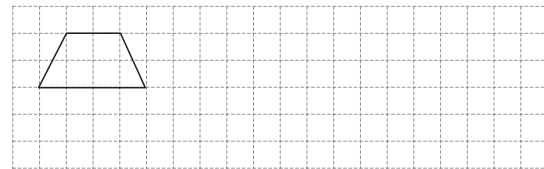
4.1.



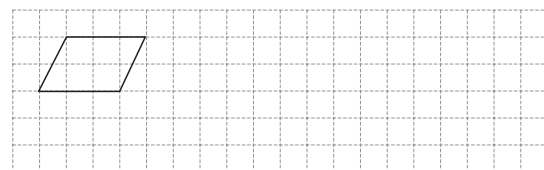
4.2.



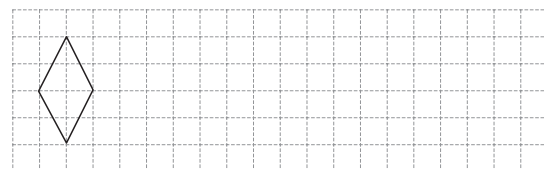
4.3.



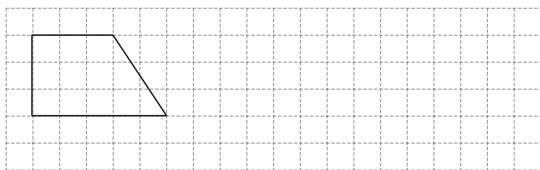
4.4.



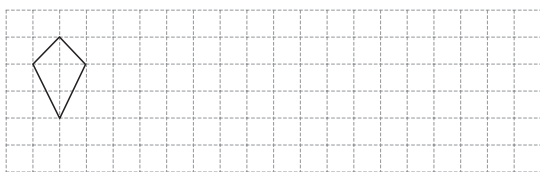
4.5.



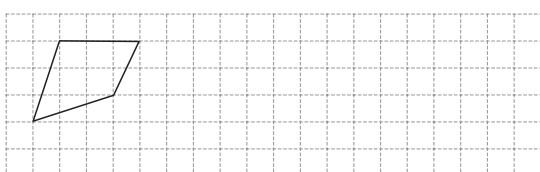
4.6.



4.7.

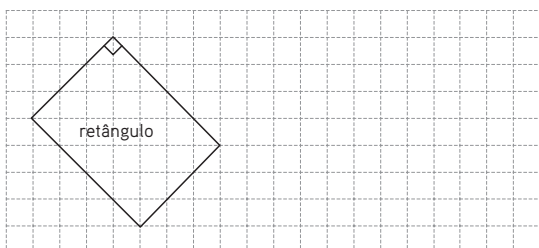


4.8.



Ex. 5

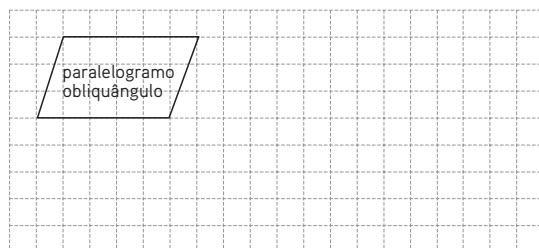
5.1.



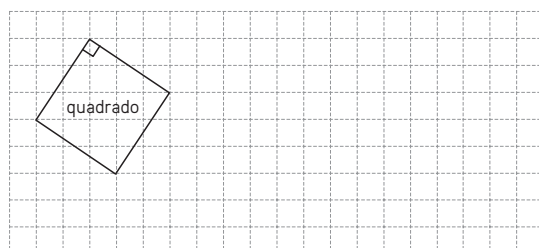
5.2.



5.3.



5.4.



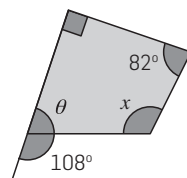
Ex. 6

$$6.1. \hat{x} = 360^\circ - 108^\circ - 135^\circ - 45^\circ = 72^\circ$$

$$6.2. \hat{x} = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

$$6.3. \hat{x} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

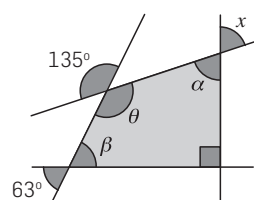
6.4.



$$\hat{\theta} = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ \text{ (ângulos suplementares)}$$

$$\hat{x} = 360^\circ - 72^\circ - 90^\circ - 82^\circ = 116^\circ$$

6.5.



$$\hat{\theta} = 135^\circ \text{ (ângulos verticalmente opostos)}$$

$$\hat{\beta} = 63^\circ \text{ (ângulos verticalmente opostos)}$$

$$\hat{\alpha} = 360^\circ - 135^\circ - 63^\circ - 90^\circ = 72^\circ$$

$$\hat{x} = 72^\circ \text{ (ângulos verticalmente opostos)}$$

$$6.6. \hat{x} = 180^\circ - 77^\circ - 31^\circ = 72^\circ$$

Ex. 7

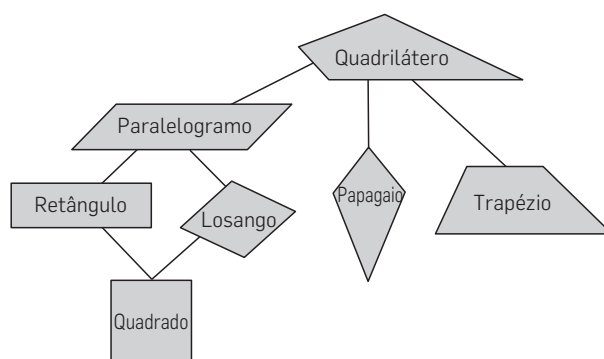
$$\text{Perímetro} = 7 + 7 + 12 + 12 = 38$$

$$\text{Perímetro} = 38 \text{ cm}$$

$$\text{Área} = 5 \times 12 = 60$$

$$\text{Área} = 60 \text{ m}^2$$

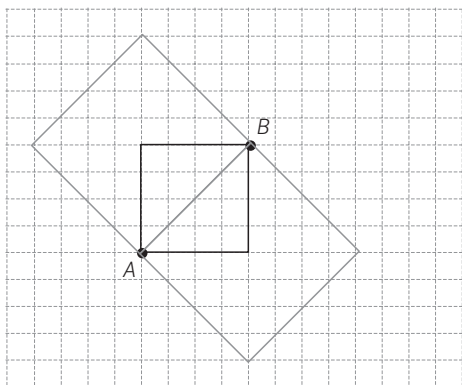
Ex. 8



Ex. 9

[A] Todos os losangos são papagaios.

Ex. 10



10.1. Três.

10.2. Dois.

10.3. Um.

Ex. 11

11.1. a) $\hat{A}\hat{D}\hat{O} = 27^\circ$ b) $\hat{D}\hat{O}\hat{A} = 90^\circ$ c) $\hat{O}\hat{B}\hat{A} = 27^\circ$ d) $\hat{B}\hat{A}\hat{D} = 126^\circ$ 11.2. $\overline{AC} = 2\overline{OA}$ $\overline{AC} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$

Ex. 12

[D] Papagaio

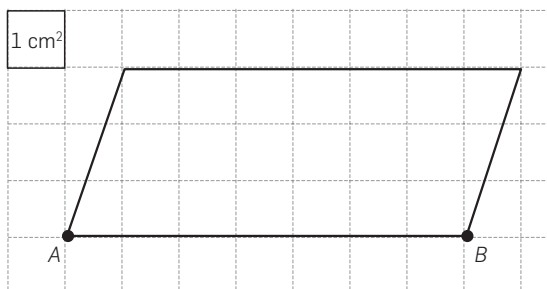
Ex. 13

13.1. Como é um trapézio retângulo, $\hat{E}\hat{A}\hat{B} = 90^\circ$.Assim, $\hat{e} = 360^\circ - 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$.13.2. Como $\hat{B}\hat{A}\hat{C} = 150^\circ - 90^\circ = 60^\circ$, tem-se que $\hat{C}\hat{B}\hat{A} = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$.

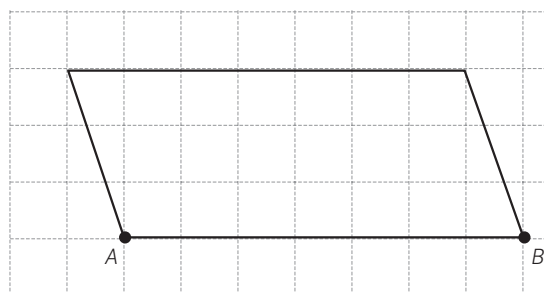
Como a ângulos de igual amplitude se opõem lados de igual comprimento, conclui-se que $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$. Assim, o triângulo é acutângulo (todos os ângulos são agudos) e equilátero (todos os lados têm o mesmo comprimento).

Ex. 14

14.1.



14.2. Não. Basta considerar, por exemplo,



Ex. 15

[C] Todos os trapézios são retângulos.

Ex. 16

Um paralelogramo oblíquo e um retângulo.



Ex. 17

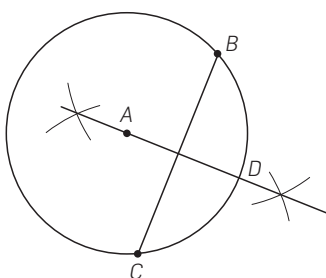
17.1. $\hat{\alpha} = 180^\circ - 99^\circ = 81^\circ$ (ângulos suplementares) $\hat{\beta} = 180^\circ - 51^\circ = 129^\circ$ (ângulos suplementares)17.2. $\hat{\alpha} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$ (ângulos suplementares) $\hat{\beta} = 360^\circ - 130^\circ - 42^\circ - 66^\circ = 122^\circ$ 17.3. Como $\hat{E}\hat{C}\hat{A} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ e $\hat{C}\hat{E}\hat{A} = 180^\circ - 31^\circ - 30^\circ = 119^\circ$, então $\hat{\alpha} = 180^\circ - \hat{C}\hat{E}\hat{A}$ (ângulos suplementares). $\hat{\alpha} = 180^\circ - 119^\circ = 61^\circ$ $\hat{\beta} = 180^\circ - 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$

Ex. 18

18.1. $\overline{AC} = \overline{AB}$ porque são raios da circunferência.

Como num losango os lados são todos geometricamente iguais, conclui-se que A, B e C podem ser vértices de um losango.

18.2.



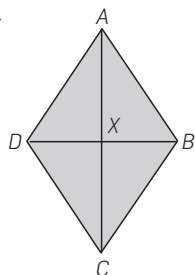
Ex. 19

- 19.1. Como $[ABCD]$ é um quadrado, as retas DC e AG são paralelas. Além disso, sabe-se que FC é paralela a FG . Assim, $\angle AGF$ e $\angle DCF$ são ângulos agudos de lados paralelos, pelo que têm a mesma amplitude, ou seja, $\hat{AGF} = \hat{DCF}$.
- 19.2. Como $[ABCD]$ é um quadrado, $\hat{BAC} = 90^\circ$. Assim, $\hat{\beta} = 180^\circ - 29^\circ - 90^\circ = 61^\circ$.
- 19.3. O triângulo $[AGF]$ é retângulo porque tem um ângulo reto ($\hat{GAF} = 90^\circ$). Sabe-se que, num triângulo, a ângulos de diferentes amplitudes opõem-se lados de diferentes comprimentos. Assim, como os ângulos internos do triângulo têm todos diferentes amplitudes, os lados têm todos diferentes comprimentos. Conclui-se então que o triângulo é escaleno.

Ex. 20

- 20.1. A Catarina tem razão pois com as informações fornecidas apenas se pode garantir que $[ABCD]$ é um losango. De acordo com as informações, não se pode concluir que os ângulos internos do paralelogramo sejam retos, condição necessária para que $[ABCD]$ seja um quadrado.

20.2.



Como $\hat{XDA} = 60^\circ$ e $\hat{AXD} = 90^\circ$, tem-se que $\hat{DAX} = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ$.

Sendo assim, $\hat{XCD} = \hat{DAX} = 30^\circ$.

Ex. 21

Como $[ABC]$ é um triângulo equilátero, $\hat{BAC} = 60^\circ$ e $\hat{ACB} = 60^\circ$.

Então, $\hat{x} = 360^\circ - 84^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 156^\circ$, porque a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360° .

Ex. 22

$$22.1. \hat{BAE} = 180^\circ - 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$$

$$\hat{EAD} = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$$

$$\hat{ADE} = 90^\circ - 51^\circ = 39^\circ$$

$$\hat{DEA} = 180^\circ - 63^\circ - 39^\circ = 78^\circ$$

Tem-se então que o triângulo $[AED]$ é acutângulo (todos os ângulos internos do triângulo são agudos) e escaleno (como todos os ângulos internos têm diferentes amplitudes, os lados que se lhes opõem têm diferentes comprimentos).

$$22.2. A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{4 + 3}{2} \times 2 =$$

$$= \frac{7}{2} \times 2 =$$

$$= 7$$

$$\text{Logo, } A_{\text{trapézio}} = 7 \text{ cm}^2.$$

Ex. 23

Como os quadriláteros que não estão riscados são os quadriláteros com dois pares de lados paralelos, a questão pode ser: "De entre os quadriláteros seguintes, risca aqueles que não são paralelogramos".

Ex. 24

- 24.1. Sim, os triângulos $[ECD]$ e $[EAF]$ são geometricamente iguais pelo critério ALA: E é o ponto médio de $[AC]$, pelo que $\overline{CE} = \overline{EA}$, $\hat{EAF} = \hat{ECD} = 90^\circ$ e $\hat{FEA} = \hat{DEC}$ (ângulos verticalmente opostos).

- 24.2. A afirmação é verdadeira, porque se os triângulos são geometricamente iguais, $\overline{CE} = \overline{EA}$, $\overline{ED} = \overline{EF}$ e $\overline{FA} = \overline{CD}$.

Ex. 25

$$A_{[ABCD]} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2.$$

$$A_{[BCEF]} = \text{base} \times \text{altura}$$

$$A = 5 \times 3 = 15 \text{ cm}^2.$$

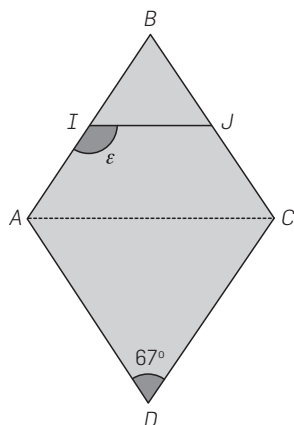
$$A_{[BCG]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$A = \frac{3 \times 2,5}{2} = 3,75 \text{ cm}^2.$$

Então, a área da figura é $26,25 \text{ cm}^2$ ($15 + 15 - 3,75 = 26,25$).

Ex. 26

26.1.



Como $\widehat{CDA} = 67^\circ$, tem-se que $\widehat{ABC} = 67^\circ$ e

$$\widehat{DAB} = \frac{360^\circ - 67^\circ - 67^\circ}{2} = \frac{226^\circ}{2} = 113^\circ.$$

Assim, $\widehat{CAB} = \frac{113^\circ}{2} = 56,5^\circ$.

Como $CA \parallel JI$, $\widehat{JIB} = \widehat{CAB} = 56,5^\circ$.

Então, $\hat{\epsilon} = 180^\circ - 56^\circ = 123,5^\circ$.

$$26.2. A_{\text{losango}} = \frac{d \times D}{2}$$

$$A_{\text{losango}} = \frac{3 \times 5}{2} =$$

$$= \frac{15}{2} =$$

$$= 7,5$$

Logo, $A_{\text{losango}} = 7,5 \text{ cm}^2$.

$$26.3. A_{\text{trapézio}} = \frac{B + b}{2} \times h$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{3 + 1,5}{2} \times 1,25 =$$

$$= \frac{4,5}{2} \times 1,25 =$$

$$= 2,25 \times 1,25 =$$

$$= 2,8125$$

Logo, $A_{\text{trapézio}} = 2,8125 \text{ cm}^2$.

Ex. 27

$$A_{[ABCD]} = 9 \times 6 = 54$$

$$A_{[ABCD]} = 54 \text{ cm}^2.$$

$$A_{[EFGD]} = 1 \times 9 = 9$$

$$A_{[EFGD]} = 9 \text{ cm}^2.$$

$$A_{[HKJI]} = 1 \times 9 = 9$$

$$A_{[HKJI]} = 9 \text{ cm}^2.$$

Então, a área colorida a verde tem 36 cm^2
($54 - 9 - 9 = 36$).

Ex. 28

$$\hat{\alpha} = 360^\circ - 79^\circ - 42^\circ - 28^\circ - 139^\circ - 27^\circ - 18^\circ = 27^\circ$$

$$\hat{\beta} = 180^\circ - 79^\circ - 42^\circ = 59^\circ$$

$$\hat{\epsilon} = 180^\circ - 18^\circ - 27^\circ = 135^\circ$$

$$\hat{\Omega} = 360^\circ - 59^\circ - 135^\circ = 166^\circ$$

Ex. 29

$$1. A_{[ACD]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{ED}}{2}$$

$$A_{[ACB]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{EB}}{2}$$

$$2. A_{[ACD]} + A_{[ACB]} =$$

$$= \frac{\overline{AC} \times \overline{ED}}{2} + \frac{\overline{AC} \times \overline{EB}}{2} =$$

$$= \frac{\overline{AC} \times (\overline{ED} + \overline{EB})}{2} =$$

$$= \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2}$$

Ex. 30

30.1. Como as duas circunferências têm o mesmo raio e $[AE]$ e $[AF]$ são raios de circunferência de centro A e $[BE]$ e $[BF]$ são raios de circunferência de centro B , então $\overline{AE} = \overline{AF} = \overline{BE} = \overline{BF}$.

$[AEBF]$ é um quadrilátero com os quatro lados geometricamente iguais, logo é um losango.

O triângulo $[AEB]$ é equilátero pois $\overline{AE} = \overline{EB}$ (pela alínea anterior) e $\overline{AE} = \overline{AB}$ pois são raios da mesma circunferência.

Ex. 31

Os triângulos $[EDG]$ e $[ECB]$ são geometricamente iguais pelo critério ALA ($\widehat{GDE} = \widehat{ECB} = 90^\circ$, por construção; $\overline{ED} = \overline{EC}$ porque E é o ponto médio de $[CD]$; $\widehat{DEG} = \widehat{CEB}$ porque são ângulos verticalmente opostos). Os triângulos $[EDF]$ e $[ECA]$ são geometricamente iguais pelo critério ALA ($\widehat{FDE} = \widehat{ECA} = 90^\circ$, por construção; $\overline{ED} = \overline{EC}$ porque E é o ponto médio de $[CD]$; $\widehat{DEF} = \widehat{CEA}$ porque são ângulos verticalmente opostos). Então, $\overline{EG} = \overline{EB}$ e $\overline{EF} = \overline{EA}$.

Como $\widehat{GEF}$ e $\widehat{BEA}$ são verticalmente opostos, então pelo critério LAL os triângulos $[EGF]$ e $[EBA]$ são geometricamente iguais. Logo, os lados correspondentes $[GF]$ e $[BA]$ têm o mesmo comprimento e, portanto, $[GF]$ representa a distância entre as ilhotas.

Ex. 32

Sabe-se que $\widehat{ECI} = \widehat{GDJ}$ ($\widehat{ECI} = \widehat{EDJ} = 45^\circ$). Da figura, resulta que $\widehat{IEC} = 90^\circ - \widehat{CEJ}$ e $\widehat{JED} = 90^\circ - \widehat{CEJ}$. Como duas quantidades iguais a uma terceira são iguais entre si, tem-se $\widehat{IEC} = \widehat{JED}$.

Sabe-se ainda que $\overline{EC} = \overline{ED}$ (as diagonais de um quadrado são iguais e bissetam-se). Assim, pelo critério ALA, os triângulos $[IEC]$ e $[EJD]$ são geometricamente iguais e, sendo assim, têm a mesma área, pelo que:

$$\begin{aligned} \text{Área do polígono } [IEJC] &= \\ &= \text{Área do polígono } [IEC] + \text{Área do polígono } [EJC] = \\ &= \text{Área do polígono } [JED] + \text{Área do polígono } [EJC] = \\ &= \text{Área do polígono } [CED] = \\ &= \frac{\text{Área do polígono } [ABCD]}{4} \end{aligned}$$

Testar – págs. 58 e 59**Ex. 1**

- 1.1. 3; 8; 9 e 12.
- 1.2. 1; 2; 6; 10 e 11.
- 1.3. 1; 2 e 11.
- 1.4. 1 e 2.
- 1.5. 6.

Ex. 2

- 2.1. Como $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{CB} = \overline{DE}$ e $\widehat{BCA} = \widehat{EDB}$, pelo critério LAL os triângulos $[ABC]$ e $[BED]$ são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais.
- 2.2. Como os triângulos são geometricamente iguais $\widehat{DBE} = \widehat{CAB} = 108^\circ$ e $\widehat{ABC} = \widehat{BED} = 27^\circ$. Assim, $\widehat{E} = 180^\circ - 27^\circ - 108^\circ = 45^\circ$.

Ex. 3

Como $\overline{FD} = \overline{DC}$, $\widehat{FCD} = 28^\circ$ pois, num triângulo, a ângulos de igual amplitude opõem-se lados de igual comprimento e vice-versa.

Assim, $\widehat{\alpha} = 180^\circ - 28^\circ - 28^\circ = 124^\circ$ e, consequentemente, $\widehat{CDA} = 180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é igual a 360° , tem-se $\widehat{\beta} = 360^\circ - 110^\circ - 51^\circ - 56^\circ = 143^\circ$.

Ex. 4

- 4.1. Os triângulos $[ACD]$ e $[BCD]$ são geometricamente iguais porque têm três lados com o mesmo comprimento (critério LLL de igualdade de triângulos):
 - o lado $[DC]$ é comum aos dois triângulos;
 - as diagonais $[AC]$ e $[BD]$ têm o mesmo comprimento;
 - $\overline{AD} = \overline{BC}$ porque são lados opostos de um paralelogramo.
- 4.2. Os ângulos ADC e BCD são geometricamente iguais porque, em triângulos iguais, a lados iguais opõem-se ângulos iguais.
- 4.3. Como dois ângulos consecutivos de um paralelogramo são suplementares, então $\widehat{ADC} + \widehat{BCD} = 180^\circ$. Mas, pela alínea anterior, $\angle ADC$ e $\angle BCD$ são geometricamente iguais. Logo, $\widehat{ADC} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Como os ângulos opostos de um paralelogramo são geometricamente iguais, então $\widehat{ABC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$ e $\widehat{DAB} = \widehat{BCD} = 90^\circ$. Podemos concluir que o paralelogramo é um retângulo, pois tem os quatro ângulos retos.

Ex. 5

[D] Num paralelogramo as diagonais são sempre geometricamente iguais.

Ex. 6

Um paralelogramo com as diagonais iguais é um retângulo, ou seja, os seus ângulos internos são retos. Como as diagonais são perpendiculares, podemos concluir que é um losango, isto é, tem os lados todos iguais. Então, é um paralelogramo com os lados iguais e os ângulos retos, ou seja, é um quadrado. Por outro lado, como o quadrado é um losango, tem as diagonais perpendiculares. Como também é um retângulo, as diagonais são iguais.

Adaptado de *Caderno de Apoio às Metas Curriculares do Ensino Básico*

Ex. 7

Sim. Como $\overline{AC} = \overline{CE}$, $\overline{BC} = \overline{CD}$ e $\widehat{DCE} = \widehat{BCA}$, conclui-se, pelo critério LAL, que os triângulos $[ABC]$ e $[CDE]$ são geometricamente iguais pois têm dois lados correspondentes com o mesmo comprimento e os ângulos por eles formados geometricamente iguais. Como os triângulos são geometricamente iguais os lados correspondentes têm o mesmo comprimento, pelo que $\overline{AB} = \overline{DE}$.

Unidade 5 – Tratamento de dados

Praticar – págs. 62 a 69

Ex. 1

- 1.1. Foram alvo do estudo estatístico 25 marcas de cereais.

1.2.
$$\begin{array}{l|l} 1 & 6 \ 5 \ 8 \ 5 \ 6 \ 7 \ 7 \\ 2 & 0 \ 2 \ 8 \ 7 \ 7 \ 6 \\ 3 & 7 \ 7 \ 2 \ 9 \ 5 \ 1 \ 7 \ 7 \ 3 \\ 4 & 1 \ 3 \ 1 \end{array}$$

Ordenando os dados, obtém-se:

$$\begin{array}{l|l} 1 & 5 \ 5 \ 6 \ 6 \ 7 \ 7 \ 8 \\ 2 & 0 \ 2 \ 6 \ 7 \ 7 \ 8 \\ 3 & 1 \ 2 \ 3 \ 5 \ 7 \ 7 \ 7 \ 9 \\ 4 & 1 \ 1 \ 3 \end{array}$$

- 1.3. Existem 10 marcas de cereais (6 + 4) que contêm mais de 33 gramas de carboidratos na constituição dos seus cereais.
- 1.4. Existem 8 marcas de cereais que têm, no máximo, 21 gramas de carboidratos na constituição dos seus cereais.

Logo, $\frac{8}{25} \times 100 = 32$. Assim, existem 32% de marcas de cereais que têm, no máximo, 21 gramas de carboidratos na constituição dos seus cereais.

- 1.5. Existem 7 marcas de cereais nessas condições. Como $\frac{7}{25} \times 100 = 28$, então 28% das marcas de cereais têm entre 21 e 33 gramas de carboidratos na constituição dos seus cereais.

Ex. 2

2.1. 2 2 2 2 3 (3 3) 4 5 6 7 7

Logo, $Me = \frac{3+3}{2} = 3$

2.2. 2 2 3 4 (4 5) 6 6 6 8

Logo, $Me = \frac{4+5}{2} = \frac{9}{2} = 4,5$

Ex. 3

Dados ordenados:

10 12 12 16 20 22 25 33 34 35 37 68 76

3.1.
$$\begin{array}{l|l} 1 & 0 \ 2 \ 2 \ 6 \\ 2 & 5 \ 2 \ 0 \\ 3 & 7 \ 4 \ 3 \ 5 \\ 4 & \\ 5 & \\ 6 & 8 \\ 7 & 6 \end{array}$$

Ordenando os dados, obtém-se:

$$\begin{array}{l|l} 1 & 0 \ 2 \ 2 \ 6 \\ 2 & 0 \ 2 \ 5 \\ 3 & 3 \ 4 \ 5 \ 7 \\ 4 & \\ 5 & \\ 6 & 8 \\ 7 & 6 \end{array}$$

3.2.
$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 12 + 16 + 20 + 22 + 25 + 33 + 34 + 35 + 37 + 68 + 76}{13} = \frac{400}{13} \approx 30,8$$

$Me = 25$

$\text{Moda} = 12$

- 3.3. A mediana, pois a média é muito sensível a valores muito grandes e muito pequenos.

- 3.4. 50% (25 corresponde à mediana).

3.5.
$$\frac{10 + 12 + 12 + 16 + 20 + 22 + 25 + 33 + 34 + 35 + 37 + 68 + 76 + x}{14} = 30$$

$\Leftrightarrow \frac{400 + x}{14} = 30$

$\Leftrightarrow 400 + x = 420$

$\Leftrightarrow x = 420 - 400$

$\Leftrightarrow x = 20$

Ex. 4

4 (8 10) 18

Logo, $Me = \frac{8+10}{2} = \frac{18}{2} = 9$

Ex. 5

- 5.1. O Presidente que esteve menos tempo na Presidência da República foi Gomes da Costa e o que esteve mais tempo foi Óscar Carmona.
- 5.2. Em 1926 porque, durante esse ano, houve quatro Presidentes da República.

Ex. 6

6.1.	Número de mensagens	Frequência absoluta	Frequência relativa
	0	2	$\frac{2}{44} = 0,05$
	1	4	$\frac{4}{44} = 0,09$
	2	4	$\frac{4}{44} = 0,09$
	3	2	$\frac{2}{44} = 0,05$
	4	8	$\frac{8}{44} = 0,18$
	5	4	$\frac{4}{44} = 0,09$
	6	10	$\frac{10}{44} = 0,23$
	7	2	$\frac{2}{44} = 0,05$
	8	0	$\frac{0}{44} = 0$
	9	6	$\frac{6}{44} = 0,14$
	10	2	$\frac{2}{44} = 0,05$
	Total	44	≈ 1

6.2. 44 alunos.

6.3. $10 + 2 + 0 + 6 + 2 = 20$

$$\frac{20}{44} \approx 0,45$$

R.: O Sérgio enviou mais de cinco mensagens a, aproximadamente, 45% dos seus colegas.

$$6.4. \bar{x} = \frac{0 \times 2 + 1 \times 4 + 2 \times 4 + 3 \times 2 + 4 \times 8 + 5 \times 4 + 6 \times 10 + 7 \times 2 + 8 \times 0 + 9 \times 6 + 10 \times 2}{44} =$$

$$= \frac{216}{44} \approx 5$$

$$Me = 5$$

Ex. 7

7.1. O gráfico I foi apresentado pelo governo e o gráfico II pela oposição.

7.2. Ordenando os dados, obtém-se:

150 160 180 230

$$Me = \frac{160 + 180}{2} = \frac{340}{2} = 170$$

$$\bar{x} = \frac{150 + 160 + 180 + 230}{4} = \frac{720}{4} = 180$$

O governo teria vantagem em utilizar a mediana da distribuição (170), enquanto que a oposição teria vantagem em utilizar a média.

Ex. 8

Ordenando os dados, obtém-se:

2 3 4 7 8 8 9

↑
Me = 6

Para que $Me = 6$, então $a = 5$ pois $Me = \frac{5 + 7}{2} = 6$.

Ex. 9

9.1.
$$\begin{array}{c|c} 0 & 8 \\ 1 & 4 \\ 2 & 0 \ 0 \ 1 \ 3 \ 3 \ 5 \ 6 \ 6 \ 7 \ 7 \ 8 \ 9 \\ 3 & 2 \ 2 \ 4 \ 7 \end{array}$$

9.2. Ordenando os dados, obtém-se:

8 14 20 20 21 23 23 25 26 26 27 27 28 29 32 32 34 37

↓
 $Me = \frac{26 + 26}{2} = 26$

A distribuição apresenta um enviesamento à esquerda. Assim, sendo a média uma medida influenciada por valores extremos e a mediana uma medida bastante robusta, tem-se que o valor da mediana é maior do que o valor da média.

$$\bar{x} \approx 25,1$$

$$Me = 26$$

Ex. 10

$$\bar{x} = \frac{1 \times 4 + 1,5 \times 10 + 2 \times 13 + 2,5 \times 8 + 3 \times 15}{4 + 10 + 13 + 8 + 15} =$$

$$= \frac{4 + 15 + 26 + 20 + 45}{50} =$$

$$= \frac{110}{50} =$$

$$= 2,2$$

A opção correta é a [A].

Ex. 11

11.1. Média:

$$\bar{x} = \frac{30 + 24 + 31 + 28 + 42 + 21}{6} =$$

$$= \frac{176}{6} \approx 29$$

Mediana:

21 24 28 30 31 42

$$Me = \frac{28 + 30}{2} \approx 29$$

11.2. Média:

$$\bar{x} = \frac{30 + 24 + 31 + 40 + 42 + 21}{6} =$$

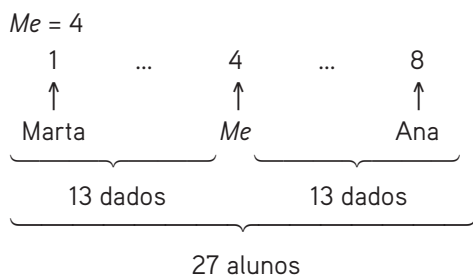
$$= \frac{188}{6} = 31$$

Mediana:

$$21 \quad 24 \quad 30 \quad 31 \quad 40 \quad 42$$

$$Me = \frac{30 + 31}{2} \approx 30,5$$

Ex. 12



12.1. a) 13 alunos.

b) 13 alunos.

12.2. Como a média é 3, $\frac{1 + 4 + 8 + a}{27} = 3$, ou seja,

$$\frac{13 + a}{27} = 3.$$

Como $27 \times 3 = 81$ e $81 - 13 = 68$, então $a = 68$.

Então, um conjunto de dados possível é:

- 2 alunos duas vezes;
- 10 alunos três vezes;
- 6 alunos quatro vezes;
- 2 alunos cinco vezes.

Ex. 13

13.1. A percentagem de alunos que preferem futebol é

$$\frac{10}{24} \times 100 \approx 42\%.$$

Então, 10 ——— 42

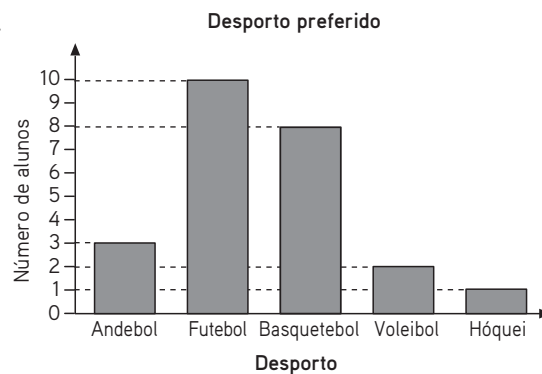
x ——— 12,5

Logo, $x = \frac{10 \times 12,5}{42} = \frac{125}{42} \approx 3$

Portanto, há três alunos que preferem andebol.

Assim, os alunos que preferem voleibol são 2, pois $24 - (3 + 10 + 8 + 1) = 24 - 22 = 2$.

13.2.



Testar – págs. 70 e 71

Ex. 1

1.1. $\bar{x} = \frac{14 \times 5 + 15 \times 3 + 18 \times 2}{5 + 3 + 2} =$

$$= \frac{70 + 45 + 36}{10} =$$

$$= \frac{151}{10} \approx 15$$

1.2. Como a mediana é 13, $Me = \frac{12 + 14}{2}$.

Assim, o número de alunos com classificação superior a 13 é igual ao número de alunos com classificação inferior a 13.

Há 10 alunos com classificação superior a 13 ($5 + 3 + 2 = 10$).

Logo, $2 + a + a = 10$ e, portanto, $a = 4$.

A opção correta é a [B].

Ex. 2

$$\bar{x} = \frac{400 + 360 + 270 + 440 + 220 + 180 + 190 + 270 + 300 + 240}{10} =$$

$$= \frac{2870}{10} = 287$$

Mediana:

180 190 220 240 (270 270) 300 360 400 440

$$Me = \frac{270 + 270}{2} = 270$$

Ex. 3

Número total de alunos: $14 + 6 + 2 + 1 + 3 + 1 + 1 = 28$

Mediana:

Como são 28 alunos, a mediana é a semissoma dos valores que se encontram na 14ª e 15ª posições, quando os dados estão ordenados.

$$\text{Logo, } Me = \frac{0 + 1}{10} = 0,5.$$

Média:

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{0 \times 14 + 1 \times 6 + 2 \times 2 + 3 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 1 + 12 \times 1}{28} = \\ &= \frac{6 + 4 + 3 + 12 + 5 + 12}{28} = \\ &= \frac{42}{28} = 1,5\end{aligned}$$

Ex. 4.

- 4.1. O número total de alunos é 200 e 31% responderam jogar computador.

$$\text{Logo, } 200 \times 31\% = 200 \times 0,31 = 62.$$

R.: 62 alunos responderam jogar computador.

- 4.2. A afirmação é falsa.

Se a maioria dos alunos preferisse andar de bicicleta, a percentagem correspondente a esta opção seria maior do que 50%, o que não se verifica.

$$100\% - (31\% + 29\%) = 100\% - 60\% = 40\%$$

Unidade 6 – Equações**Praticar – páginas 74 a 83****Ex. 1**

1.1. $2 \times (-2) = 10$

$$\Leftrightarrow -4 = 10 \text{ Proposição falsa.}$$

$$2 \times 0 = 10$$

$$\Leftrightarrow 0 = 10 \text{ Proposição falsa.}$$

$$2 \times 23 = 10$$

$$\Leftrightarrow 46 = 10 \text{ Proposição falsa.}$$

Nenhum dos números do conjunto A é solução da equação dada.

1.2. $2 \times (-2) - 6 = -10$

$$\Leftrightarrow -4 - 6 = -10$$

$$\Leftrightarrow -10 = -10 \text{ Proposição verdadeira.}$$

$$2 \times 0 - 6 = -10$$

$$\Leftrightarrow 0 - 6 = -10$$

$$\Leftrightarrow -6 = -10 \text{ Proposição falsa.}$$

$$2 \times 23 - 6 = -10$$

$$\Leftrightarrow 46 - 6 = -10$$

$$\Leftrightarrow 40 = -10 \text{ Proposição falsa.}$$

-2 é solução da equação dada.

1.3. $-(-2 - 7) = -2 + 3$

$$\Leftrightarrow -(-9) = 1$$

$$\Leftrightarrow 9 = 1 \text{ Proposição falsa.}$$

$$-(0 - 7) = 0 + 3$$

$$\Leftrightarrow -(-7) = 3$$

$$\Leftrightarrow 7 = 3 \text{ Proposição falsa.}$$

$$-(23 - 7) = 23 + 3$$

$$\Leftrightarrow -16 = 26 \text{ Proposição falsa.}$$

Nenhum dos números do conjunto A é solução da equação dada.

Ex. 2

2.1. $x + 6 = 10$

$$\Leftrightarrow x = 10 - 6$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

2.2. $2a = 12$

$$\Leftrightarrow a = \frac{12}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = 6$$

$$\text{C.S.} = \{6\}$$

2.3. $2y - 4 = 12$

$$\Leftrightarrow 2y = 12 + 4$$

$$\Leftrightarrow 2y = 16$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{16}{2}$$

$$\Leftrightarrow y = 8$$

$$\text{C.S.} = \{8\}$$

2.4. $4u = 16$

$$\Leftrightarrow u = \frac{16}{4}$$

$$\Leftrightarrow u = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

2.5. $2b - 20 = 10$

$$\Leftrightarrow 2b + 2b = 10$$

$$\Leftrightarrow 4b = 10$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{10}{4}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{5}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

2.6. $12a - 3 = a + 6$

$$\Leftrightarrow 12a - a = 6 + 3$$

$$\Leftrightarrow 11a = 9$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9}{11}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{9}{11} \right\}$$

2.7. $t + 3t = 3t - 12$

$$\Leftrightarrow t + t - 3t = -12$$

$$\Leftrightarrow t = -12$$

$$\text{C.S.} = \{12\}$$

2.8. $x + 6 = 2x - 12$

$$\Leftrightarrow x - 2x = -12 - 6$$

$$\Leftrightarrow -x = -18$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

$$\text{C.S.} = \{18\}$$

2.9. $-(v - 4) = v - 10$

$$\Leftrightarrow -v + 4 = v - 10$$

$$\Leftrightarrow -v - v = -10 - 4$$

$$\Leftrightarrow -2v = -14$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{-14}{-2}$$

$$\Leftrightarrow v = 7$$

$$\text{C.S.} = \{7\}$$

2.10. $-(3 - c) = 0$

$$\Leftrightarrow -3 + c = 0$$

$$\Leftrightarrow c = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

2.11. $2(a - 6) - (a - 4) = 3$

$$\Leftrightarrow 2a - 12 - a + 4 = 3$$

$$\Leftrightarrow 2a - a = 3 + 12 - 4$$

$$\Leftrightarrow a = 11$$

$$\text{C.S.} = \{11\}$$

2.12. $2(c + 3) = -3c + 4$

$$\Leftrightarrow 2c + 6 = -3c + 4$$

$$\Leftrightarrow 2c + 3c = 4 - 6$$

$$\Leftrightarrow 5c = -2$$

$$\Leftrightarrow c = -\frac{2}{5}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{2}{5} \right\}$$

2.13. $-(k - 6) = -3k + 12$

$$\Leftrightarrow -k + 6 = -3k + 12$$

$$\Leftrightarrow -k + 4k = 12 - 6$$

$$\Leftrightarrow 3k = 6$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow k = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

2.14. $4(x - 1) - 3(x - 6) = 0$

$$\Leftrightarrow 4x - 4 - 3x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 3x = 4 - 18$$

$$\Leftrightarrow x = -14$$

$$\text{C.S.} = \{-14\}$$

2.15. $4(n - 2) - 4(n + 2) = n$

$$\Leftrightarrow 4n - 8 - 4n - 8 = n$$

$$\Leftrightarrow 4n - 4n - n = 8 + 8$$

$$\Leftrightarrow n = 16$$

$$\text{C.S.} = \{16\}$$

2.16. $-3n + 3(n - 4) - (n - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow -3n + 3n - 12 - n + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3n + 3n - n = 12 - 1$$

$$\Leftrightarrow -n = 11$$

$$\Leftrightarrow n = -11$$

$$\text{C.S.} = \{-11\}$$

2.17. $2(x - 3) - 4 = x + 5$

$$\Leftrightarrow 2x - 6 - 4 = x + 5$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 5 + 6 + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 15$$

$$\text{C.S.} = \{15\}$$

2.18. $-n - 5(-n - 4) = -(8n - 1)$

$$\Leftrightarrow -n + 5n + 20 = -8n + 1$$

$$\Leftrightarrow -n + 5n + 8n = 1 - 20$$

$$\Leftrightarrow 12n = -19$$

$$\Leftrightarrow n = -\frac{19}{12}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{19}{12} \right\}$$

$$2.19. \quad 7y - 2(-y - 9) = -8(-4y - 7)$$

$$\Leftrightarrow 7y + 2y + 18 = 32y + 56$$

$$\Leftrightarrow 7y + 2y - 32y = 56 - 18$$

$$\Leftrightarrow -23y = 38$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{38}{23}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{38}{23} \right\}$$

$$2.20. \quad -11d + 9(-d + 3) = d - 7$$

$$\Leftrightarrow -11d - 9d + 27 = d - 7$$

$$\Leftrightarrow -11d - 9d - d = -7 - 27$$

$$\Leftrightarrow -21d = -34$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{34}{21}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{34}{21} \right\}$$

Ex. 3

$$[A] \quad 2(1 - x) = 16 - (2 - x)$$

Ex. 4

$$2(x - 6) = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x - 12 = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12 + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 24$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{24}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

$$-x - 4 = -16 + x$$

$$\Leftrightarrow -x - x = -16 + 4$$

$$\Leftrightarrow -2x = -12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-12}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

$$-(x - 3) = +6$$

$$\Leftrightarrow -x + 3 = +6$$

$$\Leftrightarrow -x = +6 - 3$$

$$\Leftrightarrow -x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -3$$

$$4(x - 3) = 2(x - 4) - (x - 1)$$

$$\Leftrightarrow 4x - 12 = 2x - 8 - x + 1$$

$$\Leftrightarrow 4x - 2x + x = -8 + 1 + 12$$

$$\Leftrightarrow 3x = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$$

$$-(5 - x) = -(2x - 6) + 3$$

$$\Leftrightarrow -5 + x = -2x + 6 + 3$$

$$\Leftrightarrow x + 2x = 6 + 3 + 5$$

$$\Leftrightarrow 3x = 14$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{3}$$

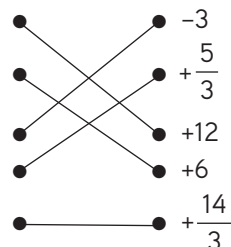
$$2(x - 6) = 12$$

$$-x - 4 = -16 + x$$

$$-(x - 3) = +16$$

$$4(x - 3) = 2(x - 4) - (x - 1)$$

$$-(5 - x) = -(2x - 6) + 3$$



Ex. 5

Três números pares consecutivos:

$2x$, $2x + 2$ e $2x + 4$.

$$2x + 2x + 2 + 2x + 4 = 66$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2x + 2x = 66 - 2 - 4$$

$$\Leftrightarrow 6x = 60$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{60}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

Como $x = 10$, então os números são $2 \times 10 = 20$,

$2 \times 10 + 2 = 22$ e $2 \times 10 + 4 = 24$

R.: Os números são 20, 22 e 24.

Ex. 6

b – número de pares de brincos da Leonor.

$b + 15$ – número de pares de brincos da Maria.

$$6.1. \quad a) \quad b + 15 = 54$$

$$\Leftrightarrow b = 54 - 15$$

$$\Leftrightarrow b = 39.$$

R.: A Leonor tem 39 pares de brincos.

$$b) \quad b + 15 = 3x$$

$$\Leftrightarrow b = 3x - 15$$

R.: A Leonor tem $(3x - 15)$ pares de brincos.

$$6.2. \quad a) \quad \text{Como } b = 12, \text{ tem-se } b + 15 = 12 + 15 = 27.$$

R.: A Maria tem 27 pares de brincos.

$$b) \quad \text{Como } b = 4m + 3 \text{ tem-se } b + 15 = 4m + 3 + 15 = 4m + 18.$$

R.: A Maria tem $(4m + 18)$ pares de brincos.

$$6.3. \quad b + b + 15 = 41$$

$$\Leftrightarrow b + b = 41 - 15$$

$$\Leftrightarrow 2b = 26$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{26}{2}$$

$$\Leftrightarrow b = 13$$

Como $b = 13$ e $b + 15 = 13 + 15 = 28$, a Leonor tem 13 pares de brincos e a Maria tem 28.

Ex. 7

b – número de bananas que o Fialho come.

$2b$ – número de bananas que o Gervásio come.

$$b + 2b = 6$$

$$\Leftrightarrow 3b = 6$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow b = 2$$

$$b = 2 \text{ e } 2b = 4$$

R.: O Gervásio come quatro bananas e o Fialho come duas.

Ex. 8

g – número de golos marcados pelo Paulo.

$4g$ – número de golos marcados pelo Toni.

$$g + 4g = 50$$

$$\Leftrightarrow 5g = 50$$

$$\Leftrightarrow g = \frac{50}{5}$$

$$\Leftrightarrow g = 10$$

R.: O Paulo marcou 10 golos.

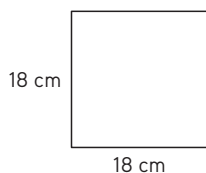
Ex. 9

$$9.1. \quad 2x - 6 = x + 6$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 6 + 6$$

$$\Leftrightarrow x = 12$$

Assim,



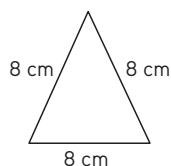
Logo, Perímetro = $4 \times 18 \text{ cm} = 72 \text{ cm}$.

$$9.2. \quad 2x + 4 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

Assim,



Logo,

Perímetro = $3 \times 8 \text{ cm} = 24 \text{ cm}$.

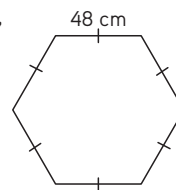
$$9.3. \quad 2x + 12 = -(-x - 30)$$

$$\Leftrightarrow 2x + 12 = +x + 30$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 30 - 12$$

$$\Leftrightarrow x = 18$$

Assim,



Pelo que:

$$\text{Perímetro} = 6 \times 48 \text{ cm} = 288 \text{ cm}.$$

$$9.4. \quad 3x - 10 = x + 8$$

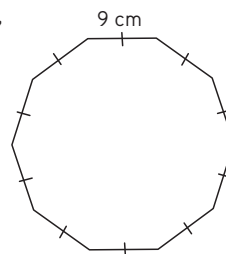
$$\Leftrightarrow 3x - x = 8 + 10$$

$$\Leftrightarrow 2x = 18$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{18}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Assim,



Pelo que:

$$\text{Perímetro} = 10 \times 9 \text{ cm} = 90 \text{ cm}$$

Ex. 10

x – número em que o Ricardo pensou.

$$8x + 10 = 3x$$

$$\Leftrightarrow 8x - 3x = -10$$

$$\Leftrightarrow 5x = -10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = -2$$

R.: O Ricardo pensou no -2.

Ex. 11

x – idade atual da filha.

$x + 28$ – idade atual da Margarida.

$$3x = x + 28$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = 28$$

$$\Leftrightarrow 2x = 28$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{28}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$

R.: A idade da filha da Margarida é 14.

Ex. 12

12.1. $x + 15 + 29 + 45 = 100.$

12.2. $x + 15 + 29 + 45 = 100$

$$\Leftrightarrow x + 89 = 100$$

$$\Leftrightarrow x = 100 - 89$$

$$\Leftrightarrow x = 11$$

$$\text{C.S.} = \{11\}$$

12.3. $\frac{200}{15} = \frac{x}{29} \Leftrightarrow x = \frac{200 \times 29}{15} \Leftrightarrow x \approx 386,67 \text{ €}$

R.: Esta família gasta aproximadamente 386,67 € em alimentação, por mês.

Ex. 13

$$a + a + 6 = 26$$

$$\Leftrightarrow a + a = 26 - 6$$

$$\Leftrightarrow 2a = 20$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{20}{2}$$

$$\Leftrightarrow a = 10$$

Há 10 automóveis do modelo A e 16 do B.

$$10 \times 26\,000 = 260\,000 \text{ € (modelo A)}$$

$$16 \times 19\,500 = 312\,000 \text{ € (modelo B)}$$

$$260\,000 + 312\,000 = 572\,000 \text{ €}$$

R.: Se vender todos os automóveis o *stand* receberá 572 000 €.

Ex. 14

x – número de moedas de 0,50 €.

$2x$ – número de moedas de 1 €.

$$x \times 0,5 + 2x \times 1 = 7,5$$

$$\Leftrightarrow 0,5x + 2x = 7,5$$

$$\Leftrightarrow 2,5x = 7,5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7,5}{2,5}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

R.: Assim, a Filomena tem 6 ($2 \times 3 = 6$) moedas de 1 € na sua carteira.

Ex. 15

15.1. Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° , então

$$49 + 102 + x = 180$$

15.2. $49 + 102 + x = 180$

$$\Leftrightarrow x = 180 - 49 - 102$$

$$\Leftrightarrow x = 29$$

O triângulo é obtusângulo e escaleno.

É obtusângulo porque tem um ângulo obtuso (102°) e escaleno porque os seus lados têm diferentes comprimentos (pois todos os seus ângulos têm diferentes amplitudes e, num triângulo, a ângulos de diferentes amplitudes opõem-se lados de diferentes comprimentos).

Ex. 16

x – número de livros de Vergílio Ferreira lidos pela Leonor.

$2 + x$ – número de livros de José Saramago lidos pela Leonor.

$$x + 2 + x = 12$$

$$\Leftrightarrow x + x = 12 - 2$$

$$\Leftrightarrow 2x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{2} \Leftrightarrow x = 5$$

R.: A Leonor leu cinco livros de Vergílio Ferreira e sete ($5 + 2 = 7$) de José Saramago.

Ex. 17

x – idade do Pedro.

$x + 3$ – idade do Tiago.

$2x$ – idade do Cândido.

$$x + x + 3 + 2x = 43$$

$$\Leftrightarrow x + x + 2x = 43 - 3$$

$$\Leftrightarrow 4x = 40$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{40}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

R.: O Pedro tem 10 anos.

Ex. 18

Perímetro do quadrado:

$$4 \times (3 \times (x + 2)) = 12(x + 2) = 12x + 24$$

Perímetro do triângulo: $3 \times (5x - 12) = 15x - 36$

Como têm o mesmo perímetro: $12x + 24 = 15x - 36$

$$12x + 24 = 15x - 36$$

$$\Leftrightarrow 12x - 15x = -36 - 24$$

$$\Leftrightarrow -3x = -60$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-60}{-3}$$

$$\Leftrightarrow x = 20$$

R.: $x = 20$.

Ex. 19

$$\begin{aligned}
 -8a + 16 + 12a &= 3 + a \\
 \Leftrightarrow -8a + 12a - a &= 3 - 16 \\
 \Leftrightarrow 3a &= -13 \\
 \Leftrightarrow a &= -\frac{13}{3}
 \end{aligned}$$

[C] a equação $2a - 2 = 9 - a + 2$ não é equivalente à dada.

Ex. 20

20.1. $3a + 15 = 55 - a$

20.2. a) $3a$ e 15.

b) $55 - a$

20.3. $3a + 15 = 55 - a$

$$\Leftrightarrow 3a + a = 55 - 15$$

$$\Leftrightarrow 4a = 40$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{40}{4}$$

$$\Leftrightarrow a = 10$$

$$\text{C.S.} = \{10\}$$

Equação possível e determinada.

Ex. 21

x – número de italianos.

$3x$ – número de espanhóis.

$3 \times 3x$ – número de portugueses.

$$x + 3x + 9x = 39$$

$$\Leftrightarrow 13x = 39$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{39}{13}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

Assim, era 3 italianos, 9 espanhóis ($3 \times 3 = 9$) e 27 portugueses ($9 \times 3 = 27$)

R.: Embarcaram 27 portugueses.

Ex. 22

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° ,

$$r + 37 + 2r - 50 + r - 11 = 180$$

$$\Leftrightarrow r + 2r + r = 180 - 37 + 50 + 11$$

$$\Leftrightarrow 4r = 204$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{204}{4}$$

$$\Leftrightarrow r = 51$$

$$[A] r = 51$$

Ex. 23

$$P_{\text{figura}} = a + 6 + a + 6 + a + a + 4 + 6 + 2 = 4a + 24$$

$$\text{Logo, } 4a + 24 = 76$$

$$\Leftrightarrow 4a = 76 - 24$$

$$\Leftrightarrow 4a = 52$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{52}{4}$$

$$\Leftrightarrow a = 13$$

$$\text{R.: } a = 13.$$

Ex. 24

$$\text{Área de A} = 6 \times 4$$

$$\text{Área de B} = 3 \times (2x + 6)$$

$$\text{Área de B} = (6x + 18) \text{ cm}^2$$

$$6x + 18 = 2 \times 36$$

$$\Leftrightarrow 6x = 72 - 18$$

$$\Leftrightarrow 6x = 54$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{54}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

$$\text{Perímetro de B} = 2 \times (2 \times 9 + 6) + 3 \times 2 = 48 + 6 = 54 \text{ cm.}$$

R.: O perímetro do polígono B é igual a 54 cm.

Ex. 25

A Luísa resolveu corretamente a equação.

O José cometeu um erro ao utilizar a propriedade distributiva da multiplicação. Devia ter multiplicado 2 por -7 e não o fez.

O Vasco cometeu um erro ao isolar a incógnita no 1º membro. Devia ter trocado o sinal ao termo x e não o fez.

Ex. 26

26.1. A variável n representa o número de convidados.

26.2. a) $5n + 2 \times 2n = 5n + 4n = 9n$

b) $5n + 2n - 4 = 7n - 4$

26.3. a) $5 \times 10 + 2 \times 10 = 50 + 20 = 70$

R.: O valor a pagar será 70 €.

b) $5 \times 11 + 2 \times 2 \times 11 = 55 + 44 = 99$

R.: O valor a pagar será 99 €.

26.4. n – número de amigos que vinham à festa.

$\frac{n}{2}$ – número de amigos que consumia uma bebida

$\frac{n}{2}$ – número de amigos que consumia duas bebidas

Valor a pagar:

$$5 \times n + 2 \times \frac{n}{2} + 4 \times \frac{n}{2} =$$

$$= 5n + n + 2n =$$

$$= 8n$$

Como iam pagar 80 €,

$$8n = 80$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{80}{8}$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

R.: O Francisco tem 10 amigos.

Ex. 27

x – idade atual do André.

$3x$ – idade atual do Renato.

$x + 5$ – idade do André daqui a cinco anos.

$3x + 5$ – idade do Renato daqui a cinco anos.

$$(3x + 5) - (x + 5) = 6$$

$$\Leftrightarrow 3x + 5 - x - 5 = 6$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = 6$$

$$\Leftrightarrow 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

R.: O Renato, hoje, tem 9 anos ($3 \times 3 = 9$).

Ex. 28

$$x + 4 = 2x + 3$$

$$\Leftrightarrow x - 2x = 3 - 4$$

$$\Leftrightarrow -x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Cada frasco pesa 1 kg.

$$x + 1 + 1 = 3x + 1$$

$$\Leftrightarrow x - 3x = 1 - 2$$

$$\Leftrightarrow -2x = -1$$

$$\Leftrightarrow x = +\frac{1}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,5$$

Cada garrafa pesa 0,5 kg = 500 g.

$$0,5 + 3x = 0,5 + 1 + x + 0,4$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = 0,5 + 1 + 0,4 - 0,5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1,4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1,4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,7$$

Cada frasco de detergente pesa 700 g.

Ex. 29

1000 camisas por dia, em 3 dias: $3 \times 1000 = 3000$

x – número de camisas com defeito.

$x + 2800$ – número de camisas sem defeito.

$$x + x + 2800 = 3000$$

$$\Leftrightarrow 2x = 3000 - 2800$$

$$\Leftrightarrow 2x = 200$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{200}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 100$$

Então, 100 camisas tinham defeito, o que corresponde a, aproximadamente, 3,3% da produção

$$\left(\frac{100}{3000} \times 100 \approx 3,3 \right)$$

Ex. 30

Num triângulo, a ângulos de igual amplitude opõem-se lados de igual comprimento.

Assim, como $\hat{CAB} = \hat{BCA}$, tem-se $x + 3 = 5x - 5$.

$$x + 3 = 5x - 5$$

$$\Leftrightarrow -5x + x = -5 - 3$$

$$\Leftrightarrow -4x = -8$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{-4}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Logo, $h = 2 + 1 = 3$ cm e $b = 3 \times 2 = 6$ cm.

Tem-se então:

Perímetro de $[ABC] =$

$$= 3 \times 2 + 5 \times 2 - 5 + 2 + 3 = 6 + 10 - 5 + 5 = 16 \text{ cm}$$

$$\text{Área de } [ABC] = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

$$\text{Área de } [ABC] = \frac{6 \times 3}{2} = 9 \text{ cm}^2.$$

Ex. 31

A e C têm abscissas iguais:

$$2(c - 6) = 4$$

$$\Leftrightarrow 2c - 12 = 4$$

$$\Leftrightarrow 2c = 16$$

$$\Leftrightarrow c = \frac{16}{2}$$

$$\Leftrightarrow c = 8$$

C e B têm ordenadas iguais: $b + 12 = 3b - 10$

$$\Leftrightarrow b - 3b = -10 - 12$$

$$\Leftrightarrow -2b = -22$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{22}{2}$$

$$\Leftrightarrow b = 11$$

Como $c = 8$ e $b = 11$

Ponto A

$$2(8 - 6) = 4 \text{ (abscissa)}$$

$$8 - 5 = 3 \text{ (ordenada)}$$

Ponto B

$$4 \text{ (abscissa)}$$

$$11 + 12 = 23 \text{ (ordenada)}$$

Ponto C

$$2(8 - 6) = 4 \text{ (abscissa)}$$

$$3 \times 11 - 10 = 33 - 10 = 22 \text{ (ordenada)}$$

Logo, $A(4, 3)$, $B(10, 23)$ e $C(4, 22)$.

Ex. 32

32.1. Como as equações são equivalentes, têm o mesmo conjunto-solução.

$$x + 4 = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 12 - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 8$$

$$2x - k = 5$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5 + k$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 + k}{2}$$

$$\text{Logo, } \frac{5 + k}{2} = 8$$

$$\Leftrightarrow 5 + k = 16$$

$$\Leftrightarrow k = 16 - 5$$

$$\Leftrightarrow k = 11$$

R.: $k = 11$.

32.2. Como as equações são equivalentes, têm o mesmo conjunto-solução.

$$2(x - 16) = k$$

$$\Leftrightarrow 2x - 32 = k$$

$$\Leftrightarrow 2x = k + 32$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{k + 32}{2}$$

$$2x - (x + 12) = 18 - x$$

$$\Leftrightarrow 2x - x - 12 = 18 - x$$

$$\Leftrightarrow 2x - x + x = 18 + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 30$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 15$$

$$\text{Logo, } \frac{k + 32}{2} = 15$$

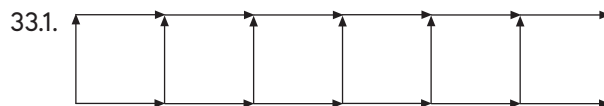
$$\Leftrightarrow k + 32 = 30$$

$$\Leftrightarrow k = 30 - 32$$

$$\Leftrightarrow k = -2$$

R.: $k = -2$.

Ex. 33



A 6ª figura tem 19 setas.

33.2. Como a 1ª tem 4 setas, a 2ª tem 7 setas, a 3ª tem 10 setas, ...

Obtém-se o número de setas multiplicando o número da figura por 3 e adicionando uma unidade.

Sendo assim, $121 \times 3 + 1 = 363 + 1 = 364$.

A 121ª figura tem 364 setas.

33.3. Segundo o raciocínio da alínea anterior, $3n + 1$.

$$33.4. \quad 3n + 1 = 1738$$

$$\Leftrightarrow 3n = 1738 - 1$$

$$\Leftrightarrow 3n = 1737$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{1737}{3}$$

$$\Leftrightarrow n = 579$$

R.: O termo de ordem 579 tem 1738 setas.

$$33.5. \quad 3n + 1 = 2429$$

$$\Leftrightarrow 3n = 2429 - 1$$

$$\Leftrightarrow 3n = 2428$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{2428}{3}$$

$$\Leftrightarrow n = 809,3(3).$$

x tem que ser um número natural, pois trata-se da ordem de uma figura da sequência.

Como não é, conclui-se que não existe nenhuma figura com 2429 setas.

Testar – págs. 84 e 85

Ex. 1

$$1.1. \quad 2(x - 6) = 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x - 12 = 2x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2x = 4 + 12$$

$$\Leftrightarrow 0x = 16$$

$$\text{C.S.} = \{ \}$$

Equação impossível.

$$1.2. \quad -(-x + 12) = 2(x - 6) - x$$

$$\Leftrightarrow x - 12 = 2x - 12 - x$$

$$\Leftrightarrow x - 2x + x = -12 + 12$$

$$\Leftrightarrow 0x = 0$$

Equação possível e indeterminada.

1.3. $3x - 17 = -(-2x + 10)$

$$\Leftrightarrow 3x - 17 = 2x - 10$$

$$\Leftrightarrow 3x - 2x = -10 + 17$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

$$\text{C.S.} = \{7\}$$

Equação possível e determinada.

1.4. $-(x - 6) - 2x = -x$

$$\Leftrightarrow -x + 6 - 2x = -x$$

$$\Leftrightarrow -x - 2x + x = -6$$

$$\Leftrightarrow -2x = -6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

Equação possível e determinada.

Ex. 2

2.1. $2x - 12$

2.2. $2 \times 3 - 12 = -(3 + 6)$

$$\Leftrightarrow 6 - 12 = -9$$

$$\Leftrightarrow -6 = -9 \text{ Proposição falsa.}$$

3 não é solução da equação.

2.3. A diferença entre o dobro da idade do Guilherme e 12 é igual ao simétrico da soma da sua idade com 6. Que idade tem o Guilherme?

2.4. As equações são equivalentes se tiverem o mesmo conjunto-solução.

$$2x - 12 = -x - 6$$

$$\Leftrightarrow 2x + x = -6 + 12$$

$$\Leftrightarrow 3x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

$$2x - 12 = -4x$$

$$\Leftrightarrow 2x + 4x = 12$$

$$\Leftrightarrow 6x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2\}$$

As equações são equivalentes.

Ex. 3

$$(x + 10) \times 2 = 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x + 20 = 4x$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4x = -20$$

$$\Leftrightarrow -2x = -20$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-20}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

R.: A Anabela pensou no número 10.

Ex. 4

$$x + 0,2 = 2 + 1$$

$$\Leftrightarrow x = 3 - 0,2$$

$$\Leftrightarrow x = 2,8$$

Como cada quilograma de cebolas custa 1,3 € e $2,8 \times 1,3 = 3,64$, conclui-se que o Manuel pagará 3,64 € pelas cebolas.

Ex. 5

x – número de cromos do André.

$2x$ – número de cromos do Afonso.

$$2x - 12 = x + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = 12 + 12$$

$$\Leftrightarrow x = 24$$

R.: O André tem 24 cromos.

Ex. 6

Área do Polígono A: $4 \times 4 = 16 \text{ cm}^2$

Área do Polígono B: $(x + 6) \times 2 = (2x + 12) \text{ cm}^2$

Como as áreas são iguais $2x + 12 = 16$

$$\Leftrightarrow 2x = 16 - 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

Assim, perímetro do polígono A: $4 \times 4 = 16 \text{ cm}$

Perímetro do polígono B:

$$(2 + 6) \times 2 + 2 \times 2 = 8 \times 2 + 4 = 16 + 4 = 20 \text{ cm.}$$

A afirmação é verdadeira pois o perímetro de A é 16 cm e o de B é 20 cm.

Ex. 7

Para que a equação seja possível indeterminada, os termos com incógnita, bem como os termos independentes, têm de anular-se. Para que os termos com incógnita se anulem, $k = 3$; contudo, se $k = 3$, os termos independentes não se anulam. Conclui-se então que independentemente do valor de k , a equação nunca será possível indeterminada.

Unidade 7 – Figuras semelhantes

Praticar – págs. 88 a 101

Ex. 1

[B] e [D].

Ex. 2

2.1. Os triângulos 1 e 4 são semelhantes.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 4 no triângulo 1 é $r = \frac{2}{1} = 2$.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 1 no triângulo 4 é $r = \frac{1}{2} = 0,5$.

Os triângulos 2 e 6 são semelhantes.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 2 no triângulo 6 é $r = \frac{2}{1} = 2$.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 6 no triângulo 2 é $r = \frac{1}{2} = 0,5$.

Os triângulos 3 e 5 são semelhantes.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 3 no triângulo 5 é $r = \frac{2}{1} = 2$.

A razão de semelhança que transforma o triângulo 5 no triângulo 3 é $r = \frac{1}{2} = 0,5$.

Ex. 3

A. Os triângulos A e C são geometricamente iguais.

Ex. 4

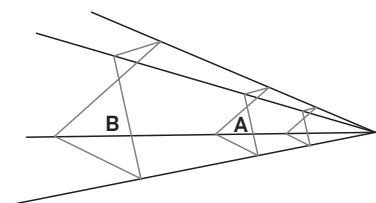
4.1. Método da homotetia.

4.2. A razão de semelhança é superior a 1 porque se trata de uma ampliação.

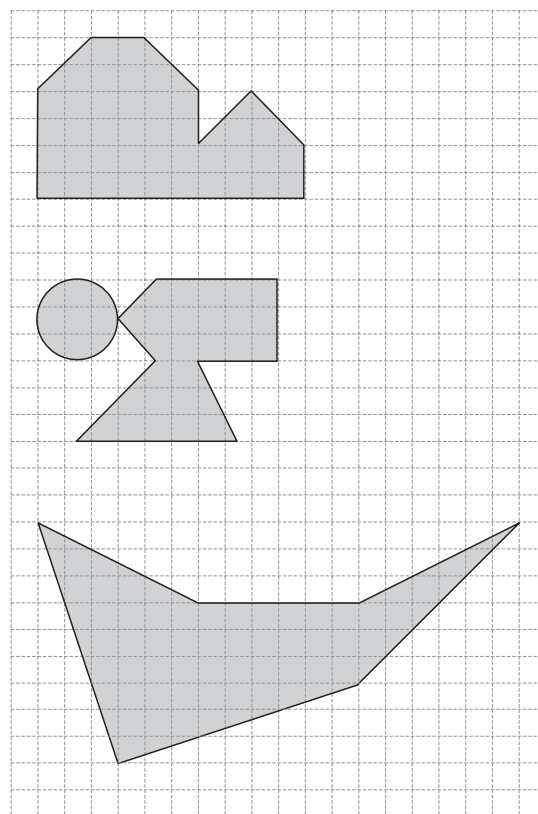
$$4.3. r = \frac{4,5}{2,25} = 2$$

A razão de semelhança é 2.

4.4.



Ex. 5



Ex. 6

6.1. Razão de semelhança: 2

6.2. Razão de semelhança: $\frac{1}{2}$

6.3. Razão de semelhança: $\frac{1}{3}$

Ex. 7

A. Falsa. Se têm a mesma forma são semelhantes e duas figuras semelhantes podem não ser geometricamente iguais. Uma delas pode ser uma ampliação ou redução da outra.

B. Verdadeira. Se são geometricamente iguais têm a mesma forma. Logo, são semelhantes.

C. Falsa. Se são semelhantes têm a mesma forma, mas podem não ter as mesmas dimensões.

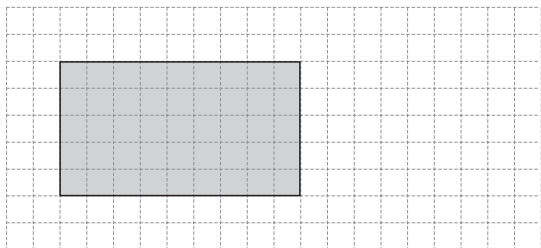
Ex. 8

Todos os círculos são semelhantes.

Ex. 9

9.1. Os retângulos R1 e R6 são semelhantes.

9.2.

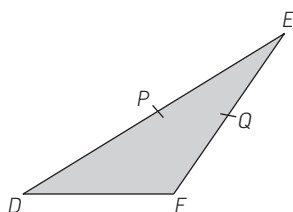


Ex. 10

10.1. Os triângulos são semelhantes porque têm os três lados proporcionais (critério LLL) $\frac{6}{3} = \frac{4}{2} = \frac{2}{1}$.10.2. Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais $180^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 35^\circ$ e $180^\circ - 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$.10.3. Os triângulos são semelhantes porque têm dois lados proporcionais e os ângulos por eles formados geometricamente iguais $\frac{8}{2} = \frac{6}{3} = 2$.

Ex. 11

11.1.

11.2. Os triângulos $[ABC]$ e $[PEQ]$ são geometricamente iguais porque têm dois lados com o mesmo comprimento, $\overline{EP} = \overline{AB}$ e $\overline{EQ} = \overline{BC}$, e o ângulo por eles formado geometricamente igual, $\widehat{DEF} = \widehat{ABC}$ (critério LAL de igualdade de triângulos).

11.3. $\frac{\overline{ED}}{\overline{EP}} = \frac{\overline{EF}}{\overline{EQ}}$

11.4. Os triângulos $[PEQ]$ e $[DEF]$ são semelhantes porque têm os lados proporcionais e o ângulo por eles formado geometricamente igual (ângulo comum aos dois triângulos).Logo, $\widehat{EPQ} = \widehat{EDF}$ e $\widehat{PQE} = \widehat{DFE}$ e, portanto, as retas PQ e DF são paralelas.

11.5. $\frac{\overline{ED}}{\overline{EP}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{PQ}}$ e $\frac{\overline{EF}}{\overline{EQ}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{PQ}}$, pelo que $\frac{\overline{ED}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{AC}}$ e $\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DF}}{\overline{AC}}$.

11.6. Podemos concluir que os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes, porque têm os três lados proporcionais.

Ex. 12

12.1. "O triângulo $[DEF]$ é uma redução do triângulo $[ABC]$ ".

12.2. Como os triângulos são semelhantes, têm os lados proporcionais.

$$\frac{5}{2,2} = \frac{\overline{AC}}{1}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{5 \times 1}{2,2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{25}{11}$$

Logo, $\overline{AC} = \frac{25}{11}$ cm.

12.3. Como os triângulos são semelhantes, têm os lados proporcionais.

$$\frac{5}{2,2} = \frac{4,4}{\overline{EF}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EF} = \frac{2,2 \times 4,4}{5}$$

$$\Leftrightarrow \overline{EF} = 1,936$$

Logo, $\overline{EF} = 1,936$ cm.

Ex. 13

Para que os triângulos sejam semelhantes é necessário que os seus lados sejam proporcionais.

Assim, $\frac{y}{3} = \frac{7,5}{5} \Leftrightarrow y = \frac{3 \times 7,5}{5} \Leftrightarrow y = 4,5$.

Ex. 14

14.1. Os triângulos são semelhantes porque têm os três lados proporcionais (critério LLL) $\frac{4}{2} = \frac{2}{1} = \frac{3}{1,5}$.14.2. Como os triângulos são semelhantes os ângulos correspondentes são geometricamente iguais. Assim, $\widehat{\varphi} = \widehat{\alpha} = 180^\circ - 61^\circ - 80^\circ = 39^\circ$. Então, $\widehat{\varphi} = 39^\circ$.

Ex. 15

15.1. $\frac{\overline{AC}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{DB}}$

$$\frac{\overline{AC}}{4} = \frac{10}{6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{4 \times 10}{6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{40}{6}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} \approx 6,7$$

Logo, $\overline{AC} \approx 6,7$ cm.

Ex. 16

16.1. Os dois quadrados são semelhantes pois os seus ângulos internos são todos retos (e, portanto, iguais) e o quociente entre as medidas de dois lados, um do quadrado de lado b e outro do quadrado de lado a é sempre igual a $\frac{b}{a}$.

$$16.2. r = \frac{b}{a}$$

16.3. $b^2 = (r \times a)^2 = r^2 a^2$, uma vez que $b = ra$ (definição de razão de semelhança).

16.4. Da alínea anterior tem-se que $A_2 = r^2 A_1$, pelo que $\frac{A_2}{A_1} = r^2$.

16.5. Dois quadrados são sempre semelhantes sendo a razão entre as áreas igual ao **quadrado** da razão de semelhança.

Ex. 17

$$17.1. r = \frac{1,5}{2,5} = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$17.2. r = \frac{2,5}{1,5} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

$$17.3. \overline{FG} = 4,6 \times 0,6 = 2,76$$

17.4. $\hat{\beta} = 108^\circ$ (como os polígonos são semelhantes $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$).

Ex. 18

$$18.1. r = \frac{\overline{D'E'}}{\overline{DE}}$$

$$r = \frac{2,3}{1,15} = 2$$

18.2. Como a razão de semelhança é 2 e o quociente entre os perímetros é igual à razão de semelhança,

$$\text{então } \frac{P_2}{P_1} = r. \text{ Logo } P_2 = 2 \times 7,65 = 15,3.$$

Como $\overline{CD} = \overline{AB}$, então $\overline{A'B'} = \overline{C'D'}$ e $P_1 = 15,3$ cm.

$$\overline{C'D'} = \overline{A'B'} = (15,3 - 2,8 - 2,3) : 2 = 5,1 \text{ cm.}$$

$$18.3. A_{P_2} = 14,7 \text{ cm}^2$$

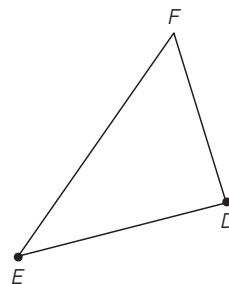
$$\frac{A_{P_2}}{A_{P_1}} = r^2, \text{ então } A_{P_1} = \frac{A_{P_2}}{r^2} = \frac{14,7}{4} = 3,675 \text{ cm}^2$$

Ex. 19

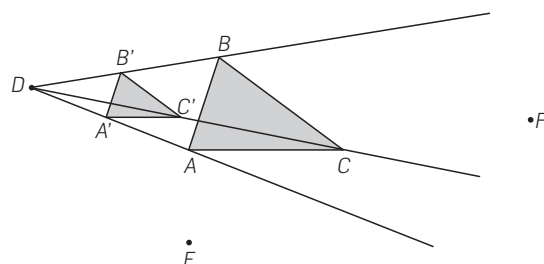
A. São semelhantes porque são dois quadriláteros regulares.

B. Não são semelhantes porque não têm os lados proporcionais $\frac{2}{1} \neq \frac{5}{3}$.

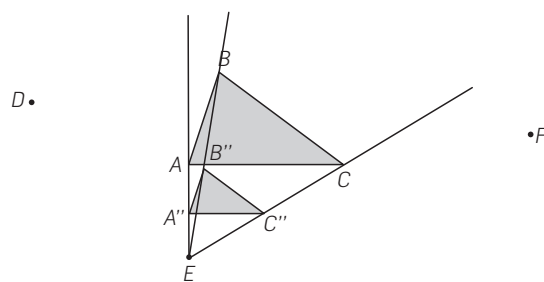
C. São semelhantes porque são triângulos com dois lados proporcionais $\frac{2}{1} = \frac{6}{3}$ e os ângulos por eles formados geometricamente iguais (90°).

Ex. 20**Ex. 21**

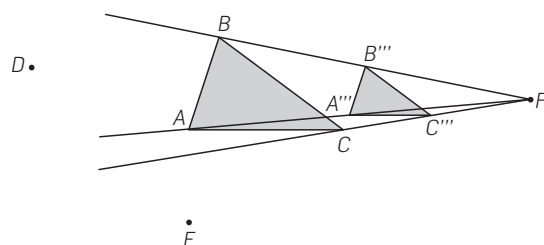
21.1.



21.2.



21.3.



21.4. “As respostas às três alíneas anteriores levam-me a admitir que a homotetia não depende do centro considerado.”

(Considerando diferentes centros para a homotetia e mantendo a razão de semelhança, obtêm-se figuras geometricamente iguais).

Ex. 22

Sabe-se que dois círculos são sempre semelhantes. Sabe-se ainda que a razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança.

$$\text{Assim, } r^2 = \frac{\text{Área do círculo 1}}{\text{Área do círculo 2}}, \text{ ou seja, } r = \sqrt{4} = 2.$$

Se a razão de semelhança é 2, o raio do círculo 1 é igual a 8 cm ($4 \times 2 = 8$).

Ex. 23

$$\begin{aligned} 23.1. A_{\square} &= c \times \ell \\ 24 &= 6 \times \ell \\ \Leftrightarrow \ell &= \frac{24}{6} \\ \Leftrightarrow \ell &= 4 \end{aligned}$$

Como se trata de uma ampliação de razão 7:

$$c_{\text{ampliado}} = c_{\square} \times 7 = 6 \times 7 = 42$$

$$\ell_{\text{ampliado}} = \ell_{\square} \times 7 = 4 \times 7 = 28$$

Tem-se então que:

$$A_{\text{ampliado}} = 42 \times 28 = 1176. \text{ Logo, } A_{\text{ampliado}} = 1176 \text{ cm}^2.$$

23.2. Como se trata de uma redução de razão $\frac{1}{2}$:

$$c_{\text{reduzido}} = c_{\square} \times \frac{1}{2} = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\ell_{\text{ampliado}} = \ell_{\square} \times \frac{1}{2} = 4 \times \frac{1}{2} = 2$$

Logo, $P = 3 + 2 + 3 + 2 = 10$ ou seja, $P = 10$ cm.

Ex. 24

$$\overline{DC} = 2,1 \text{ cm}$$

$$\overline{AC} = 6,3 \text{ cm}$$

$$10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}$$

$$2,1 \text{ ——— } 1000$$

$$6,3 \text{ ——— } x$$

$$x = \frac{3,3 \times 1000}{2,1} = 3000$$

$$\text{Logo, } A_{\square} = 1000 \times 3000 = 3\,000\,000$$

R.: A área do canteiro é 3 000 000 cm², ou seja, 300 m².

Ex. 25

Sabe-se que a razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Assim, como $A_2 = 18 \text{ m}^2$ e $A_1 = 6 \text{ m}^2$,

$$r^2 = \frac{18}{6} = 3. \text{ Logo, } r = \sqrt{3}.$$

Ex. 26

Num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude e vice-versa.

Ora, se o triângulo do João é equilátero, os ângulos internos têm de ter todos a mesma amplitude, ou seja, 60°.

Assim, pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos são, garantidamente, semelhantes, pelo que o Filipe tem razão.

Ex. 27

$$27.1. A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \text{ cm}^2$$

27.2. Os triângulos são semelhantes por que têm dois

lados proporcionais $\frac{4}{2} = \frac{7,2}{3,6} = 2$ e os ângulos por

eles formados geometricamente iguais (34°).

27.3. A área do triângulo [ABC] é 8 cm². Como os triângulos são semelhantes, o quociente entre as respectivas áreas é igual ao quadrado de razão de semelhança.

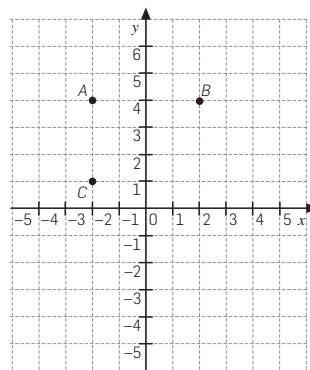
$$\text{Assim, } \frac{8}{x} = 2^2 \Leftrightarrow x = \frac{8}{4} = 2, \text{ ou seja, o triângulo}$$

[DEF] tem 2 cm² de área.

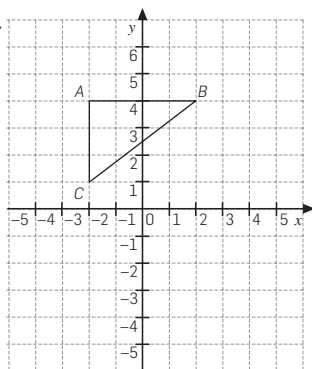
27.4. Como os triângulos são semelhantes, os ângulos correspondentes são geometricamente iguais. Assim, $\hat{\beta} = 117^\circ$.

Ex. 28

28.1.

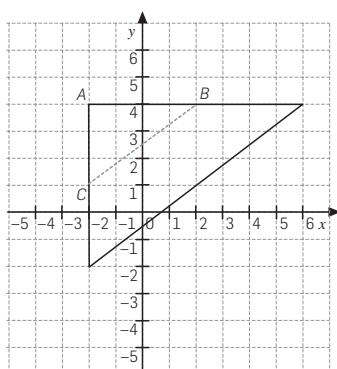


28.2.

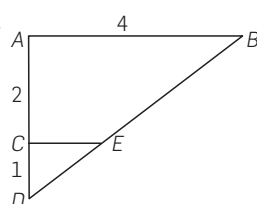


O triângulo é escaleno e rectângulo.

28.3.



28.4.



Os triângulos $[ABC]$ e $[DEC]$ são semelhantes, pois têm dois ângulos geometricamente iguais. Como são semelhantes, têm os lados proporcionais.

$$\text{Assim, } \frac{4}{x} = \frac{3}{1}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 \times 1}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

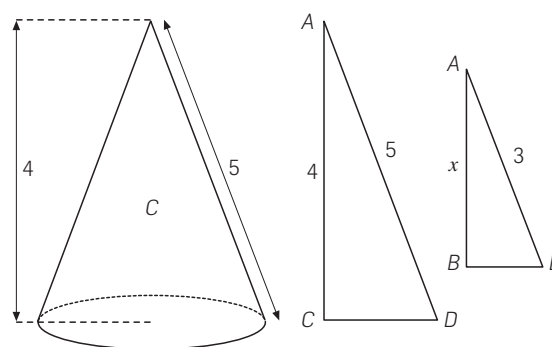
Ex. 29

$$[A] \frac{a}{s} = \frac{c}{t}$$

Ex. 30

Os triângulos são semelhantes porque têm dois lados proporcionais $\left(\frac{CB}{CE} = \frac{CA}{CD}\right)$ e os ângulos por eles formados geometricamente iguais, $\hat{ACB} = \hat{DCE}$ (ângulos verticalmente opostos).

Ex. 31



Os triângulos $[ACD]$ e $[ABE]$ são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais ($\hat{BAE} = \hat{CAD}$ e $\hat{DCA} = \hat{EBA}$). Assim,

$$\frac{4}{AB} = \frac{5}{3}$$

$$\Leftrightarrow AB = \frac{4 \times 3}{5}$$

$$\Leftrightarrow AB = 2,4$$

Ex. 32

32.1. Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais: $\hat{FDE} = \hat{ABC}$ (ângulos opostos de um paralelogramo) e $\hat{DEF} = \hat{CAB}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

32.2. A razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança. Como os triângulos são semelhantes, $\overline{AB} = 10$ cm e $\overline{DF} = 5$ cm, a razão de semelhança, considerando uma ampliação, é $r = \frac{10}{5} = 2$.

Logo, a razão entre as áreas é 4 ($2^2 = 4$).

32.3. Sabe-se que os triângulos $[DEF]$ e $[ABC]$ são semelhantes. Considerando uma ampliação, a razão de semelhança é 2.

Assim, como $\overline{AE} = \overline{ED}$, tem-se $\overline{ED} = 5$ cm e, consequentemente $\overline{BC} = 2 \times 5$ cm = 10 cm.

Como $\overline{EF} = 7,6$ cm, tem-se $\overline{AC} = 2 \times 7,6$ cm = 15,2 cm. Sabendo que o perímetro do paralelogramo $[ABCD]$ é 34,4 cm, tem-se:

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \frac{34,4 - (\overline{BC} + \overline{AD})}{2} = \\ &= \frac{34,4 - (10 + 10)}{2} = \\ &= 7,2 \end{aligned}$$

Logo, $\overline{AB} = 7,2$ cm.

Então, o triângulo $[ABC]$ tem 32,4 cm de perímetro pois:

$$\begin{aligned} P_{\text{triângulo } [ABC]} &= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} \\ P_{\text{triângulo } [ABC]} &= 7,2 + 10 + 15,2 = 32,4 \\ P_{\text{triângulo } [ABC]} &= 32,4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Ex. 33

33.1. Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais, $\widehat{XVW} = \widehat{XYZ} = 90^\circ$ e $\widehat{WXV} = \widehat{ZYX}$ (ângulos verticalmente opostos).

33.2. Como os triângulos são semelhantes têm os lados correspondentes proporcionais. Assim,

$$\frac{\overline{YZ}}{25} = \frac{160}{40}$$

$$\Leftrightarrow \overline{YZ} = \frac{25 \times 160}{40}$$

$$\Leftrightarrow \overline{YZ} = 100$$

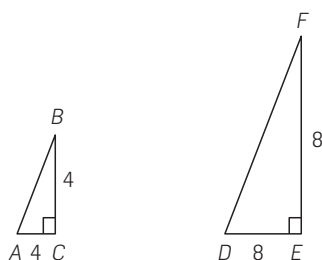
Logo, $\overline{YZ} = 100$ m.

Ex. 34

Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos correspondentes geometricamente iguais: $\widehat{CED} = \widehat{BEA}$ (ângulos verticalmente opostos) e $\widehat{DCE} = \widehat{ABE}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

Ex. 35

Considerando, por exemplo, os triângulos:

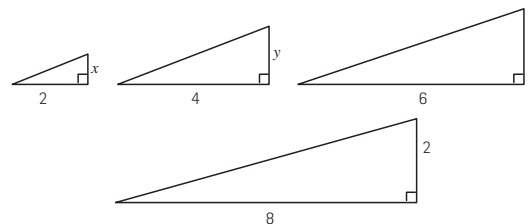
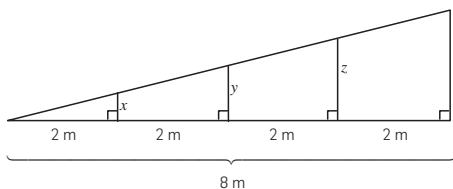


Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais, $\widehat{CED} = \widehat{BEA}$ (ângulos verticalmente opostos) e $\widehat{DCE} = \widehat{ABE}$ (ângulos agudos de lados paralelos).

A afirmação é verdadeira porque um triângulo pode ser retângulo (um ângulo com 90°) e isósceles (dois lados iguais).

Os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes.

Se o triângulo for retângulo nunca poderá ser equilátero porque num triângulo equilátero todos os ângulos têm 60° de amplitude.

Ex. 36

Como os triângulos são todos semelhantes, pelo critério AA, então têm os lados proporcionais.

Assim,

$$\frac{2}{x} = \frac{8}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \times 2}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4}{8}$$

$$\Leftrightarrow x = 0,5 \text{ m}$$

$$\frac{2}{y} = \frac{8}{4}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2 \times 4}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{8}{8}$$

$$\Leftrightarrow y = 1 \text{ m}$$

$$\frac{2}{z} = \frac{8}{6}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{2 \times 6}{8}$$

$$\Leftrightarrow z = \frac{12}{8}$$

$$\Leftrightarrow z = 1,5 \text{ m}$$

R.: A altura de cada uma das barras é, respectivamente, 0,5 m, 1 m e 1,5 m.

Ex. 37

37.1. $\widehat{BAC} = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Então, $\widehat{BAC} = \widehat{ACB}$.

Como num triângulo a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude e vice-versa, tem-se que $\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ cm.

Logo, o triângulo é isósceles pois tem dois lados de igual comprimento.

37.2. Como $\overline{AB} = \overline{BC} = 4$ cm, a área do triângulo $[ABC]$

é dada por:

$$A = \frac{\overline{AB} \times \overline{BC}}{2}$$

$$A = \frac{4 \times 4}{2} = 8$$

Logo, $A = 8 \text{ cm}^2$.

37.3. Sabe-se que, num triângulo, a lados de igual comprimento opõem-se ângulos de igual amplitude.

Assim, como $\overline{ED} = \overline{FE}$, tem-se que

$$\widehat{EFD} = \widehat{FDE} = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ.$$

Sendo assim, os triângulos $[ABC]$ e $[DEF]$ são semelhantes pois têm dois ângulos geometricamente iguais ($\widehat{DEF} = \widehat{CBA} = 90^\circ$ e $\widehat{ACB} = \widehat{FDE} = 45^\circ$).

37.4. A razão entre as áreas de duas figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança.

Sendo assim,

$$\frac{A_{\text{triângulo } [DEF]}}{A_{\text{triângulo } [ABC]}} = \left(\frac{5}{4}\right)^2$$

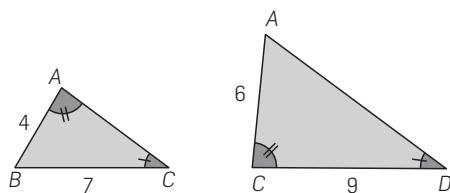
$$\text{Ou seja, } \frac{A_{\text{triângulo } [DEF]}}{8} = \frac{25}{16}$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{triângulo } [DEF]} = \frac{8 \times 25}{16}$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{triângulo } [DEF]} = 12,5$$

Então, o triângulo $[DEF]$ tem 12,5 cm² de área.

Ex. 38



38.1. $\widehat{ACB} = \widehat{CDA}$ e $\widehat{BAC} = \widehat{DCA}$ (ângulos agudos de lados paralelos). Pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos $[ABC]$ e $[CDA]$ são semelhantes.

38.2. Como os triângulos são semelhantes têm os lados proporcionais. Assim,

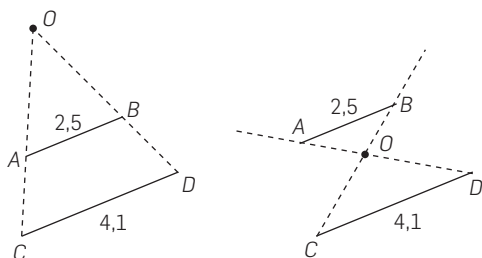
$$\frac{7}{AD} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$$

$$\overline{AD} = \frac{7 \times 6}{4} = 10,5$$

Logo, $\overline{AD} = 10,5$ cm.

Testar – págs. 102 e 103

Ex. 1



Ex. 2

2.1. Duas figuras dizem-se semelhantes quando têm a mesma **forma**.

2.2. Se B é uma ampliação de A em que se triplicaram todos os comprimentos, então a razão de semelhança de A para B é 3.

2.3. Quando a razão de semelhança entre duas figuras é **igual a 1**, as figuras dizem-se geometricamente iguais.

Ex. 3

$$3.1. \frac{3,6}{1,8} = 2$$

$$\frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{2,4}{1,2} = 2$$

$$\frac{3}{1,5} = 2$$

Logo, $r = 2$.

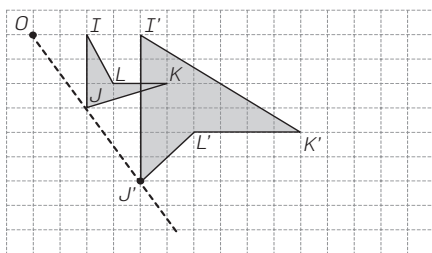
3.2. Os triângulos $[ACD]$ e $[A'C'D']$ são semelhantes, pois têm os lados correspondentes proporcionais e os ângulos por eles formados geometricamente iguais (critério LAL).

Assim, os ângulos DAC e $D'A'C'$ e os ângulos CDA e $C'D'A'$ são geometricamente iguais e os lados $[AD]$ e $[A'D']$, diagonais dos polígonos, estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.

3.3. Do mesmo modo se demonstra que os triângulos $[ABD]$ e $[A'B'D']$ são semelhantes. Assim, os ângulos ABD e $A'B'D'$ e os ângulos BDA e $B'D'A'$ são geometricamente iguais e os lados $[BD]$ e $[B'D']$, diagonais dos polígonos, estão na mesma proporção que os restantes pares de lados.

3.4. Como é possível estabelecer uma correspondência entre os vértices dos dois polígonos, lados correspondem a lados e diagonais a diagonais, de modo que os comprimentos dos segmentos de reta correspondentes (lados e diagonais) são proporcionais, podemos concluir que os polígonos são semelhantes.

Ex. 4



Ex. 5

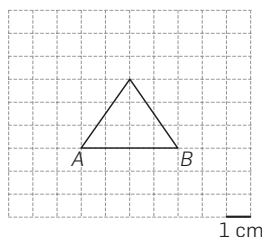
5.1. [A]

5.2. $A = 6 \text{ cm}^2$

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}. \text{ Logo, } \frac{b \times h}{2} = 6$$

$$h = \frac{6 \times 2}{4}$$

$$\Leftrightarrow h = 3 \text{ cm}$$



5.3. Como a razão entre as áreas de figuras semelhantes é igual ao quadrado da razão de semelhança, tem-se:

$$\frac{6}{A_{[XYZ]}} = 3^2$$

$$\Leftrightarrow A_{[XYZ]} = \frac{6}{9}$$

$$\Leftrightarrow A_{[XYZ]} = \frac{2}{3}$$

Assim, conclui-se que o triângulo [XYZ] tem $\frac{2}{3} \text{ cm}^2$ de área.

Ex. 6

6.1. Os triângulos são semelhantes porque têm dois ângulos geometricamente iguais, $\hat{A}\hat{C}\hat{E} = \hat{B}\hat{C}\hat{E}$ (ângulo comum aos dois triângulos) e $\hat{C}\hat{E}\hat{A} = \hat{C}\hat{D}\hat{B}$ (ângulos de lados paralelos).

6.2. Como os triângulos são semelhantes, têm os lados correspondentes proporcionais. Assim,

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{CE}}{\overline{CD}}$$

$$\frac{\overline{AC}}{10} = \frac{10}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{10 \times 10}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = 25$$

Como $\overline{BC} = 10 \text{ m}$, então $\overline{AB} = 15 \text{ m}$ ($25 - 10 = 15$).

Provas globais

Prova global 1 – págs. 106 e 107

Ex. 1

- 1.1. Fila 1 $\rightarrow$ 2 bilhetes
 Fila 2 $\rightarrow$ 5 bilhetes $\rightarrow +3$
 Fila 3 $\rightarrow$ 8 bilhetes $\rightarrow +3$
 Fila 4 $\rightarrow$ 11 bilhetes $\rightarrow +3$
 Fila 5 $\rightarrow$ 14 bilhetes $\rightarrow +3$
 Fila 6 $\rightarrow$ 17 bilhetes $\rightarrow +3$

Se a regularidade se tivesse mantido, teriam sido vendidos 17 bilhetes para a sexta fila.

1.2. Supondo que a regularidade se mantém, o número de bilhetes vendidos por fila é dado pela sequência: 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, ...

Como cada fila tem 23 lugares e a última ficou completa, o número de filas vai ser dado pela ordem cujo termo é 23, ou seja, 8. Logo, o cinema tem 8 filas.

Ex. 2

2.1. $t = 1$

$$c = 21 + 2 \times 1 = 21 + 2 = 23$$

Uma hora após a avaria a temperatura na sala de cinema era de 23°C .

2.2. A temperatura na sala aumentou 2°C por hora pois 2 é a diferença entre as temperaturas registadas em duas horas consecutivas.

2.3. $21 + 2t = 24$

$$\Leftrightarrow 2t = 24 - 21$$

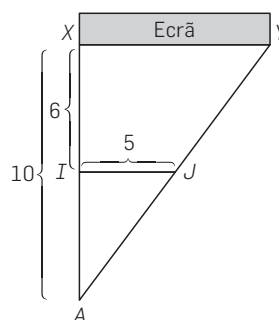
$$\Leftrightarrow 2t = 3$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{3}{2}$$

A avaria tinha ocorrido há 90 minutos

$$\left(\frac{3}{2} \text{ h} = 1,5 \text{ h} = 1,5 \times 60 \text{ min} = 90 \text{ min}\right).$$

Ex. 3



$$\overline{IA} = 10 - 6 = 4$$

$$\text{Logo, } \frac{4}{10} = \frac{5}{\overline{XY}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{XY} = \frac{5 \times 10}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{XY} = \frac{50}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{XY} = 12,5$$

R.: O ecrã tem 12,5 metros de largura.

Ex. 4

$$A_{\square} = 225 \text{ m}^2$$

$$A_{\square} = \ell \times \ell = \ell^2$$

Logo, $\ell^2 = 225$, ou seja, $\ell = 15 \text{ m}$.

Assim, conclui-se que o lado da sala tem o mesmo comprimento que o seu pé direito. Desta forma, basta multiplicar a área da sala por 5 (4 paredes e o teto), para determinar a quantidade de material de isolamento acústico necessário: $225 \times 5 = 1125$. Como o isolamento custa 125 €/m², nesta operação vai-se gastar 140 625 € ($1125 \times 125 = 140\,625$).

Ex. 5

5.1. a) $\widehat{DCB} = 180^\circ - \widehat{ECD}$ (ângulos suplementares).
 $\widehat{DCB} = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$

b) $[ABCD]$ é um paralelogramo. Num paralelogramo, os lados opostos são geometricamente iguais e os ângulos consecutivos são suplementares. Logo, como $\widehat{CBA} = \widehat{ECD} = 72^\circ$ (ângulos agudos de lados paralelos), vem que $\widehat{ADC} = \widehat{CBA} = 72^\circ$ (ângulos verticalmente opostos).

5.2. Decomponha-se a figura em dois polígonos: o paralelogramo $[ABCD]$ e o triângulo $[DCE]$.

Área paralelogramo = base $\times$ altura

$$\text{Área triângulo} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$$

Assim,

$$\text{Área paralelogramo} = \overline{BC} \times \overline{ED} = 7 \times 3 = 21$$

$$\text{Área do triângulo} = \frac{\overline{CE} \times \overline{ED}}{2} = \frac{1 \times 3}{2} = \frac{3}{2}$$

R.: A área do logótipo é 22,5 cm² ($21 + 1,5 = 22,5$).

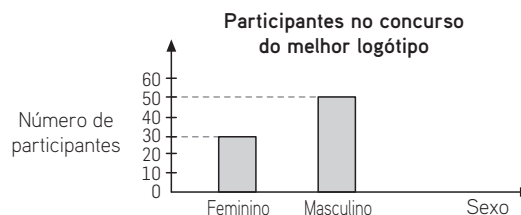
Ex. 6

6.1. $9 + 21 + 18 + 32 = 80$

Participaram no concurso 80 alunos.

6.2. 50 participantes eram do sexo masculino ($18 + 32 = 50$).

6.3.



6.4. a) $\frac{30}{80} = 0,375 = 37,5\%$

b) $\frac{21 + 32}{80} = \frac{53}{80} = 0,6625 = 66,25\%$

Prova global 2 – págs. 108 e 109

Ex. 1

1.1.

n	Número de macieiras	Número de coníferas
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

1.2. a) n^2

b) $8n$

c) Não existe nenhuma figura como 98 macieiras, pois 98 não é um quadrado perfeito (de facto, não existe nenhum número natural para o qual $n^2 = 98$).

Ex. 2

2.1.

Número de sacos	0	12	3	7
Preço (€)	0	180	45	105

$$15 = \frac{180}{12} = \frac{45}{x} = \frac{y}{7}$$

$$\text{Logo, } x = \frac{45}{15} = 3 \text{ e } y = \frac{180 \times 7}{12} = 105$$

2.2. $h = 15n$

2.3. Como Ezequiel gastou 150 € na compra de pesticida comprou 10 sacos $\left(\frac{150}{15} = 10\right)$.

Como cada saco contém 10 kg, o Ezequiel comprou 100 kg de pesticida ($10 \times 10 = 100$).

Ex. 3

- 3.1. $\hat{\alpha} = 180^\circ - (27^\circ + 90^\circ) = 63^\circ$
 $\hat{O\hat{E}D} = 180^\circ - \hat{\alpha}$
 Logo, $\hat{O\hat{E}D} = 180^\circ - 63^\circ = 117^\circ$
 Como $[EDFH]$ é um paralelogramo e como num paralelogramo os ângulos consecutivos são suplementares, $\hat{\epsilon} = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$.
 $\hat{\beta} = \hat{O\hat{G}E} = 27^\circ$ (ângulos agudos de lados paralelos).
- 3.2. A área destinada às macieiras tem a forma de um paralelogramo.
 Como os triângulos $[EFD]$ e $[FHC]$ são geometricamente iguais, têm a mesma área. Logo, a área do paralelogramo $[HFDE]$ é igual à área do retângulo $[EFCH]$.
 $A_{[EFCH]} = 40 \times (140 - 60) = 40 \times 80 = 3200$
 Assim, a área do paralelogramo $[HFDE]$ é 3200 cm^2 .
- 3.3. Sabe-se que $\hat{O\hat{G}E} = \hat{C\hat{H}F}$ e $\hat{E\hat{O}G} = \hat{F\hat{C}H}$. Logo, pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos são semelhantes, pois têm dois ângulos geometricamente iguais.

Ex. 4

- 4.1. O diagrama que corresponde à situação é o 1º. No 2º diagrama o 17 só aparece uma vez.
- 4.2. x – preço da lata de ananás.
 $2 \times 7 + 3x + 2(x + 0,10) = 18,7$
 $\Leftrightarrow 14 + 3x + 2x + 0,20 = 18,7$
 $\Leftrightarrow 5x = 18,7 - 14,2$
 $\Leftrightarrow 5x = 4,5$
 $\Leftrightarrow x = \frac{4,5}{5}$
 $\Leftrightarrow x = 0,9$
 Logo, cada pacote de arroz custa 1 € ($0,9 + 0,10 = 1$).
- 4.3. Volume da arca = $27\,000 \text{ dm}^3 = 27 \text{ m}^3$.
 Logo, como o volume de um cubo é dado pela expressão $V = a \times a \times a = a^3$, vem que $a^3 = 27$, ou seja, $a = \sqrt[3]{27} = 3$.
 Como o Ezequiel pretende forrar o chão da arca com material antiderrapante, é necessário determinar a área do chão. Assim, a área do chão da arca é 9 m^2 ($3 \times 3 = 9$). Como o metro quadrado custa 15 €, o Ezequiel terá de gastar 135 € ($15 \times 9 = 135$).

Prova global 3 – págs. 110 e 111**Ex. 1**

- 1.1. Para saber o número de painéis necessários à vedação é preciso determinar o perímetro do terreno. Como este tem a forma de um quadrado com $22\,500 \text{ m}^2$ de área, o seu lado mede 150 metros ($\sqrt{22\,500} = 150$). Logo, o perímetro do terreno é 60 metros ($150 \times 4 = 600$).
 Como cada painel tem 3 metros de comprimento foram necessários 200 painéis ($\frac{600}{3} = 200$).

- 1.2. x – número de homens contratados.

$$\begin{aligned} x + (x + 30) &= 68 \\ \Leftrightarrow 2x + 30 &= 68 \\ \Leftrightarrow 2x &= 68 - 30 \\ \Leftrightarrow 2x &= 38 \\ \Leftrightarrow x &= \frac{38}{2} \\ \Leftrightarrow x &= 19 \end{aligned}$$

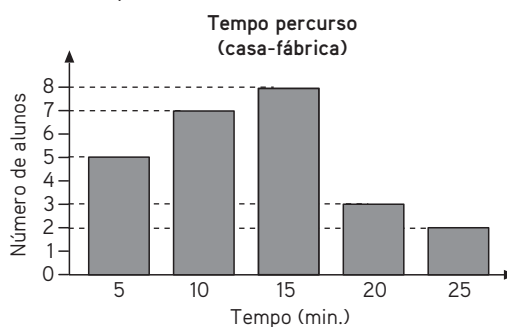
R.: A fábrica contratou 19 homens.

- 1.3. a) A moda é 15 minutos.

$$\begin{aligned} \text{b) } \bar{x} &= \frac{5 \times 5 + 10 \times 7 + 15 \times 8 + 20 \times 3 + 25 \times 2}{5 + 7 + 8 + 3 + 2} = \\ &= \frac{25 + 70 + 120 + 60 + 50}{25} = \\ &= \frac{325}{25} = \\ &= 13 \end{aligned}$$

R.: O tempo médio é 13 minutos.

c)

**Ex. 2**

- 2.1. $\hat{B\hat{E}F} = 60^\circ$ (o triângulo $[BCE]$ é equilátero).
 $\hat{D\hat{C}F} = 90^\circ - \hat{F\hat{C}B}$ (ângulos complementares).
 Logo, $\hat{D\hat{C}F} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.
 $\hat{F\hat{D}C} = 45^\circ$ ($[BD]$ é diagonal do quadrado $[ABCD]$).
 $\hat{C\hat{F}D} = 180^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$.
 Assim, $\hat{E\hat{F}B} = \hat{C\hat{F}D} = 105^\circ$ (ângulos verticalmente opostos).
 Logo, $\hat{F\hat{B}E} = 180^\circ - (60^\circ + 105^\circ) = 180^\circ - 165^\circ = 15^\circ$.

2.2. $\hat{F}\hat{D}\hat{C} = 45^\circ$

$\hat{C}\hat{F}\hat{D} = 105^\circ$

$\hat{D}\hat{C}\hat{F} = 30^\circ$

$\hat{E}\hat{F}\hat{B} = 105^\circ$

$\hat{B}\hat{E}\hat{F} = 60^\circ$

$\hat{F}\hat{B}\hat{E} = 15^\circ$

Os triângulos não são semelhantes porque não respeitam nenhum dos critérios de semelhança.

Ex. 3

3.1. 84°C .

3.2. Aproximadamente 65°C .

3.3. $T(12) = 28^\circ$

R.: O folar encontrava-se a uma temperatura de 28°C doze minutos após ter sido retirado do forno.

3.4. Aproximadamente 10 minutos.

3.5. A temperatura ambiente é aproximadamente 20°C .

3.6. a)

Número de semanas	Número de folares vendidos
1	113
2	121
3	129
4	137
...	...
n	$113 + 8(n - 1)$

b) $113 + 8(n - 1) = 153$

$\Leftrightarrow 113 + 8n - 8 = 153$

$\Leftrightarrow 8n = 153 - 113 + 8$

$\Leftrightarrow 8n = 48$

$\Leftrightarrow n = \frac{48}{8}$

$\Leftrightarrow n = 6$

R.: A parceria durou 6 semanas.