

De acordo com **Metas Curriculares
e Novo Programa de 2013**

PI8

MATEMÁTICA 8º ANO

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

GUIA DO PROFESSOR

- Grelhas de apoio à atividade docente*
- Propostas de resolução de todas as atividades do Manual e do Caderno de Atividades

* MATERIAIS DISPONÍVEIS,
EM FORMATO EDITÁVEL, EM:

20 AULA DIGITAL

ASA

PI8

MATEMÁTICA 8º ANO

Fátima Cerqueira Magro
Fernando Fidalgo
Pedro Louçano

GUIA DO PROFESSOR

ASA

Índice

1. Grelhas de apoio.....	5
2. Propostas de resolução – Manual	19
3. Propostas de resolução – Caderno de atividades	91



GRELHAS DE APOIO

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 8º _____

TPC

____º Período

[illegible]

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

TRABALHO DE GRUPO

____º Período

ATIVIDADE: _____

GRUPO I	GRUPO II	GRUPO III	GRUPO IV	GRUPO V	GRUPO VI

Parâmetros a avaliar	GRUPO I	GRUPO II	GRUPO III	GRUPO IV	GRUPO V	GRUPO VI
Comportamento						
Organização						
Empenho						
Iniciativa						
Originalidade						
Cumprimento de prazos						
Qualidade do trabalho realizado						
Cooperação/distribuição de tarefas						
AVALIAÇÃO						

Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 8º _____

COMPORTAMENTO

____º Período

[illegible]

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

REGISTO DE OBSERVAÇÃO DIRETA – MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

RELATÓRIO

____º Período

PROPOSTO EM: ____/____/____

N.º	NOME	Entregou		AVALIAÇÃO QUALITATIVA	OBSERVAÇÕES
		SIM	NÃO		
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					

Escola: _____

Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

Avaliação – NOVEMBRO

N.º	NOME	Avaliação	PLANO de _____	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				
13				
14				
15				
16				
17				
18				
19				
20				
21				
22				
23				
24				
25				
26				
27				
28				
29				
30				

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

Avaliação – 1º PERÍODO

N.º	NOME	Avaliação novembro	PLANO de _____	desde _____	Nível
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					
21					
22					
23					
24					
25					
26					
27					
28					
29					
30					

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

Avaliação – CARNAVAL

N.º	NOME	Avaliação novembro	1º Período	PLANO de _____	desde _____	Avaliação Carnaval
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

Avaliação – 2º PERÍODO

N.º	NOME	Avaliação novembro	1º Período	Avaliação Carnaval	PLANO de _____	desde _____	Nível
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
11							
12							
13							
14							
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							
30							

Escola: _____

Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º _____

Avaliação – 3º PERÍODO

Nº	NOME	Avaliação novembro	1º Período	Avaliação Carnaval	2º Período	PLANO de _____	desde _____	Nível
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								
13								
14								
15								
16								
17								
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								

Escola: _____ Ano Letivo ____/____

MATEMÁTICA

TURMA: 8º ____

Avaliação

Nº	NOME	Avaliação novembro	1º Período	Avaliação Carnaval	2º Período	3º Período
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						
29						
30						



PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

Manual

Volume 1

Unidade 1 – Vetores, translações e isometrias

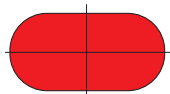
Aplicar – página 11

20 1.

1.1. Um eixo de simetria.



1.2. Dois eixos de simetria.



1.3. Quatro eixos de simetria.

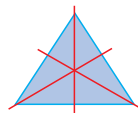


20 2.

2.1. Por exemplo, triângulo escaleno.

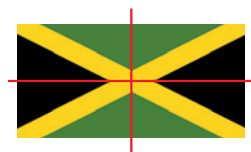


2.2. Por exemplo, triângulo equilátero.



20 3. Encontramos duas simetrias de reflexão e uma simetria de rotação.

Simetrias de reflexão:



Dois eixos de simetria.

Simetrias de rotação:



Uma simetria de rotação (180°), com centro de rotação O .

20 4.



Nesta figura há uma simetria de rotação de centro O e amplitude 180° .



Nesta figura há três simetrias de rotação de centro O e amplitudes 90° , 180° e 270° .



Nesta figura há três simetrias de rotação de centro O e amplitudes 90° , 180° e 270° .



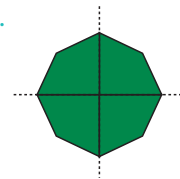
Nesta figura há uma simetria de rotação de centro O e amplitude 180° .

20 5.

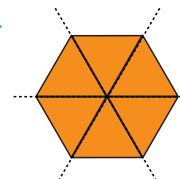
5.1.



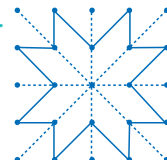
5.2.



5.3.



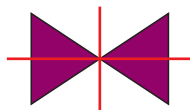
5.4.



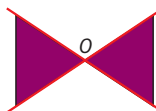
20 6.

Os dois têm razão. A figura tem duas simetrias de reflexão e uma simetria de rotação, (180°), de centro O .

Simetrias de reflexão:



Simetria de rotação:



Aplicar – páginas 20 e 21

3. [B]

4. Na situação B.

5. Nas situações A e C.

6.

20 6.1. Por exemplo:



6.2. Tal não é possível. Entre A e A' (da alínea anterior) encontramos dois peixes vermelhos que não podem ser obtidos dos anteriores por translação, portanto a translação de um único motivo não constrói a figura.

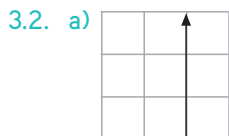
7. Não, porque numa translação qualquer figura é transformada numa figura geometricamente igual à primeira e um triângulo retângulo não pode ser geometricamente igual ao triângulo equilátero.

8. [C]

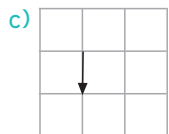
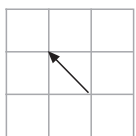
Aplicar – páginas 26 e 27

3.

- 3.1. a) Vetores $\vec{a}$ e $\vec{h}$.
b) Vetores $\vec{b}$ e $\vec{d}$.



b) Por exemplo:

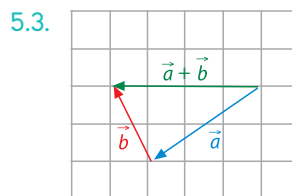
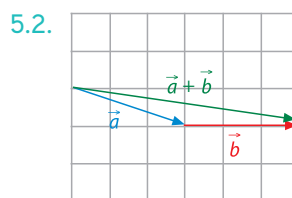
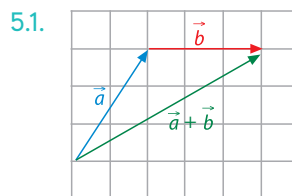


3.3. Sim. Os vetores $\vec{f}$ e $\vec{h}$ são simétricos porque têm a mesma direção, o mesmo comprimento e sentidos opostos.

4.

- 4.1. a) Por exemplo, o vetor $\overrightarrow{JA}$.
b) Por exemplo, o vetor $\overrightarrow{AE}$.
- 4.2. a) $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EN} = \overrightarrow{AN}$
b) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FJ} = \overrightarrow{BJ}$
c) $\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{OG} = \overrightarrow{AI}$
d) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CK} = \overrightarrow{DK}$
e) $\overrightarrow{EG} + \overrightarrow{GE} = \vec{0}$
f) $B + \overrightarrow{ND} = N$
g) $A + \overrightarrow{OC} = M$
h) $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AJ}$

20 5.



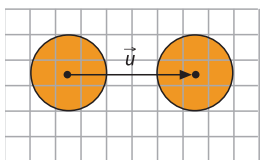
6.

- 6.1. a) Por exemplo, vetores $\overrightarrow{FC}$ e $\overrightarrow{ED}$.
b) Por exemplo, vetores $\overrightarrow{EG}$ e $\overrightarrow{BG}$.
c) Por exemplo, vetores $\overrightarrow{AG}$ e $\overrightarrow{DA}$.
- 6.2. a) $\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{FD}$
b) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{AD}$
c) $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{EF}$
d) $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{EA}$
e) $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{GD}$
f) $\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{FB}$
g) $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{AC}$
h) $\overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{FA}$

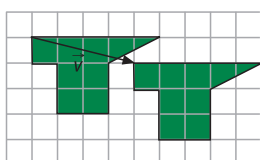
Aplicar – páginas 30 e 31

20 2.

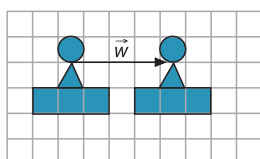
2.1.



2.2.

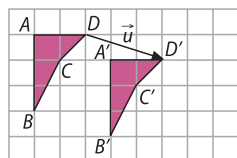


2.3.

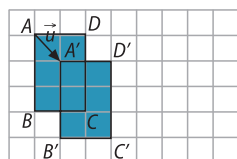


20 3.

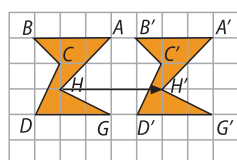
3.1.



3.2.

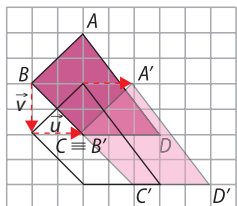


3.3.

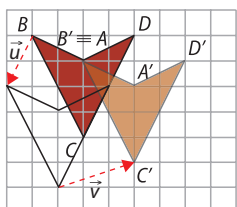


20 4.

4.1.



4.2.



5.

5.1. Sim, a do João, a da Amélia e a do Filipe.

5.2. Propriedade comutativa da adição de vetores.

6.

6.1. a) Ponto E

b) Ponto C

c) Ponto H

d) Ponto C

6.2. Ponto C

6.3. $\overrightarrow{FC}$

6.4. Ponto G

6.5. Ponto F

6.6. Ponto E

6.7. a) E

b) D

c) A

d) $\overrightarrow{HG}$ e) $\overrightarrow{DH}; \overrightarrow{HF}; \overrightarrow{CF}$

Aplicar – páginas 34 e 35

3. A situação [B] não representa uma isometria porque estamos perante uma ampliação. Uma isometria preserva a forma e o tamanho das figuras.

4.

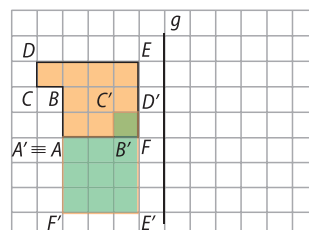
A. O segmento de reta $[A'B']$ é a imagem do segmento de reta $[AB]$ por uma translação.

B. O segmento de reta $[A''B'']$ é a imagem do segmento de reta $[A'B']$ por uma reflexão.

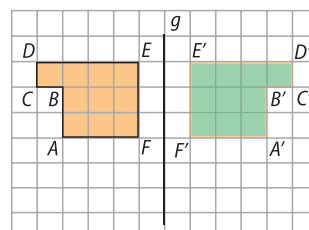
C. O segmento de reta $[AB]$ é a imagem do segmento de reta $[A''B'']$ por uma reflexão deslizante.

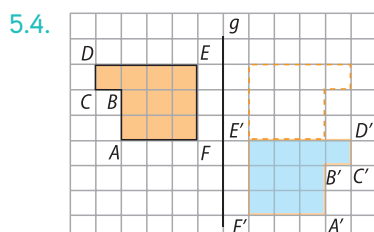
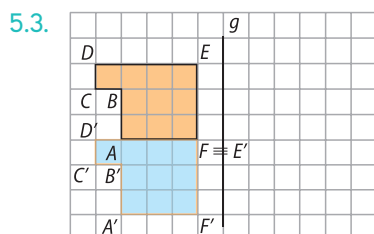
20 5.

5.1.



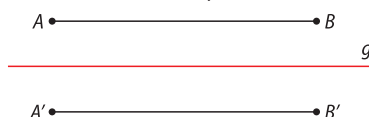
5.2.





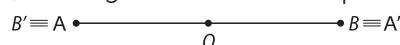
6.

- A. A afirmação é falsa. Contraexemplo: consideremos o segmento de reta $[AB]$ e a sua imagem por uma reflexão sobre o eixo g (segmento de reta $[A'B']$). Os segmentos de reta são paralelos:



B.

- A afirmação é falsa. Contraexemplo: consideremos o segmento de reta $[AB]$ e a sua imagem por uma rotação de centro O e amplitude 180° (segmento de reta $[A'B']$). Os segmentos de reta são paralelos:



7.

7.1. 85°

- 7.2. Se o pentágono $[GHIJK]$ é a imagem do pentágono $[ABCDE]$ pela rotação de centro F e amplitude α , então o ponto C da figura original corresponde ao ponto I do pentágono $[GHIJK]$ e, por definição, o comprimento dos segmentos de reta $[FC]$ e $[FI]$ é o mesmo e $\widehat{CFI} = \alpha$. Como vimos na alínea anterior, $\hat{\alpha} = 85^\circ$. Logo, $\widehat{CFI} = 85^\circ$.

7.3.

Vértice	A	B	C	D	E
Imagem	G	H	I	J	K

- 7.4. Os pentágonos são geometricamente iguais porque o pentágono $[GHIJK]$ é a imagem do pentágono $[ABCDE]$ por uma rotação e o lado correspondente a $[KJ]$ é $[ED]$, logo $\overline{KJ} = \overline{ED}$.

8.

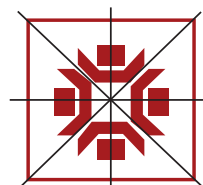
- 8.1. Rotação de centro P e amplitude 90° , seguida de reflexão de eixo m .
- 8.2. Translação segundo a direção de m , seguida de rotação de centro P e amplitude 90° .

- 8.3. Reflexão de eixo m , seguida de rotação de centro P e amplitude 180° .

Praticar – páginas 36 a 41

1.

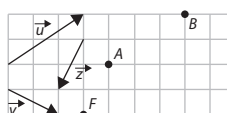
- 20 1.1. Sim, o logótipo tem 4 eixos de simetria.



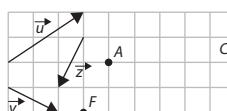
- 1.2. Sim, tem simetria rotacional. O centro da simetria coincide com o ponto de interseção dos eixos de simetria e a rotação é de ordem 4.

20 2.

2.1.

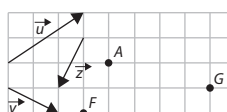


2.2.

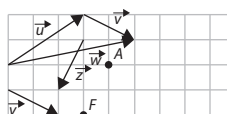


2.3. O ponto C.

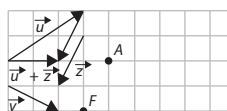
2.4.



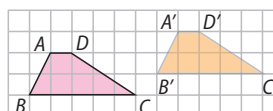
- 2.5. $\overrightarrow{AC}$ e $\overrightarrow{FG}$ são vetores colineares porque têm o mesmo sentido e também têm o mesmo comprimento.



2.6.

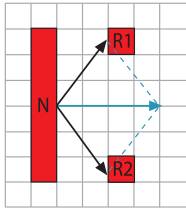


20 3.



4. A figura D porque é a única que conservou os comprimentos dos segmentos de reta e as amplitudes dos ângulos, e porque é possível obter uma a partir da outra através de um vetor.

- 20 5. O vetor que define o deslocamento está representado a azul.



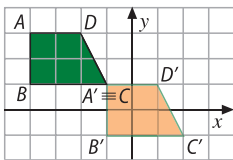
6.

6.1. $A(-4, 3)$ $B(-4, 1)$ $C(-1, 1)$ $D(-2, 3)$ $E(2, 1)$ $F(4, 1)$ $G(4, 3)$ $H(2, 4)$

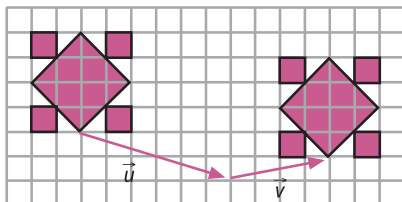
6.2. Não. Numa translação, qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta paralelo ao primeiro e com o mesmo comprimento, o que não acontece neste caso. Então, o quadrilátero $[EFGH]$ não pode ser obtido do quadrilátero $[ABCD]$ através de uma translação.

6.3. [C]

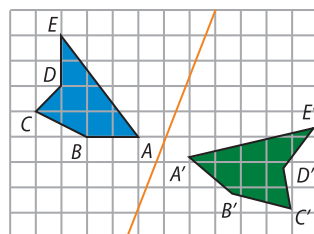
20 6.4.



20 7.



20 8.



9.

- 9.1. $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HF} = \overrightarrow{AF}$
 9.2. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{AG}$
 9.3. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AH}$
 9.4. $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{EI} = \vec{0}$

10.

- 10.1. a) Pentágono 2.
 b) Pentágono 4.
 c) Pentágono 5.

- 10.2. Não, pois o pentágono 8 não é geometricamente igual a nenhum dos outros.

11.

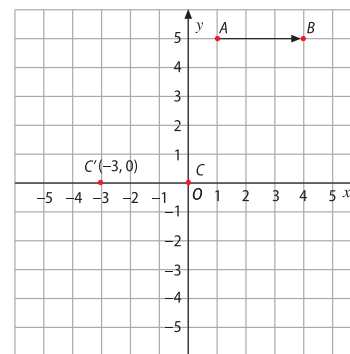
11.1. “Neste desenho, todos os barcos podem ser obtidos de um deles, através de **translações**”.

11.2. a) O peixe 3.

b) O peixe 4.

11.3. O peixe 4.

20 12. $C'(-3, 0)$

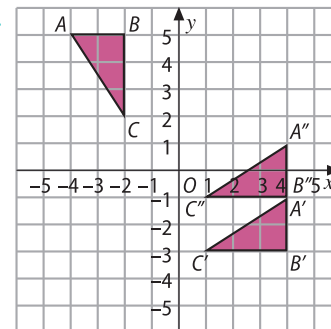


13.

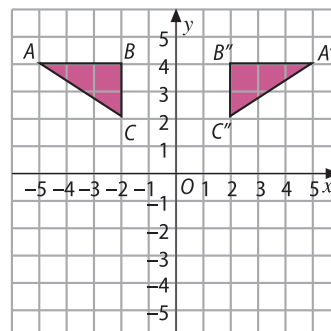
13.1. A figura 2 é a que ilustra um movimento de translação, pois é aquela em que os segmentos de reta de um triângulo são paralelos aos segmentos de reta correspondentes do outro.

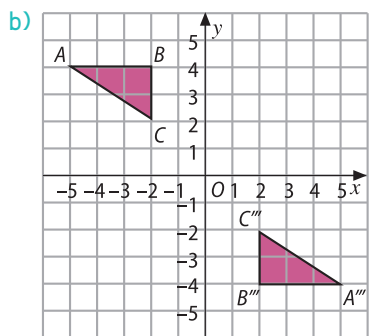
13.2. Vetor com a direção da reta AA' , sentido de A para A' e comprimento do segmento de reta $[AA']$.

20 13.3.



20 13.4. a)





13.5. Não. Não existe nenhum vetor que transforme o triângulo $[ABC]$ no triângulo $[A'B'C']$, nem no triângulo $[A''B''C'']$.

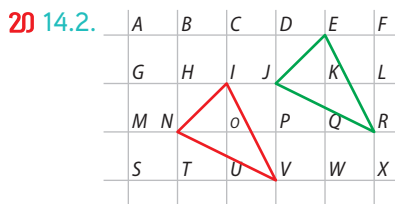
13.6. A afirmação é verdadeira, pois o triângulo $[A'B'C']$ é o transformado de $[ABC]$ por uma translação, e uma isometria conserva as amplitudes dos ângulos.

14.

14.1. a) Triângulo $[JER]$.

b) Ponto P .

c) Segmento de reta $[OP]$.



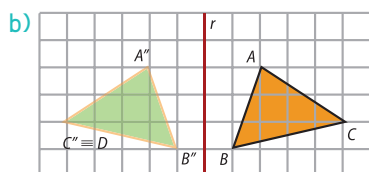
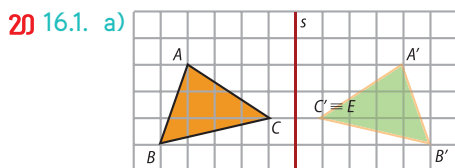
15.

15.1. O segmento de reta $[WX]$.

15.2. O triângulo $[WXZ]$.

15.3. O ponto A .

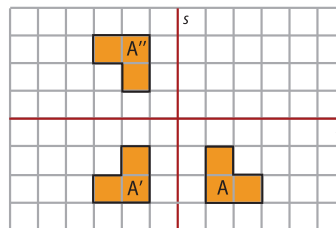
16.



16.2. Sim. É possível transformar P1 em P2 através de uma translação associada ao vetor $\overrightarrow{ED}$.

20 16.3. A afirmação é falsa.

Contraexemplo:



A'' é a imagem de A pela composta de duas reflexões e A'' não pode ser obtido de A por uma translação.

17. [D]

18. [D]

19.

19.1. [A]

19.2. $[G, F]$

20.

20.1. a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

b) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC'}$

c) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}$

20.2. O próprio ponto A .

20.3. A afirmação é falsa, uma vez que os segmentos de reta não são geometricamente iguais.

21.

21.1. I. Translação associada ao vetor $\overrightarrow{DB}$.

II. Reflexão de eixo AC .

III. Rotação de centro I e amplitude 180° .

21.2. I. Translação associada ao vetor $\overrightarrow{AB}$.

II. Reflexão de eixo GE .

III. Rotação de centro I e amplitude 90° .

21.3. I. Translação associada ao vetor $\overrightarrow{HI}$.

II. Reflexão de eixo GE .

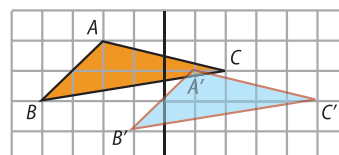
III. Rotação de centro I e amplitude 90° .

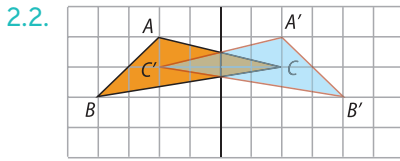
Testar – páginas 46 e 47

1. [B]

2.

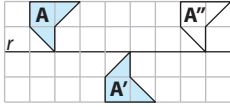
20 21.1.





3.

20 3.1.

3.2. Translação associada ao vetor $2\vec{u}$.

3.3. Norma: 4

Direção: horizontal

Sentido: da esquerda para a direita

4.

4.1. a) Por exemplo, vetores $\vec{HG}$ e $\vec{MG}$.b) Por exemplo, vetores $\vec{AD}$ e $\vec{MC}$.4.2. a) $\vec{AE} + \vec{ED} = \vec{AD}$ b) $\vec{BD} + \vec{HM} = \vec{BC}$ c) $\vec{AD} + \vec{CB} = \vec{0}$

4.3. a) Ponto D.

b) Ponto J.

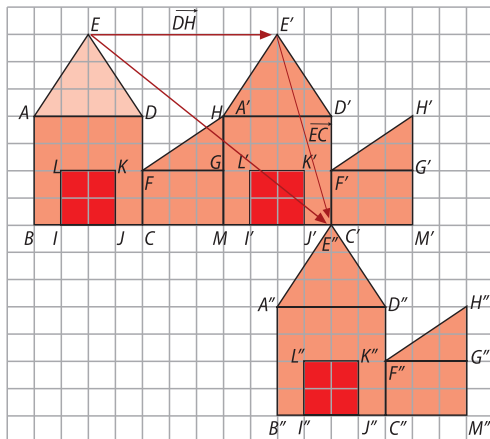
c) Ponto B.

d) Ponto A.

4.4. A afirmação é falsa. A imagem do ponto A pela translação associada ao vetor $\vec{FG}$ é um ponto que pertence ao segmento de reta $[AD]$, que fica a três unidades de distância de A e a uma unidade de distância de D.

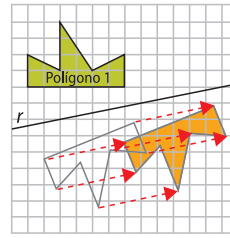
4.5. Segmento de reta $[DC]$.4.6. Por exemplo, pela translação associada ao vetor $\vec{KF}$.

20 4.7.



4.8. 5 cm

20 5.



6.

6.1. Eixo AI e vetor $\vec{EB}$.6.2. Reflexão deslizante de eixo AI e vetor $\vec{EG}$.6.3. Por exemplo, $\vec{EH}$.6.4. Sim, a reta perpendicular à reta AI em F .

Unidade 2 – Monômios e polinômios. Equações do 2º grau

Aplicar – página 51

1.

1.1. $p = 19$ $q = 29$

1.2. A figura de ordem 6 acrescenta 12 pontos à figura anterior, logo $T_6 = 29 + 12 = 41$.

A figura de ordem 7 acrescenta 14 pontos à figura anterior, logo $T_7 = 41 + 14 = 55$.

A figura de ordem 8 acrescenta 16 pontos à figura anterior, logo $T_8 = 55 + 16 = 71$.

2.

2.1. $j = 16$ $k = 25$

2.2. Observando os esquemas, podemos concluir que a figura 2 tem 4 pontos ($2 \times 2 = 4$), a figura 3 tem 9 pontos ($3 \times 3 = 9$), a figura 4 tem 16 pontos ($4 \times 4 = 16$) e assim sucessivamente. Seguindo este raciocínio, a figura 100 terá 10 000 pontos ($100 \times 100 = 10\,000$).

R.: A figura de ordem 100 terá 10 000 pontos.

2.3. Termo geral = n^2

3.

3.1. Diagrama 4:



3.2. a)

Diagrama	1	2	3	4	5	...	n
Número de pontos	3	4	5	6	7	...	n + 2

b)

Diagrama	1	2	3	4	5	6	...	n
Número de triângulos	1	3	6	10	15	21	...	$\frac{n^2 + n}{2}$

- 3.3. Através da tabela anterior, calculamos quantos triângulos tem o diagrama 20.

$$\text{Número de triângulos: } \frac{20^2 + 20}{2} = 210$$

A linha marcada em cada uma das figuras faz com que haja o dobro de triângulos comparando com a mesma figura sem essa linha. Então, o diagrama 20, depois de ter sido marcada essa linha, tem 420 triângulos.

Aplicar – páginas 58 e 59

2.

- 2.1. Parte numérica: 5

Parte literal: x^2

Grau: 2

- 2.2. Parte numérica: 7

Parte literal: p^3

Grau: 3

- 2.3. Parte numérica: $-2a$

Parte literal: b^2

Grau: 2

- 2.4. Parte numérica: $10t^4$

Parte literal: a^3

Grau: 3

- 2.5. Parte numérica: $6g$

Parte literal: não tem

Grau: 0

- 2.6. Parte numérica: $-\frac{1}{3}$

Parte literal: x^3y^2

Grau: 5

- 2.7. Parte numérica: $4rt$

Parte literal: $a^2b^3c^6$

Grau: 11

- 2.8. Parte numérica: 7

Parte literal: não tem

Grau: 0

3.

- 3.1. $2zbx^2$; $-6bx^3$

- 3.2. $\frac{x^2}{11}$ e $4xbx$; $5a^3$ e -12

- 3.3. A afirmação é falsa. Apesar de os monómios serem ambos do 2º grau, não têm a mesma parte literal.

4.

- 4.1. a) $13a^2b^2$ b) $-7a^4b^2$ c) $xy^2z^4 = 4xy^2z$

- d) $4a^2b^2$ e) $13a^2b$ f) $4xy^2z$

- g) $2cx$ h) $4x$ i) 7

- 4.2. Os monómios $4xy^2z$ e $4yzxy$ são iguais porque $4yzxy = 4xyyz = 4xy^2z$. Os monómios $13ab^2a$ e $4ba^2b$ são semelhantes porque têm a mesma parte literal.

5. $A_A = (2a)^2 = 4a^2$ $A_B = 3ab^2 \times a^2b = 3a^3b^3$

6.

- 6.1. $5wk \rightarrow 5 \times (-1) \times 2 = -10$

$$\begin{matrix} w = -1 \\ k = 2 \end{matrix}$$

$$-2w^2p^2 \rightarrow -2 \times (-1)^2 \times 3^2 = -18$$

$$\begin{matrix} w = -1 \\ p = 3 \end{matrix}$$

$$-10 \times (-18) = 180$$

- 6.2. $5wk \times (-2)w^2p^2 = 5 \times (-2)ww^2kp^2 = -10w^3kp^2$

- 6.3. $-10w^3kp^2 \rightarrow -10 \times (-1)^3 \times 2 \times 3^2 = 180$

$$\begin{matrix} w = -1 \\ k = 2 \\ p = 3 \end{matrix}$$

- 6.4. "Dado um produto de monómios, substituindo as variáveis por números obtém-se uma expressão numérica de igual valor ao **produto dos valores das expressões que se obtém substituindo nos fatores as variáveis pelos mesmos números**".

7.

- 7.1. Produto: $5x^2 \times x^2 = 5x^{2+2} = 5x^4$

$$\text{Soma: } 5x^2 + x^2 = (5 + 1)x^2 = 6x^2$$

- 7.2. Produto: $11y \times (-2ay) = -11 \times 2 \times a \times y^{1+1} = -22ay^2$

$$\text{Soma: } 11y + (-2ay) = 11y - 2ay = (11 - 2a)y$$

- 7.3. Produto: $4x^2y \times 12x^3 = 4 \times 12 \times x^{2+3}y = 48x^5y$

$$\text{Soma: } 4x^2y + 12x^3$$

- 7.4. Produto: $(3 + 4b)x^3 \times 11axz = (3x^3 + 4bx^3) \times 11axz =$

$$= 33ax^4z + 44abx^4z = (33a + 44ab)x^4z$$

$$\text{Soma: } (3 + 4b)x^3 + 11axz$$

- 7.5. Produto: $4zx^2y \times 2abx^2yz = 4 \times 2 \times abx^{2+2}y^2yz =$

$$= 8abx^4y^2z^2$$

$$\text{Soma: } 4zx^2y + 2abx^2yz$$

- 7.6. Produto: $7 \times b = 7b$

$$\text{Soma: } 7 + b$$

Aplicar – páginas 64 e 65

4. $A = x^2 + 3$, $B = 3xy^3 + 6x^2$ e $C = 4x^2 + 12x + 2$

4.1. $A + B = x^2 + 3 + 3xy^3 + 6x^2 = 3xy^3 + 7x^2 + 3$

4.2. $A - C = x^2 + 3 - (4x^2 + 12x + 2) =$
 $= x^2 + 3 - 4x^2 - 12x - 2 = -3x^2 - 12x + 1$

4.3. $A \times B = (x^2 + 3) \times (3xy^3 + 6x^2) =$
 $= 3x^3y^3 + 6x^4 + 9xy^3 + 18x^2$

4.4. $3A - 2C = 3(x^2 + 3) - 2(4x^2 + 12x + 2) =$
 $= 3x^2 + 9 - 8x^2 - 24x - 4 = -5x^2 - 24x + 5$

5. $A = 2x^2 + 12$, $B = 15x^2 + 6$ e $C = -2x^2 + 12x$

5.1. a) $A + B = 2x^2 + 12 + 15x^2 + 6 = 17x^2 + 18$

b) $B + C = 15x^2 + 6 - 2x^2 + 12x = 13x^2 + 12x + 6$

c) $A + C = 2x^2 + 12 - 2x^2 + 12x = 12x + 12$

5.2. A afirmação é falsa. Basta reparar que os polinômios A e C são polinômios de grau 2 e a sua soma é um polinômio de grau 1.

5.3. Simétrico do polinômio A : $-2x^2 - 12$

Simétrico do polinômio B : $-15x^2 - 6$

Simétrico do polinômio C : $2x^2 - 12x$

5.4. $A - (B + C) =$
 $= 2x^2 + 12 - (15x^2 + 6 - 2x^2 + 12x) =$
 $= 2x^2 + 12 - 15x^2 - 6 + 2x^2 - 12x =$
 $= 2x^2 + 12 - 13x^2 - 12x - 6 =$
 $= -11x^2 - 12x + 6$

6. $(2x + 6)(3x - 6) = 6x^2 - 12x + 18x - 36 = 6x^2 + 6x - 36$

R.: A expressão $6x^2 + 6x - 36$ representa o valor total pago pela D. Maria no mês passado.

7.

7.1. Cálculos auxiliares:

$$(3x + 2)(x - 5) = 3x^2 - 15x + 2x - 10 = 3x^2 - 13x - 10$$

$$(2y^2 + 10)(y - 1) = 2y^3 - 2y^2 + 10y - 10$$

$$(2x - x^3)(2x^3y^4 + x^2) = 4x^4y^4 + 2x^3 - 2x^6y^4 - x^5$$

$$(3xy - 4yw)(2w + 3x^2) = 6xyw + 9x^3y - 8yw^2 - 12x^2yw$$

Polinômio 1	Grau	Polinômio 2	Grau	Produto	Grau
$3x + 2$	1	$x - 5$	1	$3x^2 - 13x - 10$	2
$2y^2 + 10$	2	$y - 1$	1	$2y^3 - 2y^2 + 10y - 10$	3
$2x - x^3$	3	$2x^3y^4 + x^2$	7	$4x^4y^4 + 2x^3 - 2x^6y^4 - x^5$	10
$3xy - 4yw$	2	$2w + 3x^2$	2	$6xyw + 9x^3y - 8yw^2 - 12x^2yw$	4

7.2. “A observação da tabela anterior sugere que o produto de um polinômio de grau n por um polinômio de grau m é um polinômio de grau $n + m$.”

8. A área da zona azul corresponde à diferença entre a área do retângulo e a área do quadrado vermelho, ou seja, $A_{\text{azul}} = A_{\text{retângulo}} - A_{\text{quadrado vermelho}}$.

$$A_{\text{quadrado vermelho}} = 2a \times 2a = 4a^2$$

$$A_{\text{retângulo}} = (8a + 3) \times (3a - 5) = 24a^2 - 40a + 9a - 15 =$$

$$= 24a^2 - 31a - 15$$

$$\text{Então, } A_{\text{azul}} = A_{\text{retângulo}} - A_{\text{quadrado vermelho}} =$$

$$= 24a^2 - 31a - 15 - 4a^2 = 20a^2 - 31a - 15$$

R.: $20a^2 - 31a - 15$ é o polinômio que representa a área da zona azul.

9. $P = (a - 1)x^3 - 3x^2 + 4x - a$

Para que P seja um polinômio de grau 2 é necessário que o coeficiente de x^3 seja nulo, ou seja, devemos garantir que $a - 1 = 0$. Desta forma, $a = 1$.

Quando $a = 1$, o polinômio é $-3x^2 + 4x - 1$.

10.

10.1. Por exemplo, os polinômios $3x^2yz + 5x^3$ e $5y^4$.

A sua soma é o polinômio $3x^2yz + 5x^3 + 5y^4$ que também é um polinômio de grau 4.

10.2. Por exemplo, os polinômios $3x^3y + x^3 + x^2 + 1$ e $-3x^3y + x^2 + 2$.

$$3x^3y + x^3 + x^2 + 1 - 3x^3y + x^2 + 2 = x^3 + 2x^2 + 3$$

A soma dos polinômios é o polinômio $x^3 + 2x^2 + 3$, que é um polinômio de grau 3.

11. Por exemplo, os polinômios $5xy^2 + 3x + 7$ e $5xy^2 + 2x + 5$.
 $5xy^2 + 3x + 7 - (5xy^2 + 2x + 5) = 5xy^2 + 3x + 7 - 5xy^2 - 2x - 5 = x + 2$

A diferença entre os dois polinômios de grau 3 é o polinômio $x + 2$, que é um polinômio de grau 1.

12.

12.1. A área colorida a azul corresponde à área de um retângulo.

$$A = (2x + 1)(2x - 1) = 4x^2 - 2x + 2x - 1 = 4x^2 - 1$$

R.: A expressão simplificada que representa a área colorida de azul é $4x^2 - 1$.

12.2. A área colorida a vermelho corresponde à diferença entre a área total (quadrado) e a área do retângulo azul (calculada na alínea anterior).

$$A = (2x + 6)(2x + 6) = 4x^2 + 12x + 12x + 36 =$$

$$= 4x^2 + 24x + 36$$

$$\text{Então, } A_{\text{vermelho}} = A_{\text{quadrado}} - A_{\text{retângulo azul}} = 4x^2 + 24x +$$

$$+ 36 - (4x^2 - 1) = 4x^2 + 24x + 36 - 4x^2 + 1 = 24x + 37.$$

R.: A expressão simplificada que representa a área colorida a vermelho é $24x + 37$.

Aplicar – páginas 68 e 69
2.

2.1. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

2.2. $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

2.3. $(-x + 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

2.4. $(-x - 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

2.5. $(-2x + 6)^2 = 4x^2 - 24x + 36$

2.6. $(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$

2.7. $(-z - y)^2 = z^2 + 2zy + y^2$

2.8. $\left(-y + \frac{3}{2}\right)^2 = y^2 - 3y + \frac{9}{4}$

3.

3.1. $(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$

3.2. $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$

3.3. $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 - \frac{1}{9}$

3.4. $(-x - 6)(-x + 6) = x^2 - 36$

3.5. $(2x + 4)(2x - 4) = 4x^2 - 16$

3.6. $(3a + b)(3a - b) = 9a^2 - b^2$

3.7. $\left(3x + \frac{2}{5}\right)\left(3x - \frac{2}{5}\right) = 9x^2 - \frac{4}{25}$

3.8. $\left(\frac{x}{3} - 3\right)\left(\frac{x}{3} + 3\right) = \frac{x^2}{9} - 9$

4.

4.1. $A_{\text{retângulo}} = (3x + 4)(3x - 4) = 9x^2 - 16$

4.2. $A_{\text{quadrado}} = (2x - 6)^2 = 4x^2 - 24x + 36$

4.3. $A_{\text{trapézio}} = \frac{(2x + 1)(2x - 1)}{2} = \frac{4x^2 - 1}{2} = 2x^2 - \frac{1}{2}$

5.

5.1. $(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

5.2. $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$

5.3. $(5 - 2y)(5 + 2y) = 25 - 4y^2$

5.4. $\left(3x + \frac{1}{4}\right)^2 = 9x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{1}{16}$

5.5. $\left(\frac{1}{2}a + 3ab^2\right)^2 = \frac{1}{4}a^2 + 3a^2b^2 + 9a^2b^4$

5.6. $\left(g^8 + \frac{2}{9}\right)\left(g^8 - \frac{2}{9}\right) = g^{16} - \frac{4}{81}$

6.

6.1. $17 \times 23 = (20 - 3)(20 + 3) = 20^2 - 3^2 = 400 - 9 = 391$

6.2. $28^2 = (30 - 2)^2 = 30^2 - 2 \times 30 \times 2 + 2^2 = 900 - 120 + 4 = 784$

6.3. $48 \times 52 = (50 - 2)(50 + 2) = 50^2 - 2^2 = 2500 - 4 = 2496$

6.4. $31^2 = (30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \times 30 \times 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

7.

7.1. $a^2 - 4 = (a - 2)(a + 2)$

7.2. $a^2 - 10a + 25 = (a - 5)^2$

7.3. $(a - 3)^2 - 9 = a^2 - 6a + 9 - 9 = a^2 - 6a$

8. $A_{[ABCD]} = (3x - 7)^2 = 9x^2 - 42x + 49$

$$A_{[EFGH]} = (x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

A área do quadrado não ocupada pelo retângulo corresponde à diferença entre a área do quadrado $[ABCD]$ e a área do retângulo $[EFGH]$.

$$A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = 9x^2 - 42x + 49 - (x^2 - 1) = 9x^2 - 42x + 49 - x^2 + 1 = 8x^2 - 42x + 50$$

9.

9.1. Por exemplo, $5^2 = 4 \times 6 + 1$.

9.2. $(a - 1)(a + 1) + 1 = a^2 - 1 + 1 = a^2$

Aplicar – páginas 72 e 73
2.

2.1. $10a - 15c = 5(2a - 3c)$

2.2. $x^2 - 5x = x(x - 5)$

2.3. $-3v^4 + 12v^2 = 3v^2(-v^2 + 4)$

2.4. $c - c^3 = c(1 - c^2)$

2.5. $x^3 - 3x^2 = x^2(x - 3)$

2.6. $36xyz - 18xy = 18xy(2z - 1)$

2.7. $6abc + 4ab + 12cb = 2b(3ac + 2a + 6c)$

2.8. $49k^7 - 7k^3 = 7k^3(7k^4 - 1)$

2.9. $5(a - 3) - x(a - 3) = (a - 3)(5 - x)$

3.

3.1. $x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4)$

3.2. $k^2 - 25 = (k - 5)(k + 5)$

3.3. $a^2 - 100 = (a - 10)(a + 10)$

3.4. $49 - y^2 = (7 - y)(7 + y)$

3.5. $4 - 16c^2 = (2 - 4c)(2 + 4c)$

3.6. $s^4 - 16 = (s^2 - 4)(s^2 + 4)$

3.7. $4m^2 - 81 = (2m - 9)(2m + 9)$

3.8. $(p - 3)^2 - 9 = p^2 - 6p + 9 - 9 = p^2 - 6p = p(p - 6)$
ou: $(p - 3 - 3)(p - 3 + 3) = (p - 6)p$

3.9. $(w - 10)^2 - 9w^2 = ((w - 10) - 3w)((w - 10) + 3w) = (-2w - 10)(4w - 10)$

4. $(x + 3)^2 - 4 = (x + 3)^2 - 2^2$ porque $4 = 2^2$.
Aplicando a diferença de quadrados, obtém-se:
 $[(x + 3) + 2][(x + 3) - 2]$
Simplificando, tem-se:
 $[(x + 3) + 2][(x + 3) - 2] = (x + 5) \times (x + 1)$

5.

- 5.1. $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2 = (x + 2)(x + 2)$
5.2. $k^2 - 10k + 25 = (k - 5)^2 = (k - 5)(k - 5)$
5.3. $p^2 - 12p + 36 = (p - 6)^2 = (p - 6)(p - 6)$
5.4. $t^2 + 16t + 64 = (t + 8)^2 = (t + 8)(t + 8)$
5.5. $4w^2 - 20w + 25 = (2w - 5)^2 = (2w - 5)(2w - 5)$
5.6. $9s^2 + 24s + 16 = (3s + 4)^2 = (3s + 4)(3s + 4)$
5.7. $4 - 16g + 16g^2 = (2 - 4g)^2 = (2 - 4g)(2 - 4g)$
5.8. $81 - 36x + 4x^2 = (9 - 2x)^2 = (9 - 2x)(9 - 2x)$
5.9. $81x^2 - \frac{18}{5}x + \frac{1}{25} = \left(9x - \frac{1}{5}\right)^2 = \left(9x - \frac{1}{5}\right)\left(9x - \frac{1}{5}\right)$

6.

- 6.1. $-2abcd - 3abfg + gadb = ab(-2cd - 3fg + gd)$
6.2. $(3s - 3)^2 - 16s^2 = ((3s - 3) - 4s)((3s - 3) + 4s) = (-s - 3)(7s - 3)$
6.3. $5t^4y^2u + 25ut^2 = 5ut^2(t^2y^2 + 5)$
6.4. $16d^2 - 8ad + a^2 = (4d - a)^2 = (4d - a)(4d - a) = (4d - a)^2$
6.5. $4(x - 1) + (x - 1)^2 = (x - 1)(4 + (x - 1)) = (x - 1)(x + 3)$
6.6. $81y^4 - 64x^2 = (9y^2 - 8x)(9y^2 + 8x)$
6.7. $(2y - 1)^3 - 3(2y - 1)^2 = (2y - 1)^2((2y - 1) - 3) = (2y - 1)(2y - 1)(2y - 4) = (2y - 1)^2(2y - 4)$
6.8. $(2a - 6)^2 - 2(4a - 12) = (2a - 6)^2 - 4(2a - 6) = (2a - 6)((2a - 6) - 4) = (2a - 6)(2a - 10)$

7. $P = m + z + m + z = 2m + 2z = 2(m + z)$

8. [A] $2 \times (x^2 - 10x + 25) = 2x^2 - 20x + 50$

[B] $(x - 5)(x - 5) \times 2 = (x - 5)^2 \times 2 = (x^2 - 10x + 25) \times 2 = 2x^2 - 20x + 50$

[C] $2(x + 5)(x - 5) = 2(x^2 - 25) = 2x^2 - 50$

[D] $2(x - 5)^2 = 2(x^2 - 10x + 25) = 2x^2 - 20x + 50$

R.: O polinómio [C] não é uma fatorização do polinómio $A = 2x^2 - 20x + 50$.

9. $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2 = (2x - 3)(2x - 3)$

R.: $2x - 3$ é a expressão que representa o comprimento de cada um dos lados do quadrado da figura.

10. Desenvolvendo a expressão $3k(2k - 7k^2)$ podemos verificar se se trata ou não de uma fatorização do polinómio.

$3k(2k - 7k^2) = 6k^2 - 21k^3 \neq 3k + 6k^2 - 7k^3$

R.: A afirmação do Edgar é falsa.

11.

11.1. $3(x - 3)(x + 3) = 3(x^2 - 9) = 3x^2 - 27$

Então, $k = 27$.

11.2. $-k(3x - 4)(3x + 4) = -k(9x^2 - 16) = -9kx^2 + 16k$

Então, $k = 2$.

12. $4x + 4y + mx + my =$

$= (4x + mx) + (4y + my) =$

$= x(4 + m) + y(4 + m) =$

$= (x + y)(4 + m)$

Aplicar – páginas 76 e 77

2.

2.1. $2x^2 + 3x = 1 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 1 = 0$

É uma equação do 2º grau.

2.2. $-2(x + 2)^2 = -2x^2 \Leftrightarrow -2(x^2 + 4x + 4) = -2x^2$

$\Leftrightarrow -2x^2 - 8x - 8 = -2x^2$

$\Leftrightarrow -2x^2 - 8x - 8 + 2x^2 = 0$

$\Leftrightarrow -8x - 8 = 0$

Não é uma equação do 2º grau.

2.3. $-\frac{3}{4}x - 2(x + 1) = -x^2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 2x - 2 = -x^2$

$\Leftrightarrow -\frac{3}{4}x - 2x - 2 + x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2 - \frac{11}{4}x - 2 = 0$

É uma equação do 2º grau.

2.4. $-3\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) = x \Leftrightarrow -3\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) = x$

$\Leftrightarrow -3\left(x^2 - \frac{1}{4}\right) - x = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 + \frac{3}{4} - x = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 + x + \frac{3}{4} = 0$

É uma equação do 2º grau.

3.

3.1. $4(x - 1) = 2x^2 \Leftrightarrow 4x - 4 - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 4x - 4 = 0$

3.2. $-\frac{3}{5}x(x - 1) = 12 \Leftrightarrow -\frac{3}{5}x^2 + \frac{3}{5}x - 12 = 0$

$\Leftrightarrow -3x^2 + 3x - 60 = 0$

3.3. $4(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow 4(x^2 - 8x + 16) = 0$

$\Leftrightarrow 4x^2 - 32x + 64 = 0$

3.4. $1 = \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 1 = x^2 - \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow -x^2 + \frac{1}{4} + 1 = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + \frac{5}{4} = 0$

$\Leftrightarrow -x^2 + 0x + \frac{5}{4} = 0$

4.

$$4.1. \quad x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{0, 2\}$$

$$4.2. \quad x(3x-15) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - 15 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = 15 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$$

$$\text{C.S.} = \{0, 5\}$$

$$4.3. \quad (x-6)(x-7) = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 0 \vee x - 7 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 7$$

$$\text{C.S.} = \{6, 7\}$$

$$4.4. \quad (3x-12)(4x-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 12 = 0 \vee 4x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow 3x = 12 \vee 4x = 1 \\ \Leftrightarrow x = 4 \vee x = \frac{1}{4}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{1}{4}, 4 \right\}$$

$$4.5. \quad 2(3x-6)(25x-100) = 0 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0 \vee 25x - 100 = 0 \\ \Leftrightarrow 3x = 6 \vee 25x = 100 \\ \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{2, 4\}$$

$$4.6. \quad -(-9x-10)(2x-5) = 0 \Leftrightarrow -9x - 10 = 0 \vee 2x - 5 = 0 \\ \Leftrightarrow -9x = 10 \vee 2x = 5 \\ \Leftrightarrow x = -\frac{10}{9} \vee x = \frac{5}{2}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ -\frac{10}{9}, \frac{5}{2} \right\}$$

$$4.7. \quad x(x-5)^2(x-36) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 5 = 0 \vee x - 36 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5 \vee x = 36$$

$$\text{C.S.} = \{0, 5, 36\}$$

$$4.8. \quad \left(\frac{2x}{5} - 12 \right) \left(\frac{3x-4}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow \frac{2x}{5} - 12 = 0 \vee \frac{3x-4}{3} = 0 \\ \Leftrightarrow \frac{2x}{5} = 12 \vee 3x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow 2x = 60 \vee 3x = 4 \\ \Leftrightarrow x = 30 \vee x = \frac{4}{3}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{4}{3}, 30 \right\}$$

5. Por exemplo, "A diferença entre o dobro do quadrado de um número e oito é zero. Qual é esse número?"

6.

$$6.1. \quad 3x^2 - 90x = 0 \Leftrightarrow x(3x - 90) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x - 90 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = 90 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 30$$

$$\text{C.S.} = \{0, 30\}$$

$$6.2. \quad x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0 \\ \Leftrightarrow x(x-4) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{0, 4\}$$

$$6.3. \quad 2 - a^2 = -7 \Leftrightarrow 2 - a^2 + 7 = 0 \\ \Leftrightarrow 9 - a^2 = 0 \\ \Leftrightarrow (3-a)(3+a) = 0 \\ \Leftrightarrow 3-a = 0 \vee 3+a = 0 \\ \Leftrightarrow -a = -3 \vee a = -3 \\ \Leftrightarrow a = 3 \vee a = -3$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 3\}$$

$$6.4. \quad 4m^2 - 64 = 0 \Leftrightarrow (2m-8)(2m+8) = 0 \\ \Leftrightarrow 2m - 8 = 0 \vee 2m + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow 2m = 8 \vee 2m = -8 \\ \Leftrightarrow m = 4 \vee m = -4$$

$$\text{C.S.} = \{-4, 4\}$$

$$6.5. \quad x^2 - 6x + 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

$$6.6. \quad 4x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow (2x-2)^2 = 0 \\ \Leftrightarrow 2x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow 2x = 2 \\ \Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{C.S.} = \{1\}$$

$$6.7. \quad (x-3)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-3-1)(x-3+1) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-4)(x-2) = 0 \\ \Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x - 2 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{2, 4\}$$

$$6.8. \quad (x-9)^2 - 4 = 21 \Leftrightarrow (x-9)^2 - 25 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-9)^2 - 5^2 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-9-5)(x-9+5) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-14)(x-4) = 0 \\ \Leftrightarrow x - 14 = 0 \vee x - 4 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 14 \vee x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4, 14\}$$

Outro processo:

$$(x-9)^2 - 4 = 21 \Leftrightarrow (x-9)^2 = 25 \\ \Leftrightarrow x - 9 = \sqrt{25} \vee x - 9 = -\sqrt{25} \\ \Leftrightarrow x - 9 = 5 \vee x - 9 = -5 \\ \Leftrightarrow x = 14 \vee x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{4, 14\}$$

$$6.9. \quad (x-4)(x-4) = 9 \Leftrightarrow (x-4)^2 - 9 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-4)^2 - 3^2 = 0 \\ \Leftrightarrow (x-4-3)(x-4+3) = 0 \\ \Leftrightarrow (x-7)(x-1) = 0 \\ \Leftrightarrow x - 7 = 0 \vee x - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow x = 7 \vee x = 1$$

$$\text{C.S.} = \{1, 7\}$$

Outro processo:

$$\begin{aligned}
 (x-4)(x-4) &= 9 \Leftrightarrow (x-4)^2 = 9 \\
 &\Leftrightarrow x-4 = \sqrt{9} \vee x-4 = -\sqrt{9} \\
 &\Leftrightarrow x-4 = 3 \vee x-4 = -3 \\
 &\Leftrightarrow x = 7 \vee x = 1
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{1, 7\}$$

$$\begin{aligned}
 6.10. \quad x &= x^3 \Leftrightarrow x - x^3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x(1 - x^2) = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee 1 - x^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee 1 - x^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x^2 = 1 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-1, 0, 1\}$$

$$\begin{aligned}
 6.11. \quad (x-4)^2 &= 0 \Leftrightarrow x-4 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

$$\begin{aligned}
 6.12. \quad 4x^2 - 16x &= 0 \Leftrightarrow 4x(x-4) = 0 \\
 &\Leftrightarrow 4x = 0 \vee x-4 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{0, 4\}$$

$$\begin{aligned}
 6.13. \quad -4x^2 + 16x &= 0 \Leftrightarrow 4x(-x+4) = 0 \\
 &\Leftrightarrow 4x = 0 \vee -x+4 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{0, 4\}$$

$$\begin{aligned}
 6.14. \quad \frac{36}{25}x^2 &= 1 \Leftrightarrow \frac{36}{25}x^2 - 1 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \left(\frac{6}{5}x - 1\right)\left(\frac{6}{5}x + 1\right) = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{6}{5}x - 1 = 0 \vee \frac{6}{5}x + 1 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \frac{6}{5}x = 1 \vee \frac{6}{5}x = -1 \\
 &\Leftrightarrow 6x = 5 \vee 6x = -5 \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \vee x = -\frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 6.15. \quad 2(w-4) + 7(w-4) &= 0 \Leftrightarrow (w-4)(2+7) = 0 \\
 &\Leftrightarrow 9(w-4) = 0 \\
 &\Leftrightarrow w-4 = 0 \\
 &\Leftrightarrow w = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

7.

$$\begin{aligned}
 7.1. \quad \text{Se } x &= 10, \text{ então: } 10^2 + 2 \times 10 - 48 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 100 + 20 - 48 = 0 \\
 &\Leftrightarrow 72 = 0 \text{ Falso}
 \end{aligned}$$

R.: 10 não é solução da equação.

$$7.2. \quad (x-6)(x+8) = x^2 + 8x - 6x - 48 = x^2 + 2x - 48$$

$$\begin{aligned}
 7.3. \quad x^2 + 2x - 48 &= 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+8) = 0 \\
 &\Leftrightarrow x-6 = 0 \vee x+8 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 6 \vee x = -8
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-8, 6\}$$

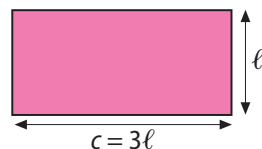
$$8. \quad \text{Equacionando o problema, } 5 + x^2 = 30.$$

Resolvendo a equação:

$$\begin{aligned}
 5 + x^2 &= 30 \Leftrightarrow x^2 = 25 \\
 &\Leftrightarrow x = -\sqrt{25} \vee x = \sqrt{25} \\
 &\Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-5, 5\}$$

R.: Uma vez que, pelo enunciado, o número é negativo, trata-se do número -5.

9.

$$9.1. \quad A = 3\ell \times \ell = 3\ell^2, \text{ sendo } \ell \text{ a largura do retângulo.}$$

$$9.2. \quad \text{Sabendo que } A = 75 \text{ cm}^2:$$

$$\begin{aligned}
 3\ell^2 &= 75 \Leftrightarrow \ell^2 = 25 \\
 &\Leftrightarrow \ell = -\sqrt{25} \vee \ell = \sqrt{25} \\
 &\Leftrightarrow \ell = -5 \vee \ell = 5
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-5, 5\}$$

Como $\ell > 0$, $\ell = 5$ e, portanto, $c = 15$.

R.: O retângulo tem 5 cm de largura e 15 cm de comprimento.

$$\begin{aligned}
 10. \quad \frac{(70-2x)(35+x)}{2} &= 1200 \Leftrightarrow \frac{2(35-x)(35+x)}{2} = 1200 \\
 &\Leftrightarrow 1225 - x^2 = 1200 \\
 &\Leftrightarrow -x^2 = 1200 - 1225 \\
 &\Leftrightarrow x^2 = 25 \\
 &\Leftrightarrow x = -\sqrt{25} \vee x = \sqrt{25} \\
 &\Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-5, 5\}$$

Como não há comprimentos negativos, então $x = 5$.
O perímetro de um triângulo corresponde à soma das medidas dos comprimentos dos seus lados.
Assim, $P = (70 - 2 \times 5) + (5 \times 5) + (5 \times 5) = 110$
R.: O triângulo tem 110 unidades de perímetro.

$$11. \quad \text{A parte do terreno retirada pode ser dividida em dois retângulos: } R_1 \text{ e } R_2. \text{ Consideremos } R_1 \text{ com } x \text{ m de largura e } 6 \text{ m de comprimento e } R_2 \text{ com } (15+x) \text{ m de largura e } x \text{ m de altura. Calculando a soma das áreas dos dois retângulos devemos obter } (21x+9) \text{ m}^2.$$

$$\left. \begin{aligned} A_{R_1} &= (6x) \text{ m}^2 \\ A_{R_2} &= x(15 + x) = (x^2 + 15x) \text{ m}^2 \\ A_{R_1} + A_{R_2} &= (21x + 9)m^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 6x + x^2 + 15x &= \\ &= 21x + 9 \end{aligned}$$

$$6x + x^2 + 15x = 21x + 9 \Leftrightarrow x^2 + 21x = 21x + 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = -\sqrt{9} \vee x = \sqrt{9} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{-3, 3\}$$

Como não há comprimentos negativos, então $x = 3$.

R.: A estrada tem 3 m de largura.

Praticar – páginas 78 a 83

1.

1.1. a) $-\frac{1}{9}$ b) xy^5zw^2 c) 9
d) Por exemplo, $2xy^5zw^2$. e) $\frac{1}{9}xy^5zw^2$

1.2.

$$\left. \begin{aligned} -\frac{1}{9}xy^5zw^2 \\ x = -2 \\ y = 1 \\ z = 3 \\ w = -1 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -\frac{1}{9} \times (-2) \times 1^5 \times 3 \times (-1)^2 &= \\ = \frac{2}{9} \times 3 \times 1 &= \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

R.: Para $x = -2$, $y = 1$, $z = 3$ e $w = -1$, o valor numérico do polinômio é $\frac{2}{3}$.

2.

2.1. $(x^2 + 6x + 5) + (x^2 - 3x + 10) = x^2 + 6x + 5 + x^2 - 3x + 10 = 2x^2 + 3x + 15$

2.2. $(x^2 - 55) - (-3x^2 + 8x + 1) = x^2 - 55 + 3x^2 - 8x - 1 = 4x^2 - 8x - 56$

2.3. $x(2x - 9x^5) = 2x^2 - 9x^6$

2.4. $\left(\frac{x}{3} + 5\right)\left(2x^2 - \frac{3x^3}{4}\right) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{12}x^4 + 10x^3 - \frac{15}{4}x^3 = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{8}{12}x^3 - \frac{45}{12}x^3 + 10x^3 = -\frac{1}{4}x^4 - \frac{37}{12}x^3 + 10x^2$

2.5. $(3x - 4)(3x + 4) = 9x^2 - 16$

2.6. $\left(3x - \frac{4}{3}\right)^2 = 9x^2 - 8x + \frac{16}{9}$

2.7. $x^2(-3x - 8x^2) + (2x^2 - 3) = -3x^3 - 8x^4 + 2x^2 - 3 = -8x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3$

2.8. $\left(\frac{1}{2}y^4 - \frac{5}{4}y^2 + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{3}{2}y^4 + \frac{1}{2}y^2 + 4y\right) = \frac{1}{2}y^4 - \frac{5}{4}y^2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2}y^4 + \frac{1}{2}y^2 + 4y = \frac{4}{2}y^4 - \frac{5}{4}y^2 + \frac{2}{4}y^2 + 4y + \frac{1}{3} = 2y^4 - \frac{3}{4}y^2 + 4y + \frac{1}{3}$

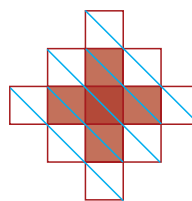
3.

3.1. A figura 5 terá mais uma “camada” de quadrados a revestir a figura 4. Ou seja, acrescentamos mais 16 quadrados à figura anterior.

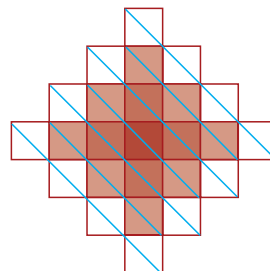
A figura 4 tem 25 quadrados logo, a figura 5 tem $25 + 16 = 41$ quadrados.

R.: A figura 5 tem 41 quadrados.

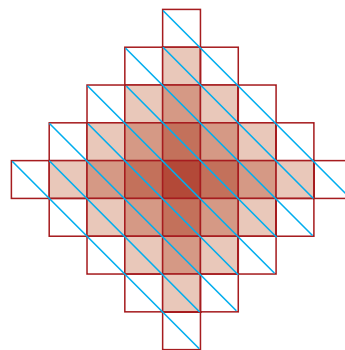
3.2. A figura 3 tem 3 “linhas diagonais” de 3 quadrados cada e 2 “linhas diagonais” de 2 quadrados cada. A figura 3 tem $3^2 + 2^2$ quadrados.



A figura 4 tem 4 “linhas diagonais” de 4 quadrados cada e 3 “linhas diagonais” de 3 quadrados cada. A figura 4 tem $4^2 + 3^2$ quadrados.



A figura 5 tem 5 “linhas diagonais” de 5 quadrados cada e 4 “linhas diagonais” de 4 quadrados cada. A figura 5 tem $5^2 + 4^2$ quadrados.



Continuando este raciocínio, a figura 25 terá $25^2 + 24^2$ quadrados, ou seja, 1201 quadrados.

R.: São necessários 1201 quadrados para construir a figura 25.

3.3. Seguindo o raciocínio anterior, a figura n terá $n^2 + (n - 1)^2$ quadrados.

Desenvolvendo a expressão obtemos o termo geral.

$$n^2 + (n - 1)^2 = n^2 + n^2 - 2n + 1 = 2n^2 - 2n + 1$$

R.: [D]

4.

4.1. $-4x^4 - 6x + 12$

4.2. $3abc - \frac{4a^2b + 6ab}{7}$

5.

5.1. $2x^2 - 20x + 50 = 2(x^2 - 10x + 25) =$
 $= 2(x - 5)^2 =$
 $= 2(x - 5)(x - 5)$

5.2. $8x^2 - 50 = 2(4x^2 - 25) = 2(2x - 5)(2x + 5)$

6.

6.1. $(3x - 12)(4x + 12) = 0 \Leftrightarrow 3x - 12 = 0 \vee 4x + 12 = 0$
 $\Leftrightarrow 3x = 12 \vee 4x = -12$
 $\Leftrightarrow x = 4 \vee x = -3$

C.S. = $\{-3, 4\}$

6.2. $4x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 100$
 $\Leftrightarrow x^2 = 25$
 $\Leftrightarrow x = \sqrt{25} \vee x = -\sqrt{25}$
 $\Leftrightarrow x = 5 \vee x = -5$

C.S. = $\{-5, 5\}$

Outro processo:

$4x^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow (2x - 10)(2x + 10) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x - 10 = 0 \vee 2x + 10 = 0$
 $\Leftrightarrow 2x = 10 \vee 2x = -10$
 $\Leftrightarrow x = 5 \vee x = -5$

C.S. = $\{-5, 5\}$

6.3. $4x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 4x(x - 3) = 0$
 $\Leftrightarrow 4x = 0 \vee x - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

C.S. = $\{0, 3\}$

6.4. $9x^2 - 30x + 25 = 0 \Leftrightarrow (3x - 5)^2 = 0$
 $\Leftrightarrow 3x - 5 = 0$
 $\Leftrightarrow 3x = 5$
 $\Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$

C.S. = $\left\{\frac{5}{3}\right\}$

7.

7.1. $\left. \begin{array}{l} 3(-x + x^2) = 9x \\ x = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3(-1 + 1^2) = 9 \times 1 \\ 3 \times 0 = 9 \\ 0 = 0 \end{array} \quad \text{Falso}$

R.: $x = 1$ não é solução da equação.

7.2. $3(-x + x^2) = 9x \Leftrightarrow -3x + 3x^2 - 9x = 0$
 $\Leftrightarrow 3x^2 - 12x = 0$
 $\Leftrightarrow 3x(x - 4) = 0$
 $\Leftrightarrow 3x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$

C.S. = $\{0, 4\}$

7.3. [A] $2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x = \sqrt{4} \vee x = -\sqrt{4}$
 $\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

C.S. = $\{-2, 2\}$

Outro processo:

$2(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$
 $\Leftrightarrow x - 2 = 0 \vee x + 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2$

C.S. = $\{-2, 2\}$

[B] $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x^2 + x + \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$
 $\Leftrightarrow x^2 + x = 0$
 $\Leftrightarrow x(x + 1) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

C.S. = $\{-1, 0\}$

Outro processo:

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \vee x + \frac{1}{2} = -\sqrt{\frac{1}{4}}$
 $\Leftrightarrow x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \vee x + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{2}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

C.S. = $\{-1, 0\}$

[C] $3x(x - 4) = 2x(x - 4) \Leftrightarrow 3x(x - 4) - 2x(x - 4) = 0$
 $\Leftrightarrow (x - 4)(3x - 2x) = 0$
 $\Leftrightarrow x(x - 4) = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$

C.S. = $\{0, 4\}$

R.: A equação [C] é equivalente à dada pois têm o mesmo conjunto-solução.

8. Seja x a largura do retângulo e y o seu comprimento. Então $y = 3x + 4$.

8.1. a) $P = 3x + 4 + 3x + 4 + x + x = 8x + 8$

b) $A = x(3x + 4) = 3x^2 + 4x$

8.2. $A = 3x^2 + 4x$ e $x = 10$.

Então, $A = 3 \times 10^2 + 4 \times 10 = 340$.

R.: O retângulo tem 340 unidades de área.

9.

9.1. Quando vendeu a primeira escultura, consideramos $t = 0$.

Então, $P = 120 + 20 \times 0 = 120$.

R.: Vendeu a sua primeira escultura por 120 €.

9.2. $(2t + 10)(120 + 20t) = 240t + 40t^2 + 1200 + 200t =$
 $= 40t^2 + 440t + 1200$

R.: A expressão $40t^2 + 440t + 1200$ representa o valor anual, em função de t , recebido pelo Américo na venda das esculturas.

10.

10.1. Por exemplo, para os números 7 e 8 a afirmação da Marta é verdadeira:

$$8^2 - 7^2 = 64 - 49 = 15 \text{ e } 15 \text{ não é múltiplo de } 2.$$

10.2. $(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2 = 2n + 1$

A expressão $2n + 1$ representa sempre um número ímpar e, conseqüentemente, um número que não é múltiplo de 2.

11.

$$11.1. A(x) = (20 - 2x)(20 - 2x) = (20 - 2x)^2 = 20^2 - 80x + 4x^2 = 4x^2 - 80x + 400$$

$$R.: A(x) = 4x^2 - 80x + 400$$

11.2.

$$\left. \begin{array}{l} A(x) = 4x^2 - 80x + 400 \\ x = \frac{3}{4} \end{array} \right\} \begin{array}{l} A\left(\frac{3}{4}\right) = \\ = 4\left(\frac{3}{4}\right)^2 - 80\left(\frac{3}{4}\right) + 400 = \\ = 4 \times \frac{9}{16} - 60 + 400 = \\ = \frac{9}{4} + 340 = \\ = \frac{9}{4} + \frac{1360}{4} = \\ = \frac{1369}{4} \end{array}$$

R.: O valor exato da medida da área da base é $\frac{1369}{4}$.

12. "O quadrado da soma de a com b " traduz-se matematicamente por $(a + b)^2$.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

R.: [C]

13.

$$13.1. x^2 - mx + 9$$

Como $9 = 3^2$, o binômio é $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$. Logo, $m = 6$.

$$13.2. x^2 - 8x + m$$

Como $8 = 2 \times 4$, o binômio é $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$. Logo, $m = 16$.

$$13.3. mx^2 + 2x + 1$$

Como $2x = 2 \times 1 \times x$, o binômio é $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$. Assim, $m = 1$.

$$13.4. mx^2 - 16x + 16$$

Como $16x = 4 \times 2 \times 2x$, o binômio é $(2x - 4)^2 = 4x^2 - 16x + 16$. Assim, $m = 4$.

$$13.5. y^2 - mxy + 4x^2$$

Como $mxy = 2 \times y \times 2x$, então $y^2 - mxy + 4x^2 = y^2 - 4xy + 4x^2 = (y - 2x)^2$. Logo, o binômio é $(y - 2x)^2$ e $m = 4$.

$$13.6. 4y^2 + 12yx + mx^2$$

Como $12yx = 2y \times 2 \times 3x$, então $4y^2 + 12yx + mx^2 = 4y^2 + 12yx + 9x^2 = (2y + 3x)^2$. Logo, o binômio é $(2y + 3x)^2$ e $m = 9$.

$$14. 32x^4 - 2y^4 =$$

$$\begin{aligned} &= 2(16x^4 - y^4) = \\ &= 2(2^4x^4 - y^4) = \\ &= 2[(2x)^4 - y^4] = \\ &= 2[(2x)^2 - y^2][(2x)^2 + y^2] = \\ &= 2(4x^2 - y^2)(4x^2 + y^2) \end{aligned}$$

$$15. \left. \begin{array}{l} A = (x - 6)(x + 6) \\ A = 61 \text{ u.a.} \end{array} \right\} (x - 6)(x + 6) = 61$$

$$\begin{aligned} (x - 6)(x + 6) &= 61 \\ \Leftrightarrow x^2 - 36 &= 61 \\ \Leftrightarrow x^2 &= 97 \\ \Leftrightarrow x &= -\sqrt{97} \vee x = \sqrt{97} \\ \text{C.S.} &= \{-\sqrt{97}, \sqrt{97}\} \end{aligned}$$

Assim, as medidas do comprimento e da largura do retângulo são $\sqrt{97} - 6$ e $\sqrt{97} + 6$. Deste modo, $P = \sqrt{97} - 6 + \sqrt{97} + 6 + \sqrt{97} - 6 + \sqrt{97} + 6 = 4\sqrt{97}$. R.: O retângulo terá $4\sqrt{97}$ unidades de perímetro.

16.

16.1.

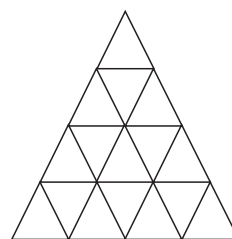


Figura 4

16.2. Vejamos qual é a regra de construção utilizada nessas figuras.

Número da figura	1	2	3	4
Número de triângulos	$1 = 1 \times 1$	$4 = 2 \times 2$	$9 = 3 \times 3$	$16 = 4 \times 4$

O número de triângulos corresponde ao quadrado do número da figura multiplicado por si próprio. Desta forma, a 30ª figura terá 900 triângulos ($30 \times 30 = 900$).

R.: São necessários 900 triângulos para construir a figura 30.

16.3. De acordo com o raciocínio anterior, a figura n terá $n \times n$ triângulos. Logo, o termo geral da sequência é n^2 .

17. A área sombreada corresponde à diferença entre a área total da figura e a área do retângulo branco.

$$A_{\text{figura}} = (4 + 6x)(4 + 6x) = (4 + 6x)^2 = 16 + 48x + 36x^2$$

$$A_{\text{retângulo}} = (4x + 6)(4x - 6) = 16x^2 - 36$$

$$\text{Logo, } A = 16 + 48x + 36x^2 - (16x^2 - 36) =$$

$$= 16 + 48x + 36x^2 - 16x^2 + 36 = 20x^2 + 48x + 52$$

R.: $20x^2 + 48x + 52$ é a expressão que representa a área da região sombreada.

18.

$$\left. \begin{array}{l} 18.1. \ A = E + E \times r \times t \\ E = 1000 \\ r = 0,03 \\ t = 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} A = 1000 + 1000 \times 0,03 \times 3 = \\ = 1000 + 90 = 1090 \end{array}$$

R.: $A = 1090$ €

$$18.2. \ A = E + E \times r \times t \Leftrightarrow A = E(1 + rt)$$

$$\left. \begin{array}{l} 18.3. \ E = \frac{A}{1 + rt} \\ A = 19\ 440 \\ r = 0,05 \\ t = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} E = \frac{19\ 440}{1 + 0,05 \times 4} \\ \Leftrightarrow E = \frac{19\ 440}{1,2} \Leftrightarrow E = 16\ 200 \end{array}$$

R.: O investimento inicial foi de 16 200 €.

19. Não concordo com a resolução do Vasco. No segundo passo ele pretende utilizar a lei do anulamento do produto num produto de fatores diferentes de zero.

$$x^2 - 2x = -1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

$$\text{C.S.} = \{1\}$$

20.

- 20.1. A expressão representa a área do novo campo de futebol.

$$20.2. \ (90 - x)(90 + x) = 7200$$

$$\Leftrightarrow 90^2 - x^2 = 7200$$

$$\Leftrightarrow 8100 - x^2 = 7200$$

$$\Leftrightarrow -x^2 = 7200 - 8100$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{900} \vee x = -\sqrt{900}$$

$$\Leftrightarrow x = 30 \vee x = -30$$

$$\text{C.S.} = \{-30, 30\}$$

Substituindo o valor de x no valor do comprimento e da largura do novo campo obtemos $90 - 30 = 60$ e $90 + 30 = 120$.

R.: Depois da transformação, o campo terá 60 m de largura e 120 m de comprimento.

21. Quando a bola é lançada, $h = 0$. Depois de lançada, quando cai, temos novamente $h = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} h = 8t - 5t^2 \\ h = 0 \end{array} \right\} 8t - 5t^2 = 0$$

$$8t - 5t^2 = 0 \Leftrightarrow t(8 - 5t) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee 8 - 5t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee 8 - 5t = 0$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee -5t = -8$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{8}{5}$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee t = 1,6$$

$$\text{C.S.} = \{0; 1,6\}$$

R.: A bola esteve no ar 1,6 segundos.

$$22. \ V = A_b \times h = 3x \times x \times (3x + 10) =$$

$$= 3x^2 \times (3x + 10) = 9x^3 + 30x^2$$

$$23. \ (a + (b + c))(a - (b + c)) = a^2 - (b + c)^2 =$$

$$= a^2 - (b^2 + 2bc + c^2) = a^2 - b^2 - 2bc - c^2$$

24.

$$24.1. \ 2x^2 + 11x + 15 = 2x^2 + 6x + 5x + 15 =$$

$$= (2x^2 + 6x) + (5x + 15) = 2x(x + 3) + 5(x + 3) =$$

$$= (x + 3)(2x + 5)$$

$$24.2. \ 8xy - 4y - 16x + 8 = (8xy - 16x) + (-4y + 8) =$$

$$= 4x(2y - 4) - 2(2y - 4) = (2y - 4)(4x - 2)$$

25.

- 25.1. Se repararmos, o número de bolos depende do dia que consideramos. Por exemplo, no 2º dia temos 16 bolos, ou seja, o quadrado do dobro de 2; no 3º dia temos 36 bolos, ou seja, o quadrado do dobro de 3 e assim sucessivamente.

Seguindo este raciocínio, no 10º dia far-se-ão o quadrado do dobro de dez, ou seja, $(2 \times 10)^2 = 400$.

R.: No dia 10 de dezembro serão feitos 400 bolos.

- 25.2. Escrevendo em linguagem matemática o que foi explicado na alínea anterior, obtemos a expressão $(2n)^2 = 4n^2$.

- 25.3. Vamos determinar o número de bolos que a pastelaria fez para a véspera de Natal:

$$\left. \begin{array}{l} 4n^2 \\ n = 24 \end{array} \right\} 4 \times 24^2 = 2304$$

Sabendo que cada bolo-rei é vendido a 15 €, vejamos quanto recebe a pastelaria: $2304 \times 15 = 34\ 560$ €.

R.: O encaixe financeiro da pastelaria no dia 24 de dezembro é de 34 560 €.

$$\begin{aligned}
 25.4. \quad 4n^2 &= 1156 \Leftrightarrow n^2 = \frac{1156}{4} \\
 &\Leftrightarrow n^2 = 289 \\
 &\Leftrightarrow n = \sqrt{289} \vee n = -\sqrt{289} \\
 &\Leftrightarrow n = 17 \vee n = -17
 \end{aligned}$$

C.S. = $\{-17, 17\}$

R.: A pastelaria vai produzir 1156 bolos no dia 17 de dezembro.

26.

26.1. A área do terreno não ocupada pela casa corresponde à diferença entre a área total do terreno retangular e a área ocupada pela casa.

$$\left. \begin{aligned} A_T &= 16x(2x + 20) = 32x^2 + 320x \\ A_{\text{casa}} &= (2x)(8x) = 16x^2 \\ A(x) &= A_T - A_{\text{casa}} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A(x) &= 32x^2 + \\ &+ 320x - 16x^2 = \\ &= 16x^2 + 320x \end{aligned}$$

R.: $A(x) = 16x^2 + 320x$

$$26.2. \quad \left. \begin{aligned} A(x) &= 32x^2 + 320x \\ x &= 30 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} A(30) &= 32 \times 30^2 + \\ &+ 320 \times 30 = 38\,400 \end{aligned}$$

R.: Se $x = 30$, o terreno terá 38 400 u.a.

26.3. Sabendo que a casa ocupa 400 m² de terreno vamos calcular x para determinar o perímetro do terreno e, consequentemente, o custo da vedação.

$$\left. \begin{aligned} A_{\text{casa}} &= 16x^2 \\ A_{\text{casa}} &= 400 \text{ m}^2 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 16x^2 &= 400 \Leftrightarrow x^2 = 25 \\ &\Leftrightarrow x = -\sqrt{25} \vee x = \sqrt{25} \\ &\Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5 \end{aligned}$$

C.S. = $\{-5, 6\}$

Sabendo que $x = 5$ (pois não há comprimentos negativos), podemos calcular o perímetro do terreno:

$$\left. \begin{aligned} P(x) &= 2(2x + 20) + 2(16x) \\ x &= 5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} P(5) &= 2(2 \times 5 + 20) + \\ &+ 2(16 \times 5) = 220 \text{ m} \end{aligned}$$

$$220 \times 12 = 2640$$

R.: O Óscar gastará 2640 € na compra da rede para vedar o terreno.

27.

$$\begin{aligned}
 27.1. \quad \left(-\frac{p}{2} + 4\right)^2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 + 2\left(-\frac{p}{2}\right) \times 4 + 4^2 = \\
 &= \frac{p^2}{4} - 4p + 16 \quad \text{Grau 2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27.2. \quad (2x^2 - 3)^2 &= (2x^2)^2 + 2 \times 2x^2 \times (-3) + (-3)^2 = \\
 &= 4x^4 - 12x^2 + 9 \quad \text{Grau 4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 27.3. \quad \left(\frac{s^4}{4} + y^4\right)^2 &= \left(\frac{s^4}{4}\right)^2 + 2 \times \frac{s^4}{4} \times y^4 + (y^4)^2 = \frac{s^8}{16} + \\
 &+ \frac{s^4 y^4}{2} + y^8 \quad \text{Grau 8}
 \end{aligned}$$

$$27.4. \quad \left(r^2 - \frac{1}{2}\right)\left(r^2 + \frac{1}{2}\right) = (r^2)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = r^4 - \frac{1}{4} \quad \text{Grau 4}$$

$$27.5. \quad (x^3 + y^3)(-x^3 + y^3) = -(x^3)^2 + (y^3)^2 = -x^6 + y^6 \quad \text{Grau 6}$$

$$27.6. \quad (2x^4 + 2x)(-2x^4 + 2x) = -(2x^4)^2 + (2x)^2 = -4x^8 + 4x^2 \quad \text{Grau 8}$$

28.

$$\begin{aligned}
 28.1. \quad \text{Por exemplo, } (x - 5)(x + 5) &= 0 \Leftrightarrow x^2 - 25 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x^2 = 25.
 \end{aligned}$$

$$28.2. \quad \text{Por exemplo, } (x - 4)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0.$$

$$28.3. \quad \text{Por exemplo, } x(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0.$$

29. Por observação da figura, temos que:

- Metade do comprimento do lado do quadrado corresponde ao raio do círculo, ou seja, o lado do quadrado mede o mesmo que o diâmetro do círculo, isto é, $[2(x - 2)]$ cm.

- Cada círculo tem $\frac{1}{4}$ da sua área no “interior” do quadrado. Como os quatro círculos são geometricamente iguais, então a zona a azul que pertence ao quadrado corresponde à área de um círculo.

Calculemos então a área do quadrado e a área de um círculo:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{quadrado}} &= [2(x - 2)][2(x - 2)] = 4(x - 2)^2 = \\
 &= 4(x^2 - 4x + 4)
 \end{aligned}$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi(x - 2)^2 = \pi(x^2 - 4x + 4)$$

A área colorida a vermelho corresponde à diferença entre a área do quadrado e a área do círculo:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{quadrado}} - A_{\text{círculo}} &= 4(x^2 - 4x + 4) - \pi(x^2 - 4x + 4) = \\
 &= (x^2 - 4x + 4)(4 - \pi) \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

30.

30.1. A sequência é gerada através da soma de números naturais consecutivos: o segundo termo resulta da soma dos dois primeiros números naturais, o terceiro termo resulta da soma dos três primeiros números naturais e assim sucessivamente.

Os próximos termos (o sexto e o sétimo termos) seguem a mesma regra, logo os próximos termos são 21 e 28, pois $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$ e $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$.

$$30.2.a) \quad \frac{1}{2} n(n + 1) = \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n$$

$$\left. \begin{aligned} b) \quad \frac{1}{2} n^2 + \frac{1}{2} n \\ n = 100 \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \times 100^2 + \frac{1}{2} \times 100 = 5050$$

R.: O termo de ordem 100 é 5050.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 7 + 14 + 21 + 28 + \dots + 700 = \\ & = 7(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100) \end{aligned}$$

Já sabemos, pela alínea anterior, que a soma dos primeiros cem números naturais é 5050. Logo, $7(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100) = 7 \times 5050 = 35\,350$. Então, $7 + 14 + 21 + 28 + \dots + 700 = 35\,350$.

- d) A soma de todos os números naturais menores do que 701 corresponde ao termo de ordem 700 da sequência. Desta soma, todos os múltiplos de 7 foram calculados na alínea anterior. Basta calcular a diferença.

Termo de ordem 700:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \\ n = 700 \end{aligned} \right\} \frac{1}{2} \times 700^2 + \frac{1}{2} \times 700 = 245\,350$$

A soma de todos os números naturais menores que 701 que não são múltiplos de 7 é 210 000 ($245\,350 - 35\,350 = 210\,000$).

31. Calculemos quanto é que o Bernardo efetivamente pagou pela chamada. Se o quadrado do valor a pagar é 6,25 €, significa que o Bernardo pagou 2,5 €, pois:

$$\begin{aligned} x^2 &= 6,25 \\ \Leftrightarrow x &= \sqrt{6,25} \vee x = -\sqrt{6,25} \\ \Leftrightarrow x &= 2,5 \vee x = -2,5 \end{aligned}$$

Como no primeiro minuto gastou 15 centimos, então gastou 2,35 € nos restantes minutos, cada um a 5 centimos. Assim, $2,5 : 0,05 = 47$.

R.: A chamada do Bernardo durou 48 minutos.

Testar – páginas 90 e 91

1.

1.1. $A_{[MNOP]} = l^2 = y^2$

1.2. $A_{[IQRS]} = 4l = 4 \times x = 4x$

1.3. $A_{[RQOT]} = 3x \times \frac{y}{3} - x^2 = xy - x^2$
ou: $y^2 - x^2(y - x) \times y = y^2 - x^2 - y^2 + xy = xy - x^2$

1.4. $A = y^2 - x^2$

2.

2.1. Por exemplo, $3x^2y$.

2.2. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

2.3. Por exemplo, $3x$ e $\frac{1}{2}x$.

2.4. Por exemplo, $x^5 + 3x^2 + 1$.

2.5. Por exemplo, $2x^3 + x + 3$ e $-2x^3 + 5x + 2$, pois:
 $2x^3 + x + 3 - 2x^3 + 5x + 2 = 6x + 5$ (polinómio de grau 1).

3.

3.1. Polinómio A – grau 3

Polinómio B – grau 2

Polinómio C – grau 1

Polinómio D – grau 1

3.2. $B = \frac{3}{2}x^2 + x - 0,1$

Simétrico de $B = -\frac{3}{2}x^2 - x + 0,1$

3.3. a) $A + B = x^3 + 2x^2 - \frac{1}{2}x - 3 + \frac{3}{2}x^2 + x - 0,1 =$
 $= x^3 + \frac{4}{2}x^2 + \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{2}{2}x - 3 - \frac{1}{10} =$
 $= x^3 + \frac{7}{2}x^2 + \frac{1}{2}x - 3,1$

b) $C^2 = (x - 10)^2 =$

$$\begin{aligned} &= x^2 - 2x \times 10 + (-10)^2 = \\ &= x^2 - 20x + 100 \end{aligned}$$

c) $C \times D = (x - 10) \left(-\frac{x}{5} + 2 \right) =$

$$\begin{aligned} &= -\frac{x^2}{5} + 2x + \frac{10}{5}x - 20 = \\ &= -\frac{x^2}{5} + 4x - 20 \end{aligned}$$

d) $2A - 5D = 2 \left(x^3 + 2x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \right) - 5 \left(-\frac{x}{5} + 2 \right) =$
 $= 2x^3 + 4x^2 - \frac{2}{2}x - 6 + \frac{5}{5}x - 10 =$
 $= 2x^3 + 4x^2 - 16$

4.

4.1. $A_{\text{retângulo}} = (3x + 2)(2x - 3) = 6x^2 - 9x + 4x - 6 =$
 $= (6x^2 - 5x - 6) \text{ cm}^2$

4.2. $A_{\text{círculo}} = \pi(x + 7)^2 = \pi(x^2 + 2x \times 7 + 49) =$
 $= (x^2 + 14x + 49)\pi \text{ cm}^2$

5.

5.1. $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

5.2. $(3x - 10)(3x + 10) = 9x^2 - 100$

5.3. $\left(x^2 + \frac{7}{2} \right) \left(x^2 - \frac{7}{2} \right) = x^4 - \frac{49}{4}$

5.4. $\left(2x - \frac{3}{2} \right)^2 = 4x^2 - 6x + \frac{9}{4}$

6.

6.1. $3(x + 2)(2x - 10) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \vee 2x - 10 = 0$
 $\Leftrightarrow x = -2 \vee 2x = 10$
 $\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 5$

C.S. = $\{-2, 5\}$

$$\begin{aligned}
 6.2. \quad & \left(2x - \frac{1}{3}\right) \left(x + \frac{3}{4}\right)(x^2 - 25) = 0 \\
 & \Leftrightarrow 2x - \frac{1}{3} = 0 \vee x + \frac{3}{4} = 0 \vee x^2 - 25 = 0 \\
 & \Leftrightarrow 2x = \frac{1}{3} \vee x = -\frac{3}{4} \vee x^2 = 25 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \vee x = -\frac{3}{4} \vee x = -\sqrt{25} \vee x = \sqrt{25} \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{1}{6} \vee x = -\frac{3}{4} \vee x = -5 \vee x = 5 \\
 & \text{C.S.} = \left\{-5, -\frac{3}{4}, \frac{1}{6}, 5\right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 6.3. \quad & 4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 16 \\
 & \Leftrightarrow x^2 = 4 \\
 & \Leftrightarrow x = \sqrt{4} \vee x = -\sqrt{4} \\
 & \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2 \\
 & \text{C.S.} = \{-2, 2\} \\
 & \text{Outro processo:} \\
 & 4x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (2x - 4)(2x + 4) = 0 \\
 & \Leftrightarrow 2x - 4 = 0 \vee 2x + 4 = 0 \\
 & \Leftrightarrow 2x = 4 \vee 2x = -4 \\
 & \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 2\}$$

$$\begin{aligned}
 6.4. \quad & 21x^2 + 1 = 1 - 7x \Leftrightarrow 21x^2 + 7x = 0 \\
 & \Leftrightarrow 7x(3x + 1) = 0 \\
 & \Leftrightarrow 7x = 0 \vee 3x + 1 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = -1 \\
 & \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{1}{3}, 0\right\}$$

$$\begin{aligned}
 6.5. \quad & -25 + 4x^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 = 25 \\
 & \Leftrightarrow x^2 = \frac{25}{4} \\
 & \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{25}{4}} \vee x = \sqrt{\frac{25}{4}} \\
 & \Leftrightarrow x = -\frac{5}{2} \vee x = \frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$$

Outro processo:

$$\begin{aligned}
 -25 + 4x^2 = 0 & \Leftrightarrow (-5 + 2x)(+5 + 2x) = 0 \\
 & \Leftrightarrow -5 + 2x = 0 \vee 5 + 2x = 0 \\
 & \Leftrightarrow 2x = 5 \vee 2x = -5 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \vee x = -\frac{5}{2}
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right\}$$

$$\begin{aligned}
 6.6. \quad & 4x^2 - 32x = -64 \Leftrightarrow 4x^2 - 32x + 64 = 0 \\
 & \Leftrightarrow 4(x^2 - 8x + 16) = 0 \\
 & \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \\
 & \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x - 4 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{4\}$$

7.

7.1. Cada uma das figuras da sequência tem um determinado número de quadrados e, conseqüentemente, o dobro do número de triângulos. O número de quadrados é o quadrado do número da figura.

Por exemplo, a figura 3 tem $3 \times 3 = 9$ quadrados e, conseqüentemente, $2 \times 9 = 18$ triângulos.

Assim, a 20ª construção terá 800 triângulos:

$$(2 \times (20 \times 20) = 800).$$

7.2. A expressão é $2n^2$.

$$\begin{array}{l}
 7.3. \quad 2n^2 \\
 n = 34 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2n^2 \\ n = 34 \end{array}} \right\} 2 \times 34^2 = 2312
 \end{array}$$

R.: São necessários 2312 triângulos.

$$\begin{aligned}
 7.4. \quad & 2n^2 = 200 \Leftrightarrow n^2 = \frac{200}{2} \\
 & \Leftrightarrow n^2 = 100 \\
 & \Leftrightarrow n = -\sqrt{100} \vee n = \sqrt{100} \\
 & \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 10
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-10, 10\}$$

Como o número da construção é um número natural, podemos concluir que a 10ª construção tem 200 triângulos.

$$\begin{aligned}
 7.5. \quad & 2n^2 = 280 \Leftrightarrow n^2 = \frac{280}{2} \\
 & \Leftrightarrow n^2 = 140 \\
 & \Leftrightarrow n = -\sqrt{140} \vee n = \sqrt{140}
 \end{aligned}$$

$-\sqrt{140}$ e $\sqrt{140}$ não são números naturais.

R.: Não há nenhuma construção com 280 triângulos.

8. A Mafalda e a Francisca são irmãs gémeas, pelo que têm a mesma idade. Seja x a idade delas. Temos então que $x^2 - 3x = 4x$.

Resolvendo a equação:

$$\begin{aligned}
 x^2 - 3x = 4x & \Leftrightarrow x^2 - 7x = 0 \\
 & \Leftrightarrow x(x - 7) = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 7 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 7
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{0, 7\}$$

R.: A Francisca tem 7 anos.

Unidade 3 – Teorema de Pitágoras

Aplicar – página 95

1.

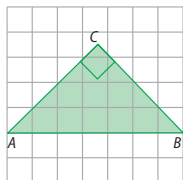
- 1.1. Triângulo equilátero – os três lados têm igual comprimento
- 1.2. Triângulo isósceles – dois dos lados têm o mesmo comprimento
- 1.3. Triângulo escaleno – os três lados têm comprimentos diferentes

2.

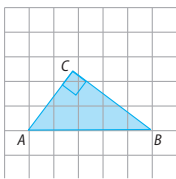
- 2.1. Triângulo retângulo – tem um ângulo reto
- 2.2. Triângulo acutângulo – os três ângulos internos do triângulo são agudos
- 2.3. Triângulo obtusângulo – tem um ângulo obtuso

20 3.

- 3.1. Por exemplo:



- 3.2. Por exemplo:



4.

- 4.1. Os triângulos são semelhantes, pelo critério LAL, $\frac{10}{4} = \frac{7,5}{3}$ e $\hat{B} = \hat{E}$, ou seja, têm dois lados proporcionais e os ângulos por eles formados geometricamente iguais.
- 4.2. Como os triângulos são semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{\overline{DF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{FE}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}}$$

$$\frac{\overline{DF}}{2} = \frac{7,5}{3} \Leftrightarrow \overline{DF} = \frac{2 \times 7,5}{3} \Leftrightarrow \overline{DF} = 5 \text{ cm}$$

5. Pelo critério AA, $\hat{ABC} = \hat{CED}$ e $\hat{BCA} = \hat{DCE}$, logo os triângulos são semelhantes.

Aplicar – páginas 102 e 103

2. Uma mediana de um triângulo divide-o em dois triângulos equivalentes. Uma mediana é um segmento de reta que une um vértice do triângulo ao ponto médio do lado oposto.
O João não dividiu corretamente o triângulo, pois não traçou uma mediana, mas sim uma altura do triângulo.

3.

- 3.1. A altura referente à hipotenusa decompõe um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.

Como os triângulos são semelhantes têm os lados correspondentes proporcionais. Assim, $\frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DC}}$.

$$\frac{8}{x} = \frac{x}{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{24} \vee x = \sqrt{24}$$

$$\text{R.: } x = \sqrt{24} \approx 4,90 \text{ (2 c.d.)}$$

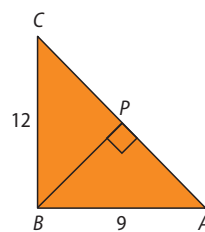
- 3.2. A altura referente à hipotenusa decompõe um triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Como os triângulos são semelhantes têm os lados correspondentes proporcionais. Assim, $\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{DC}}$.

$$\frac{x+2}{7,8} = \frac{7,8}{4,2} \Leftrightarrow x+2 = \frac{7,8 \times 7,8}{4,2}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 10,29 \text{ (2 c.d.)}$$

4.

20 4.1. e 4.2.



- 4.4. A altura referente à hipotenusa decompõe um triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.

Como os triângulos são semelhantes, têm os lados correspondentes proporcionais. Assim, $\frac{\overline{AC}}{\overline{BA}} = \frac{\overline{CB}}{\overline{BP}}$.

$$\frac{15}{9} = \frac{12}{\overline{BP}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BP} = \frac{9 \times 12}{15}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BP} = 7,2$$

$$\text{R.: } \overline{BP} = 7,2 \text{ cm}$$

5.

$$5.1. \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}}$$

$$5.2. \frac{\overline{EF}}{\overline{EG}} = \frac{\overline{EH}}{\overline{EF}}$$

6.

6.1. Os triângulos $[ADC]$ e $[ADB]$ são semelhantes porque a altura, $[AD]$, referente à hipotenusa $[CB]$ decompõe o triângulo $[ABC]$ em dois triângulos $[ADC]$ e $[ACB]$ semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado $[ABC]$.

6.2. Como os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ são semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais. Assim:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{CB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \frac{15}{\overline{DB} + 9} = \frac{9}{15} \Leftrightarrow \overline{DB} + 9 = \frac{15 \times 15}{9}$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB} = 16 \text{ cm}$$

6.3. Como os triângulos $[ADC]$ e $[ADB]$ são semelhantes, os lados correspondentes são proporcionais. Assim:

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{DB}} \Leftrightarrow \frac{9}{h} = \frac{h}{16} \Leftrightarrow h^2 = 9 \times 16 \Leftrightarrow h = \sqrt{144}$$

$$\Leftrightarrow h = 12 \text{ cm}$$

6.4. Como os triângulos $[ADC]$ e $[ADB]$ são semelhantes, então:

$$\bullet \frac{P_{[ADB]}}{P_{[ADC]}} = r$$

$$P_{[ADC]} = \overline{AC} + \overline{AD} + \overline{CD} = 15 + 12 + 9 = 36 \text{ cm}$$

$$r = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}} = \frac{12}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{P_{[ADB]}}{P_{[ADC]}} = r \Leftrightarrow P_{[ADB]} = \frac{4}{3} \times 36 \Leftrightarrow P_{[ADB]} = 48 \text{ cm}$$

$$\bullet \frac{A_{[ADB]}}{A_{[ADC]}} = r^2$$

$$A_{[ADC]} = \frac{\overline{CD} \times \overline{AD}}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = 54 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{[ADB]}}{A_{[ADC]}} = r^2 \Leftrightarrow A_{[ADB]} = 54 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow A_{[ADB]} = 96 \text{ cm}^2$$

7. A altura referente à hipotenusa de um triângulo decompõe o triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Assim, os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja:

$$\frac{13}{12} = \frac{5}{h} \Leftrightarrow h = \frac{12 \times 5}{13} \Leftrightarrow h = \frac{60}{13}$$

8. A altura referente à hipotenusa decompõe o triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Assim, os comprimentos dos lados são proporcionais, ou seja:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{12}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AD}}{5} \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 12 \times 5$$

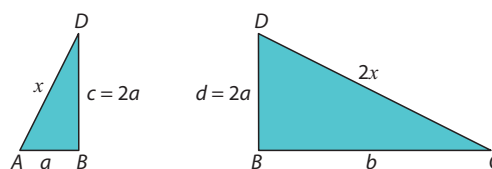
$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \sqrt{60} \text{ u.m.}$$

$$\frac{\overline{DC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DC}}{7} = \frac{12}{\overline{DC}} \Leftrightarrow \overline{DC}^2 = 7 \times 12$$

$$\Leftrightarrow \overline{DC} = \sqrt{84} \text{ u.m.}$$

$$P_{[ACD]} = \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{AC} = (\sqrt{60} + \sqrt{84} + 12) \approx 28,91 \text{ u.m.}$$

9.



A altura referente à hipotenusa decompõe o triângulo inicial em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.

Assim, os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais, ou seja:

$$\frac{a}{d} = \frac{x}{2x} \Leftrightarrow d = \frac{a \times 2x}{x} \Leftrightarrow d = 2a$$

e:

$$\frac{b}{2a} = \frac{2x}{x} \Leftrightarrow b = 4a$$

R.: A razão entre o maior e o menor dos segmentos determinados pela altura referente à hipotenusa é 4.

Aplicar – páginas 106 e 107

2. Pelo Teorema de Pitágoras, sabemos que, em cada figura, a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos dois quadrados menores.

$$2.1. \quad 32 = x + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 32 - 4$$

$$\Leftrightarrow x = 28$$

2.2. Calculemos as áreas dos quadrados azul e vermelho.

$$A_{\text{azul}} = 2 \times 2 = 4 \text{ m}^2 \text{ e } A_{\text{vermelho}} = 3 \times 3 = 9 \text{ m}^2$$

$$x = 4 + 9 \Leftrightarrow x = 13$$

- 2.3. Calculemos a área do quadrado azul, sabendo que $80 \text{ mm} = 8 \text{ cm}$.

$$A_{\text{azul}} = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$$

$$64 = A_{\text{verde}} + 25$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{verde}} = 64 - 25$$

$$\Leftrightarrow A_{\text{verde}} = 39$$

Calculemos x (comprimento do lado do quadrado verde) sabendo a sua área.

$$x^2 = 39 \Leftrightarrow x = -\sqrt{39} \vee x = \sqrt{39}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{39}$.

3. Pelo Teorema de Pitágoras, sabe-se que, num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

3.1. $h^2 = 5^2 + 11^2$

$$\Leftrightarrow h^2 = 25 + 121$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 146$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{146} \vee h = \sqrt{146}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{146} \approx 12,08 \text{ cm}$ (2 c.d.).

3.2. $h^2 = (\sqrt{72})^2 + 3^2$

$$\Leftrightarrow h^2 = 72 + 9$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 81$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{81} \vee h = \sqrt{81}$$

$$\Leftrightarrow h = -9 \vee h = 9$$

Como $h > 0$, $h = 9 \text{ cm}$.

3.3. $h^2 = (\sqrt{20})^2 + (\sqrt{20})^2$

$$\Leftrightarrow h^2 = 20 + 20$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 40$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{40} \vee h = \sqrt{40}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ cm}$ (2 c.d.).

3.4. $h^2 = 24^2 + 18^2$

$$\Leftrightarrow h^2 = 576 + 324$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{900} \vee h = \sqrt{900}$$

$$\Leftrightarrow h = -30 \vee h = 30$$

Como $h > 0$, $h = 30 \text{ cm}$.

4. Pelo Teorema de Pitágoras, sabe-se que num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

4.1. $10^2 = c^2 + 8^2$

$$\Leftrightarrow c^2 = 100 - 64$$

$$\Leftrightarrow c^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow c = -\sqrt{36} \vee c = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow c = -6 \vee c = 6$$

Como $c > 0$, $c = 6 \text{ cm}$.

4.2. $12^2 = c^2 + 10^2$

$$\Leftrightarrow c^2 = 144 - 100$$

$$\Leftrightarrow c^2 = 44$$

$$\Leftrightarrow c = -\sqrt{44} \vee c = \sqrt{44}$$

Como $c > 0$, $c = \sqrt{44} \approx 6,63 \text{ cm}$ (2 c.d.).

4.3. $(\sqrt{251})^2 = c^2 + (\sqrt{26})^2$

$$\Leftrightarrow c^2 = 251 - 26$$

$$\Leftrightarrow c^2 = 225$$

$$\Leftrightarrow c = -\sqrt{225} \vee c = \sqrt{225}$$

$$\Leftrightarrow c = -15 \vee c = 15$$

Como $c > 0$, $c = 15 \text{ cm}$.

4.4. $12^2 = c^2 + c^2$

$$\Leftrightarrow 2c^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow c^2 = 72$$

$$\Leftrightarrow c = -\sqrt{72} \vee c = \sqrt{72}$$

Como $c > 0$, $c = \sqrt{72} \approx 8,49 \text{ cm}$ (2 c.d.).

5. A maior distância que um jogador pode correr, em linha reta, corresponde ao comprimento da diagonal do campo de futebol. Vamos calcular o comprimento dessa diagonal, d , que divide o campo em dois triângulos retângulos, aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 105^2 + 70^2$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 11\,025 + 4\,900$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 15\,925$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{15\,925} \vee d = \sqrt{15\,925}$$

Como $d > 0$, $d = \sqrt{15\,925} \approx 126,19 \text{ m}$ (2 c.d.).

R.: A maior distância que um jogador pode correr, em linha reta, sem sair do terreno de jogo é, aproximadamente, 126,19 m.

6. A diagonal de um quadrado divide-o em dois triângulos retângulos, cujos catetos são lados desse quadrado. Através do Teorema de Pitágoras, vamos calcular o comprimento da hipotenusa, d , em cada um dos seguintes casos.

- 6.1. Um quadrado com 24 dm de perímetro tem quatro lados, cada um com 6 dm de comprimento.

$$d^2 = 6^2 + 6^2$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 36 + 36$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 72$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{72} \vee d = \sqrt{72}$$

Como $d > 0$, $d = \sqrt{72}$.

R.: A diagonal tem $\sqrt{72} \text{ dm}$.

- 6.2. Calculemos o lado do quadrado, x , através da sua área.

$$\ell^2 = 144 \Leftrightarrow \ell = -\sqrt{144} \vee \ell = \sqrt{144}$$

$$\Leftrightarrow \ell = -12 \vee \ell = 12$$

Como $\ell > 0$, $\ell = 12$. Então,

$$d^2 = 12^2 + 12^2 \Leftrightarrow d^2 = 144 + 144$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 288$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{288} \vee d = \sqrt{288}$$

Como $d > 0$, $d = \sqrt{288}$.

R.: A diagonal mede $\sqrt{288}$ cm.

7.

- 7.1. Triângulo [BEF]

Base: $\overline{BE} = 1$ cm Altura: $\overline{AB} - \overline{AF} = 5 - 1 = 4$ cm

$$A_{[BEF]} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{[BEF]} = \frac{1 \times 4}{2} = 2 \text{ cm}^2$$

R.: O triângulo [BEF] tem 2 cm² de área.

- 7.2. Vamos calcular o comprimento do lado do quadrado [EFGH], $\overline{FE}$, e o comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo [BEF], cujos catetos medem 1 cm e 4 cm.

$$\overline{FE}^2 = 1^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{FE}^2 = 1 + 16$$

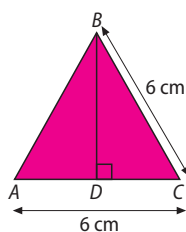
$$\Leftrightarrow \overline{FE}^2 = 17$$

$$\Leftrightarrow \overline{FE} = -\sqrt{17} \vee \overline{FE} = \sqrt{17}$$

Como $\overline{FE} > 0$, $\overline{FE} = \sqrt{17}$.

Então, $A_{[EFGH]} = \sqrt{17} \times \sqrt{17} = 17 \text{ cm}^2$.

8. Vamos calcular a área do triângulo:



$$\overline{DC} = \frac{\overline{AC}}{2}, \text{ logo } \overline{DC} = \frac{6}{2} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2 \Leftrightarrow 6^2 = \overline{BD}^2 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 36 - 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = -\sqrt{27} \vee \overline{BD} = \sqrt{27}$$

Como $\overline{BD} > 0$, $\overline{BD} = \sqrt{27}$.

Então, $A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}$, $b = \overline{AC} = 6 \text{ cm}$, $h = \overline{BD} = \sqrt{27} \text{ cm}$

$$A_{[ABC]} = \frac{6 \times \sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{27}$$

R.: O triângulo tem $3\sqrt{27} \text{ cm}^2 \approx 15,59 \text{ cm}^2$ de área.

9. Vamos calcular o comprimento do lado do quadrado vermelho que tem 36 cm² de área.

$$36 = \ell \times \ell \Leftrightarrow \ell^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow \ell = -\sqrt{36} \vee \ell = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow \ell = -6 \vee \ell = 6$$

Como $\ell > 0$, $\ell = 6 \text{ cm}$.

O segmento de reta é a diagonal, d , de um triângulo retângulo cujos catetos medem 2 dm = 20 cm e 26 cm (20 cm + 6 cm = 26 cm). Então, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$d^2 = 20^2 + 26^2 \Leftrightarrow d^2 = 400 + 676$$

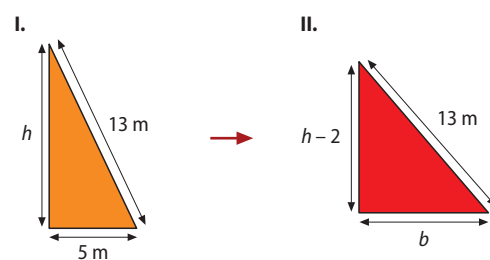
$$\Leftrightarrow d^2 = 1076$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{1076} \vee d = \sqrt{1076}$$

Como $d > 0$, $d = \sqrt{1076}$.

R.: O segmento de reta tem $\sqrt{1076} \text{ cm}$ de comprimento.

10.



O esquema mostra como o topo da escada escorregou 2 m. Queremos calcular b para determinar quanto é que a base escorregou. Como o chão é perpendicular à parede, estamos perante triângulos retângulos, pelo que podemos aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$13^2 = h^2 + 5^2 \Leftrightarrow h^2 = 169 - 25$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{144} \vee h = \sqrt{144}$$

$$\Leftrightarrow h = -12 \vee h = 12$$

Como $h > 0$, $h = 12$.

Se $h = 12 \text{ m}$ e a escada escorregou 2 m, então na figura II o topo da escada está a 10 m do chão. Desta forma, vamos calcular b , aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$13^2 = b^2 + 10^2 \Leftrightarrow b^2 = 169 - 100$$

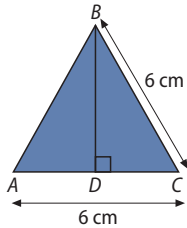
$$\Leftrightarrow b^2 = 69$$

$$\Leftrightarrow b = -\sqrt{69} \vee b = \sqrt{69}$$

Como $b > 0$, $b = \sqrt{69} \approx 8,31 \text{ m}$.

Ora, a escada estava a 5 m da parede e agora encontra-se a, aproximadamente, 8,31 m. Então, a base da escada escorregou aproximadamente 3,31 m.

11. Um hexágono regular é formado por 6 triângulos equiláteros. Neste caso, cada um deles tem 6 cm de lado. Então, basta calcular a área de um desses triângulos e multiplicar por 6.
Seja $[ABC]$ um desses triângulos. Vamos calcular a sua área:



$$\overline{DC} = \frac{\overline{AC}}{2}, \text{ logo } \overline{DC} = \frac{6}{2} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

$$\overline{BC} = 6 \text{ cm}$$

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{DC}^2 \Leftrightarrow 6^2 = \overline{BD}^2 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 36 - 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = -\sqrt{27} \vee \overline{BD} = \sqrt{27}$$

$$\text{Como } \overline{BD} > 0, \overline{BD} = \sqrt{27}.$$

$$\text{Então, } A_{[ABC]} = \frac{b \times h}{2}, b = \overline{AC} = 6 \text{ cm}, h = \overline{BD} = \sqrt{27} \text{ cm.}$$

$$A_{[ABC]} = \frac{6 \times \sqrt{27}}{2} = 3\sqrt{27}$$

A área do hexágono regular será então:

$$A_{\text{hexágono}} = 6 \times 3\sqrt{27} \text{ cm}^2 = 18\sqrt{27} \text{ cm}^2 \\ \approx 93,53 \text{ cm}^2 \text{ (2 c.d.)}$$

Aplicar – páginas 110 e 111

2. Num triângulo retângulo, o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Aplicando o recíproco do Teorema de Pitágoras podemos descobrir qual dos triângulos é retângulo.

$$[A] \quad 7^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\Leftrightarrow 49 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow 49 = 25 \quad \text{Falso}$$

$$[B] \quad (\sqrt{32})^2 = 4^2 + 4^2$$

$$\Leftrightarrow 32 = 16 + 16$$

$$\Leftrightarrow 32 = 32 \quad \text{Verdadeiro}$$

$$[C] \quad (\sqrt{150})^2 = 3^2 + 12^2$$

$$\Leftrightarrow 150 = 9 + 144$$

$$\Leftrightarrow 150 = 152 \quad \text{Falso}$$

$$[D] \quad 6,5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$\Leftrightarrow 42,25 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow 42,25 = 25 \quad \text{Falso}$$

R.: Apenas o triângulo [B] é retângulo.

3. Um terno diz-se pitagórico se o quadrado do maior número for igual à soma dos quadrados dos outros dois.

$$3.1. \quad 15^2 = 12^2 + 10^2$$

$$\Leftrightarrow 225 = 144 + 100$$

$$\Leftrightarrow 225 = 244 \quad \text{Falso}$$

$$3.2. \quad 25^2 = 24^2 + 7^2$$

$$\Leftrightarrow 625 = 576 + 49$$

$$\Leftrightarrow 625 = 625 \quad \text{Verdadeiro}$$

$$3.3. \quad 29^2 = 21^2 + 20^2$$

$$\Leftrightarrow 841 = 441 + 400$$

$$\Leftrightarrow 841 = 841 \quad \text{Verdadeiro}$$

R.: Os ternos (7, 24, 25) e (20, 21, 29) são pitagóricos.

4.

- 4.1. d é a hipotenusa do triângulo retângulo cujos catetos medem 20 cm e 40 cm. Assim sendo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 40^2 + 20^2 \Leftrightarrow d^2 = 1600 + 400$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 2000$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{2000} \vee d = \sqrt{2000}$$

$$\text{Como } d > 0, d = \sqrt{2000}.$$

$$\text{R.: } d = \sqrt{2000} \text{ cm}$$

- 4.2. Como $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$, então $\overline{BF} = 4 \text{ cm}$.

d é a hipotenusa do triângulo retângulo cujos catetos medem 4 cm e 12 cm. Assim sendo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$d^2 = 4^2 + 12^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 144$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 160$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{160} \vee d = \sqrt{160}$$

$$\text{Como } d > 0, d = \sqrt{160}.$$

$$\text{R.: } d = \sqrt{160} \text{ cm}$$

- 4.3. d é a diagonal espacial do paralelepípedo representado.

$$d = \sqrt{10^2 + 3^2 + 2^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{100 + 9 + 4}$$

$$\Leftrightarrow d = \sqrt{113}$$

$$\text{R.: } d = \sqrt{113} \text{ cm}$$

5. A diagonal espacial de um paralelepípedo de comprimento a , largura b e altura c é dada por:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

- 5.1. $a = 3 \text{ cm}$; $b = 3 \text{ cm}$ e $c = 3 \text{ cm}$

$$d = \sqrt{3^2 + 3^2 + 3^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{9 + 9 + 9}$$

$$\Leftrightarrow d = \sqrt{27}$$

R.: A diagonal espacial do cubo tem $\sqrt{27} \text{ cm} \approx 5,20 \text{ cm}$ (2 c.d.).

- 5.2. A base do prisma é um quadrado com 16 cm^2 de área. Para calcular o comprimento do lado:

$$\begin{aligned} \ell \times \ell &= 16 \Leftrightarrow \ell^2 = 16 \\ \Leftrightarrow \ell &= -\sqrt{16} \vee \ell = \sqrt{16} \\ \Leftrightarrow \ell &= -4 \vee \ell = 4 \end{aligned}$$

Como $\ell > 0$, $\ell = 4$.

O quadrado da base tem 4 cm de lado. Então,

$a = 4 \text{ cm}$, $b = 4 \text{ cm}$ e $c = 7 \text{ cm}$.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{4^2 + 4^2 + 7^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{16 + 16 + 49} \\ \Leftrightarrow d &= \sqrt{81} \\ \Leftrightarrow d &= 9 \end{aligned}$$

R.: A diagonal espacial do prisma tem 9 cm.

- 5.3. $a = 3 \text{ cm}$, $b = 7,5 \text{ cm}$ e $c = 6,5 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{3^2 + (7,5)^2 + (6,5)^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{9 + 56,25 + 42,25} \\ \Leftrightarrow d &= \sqrt{107,5} \end{aligned}$$

R.: A diagonal espacial do paralelepípedo tem $\sqrt{107,5} \text{ cm} \approx 10,37 \text{ cm}$ (2 c.d.).

6. Vamos calcular a maior distância interior de cada um dos paralelepípedos, para averiguar se a vara cabe em algum deles. Para isso, vamos calcular a diagonal espacial de cada um dos paralelepípedos. A diagonal espacial de um paralelepípedo de comprimento a , largura b e altura c é dada por:

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

- A. $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ e $c = 7 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{4^2 + 5^2 + 7^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{16 + 25 + 49} \\ \Leftrightarrow d &= \sqrt{90} \approx 9,49 \text{ (2 c.d.)} \end{aligned}$$

- B. $a = 8 \text{ cm}$, $b = 1,1 \text{ cm}$ e $c = 1 \text{ cm}$

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{8^2 + (1,1)^2 + 1^2} \Leftrightarrow d = \sqrt{64 + 1,21 + 1} \\ \Leftrightarrow d &= \sqrt{66,21} \approx 8,14 \text{ cm (2 c.d.)} \end{aligned}$$

R.: A vara metálica (que tem 8,8 cm de comprimento) apenas pode ser guardada na caixa A, pois $8,8 \text{ cm} > 8,14 \text{ cm}$, mas $8,8 \text{ cm} < 9,49 \text{ cm}$.

7. O serralheiro deve confirmar se o triângulo verifica o recíproco do Teorema de Pitágoras, ou seja, se $18^2 = 15^2 + 10^2$.

Efetando os cálculos ($18^2 = 324$ e $15^2 + 10^2 = 325$), o serralheiro verifica que a janela não é um retângulo.

8. Como o triângulo é retângulo, então:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 5^2 + 12^2 \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 25 + 144 \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 169 \\ \Leftrightarrow \overline{AC} &= \sqrt{169} \vee \overline{AC} = -\sqrt{169} \\ \text{Como } \overline{AC} > 0, &\text{ então } \overline{AC} = 13. \end{aligned}$$

O triângulo $[ABC]$ só é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras. Como $\overline{AC} = 13$, então:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{CB}^2 \\ \Leftrightarrow 13^2 &= 9^2 + 8^2 \\ \Leftrightarrow 169 &= 81 + 64 \\ \Leftrightarrow 169 &= 145 \quad \text{Falso} \end{aligned}$$

R.: O triângulo $[ABC]$ não é retângulo.

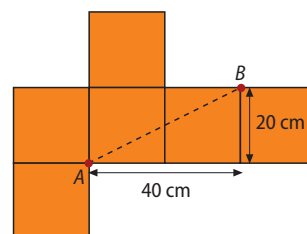
9.

- 9.1. Se a formiga atravessar o interior do cubo (com 20 cm de aresta), a menor distância que percorre corresponde à diagonal espacial, D :

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{20^2 + 20^2 + 20^2} \\ \Leftrightarrow D &= \sqrt{1200} \end{aligned}$$

R.: A menor distância que a formiga pode percorrer é $\sqrt{1200} \text{ cm} \approx 34,64 \text{ cm}$ (2 c.d.).

- 9.2. Na planificação seguinte, facilmente comprovamos que a menor distância entre o ponto A e o ponto B é a diagonal do triângulo retângulo cujos catetos medem 20 cm e 40 cm.



$$\begin{aligned} \overline{AB}^2 &= 20^2 + 40^2 \\ \Leftrightarrow \overline{AB}^2 &= 400 + 1600 \\ \Leftrightarrow \overline{AB}^2 &= 2000 \\ \Leftrightarrow \overline{AB} &= -\sqrt{2000} \vee \overline{AB} = \sqrt{2000} \end{aligned}$$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = \sqrt{2000}$.

R.: A menor distância que a formiga pode percorrer é $\sqrt{2000} \text{ cm} \approx 44,72 \text{ cm}$ (2 c.d.).

Praticar – páginas 112 a 117

1. Pelo Teorema de Pitágoras, sabemos que, em cada figura, a área do quadrado maior é igual à soma das áreas dos dois quadrados menores.

- 1.1. $5 \text{ cm}^2 = 0,05 \text{ dm}^2$ e $17 \text{ cm}^2 = 0,17 \text{ dm}^2$

$$a = 0,05 + 0,17 \Leftrightarrow a = 0,22$$

- 1.2. Calculemos a área do quadrado azul, sabendo que $30 \text{ mm} = 3 \text{ cm}$.

$$A_{\text{azul}} = 3 \text{ cm} \times 3 \text{ cm} \Leftrightarrow A_{\text{azul}} = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{Então, } b + 2,5 = 9 \Leftrightarrow b = 6,5.$$

2.

- 2.1. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo, vem:

$$h^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow h^2 = 36 + 64$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{100} \quad \vee \quad h = \sqrt{100}$$

Como $h > 0$, $h = 10$ cm.

$$P = 10 + 8 + 6 =$$

$$= 24 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = \frac{48}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

- 2.2. Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo, vem:

$$h^2 = c_1^2 + c_2^2 \Leftrightarrow 26^2 = x^2 + 24^2$$

$$\Leftrightarrow 676 = x^2 + 576$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 676 - 576$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{100} \quad \vee \quad x = \sqrt{100}$$

Como $x > 0$, $x = 10$ cm.

$$P = 26 + 24 + 10 =$$

$$= 60 \text{ cm}$$

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{24 \times 10}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

3.

- 3.1. O triângulo é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras. Assim:

$$7^2 = 5^2 + 2^2 \Leftrightarrow 49 = 25 + 4$$

$$\Leftrightarrow 49 = 29 \quad \text{Falso}$$

R.: O triângulo não é retângulo.

- 3.2. O triângulo é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras. Assim:

$$20^2 = 15^2 + 12^2 \Leftrightarrow 400 = 225 + 144$$

$$\Leftrightarrow 400 = 369 \quad \text{Falso}$$

R.: O triângulo não é retângulo.

- 3.3. O triângulo é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras. Assim:

$$17^2 = 8^2 + 15^2 \Leftrightarrow 289 = 64 + 225$$

$$\Leftrightarrow 289 = 289 \quad \text{Verdadeiro}$$

R.: O triângulo é retângulo.

4. Um terno diz-se pitagórico se o quadrado do maior número for igual à soma dos quadrados dos outros dois.

$$4.1. 37^2 = 35^2 + 12^2 \Leftrightarrow 1369 = 1225 + 144$$

$$\Leftrightarrow 1369 = 1369 \quad \text{Verdadeiro}$$

37, 35 e 12 são ternos pitagóricos.

$$4.2. 35^2 = 15^2 + 20^2 \Leftrightarrow 1225 = 225 + 400$$

$$\Leftrightarrow 1225 = 625 \quad \text{Falso}$$

35, 15 e 20 não são ternos pitagóricos.

$$4.3. 18^2 = 17^2 + 9^2 \Leftrightarrow 324 = 289 + 81$$

$$\Leftrightarrow 324 = 370 \quad \text{Falso}$$

18, 17 e 9 não são ternos pitagóricos.

5.

$$5.1. A(3, 2), B(-4, 2), C(-1, -2)$$

- 5.2. Consideremos o ponto
- $P(-1, 2)$
- . Os triângulos
- $[BCP]$
- e
- $[PAC]$
- são retângulos. Desta forma, podemos calcular o comprimento dos segmentos de reta
- $[BC]$
- e
- $[AC]$
- , utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{BC}^2 = 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 9 + 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -\sqrt{25} \quad \vee \quad \overline{BC} = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -5 \quad \vee \quad \overline{BC} = 5$$

Como $\overline{BC} > 0$, $\overline{BC} = 5$.

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 16 + 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{32} \quad \vee \quad \overline{AC} = \sqrt{32}$$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = \sqrt{32}$.Assim, o perímetro (P) e a área (A) do triângulo, são:

$$\overline{BA} = 7, \overline{BC} = 5, \overline{AC} = \sqrt{32}, \overline{PC} = 4$$

$$P = \overline{BA} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$P = 7 + 5 + \sqrt{32} = 12 + \sqrt{32} \approx 17,66 \text{ u.m.}$$

$$A = \frac{\overline{BA} \times \overline{PC}}{2}$$

$$A = \frac{\overline{BA} \times \overline{PC}}{2} = \frac{7 \times 4}{2} = 14 \text{ u.a.}$$

6.

- 6.1. Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:

$$x^2 = 8^2 + 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 64 + 9$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 73$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{73}$$

$$12^2 = (\sqrt{73})^2 + y^2 \Leftrightarrow y^2 = 144 - 73$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 71$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{71} \quad \vee \quad y = -\sqrt{71}$$

Como $y > 0$, $y = \sqrt{71}$.

$$x = \sqrt{73} \text{ m e } y = \sqrt{71} \text{ m}$$

- 6.2. Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:

$$y^2 = (3\sqrt{2})^2 + 6^2 \Leftrightarrow y^2 = 9 \times 2 + 36$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 18 + 36$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 54$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{54}$$

$$x^2 = 3^2 + (3\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow x^2 = 9 + 18$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{27} \quad \vee \quad x = -\sqrt{27}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{27}$.

$$x = \sqrt{27} \text{ dm e } y = \sqrt{54} \text{ dm}$$

- 6.3. Aplicando o Teorema de Pitágoras, vem:

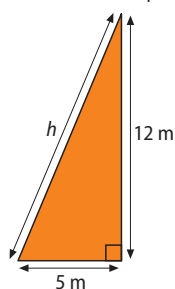
$$\begin{aligned} h^2 &= 12^2 + 16^2 \Leftrightarrow h^2 = 144 + 256 \\ &\Leftrightarrow h^2 = 400 \\ &\Leftrightarrow h = \sqrt{400} \vee h = -\sqrt{400} \\ &\Leftrightarrow h = 20 \vee h = -20 \end{aligned}$$

Como $h > 0$, $h = 20$.

$$y = 20 \text{ cm}$$

$$\frac{16}{20} = \frac{x}{12} \Leftrightarrow x = 9,6 \text{ cm}$$

7. Traduzindo o problema por um esquema, estamos perante um triângulo retângulo do qual queremos calcular a hipotenusa:

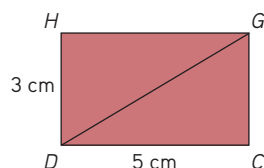


$$\begin{aligned} h^2 &= 5^2 + 12^2 \\ &\Leftrightarrow h^2 = 25 + 144 \\ &\Leftrightarrow h^2 = 169 \\ &\Leftrightarrow h = -\sqrt{169} \vee h = \sqrt{169} \\ &\Leftrightarrow h = -13 \vee h = 13 \\ &\text{Como } h > 0, h = 13. \end{aligned}$$

R.: A escada deve ter, no mínimo, 13 metros.

8.

8.1.

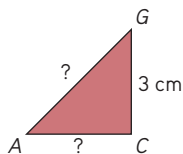


Pretendemos determinar $\overline{DG}$. Aplicando o Teorema de Pitágoras, temos:

$$\begin{aligned} \overline{DG}^2 &= 5^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 25 + 9 \\ &\Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 34 \\ &\Leftrightarrow \overline{DG} = \sqrt{34} \text{ cm} \vee \overline{DG} = -\sqrt{34} \text{ cm} \end{aligned}$$

Como $\overline{DG} > 0$, então $\overline{DG} = \sqrt{34}$ cm.

8.2.



Em primeiro lugar, aplicando o Teorema de Pitágoras, vamos determinar $\overline{AC}$:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= 7^2 + 5^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 49 + 25 \\ &\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 74 \\ &\Leftrightarrow \overline{AC} = \sqrt{74} \vee \overline{AC} = -\sqrt{74} \end{aligned}$$

Como $\overline{AC} > 0$, então $\overline{AC} = \sqrt{74}$ cm.

De seguida, aplicando novamente o Teorema de Pitágoras, determinamos $\overline{AG}$:

$$\begin{aligned} \overline{AG}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{GC}^2 \Leftrightarrow \overline{AG}^2 = (\sqrt{74})^2 + 3^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{AG}^2 = 74 + 9 \\ &\Leftrightarrow \overline{AG}^2 = 83 \\ &\Leftrightarrow \overline{AG} = \sqrt{83} \vee \overline{AG} = -\sqrt{83} \end{aligned}$$

Como $\overline{AG} > 0$, então $\overline{AG} = \sqrt{83}$ cm.

9. Área do quadrado $[BDEF] = l^2$

Como $\overline{AD} = 8$ cm, aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo $[ABD]$, obtemos $\overline{BD}$.

$$\begin{aligned} \overline{BD}^2 &= \overline{AD}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 8^2 + 8^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 128 \\ &\Leftrightarrow \overline{BD} = \sqrt{128} \text{ cm} \vee \overline{BD} = -\sqrt{128} \text{ cm} \end{aligned}$$

Como $\overline{BD} > 0$, então $\overline{BD} = \sqrt{128}$ cm.

Assim, a área do quadrado $[BDEF] = 128 \text{ cm}^2$.

10.

$$10.1. \frac{10}{8} = \frac{6}{x} \Leftrightarrow x = 4,8 \text{ cm}$$

$$10.2. \frac{60}{x} = \frac{36}{60} \Leftrightarrow x = 100 \text{ cm}$$

$$10.3. \frac{11+4}{2} = \frac{x}{4} \Leftrightarrow x^2 = 15 \times 4 \Leftrightarrow x^2 = 60 \Leftrightarrow x = \sqrt{60} \text{ cm}$$

11.

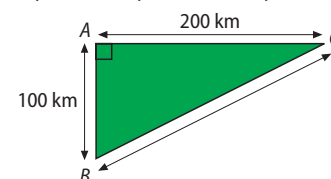
- 11.1. O triângulo é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned} 165^2 &= 132^2 + 99^2 \Leftrightarrow 27\,225 = 17\,424 + 9\,801 \\ &\Leftrightarrow 27\,225 = 27\,225 \quad \text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

R.: O triângulo é retângulo.

- 11.2. Num triângulo obtusângulo, o quadrado da hipotenusa é maior que a soma dos quadrados dos catetos. Por exemplo 167, uma vez que $167^2 > 132^2 + 99^2$.

12. O problema pode ser esquematizado da seguinte forma.



A é o ponto inicial, B é o ponto intermédio e C é o ponto final do barco. Assim, estamos perante um triângulo $[ABC]$ retângulo em A, pelo que pode ser aplicado o Teorema de Pitágoras para determinar x.

$$\begin{aligned} x^2 &= 100^2 + 200^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 10\,000 + 40\,000 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 50\,000 \\ &\Leftrightarrow x = -\sqrt{50\,000} \vee x = \sqrt{50\,000} \end{aligned}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{50\,000}$.

R.: O barco dista do ponto A $\sqrt{50\,000} \text{ km} \approx 223,61 \text{ km}$ (2 c.d.).

13.

- 13.1. Como o triângulo é retângulo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para calcular o comprimento da hipotenusa:

$$h^2 = 6^2 + 3^2 \Leftrightarrow h^2 = 36 + 9$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 45$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{45} \vee h = \sqrt{45}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{45}$.

Conhecendo o comprimento dos três lados do triângulo, podemos calcular o seu perímetro:

$$P = 3 + 6 + \sqrt{45}$$

$$P = (9 + \sqrt{45}) \text{ cm} \approx 15,71 \text{ cm (2 c.d.)}$$

- 13.2. O triângulo é retângulo e isósceles, portanto podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para calcular o comprimento dos seus catetos:

$$x^2 + x^2 = 62 \Leftrightarrow 2x^2 = 62$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 31$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{31} \vee x = \sqrt{31}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{31}$.

Conhecendo o comprimento dos três lados do triângulo, podemos calcular o seu perímetro:

$$P = 6 + \sqrt{31} + \sqrt{31}$$

$$P = (6 + 2\sqrt{31}) \text{ cm} \approx 14,48 \text{ cm (2 c.d.)}$$

- 13.3. O triângulo está dividido em dois triângulos retângulos. Conhecida a medida da hipotenusa e de um dos catetos, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para calcular o comprimento do outro cateto:

$$50^2 = 40^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 2500 - 1600$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 900$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{900} \vee x = -\sqrt{900}$$

Como $x > 0$, $x = 30 \text{ cm}$.

$$40^2 = y^2 + 30^2 \Leftrightarrow y^2 = 1600 - 900$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 700$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{700} \vee y = -\sqrt{700}$$

Como $y > 0$, $y = \sqrt{700} \text{ cm}$.

Assim, $\overline{AB} = 40 + \sqrt{700}$.

Conhecendo o comprimento dos três lados do triângulo, podemos calcular o seu perímetro:

$$P = 50 + 40 + 40 + \sqrt{700}$$

$$P = (130 + \sqrt{700}) \text{ cm} \approx 156,46 \text{ cm}$$

14. Para sabermos quem tem razão basta verificar se é válido o recíproco do Teorema de Pitágoras, ou seja, se $2,5^2 = 1^2 + 2^2$.

$$2,5^2 = 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow 6,25 = 1 + 4$$

$$\Leftrightarrow 6,25 = 5 \quad \text{Falso}$$

Como não se verifica o recíproco do Teorema de Pitágoras, então a perna da mesa da cozinha não é perpendicular ao tampo. Quem tem razão é o João.

15.

$$15.1. \hat{A}BC = 180^\circ - 37^\circ - 53^\circ = 90^\circ$$

Assim, o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B . A altura referente à hipotenusa decompõe um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Por isso, os triângulos $[ABD]$, $[ABC]$ e $[BDC]$ são semelhantes.

- 15.2. Utilizando a semelhança de triângulos, temos que:

$$\frac{\overline{AD}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{DC}}$$

$$\frac{9}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BD}}{3} \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 27$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = -\sqrt{27} \vee \overline{BD} = \sqrt{27}$$

Como $\overline{BD} > 0$, $\overline{BD} = \sqrt{27}$.

R.: $\overline{BD} = \sqrt{27} \text{ cm} \approx 5,20 \text{ cm (2 c.d.)}$

- 15.3. Vamos começar por calcular $\overline{AB}$ e $\overline{BC}$, que correspondem às hipotenusas dos triângulos retângulos $[ABD]$ e $[BDC]$. Para isso, vamos utilizar o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AB}^2 = (\sqrt{27})^2 + 9^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 27 + 81$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 108$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{108} \vee \overline{AB} = \sqrt{108}$$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = \sqrt{108}$.

$$\overline{BC}^2 = (\sqrt{27})^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 27 + 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 36$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -\sqrt{36} \vee \overline{BC} = \sqrt{36}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -6 \vee \overline{BC} = 6$$

Como $\overline{BC} > 0$, $\overline{BC} = 6$.

Agora que conhecemos os comprimentos de todos os lados dos triângulos $[BDC]$ e $[ABC]$, vamos calcular os seus perímetros e áreas:

$$P_{[BDC]} = \sqrt{27} \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 6 \text{ cm} = (9 + \sqrt{27}) \text{ cm}$$

$$\approx 14,20 \text{ cm (2 c.d.)}$$

$$A_{[BDC]} = \frac{3 \text{ cm} \times \sqrt{27} \text{ cm}}{2} = \frac{3\sqrt{27}}{2} \text{ cm}^2$$

$$\approx 7,80 \text{ cm}^2 \text{ (2 c.d.)}$$

$$P_{[ABC]} = \sqrt{108} \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 9 \text{ cm} + 3 \text{ cm} =$$

$$= (18 + \sqrt{108}) \text{ cm} \approx 28,40 \text{ cm} \text{ (2 c.d.)}$$

$$A_{[ABC]} = \frac{(9 + 3) \text{ cm} \times \sqrt{27} \text{ cm}}{2} =$$

$$= \frac{12\sqrt{27}}{2} \text{ cm}^2 \approx 31,18 \text{ cm}^2 \text{ (2 c.d.)}$$

16.

- 16.1. Seja P o ponto pertencente ao segmento de reta $[DC]$ tal que as retas BP e DC sejam perpendiculares. Então, $\overline{DP} + \overline{PC} = \overline{DC} \Leftrightarrow 7 + \overline{PC} = 10 \Leftrightarrow \overline{PC} = 3$
 $\overline{AD} = \overline{BP}$, pois são lados opostos de um retângulo. O segmento de reta $[BP]$ corresponde a um dos catetos do triângulo retângulo $[BPC]$ do qual conhecemos o comprimento da hipotenusa (5 cm) e do outro cateto (3 cm). Assim, basta-nos aplicar o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{BP}^2 = 5^2 - 3^2 \Leftrightarrow \overline{BP}^2 = 25 - 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{BP}^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{BP} = -\sqrt{16} \vee \overline{BP} = \sqrt{16}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BP} = -4 \vee \overline{BP} = 4$$

Como $\overline{BP} > 0$, $\overline{BP} = 4$.

R.: $\overline{AD} = \overline{BP} = 4 \text{ cm}$

- 16.2. O segmento de reta $[AC]$ corresponde à hipotenusa do triângulo retângulo $[ADC]$, do qual conhecemos o comprimento dos catetos (4 cm e 10 cm). Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 10^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 16 + 100$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 116$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{116} \vee \overline{AC} = \sqrt{116}$$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = \sqrt{116}$.

R.: $\overline{AC} = \sqrt{116} \text{ cm} \approx 10,77 \text{ cm} \text{ (2 c.d.)}$

- 16.3. Vamos ver quantos centímetros percorre o caracol, ou seja, vamos calcular o perímetro do trapézio.

$$P = 7 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + 4 \text{ cm} = 26 \text{ cm}$$

Sabendo que o caracol viaja a uma velocidade constante de 1 metro por hora:

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm e } 1 \text{ h} = 60 \text{ min}$$

$$100 \text{ cm} \text{ ————— } 60 \text{ min}$$

$$26 \text{ cm} \text{ ————— } x$$

$$x = \frac{26 \times 60}{100} = 15,6 \text{ min} \text{ (15 min + 0,6 min)}$$

O caracol percorre os 26 cm da linha que delimita a figura em 15,6 minutos.

$$1 \text{ min} \text{ ————— } 60 \text{ seg} \quad x = \frac{0,6 \times 60}{1} = 36 \text{ seg}$$

$$0,6 \text{ min} \text{ ————— } x$$

A viagem do caracol demora 15 minutos e 36 segundos portanto, se ele parte às 12 h 15 min, acaba a sua viagem às 12 h 30 min 36 seg.

17.

- 17.1. Sim, porque $[MNPO]$ é um quadrado e $[PQ]$ está contido em $[AB]$.

- 17.2. Os triângulos $[ABC]$ e $[MNC]$ são semelhantes, então os lados correspondentes são proporcionais.

Assim:

$$\frac{\overline{MC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{CN}}{\overline{CB}}$$

$$\frac{4}{10} = \frac{\overline{CN}}{15} \Leftrightarrow \overline{CN} = 6 \text{ cm}$$

Como o triângulo $[MNC]$ é retângulo, então:

$$\overline{MN}^2 = 4^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{MN}^2 = 16 + 36$$

$$\Leftrightarrow \overline{MN}^2 = 52$$

$$\Leftrightarrow \overline{MN} = \sqrt{52} \text{ cm} \vee \overline{MN} = -\sqrt{52} \text{ cm}$$

Como $\overline{MN} > 0$, $\overline{MN} = \sqrt{52} \text{ cm}$.

Logo, a área do quadrado $[MNOP] = (\sqrt{52})^2 = 52 \text{ cm}^2$.

18. O triângulo $[ABD]$ é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras, ou seja:

$$\overline{DB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 6^2 + 8^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 36 + 64$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB}^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow \overline{DB} = \sqrt{100} \vee \overline{DB} = -\sqrt{100}$$

Como $\overline{DB} > 0$, $\overline{DB} = 10$.

$$\overline{DB}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 \Leftrightarrow 10^2 = 7^2 + (7,5)^2$$

$$\Leftrightarrow 100 = 49 + 56,25$$

$$\Leftrightarrow 100 = 105,25 \quad \text{Falso}$$

R.: O triângulo $[ABD]$ não é retângulo.

19. Como o triângulo $[CDB]$ é retângulo, podemos calcular, usando o Teorema de Pitágoras, o comprimento de $[CB]$:

$$\overline{CB}^2 = 4^2 + 7^2 \Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 16 + 49$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB}^2 = 65$$

$$\Leftrightarrow \overline{CB} = \sqrt{65} \vee \overline{CB} = -\sqrt{65}$$

Como $\overline{CB} > 0$, $\overline{CB} = \sqrt{65}$.

Da mesma forma, o triângulo $[CAB]$ é retângulo, logo:

$$\overline{CB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow (\sqrt{65})^2 = 6^2 + \overline{AB}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 65 - 36$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 29$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{29} \text{ cm} \vee \overline{AB} = -\sqrt{29} \text{ cm}$$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = \sqrt{29} \text{ cm}$.

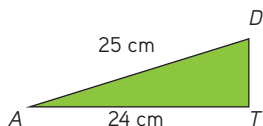
Conhecendo o comprimento dos quatro lados do quadrilátero, podemos determinar o seu perímetro:

$$P = \overline{DC} + \overline{CA} + \overline{AB} + \overline{BD} =$$

$$= 4 + 7 + 6 + \sqrt{29} =$$

$$= (17 + \sqrt{29}) \text{ cm}$$

20. Como $P = 1$ m, $\overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{AB} = 1 : 4 = 0,25$ m = 25 cm



$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 &= \overline{AT}^2 + \overline{DT}^2 \Leftrightarrow 25^2 = 24^2 + \overline{DT}^2 \\ \Leftrightarrow \overline{DT}^2 &= 625 - 576 \\ \Leftrightarrow \overline{DT}^2 &= 49 \\ \Leftrightarrow \overline{DT} &= \sqrt{49} \vee \overline{DT} = -\sqrt{49} \\ \Leftrightarrow \overline{DT} &= 7 \vee \overline{DT} = -7\end{aligned}$$

Como $\overline{DT} > 0$, $\overline{DT} = 7$ cm.

$D = 24 \times 2 = 48$ cm e $d = 7 \times 2 = 14$ cm

$$\text{Área} = \frac{D \times d}{2} = \frac{48 \times 14}{2} = 336 \text{ cm}^2$$

21. $P = 80$ cm

$$\overline{AB} = 80 : 4 = 20 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\overline{FC}^2 &= \overline{DC}^2 + \overline{DF}^2 \Leftrightarrow (\sqrt{544})^2 = 20^2 + \overline{DF}^2 \\ \Leftrightarrow \overline{DF}^2 &= 544 - 400 \\ \Leftrightarrow \overline{DF}^2 &= 144 \\ \Leftrightarrow \overline{DF} &= \sqrt{144} \vee \overline{DF} = -\sqrt{144} \\ \Leftrightarrow \overline{DF} &= 12 \vee \overline{DF} = -12\end{aligned}$$

Como $\overline{DF} > 0$, $\overline{DF} = 12$ cm.

$$\overline{DF} = \overline{EB} = 12 \text{ cm}$$

Área colorida = Área do quadrado - $A_{[DFC]} - A_{[EBC]}$

$$\text{Área}_{[ABCD]} = \ell^2 = 20^2 = 400 \text{ cm}^2$$

$$A_{[DFC]} - A_{[EBC]} = \frac{b \times h}{2} = \frac{20 \times 12}{2} = 120 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned}\text{Área colorida} &= 400 - 120 - 120 = \\ &= 160 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

22.

- 22.1. A área colorida do quadrado $[ABFG]$ é igual a metade da área do quadrado $[ABFG]$, ou seja, 18 u.a.
A área colorida do quadrado $[BCDE]$ é igual a $\frac{3}{4}$ da área do quadrado $[BCDE]$, ou seja, $\frac{3}{4} \times 64 = 48$ u.a.
A área total das zonas sombreadas é: $48 + 18 = 66 \text{ cm}^2$

R.: [B]

- 22.2. $A_{[ABFG]} = 36$ u.a., então $\overline{GF} = \sqrt{36} = 6$ u.m.

$$A_{[BCDE]} = 64 \text{ u.a.}, \text{ então } \overline{EB} = \sqrt{64} = 8 \text{ u.m.}$$

Como $\overline{BE} = 8$ e $\overline{BF} = 6$, então $\overline{FE} = 8 - 6 = 2$ u.m.

$[GFE]$ é um triângulo retângulo, assim:

$$\overline{EG}^2 = \overline{GF}^2 + \overline{FE}^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 6^2 + 2^2$$

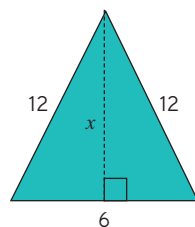
$$\Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 36 + 4$$

$$\Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 40$$

$$\Leftrightarrow \overline{EG} = \sqrt{40} \vee \overline{EG} = -\sqrt{40}$$

Como $\overline{EG} > 0$, $\overline{EG} = \sqrt{40}$ u.m.

- 23.



$$12^2 + x^2 + 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 144 - 36$$

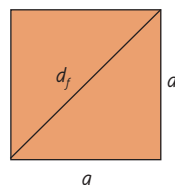
$$\Leftrightarrow x^2 = 108$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{108} \vee x = -\sqrt{108}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{108}$.

$$A = \frac{b \times h}{2} = \frac{12 \times \sqrt{108}}{2} = 6\sqrt{108} \approx 62,4 \text{ cm}^2$$

24. Consideremos um cubo de aresta a :



$$(d_f)^2 = a^2 + a^2 \Leftrightarrow d_f^2 = 2a^2 \Leftrightarrow d_f = \sqrt{2}a$$

↑

diagonal da face

$$(d_c)^2 = (d_f)^2 + a^2 \Leftrightarrow d_c^2 = (\sqrt{2}a)^2 + a^2$$

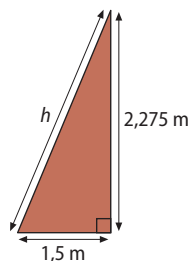
$$\Leftrightarrow d_c^2 = 2a^2 + a^2$$

$$\Leftrightarrow d_c^2 = 3a^2$$

$$\Leftrightarrow d_c = \sqrt{3a^2}$$

$$\text{ou } D = \sqrt{a^2 + a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2}$$

25. O esquema seguinte ilustra o problema:



$$h^2 = 2,275^2 + 1,5^2 \Leftrightarrow h^2 = 5,175\,625 + 2,25$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 7,425\,625$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{7,425\,625} \vee h = \sqrt{7,425\,625}$$

$$\Leftrightarrow h = -2,725 \vee h = 2,725$$

Como $h > 0$, $h = 2,725$.

Assim, a altura do bambu era 2,725 m + 2,275 m = 5 m.

R.: Antes de se ter partido, o bambu tinha 5 m de altura.

26.

- 26.1. Vamos calcular a hipotenusa do referido triângulo retângulo para verificar se o Vítor respondeu corretamente. Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 3^2 + 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 9 + 36$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 45$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{45} \vee h = \sqrt{45}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{45}$.

R.: O Vítor respondeu corretamente à questão apresentada.

- 26.2. Num triângulo retângulo, o maior dos três comprimentos corresponde à hipotenusa. Portanto, a hipotenusa não poderia medir 5 sabendo que um dos catetos mede 6. Isto exclui a opção [B]. A opção [C] também pode ser excluída, pois não se verifica a desigualdade triangular ($6 + 3 = 9$ e $9 < 10$).

27. Na figura está representado um setor circular [ABC]. O perímetro do setor corresponde à soma dos comprimentos dos segmentos de reta [AB] e [BC] e do arco AC.

Para calcular o comprimento dos segmentos de reta [AB] e [BC] (raios de um círculo) basta aplicar o Teorema de Pitágoras.

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$$

$$(\sqrt{200})^2 = 2\overline{AB}^2 \Leftrightarrow 2\overline{AB}^2 = 200$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = \frac{200}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{100} \vee \overline{AB} = \sqrt{100}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = 10 \vee \overline{AB} = -10$$

Como $\overline{AB} > 0$, $\overline{AB} = 10$. Assim, $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ cm.

Para calcular o comprimento do arco AC temos que calcular o perímetro do círculo de raio 10 cm e determinar a porção do perímetro que corresponde a um ângulo de 90° :

$$P_o = 2 \times \pi \times 10 = 20\pi \text{ cm}$$

$$20\pi \text{ cm} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 360^\circ$$

$$x \xrightarrow{\quad\quad\quad} 90^\circ$$

$$x = \frac{20\pi \times 90}{360} = 5\pi$$

Sendo assim, o perímetro do setor circular é:

$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 10 \text{ cm} + 10 \text{ cm} + (5\pi) \text{ cm}$$

$$P = (20 + 5\pi) \text{ cm}$$

R.: O perímetro do setor circular é $(20 + 5\pi) \text{ cm} \approx 35,71 \text{ cm}$.

28.

- 28.1. Os triângulos são semelhantes porque [ED] é a altura referente à hipotenusa que decompõe o triângulo [ABC] em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado.

28.2. a) $r = \frac{\overline{CB}}{\overline{CE}} = \frac{10}{5} = 2$

- b) Como o triângulo [CED] é retângulo, aplicando o Teorema de Pitágoras, obtemos $\overline{CD}$:

$$\overline{CE}^2 = \overline{CD}^2 + \overline{ED}^2 \Leftrightarrow 5^2 = \overline{CD}^2 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 25 - 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{CD}^2 = 16$$

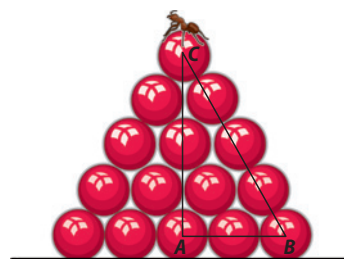
$$\Leftrightarrow \overline{CD} = \sqrt{16} \vee \overline{CD} = -\sqrt{16}$$

Como $\overline{CD} > 0$, $\overline{CD} = 4$ cm.

c) $\overline{AC} = 2 \times 4 = 8$ cm

$$\overline{AB} = 2 \times 3 = 6 \text{ cm}$$

29. Observando, com atenção, a figura verifica-se que é possível traçar o triângulo retângulo [ABC] representado. Assim:



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = 4r \\ r = 5 \text{ cm} \end{array} \right\} \overline{AB} = 20 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} = 8r \\ r = 5 \text{ cm} \end{array} \right\} \overline{BC} = 40 \text{ cm}$$

Pelo que:

$$\overline{AC}^2 + 20^2 = 40^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1600 - 400$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 1200$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{1200} \vee \overline{AC} = \sqrt{1200}$$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = \sqrt{1200}$.

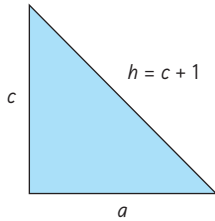
A distância do ponto C ao ponto onde se encontra a formiga é 5 cm. Da mesma forma, a distância do ponto A (centro de uma esfera) ao ponto em que a esfera toca o chão é 5 cm.

Então:

$$\text{Altura} = \sqrt{1200} \text{ cm} + 2 \times 5 \text{ cm} = (10 + \sqrt{1200}) \text{ cm} \approx 44,64 \text{ cm (2 c.d.)}$$

R.: A formiga encontra-se a, aproximadamente, 44,64 cm do chão.

30. Como a hipotenusa, h , e um dos catetos, c , são dois números inteiros consecutivos, então $h = c + 1$.



Aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo considerado, temos:

$$\begin{aligned}(c + 1)^2 &= c^2 + a^2 \Leftrightarrow c^2 + 2c + 1 - c^2 = a^2 \\ &\Leftrightarrow 2c + 1 = a^2 \\ &\Leftrightarrow c + c + 1 = a^2\end{aligned}$$

Como $h = c + 1$, então $c + h = a^2$.

31.

- 31.1. Sendo $a = m^2 - n^2$, $b = 2mn$ e $c = m^2 + n^2$, tem-se:

$$\begin{aligned}c^2 &= b^2 + a^2 \Leftrightarrow (m^2 + n^2)^2 = (2mn)^2 + (m^2 - n^2)^2 \\ &\Leftrightarrow m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = \\ &= 4m^2n^2 + m^4 - 2m^2n^2 + n^4 \\ &\Leftrightarrow 2m^2n^2 = 2m^2n^2\end{aligned}$$

- 31.2. Por exemplo, (5, 12, 13) e (24, 10, 26).

$$\begin{aligned}5 &= 3^2 - 2^2 \\ 12 : 2 &= 6 \text{ e } 6 = 2 \times 3 \\ 12 &= 2 \times 3 \times 2 \\ 13 &= 3^2 + 2^2 \\ \\ 26 &= 5^2 + 1^2 \\ 10 : 2 &= 5 \text{ e } 5 = 1 \times 5 \\ 10 &= 2 \times 5 \times 1 \\ 24 &= 5^2 - 1^2\end{aligned}$$

32. Tem-se:

$$\begin{aligned}(kx)^2 + (ky)^2 &= k^2x^2 + k^2y^2 = \\ &= k^2(x^2 + y^2) = \\ &= k^2z^2 = \\ &= (kz)^2\end{aligned}$$

Então, (x, y, z) é um terno pitagórico.

33. Consideremos $\overline{PQ} = \sqrt{20}$ cm, $\overline{PB} = 2x$ e $\overline{QB} = x$. Vamos determinar o valor de x , aplicando o Teorema de Pitágoras ao triângulo $[PBQ]$:

$$\begin{aligned}(\sqrt{20})^2 &= x^2 + (2x)^2 \Leftrightarrow 20 = x^2 + 4x^2 \\ &\Leftrightarrow 5x^2 = 20 \\ &\Leftrightarrow x^2 = 4 \\ &\Leftrightarrow x = 2\end{aligned}$$

$$\overline{BC} = 2 \times 3 = 6 \text{ m}$$

Assim:

$$A_{[ABCD]} = 6^2 = 36 \text{ cm}^2$$

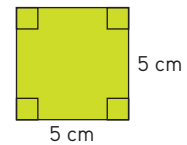
$$A_{[PQRS]} = \sqrt{20} \times \sqrt{20} = 20 \text{ cm}^2$$

A razão entre a área do quadrado $[ABCD]$ e a área do quadrado $[PQRS]$ é:

$$\frac{36}{20} = \frac{9}{5}$$

Testar – páginas 122 e 123

1. $A = 9 + 16 = 25 \text{ cm}^2$
 $\ell = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$



2. O triângulo é retângulo se verificar o Teorema de Pitágoras:

$$\overline{BA}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{CA}^2$$

$$20^2 = 12^2 + 16^2 \Leftrightarrow 400 = 144 + 256$$

$$\Leftrightarrow 400 = 400 \quad \text{Verdadeiro}$$

R.: O triângulo é retângulo.

3. Um terno (x, y, z) é pitagórico se verifica a condição $z^2 = x^2 + y^2$.

$$[A] \quad 32^2 = 10^2 + 20^2 \Leftrightarrow 1024 = 100 + 400$$

$$\Leftrightarrow 1024 = 500 \quad \text{Falso}$$

$$[B] \quad 14^2 = 6^2 + 8^2 \Leftrightarrow 196 = 36 + 64$$

$$\Leftrightarrow 196 = 100 \quad \text{Falso}$$

$$[C] \quad 26^2 = 24^2 + 10^2 \Leftrightarrow 676 = 576 + 100$$

$$\Leftrightarrow 676 = 676 \quad \text{Verdadeiro}$$

$$[D] \quad 13^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow 169 = 4 + 4$$

$$\Leftrightarrow 169 = 8 \quad \text{Falso}$$

R.: [C]

4.

$$4.1. \quad \frac{x}{12} = \frac{16}{20}$$

- 4.2. Determinemos o valor de x :

$$x = \frac{12 \times 16}{20} = 9,6$$

Sabemos a medida da hipotenusa e de um dos catetos, aplicando o Teorema de Pitágoras, calculamos a medida do outro cateto:

$$12^2 = 9,6^2 + y^2 \Leftrightarrow y^2 = 144 - 92,16$$

$$\Leftrightarrow y^2 = 51,84$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{51,84} \vee y = -\sqrt{51,84}$$

Como $y > 0$, $y = \sqrt{51,84}$.

A área do triângulo mais pequeno é dada por:

$$A = \frac{\sqrt{51,84} \times 9,6}{2} \approx 34,56 \text{ u.a.}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad d^2 &= 5^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 25 + 16 \\
 &\Leftrightarrow d^2 = 41 \\
 &\Leftrightarrow d = \sqrt{41} \vee d = -\sqrt{41}
 \end{aligned}$$

Como $d > 0$, $d = \sqrt{41}$.

$$d_{\text{facial}} = \sqrt{3^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{50}$$

$$P = (\sqrt{41} + \sqrt{50} + 3) \text{ cm}$$

$$A = \frac{\sqrt{41} \times 3}{2} \text{ cm}^2$$

$$6. \quad \overline{AB} = \overline{AD} = 6 \text{ cm}$$

Como $\overline{DC} = 2 \text{ cm}$, $\overline{AC} = 6 + 2 = 8 \text{ cm}$.

Como o triângulo $[ABC]$ é retângulo, aplicando o Teorema de Pitágoras calculamos $\overline{BD}$:

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 \Leftrightarrow 8^2 = 6^2 + \overline{BC}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 64 - 36$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 28$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \sqrt{28} \vee \overline{BC} = -\sqrt{28}$$

Como $\overline{BC} > 0$, $\overline{BC} = \sqrt{28} \text{ cm}$.

7.

7.1. Os segmentos de reta $[AB]$ e $[AD]$ têm o mesmo comprimento, pois são ambos raios da circunferência. Assim, A é o ponto médio do lado $[BD]$ do triângulo $[BCD]$, pelo que $[AC]$ é uma mediana do triângulo $[BCD]$. Como uma mediana divide o triângulo em dois triângulos equivalentes, então os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ são equivalentes, ou seja, têm a mesma área. A afirmação é verdadeira.

7.2. O triângulo $[BDC]$ é retângulo e $[GC]$ é a altura relativa à hipotenusa. Sabemos que a altura referente à hipotenusa decompõe um triângulo retângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Então, os triângulos $[GDC]$ e $[GBC]$ são semelhantes.

7.3. Pela alínea 7.1. sabemos que os triângulos $[ABC]$ e $[ACD]$ são equivalentes. Assim, precisamos de determinar o comprimento do segmento de reta $[GC]$ (altura do triângulo $[ACD]$) para calcular a sua área. Como $[BCD]$ é um triângulo retângulo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para calcular o cateto desconhecido (a hipotenusa corresponde ao diâmetro do círculo).

$$\overline{BC}^2 + 8^2 = 17^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 289 - 64$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 225$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -\sqrt{225} \vee \overline{BC} = \sqrt{225}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = -15 \vee \overline{BC} = 15$$

Como $\overline{BC} > 0$, $\overline{BC} = 15$.

Pela alínea 7.2. sabemos que os triângulos $[GCD]$ e $[BDC]$ são semelhantes e, portanto, têm os lados proporcionais, pelo que $\frac{\overline{BD}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DC}}{\overline{GC}}$.

$$\frac{17}{15} = \frac{8}{\overline{GC}}$$

$$\Leftrightarrow 17\overline{GC} = 8 \times 15$$

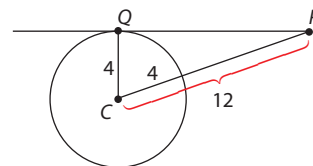
$$\Leftrightarrow \overline{GC} = \frac{120}{17}$$

Vamos calcular a área do triângulo $[ACD]$:

$$\begin{aligned}
 A_{[ACD]} &= \frac{b \times h}{2} \\
 b &= 8,5 \\
 h &= \frac{120}{17}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} A_{[ACD]} &= \frac{b \times h}{2} \\ b &= 8,5 \\ h &= \frac{120}{17} \end{aligned}} \right\}
 \begin{aligned}
 A_{[ACD]} &= \frac{8,5 \times \frac{120}{17}}{2} \\
 \Leftrightarrow A_{[ACD]} &= \frac{1020}{34} \\
 \Leftrightarrow A_{[ACD]} &= 30
 \end{aligned}$$

Então, a área do triângulo $[ABC]$ é 30 cm^2 .

$$\begin{aligned}
 8. \quad \overline{QC} &= 4 \text{ cm} \\
 \overline{CP} &= 12 \text{ cm} \\
 \overline{QP} &= ?
 \end{aligned}$$



Como o triângulo $[QPC]$ é retângulo, aplicando o Teorema de Pitágoras calculamos o comprimento de $\overline{QP}$:

$$\overline{CP}^2 = \overline{QC}^2 + \overline{QP}^2 \Leftrightarrow 12^2 = 4^2 + \overline{QP}^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{QP}^2 = 144 - 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{QP}^2 = 128$$

$$\Leftrightarrow \overline{QP} = \sqrt{128} \vee \overline{QP} = -\sqrt{128}$$

Como $\overline{QP} > 0$, $\overline{QP} = \sqrt{128} \text{ cm}$.

A área do triângulo $[CPQ]$ é:

$$\begin{aligned}
 A &= \frac{b \times h}{2} = \\
 &= \frac{\overline{QC} \times \overline{QP}}{2} = \\
 &= \frac{4 \times \sqrt{128}}{2} = \\
 &= 2\sqrt{128} \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

$$9. \quad r = 2 \text{ cm}$$

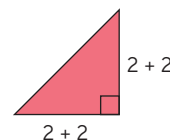
$$x^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow x^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{32} \vee x = -\sqrt{32}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{32}$.

$$\text{Nota: } \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{32} + 2 + 2 = \sqrt{32} + 4 = (2\sqrt{8} + 4) \text{ cm}$$



10.

10.1. Sabemos que o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A , $\overline{AB} = 8$ mm e $\overline{BC} = 10$ mm. Aplicando o Teorema de Pitágoras determinamos $\overline{AC}$:

$$\begin{aligned}\overline{CB}^2 &= \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 \Leftrightarrow 10^2 = \overline{AC}^2 + 8^2 \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 100 - 64 \\ \Leftrightarrow \overline{AC}^2 &= 36 \\ \Leftrightarrow \overline{AC} &= \sqrt{36} \vee \overline{AC} = -\sqrt{36}\end{aligned}$$

Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = 6$ mm.

10.2. $\frac{\overline{AD}}{\overline{DC}} = \frac{8}{10} \Leftrightarrow 10 \overline{AD} = 8 \overline{DC}$

Como $\overline{AD} + \overline{DC} = 6$, então $\overline{DC} = 6 - \overline{AD}$.

Assim:

$$\begin{aligned}10 \overline{AD} &= 8 \overline{DC} \Leftrightarrow 10 \overline{AD} = 8(6 - \overline{AD}) \\ \Leftrightarrow 10 \overline{AD} &= 48 - 8 \overline{AD} \\ \Leftrightarrow 18 \overline{AD} &= 48 \\ \Leftrightarrow \overline{AD} &= \frac{48}{18} \\ \Leftrightarrow \overline{AD} &= \frac{8}{3} \text{ mm}\end{aligned}$$

$$\overline{DC} = 6 - \frac{8}{3} \Leftrightarrow \overline{DC} = \frac{10}{3} \text{ mm}$$

Volume 2

Unidade 4 – Organização e tratamento de dados

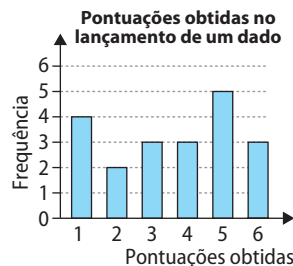
Aplicar – página 9

1. $\bar{x} = \frac{2 + 8 + 7 + 9 + 7 + 8 + 1 + 2 + 2 + 3 + 6}{11} = 5$

$Mo = 2$ porque é o valor que ocorre com maior frequência.

2.

20 2.1.



2.2. $Mo = 5$ porque é o valor que ocorre com maior frequência.

$$\bar{x} = \frac{1 \times 4 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 3 + 5 \times 5 + 6 \times 3}{20} = 3,6$$

2.3.

Pontuações	Frequência absoluta	Frequência relativa
1	4	$\frac{4}{20} = 0,2$ (20%)
2	2	$\frac{2}{20} = 0,1$ (10%)
3	3	$\frac{3}{20} = 0,15$ (15%)
4	3	$\frac{3}{20} = 0,15$ (15%)
5	5	$\frac{5}{20} = 0,25$ (25%)
6	3	$\frac{3}{20} = 0,15$ (15%)

3.

3.1. Como os alunos com 14 anos correspondem a 80%, então $25 \times 0,8 = 20$ alunos.

3.2. $\bar{x} = \frac{13 \times 6 + 14 \times 6 + 15 \times 0}{6 + 6} = 13,5$ anos

3.3. A turma A porque a média de idades da turma B é 13,5 e a turma A tem 80% dos alunos com 14 anos.

4. $\bar{x} = \frac{13 \times 5 + 14 \times 40 + 15 \times 25 + 16 \times 10}{5 + 40 + 25 + 10} = 14,5$ anos

Aplicar – página 11

1. $\bar{x} = \frac{4 + 8 + 7 + 12 + 10 + 8 + 1 + 5 + 2 + 3 + 6}{11} = 6$

Para determinar a mediana, precisamos de ordenar o conjunto de dados. Assim:

1 2 3 4 5 6 7 8 8 10 12

Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor central, logo $Me = 6$.

2.

2.1. $\bar{x} = \frac{8 \times 10 + 15 \times 2 + 20 \times 6}{16} = 14,375$

Para determinar a mediana, precisamos de ordenar o conjunto de dados. Assim:

10 10 10 10 10 10 10 10 10 15 15 20 20 20 20 20 20

$$Me = \frac{10 + 15}{2} = 12,5$$

2.2. O novo elemento a acrescentar é o 12,5.

3.

3.1. $\bar{x} = \frac{24 + 26 + 21 + 28 + 23 + 25}{6} = 24,5$

Ordenando o conjunto de dados:

21 23 24 25 26 28

$$Me = \frac{24 + 25}{2} = 24,5$$

$$3.2. \bar{x} = \frac{24 + 26 + 21 + 28 + 23 + 25 + 59}{7} = 29,4$$

Ordenando o conjunto de dados:

22 23 24 **25** 26 28 59

Como o número de dados é ímpar, a mediana é o valor central, logo $Me = 25$.

3.3. A mediana porque é o valor mais aproximado da maior parte das idades.

4.

$$4.1. \bar{x} = \frac{0 \times 9 + 1 \times 6 + 2 \times 2 + 3 \times 0 + 4 \times 2 + 5 \times 1}{9 + 6 + 2 + 0 + 2 + 1} = 1,15$$

4.2. Ordenando os dados:

0 0 0 0 0 0 0 0 **1 1** 1 1 1 1 2 2 4 4 5

Como o número de dados é par, a mediana é a média dos dois valores centrais, logo $Me = \frac{1 + 1}{2} = 1$.

5.

5.1. O número mínimo é 1 e o número máximo é 13, porque se a mediana é 4 e o número total é 27, à direita da mediana temos doze 4 e um 8.

5.2. 1 2 2 2 2 3 ... 3 4 8

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 \times 4 + 3 \times 20 + 4 + 8}{27} = 3$$

1 aluno com uma falta, 4 alunos com duas faltas, 20 alunos com três faltas, 1 aluno com quatro faltas e 1 aluno com oito faltas.

Aplicar – páginas 16 e 17

2.

2.1. Ordenando os dados:

32 32 32 33 34 34 **35 37** 40 43 45 47 47 48

$$Q2 = Me = \frac{35 + 37}{2} = 36$$

$Q1 = 33$, porque 32 32 32 **33** 34 34 35

$$Q1 = 33$$

$Q3 = 45$, porque 37 40 43 **45** 47 47 48

$$Q3 = 45$$

2.2. Amplitude = valor máximo – valor mínimo =
 $= 48 - 32 =$
 $= 16$

$$\begin{aligned} \text{Amplitude interquartis} &= Q3 - Q1 = \\ &= 45 - 33 = \\ &= 12 \end{aligned}$$

3.

3.1. Autonomia máxima: 800 km

Autonomia mínima: 450 km

3.2. $Q1 = 550$; $Me = 600$; $Q3 = 700$

3.3. Amplitude interquartis = $Q3 - Q1 =$
 $= 700 - 550 =$
 $= 150 \text{ km}$

4. Para construir o diagrama de extremos e quartis é necessário:

- o valor mínimo: 50
- o valor máximo: 99
- o 1º quartil, a mediana e o 3º quartil:

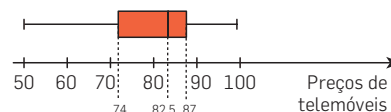
Ordenando os dados, temos:

50 63 65 74 **74** 77 78 81 **81 84** 85 86 86 **87** 89 91 94 99

$$Q1 = 74$$

$$Q3 = 87$$

$$Q2 = Me = \frac{81 + 84}{2} = 82,5$$



5. Amplitude = valor máximo – valor mínimo =
 $= 150 - 115 =$
 $= 35$

Ordenando os dados, temos:

115 120 **126 127** 128 129 **131** 132 135 **140 142** 144 150

$$Q1 = \frac{126 + 127}{2} =$$

$$= 126,5$$

$$Q2 = Me$$

$$Q3 = \frac{140 + 142}{2} =$$

$$= 141$$

Amplitude interquartis = $Q3 - Q1 =$
 $= 141 - 126,5 =$
 $= 14,5$

6.

6.1. Número máximo de calorias ≈ 575

Número mínimo de calorias ≈ 275

6.2. $Q1 \approx 310$

$Q3 \approx 425$

Amplitude interquartis = $Q3 - Q1 \approx 425 - 310 \approx 115$

6.3. A afirmação é verdadeira. Como o valor da mediana é, aproximadamente, 365, sabe-se que 50% dos dados se encontram à esquerda deste valor e os restantes 50% à sua direita. Logo, metade dos bolos analisados têm, pelo menos, 365 calorias.

7.

7.1. 150 jornais.

7.2. 240 jornais.

- 7.3. Como os dados foram recolhidos ao longo de 16 dias, 179 é o 1º quartil e 211 é o 3º quartil, então as vendas diárias do jornal A foram superiores a 179 e inferiores a 211 jornais durante 8 dias.
- 7.4. Do jornal B, porque 189 jornais corresponde ao 1º quartil dessa distribuição, o que quer dizer que os valores superiores a 189 correspondem a $\frac{3}{4}$ dos dias, enquanto no jornal A o valor 189 corresponde ao 2º quartil.
- 7.5. O jornal B, porque 50% dos jornais vendidos corresponde, no jornal B, ao valor 219, enquanto no jornal A corresponde ao valor 189.

Praticar – páginas 18 e 23

1. Ordenando os dados:

8 8 9 9 10 10 11 13 16 19 19 21 22 22 22

↑ ↑ ↑

$Q1 = 9$ $Me = 13$ $Q3 = 21$

2. Ordenando os valores:

7 7 7 8 9 9 9 10 10 13 15 18 20 21 21 21

↑

$Me = \frac{10 + 10}{2} = 10$

7 7 7 8 9 9 9 10 10 13 15 18 20 21 21 21

↑ ↑

$Q1 = \frac{8 + 9}{2} = 8,5$ $Q3 = \frac{18 + 20}{2} = 19$

3. Amplitude = valor máximo – valor mínimo =
= $130 - 95 =$
= 35

Ordenando os dados:

95 100 106 107 108 109 111 112 115 120 122 124 130

↑ ↑ ↑

$Q1 = \frac{106 + 107}{2} =$ $Me = 111$ $Q3 = \frac{120 + 122}{2} =$
= 106,5 = 121

Amplitude interquartis = $Q3 - Q1 =$
= $121 - 106,5 =$
= 14,5

- 4.

- 4.1. Como 4 é o número mínimo de horas, a percentagem de amigos do Nuno que gasta menos de 4 horas semanais no ginásio é 0%.

- 4.2. Como o 3º quartil é 9, quer dizer que 75% dos amigos do Nuno gasta menos de 9 horas semanais no ginásio, ou seja, 25% gasta 9 ou mais horas semanais no ginásio.
- 4.3. Como o 2º quartil é 8 e o 3º quartil é 9, quer dizer que 25% dos amigos do Nuno gasta mais de 8 e menos de 9 horas semanais no ginásio.

5.

- 5.1. a) ordenando os dados:

1 0 2 3 6 2 1 3 1 1 4 0 5 4 2 0	1 0 2 3 6 2 1 3 1 1 4 0 5 0 2 4
---	---

- b) ordenando os dados:

2 0 2 4 1 3 5 0 3 1 1 4 3 0	2 0 1 2 4 3 0 1 1 3 5 4 0 3
---	---

- 5.2. a) $\bar{x} = \frac{10 + 12 + 13 + 16 + 21 + 2 \times 31 + 40 + 50 + 52 + 54}{11} =$
= $\frac{330}{11} =$
= 30

Ordenando os dados:

10 12 13 16 21 31 34 40 50 52 54

Como o número de dados do conjunto é ímpar, a mediana é o valor central, ou seja, $Me = 31$.

A moda é 31 porque é o valor que ocorre o maior número de vezes.

- b) $\bar{x} = \frac{20 + 21 + 22 + 24 + 30 + 31 \times 2 + 33 + 35 + 40 + 43}{11} =$
= 30

Ordenando os dados:

20 21 22 24 30 31 31 33 35 40 43

Como o número de dados do conjunto é ímpar, a mediana é o valor central, ou seja, $Me = 31$.

A moda é 31 porque é o valor que ocorre o maior número de vezes.

- 5.3. Analisando as duas alíneas anteriores, verificamos que distribuições de dados distintas podem apresentar os mesmos valores nas medidas de localização.

- 5.4. a) Ordenando os dados:

10 12 13 16 21 31 31 40 50 52 54

↑ ↑

$Q1 = 13$ $Q3 = 50$

Amplitude interquartis = $Q3 - Q1 =$
= $50 - 13 =$
= 37

b) Ordenando os dados:

20 21 **22** 24 36 **31** 31 33 **35** 40 43

$$Q1 = 22$$

$$Q3 = 35$$

$$\begin{aligned} \text{Amplitude interquartis} &= Q3 - Q1 = \\ &= 35 - 22 = \\ &= 13 \end{aligned}$$

6.

$$6.1. \bar{x} = \frac{85 + 39 + 77 + 86 + 82}{5} = 73,8$$

Ordenando as classificações dos testes:

39 77 **82** 85 86

Como o número de dados do conjunto é ímpar, a mediana é o valor central, ou seja, $Me = 82$.

A distribuição é amodal porque todas as classificações ocorrem o mesmo número de vezes (um).

6.2. O 1º quartil obtém-se calculando a mediana dos dados que ficam à esquerda da mediana:

$$Q1 = \frac{39 + 77}{2} = 58$$

Da mesma forma, o 3º quartil obtém-se calculando a mediana dos dados que ficam à direita da mediana:

$$Q3 = \frac{85 + 86}{2} = 85,5$$

6.3. A mediana é a medida de localização que melhor caracteriza as classificações obtidas pela Mara nos Testes de Matemática, $Me = 82$, uma vez que obteve 3 testes com classificação superior a 80.

7.

7.1. A classificação máxima obtida foi 93%.

7.2. A afirmação é verdadeira, pois 62% corresponde ao $Q2$ (mediana).

7.3. Como 56 corresponde ao $Q1$, então 75% dos alunos tem classificação superior a 56%. Assim, existem 18 alunos com classificação superior a 56% ($75\% \times 24 = 18$).

8. Amplitude = valor máximo - valor mínimo =
 $= 24 - 1 =$
 $= 23$

Ordenando os dados:

1 2 **3** 7 10 **10** 11 13 **13** 16 24

$$Q1 = 3 \quad Me = Q2 = 10 \quad Q3 = 13$$

$$\begin{aligned} \text{Amplitude interquartis} &= Q3 - Q1 = \\ &= 13 - 3 = \\ &= 10 \end{aligned}$$

9.

9.1. A pontuação máxima atingida foi 31 pontos.

9.2. Como 13 corresponde à mediana, então $12 : 2 = 6$ jogadores.

9.3. A afirmação é falsa porque 8 corresponde a 25% dos pontos marcados e 17 corresponde a 75%, o que significa que o número de jogadores que marcaram no máximo 8 pontos foi igual ao número de jogadores que marcaram pelo menos 17 pontos.

10.

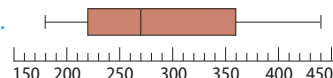
10.1. Ordenando os dados:

180 190 **220** 240 **270 270** 300 **360** 400 490

$$Q1 = 220 \quad Me = \frac{270 + 270}{2} = 270 \quad Q3 = 360$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{180 + 190 + 220 + 240 + 2 \times 270 + 300 + 360 + 400 + 440}{10} = \\ &= 287 \end{aligned}$$

10.2.



11.

11.1. Como $\bar{x} = 4$, então:

$$\frac{3 \times 12 + 4 \times 11 + 6 \times 3 + 2 \times p}{12 + 11 + 3 + 2} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{36 + 44 + 18 + 2p}{28} = 4$$

$$\Leftrightarrow 98 + 2p = 112$$

$$\Leftrightarrow 2p = 14 \Leftrightarrow p = 7$$

11.2. Como 16 corresponde ao 1º quartil, ou seja, a 25% dos dados, então $25\% \times 28 = 7$ alunos.

11.3. A afirmação é falsa porque 18 não corresponde a 50%, mas sim a 75%, o que significa que 25% dos alunos inquiridos tem 18 ou mais anos de idade.

12.

12.1. Como a amplitude é igual a 21 e o valor mínimo é 3, então o valor máximo é $21 + 3 = 24$.

12.2. Como a amplitude interquartis é 4 e o 1º quartil é 16, o 3º quartil é igual a $16 + 4 = 20$.

12.3. Diagrama B.

13.

13.1. ordenando os dados:

7	9	7	6	6	7	7	9	7	7	6	6	7	7	7	9	9
8	0	4	5	0	5	4	5	5	8	0	0	4	4	5	5	5
9	3	6	3	8	6				9	3	3	6	6	8		
10	1	6							10	1	6					

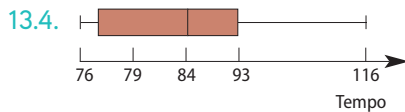
13.2. Ordenando os dados:

76 76 77 77 77 77 79 79 80 80 84 84 85 85 85 93 93 96 96 98 101 106

$$Q1 = 77 \quad Q2 = Me = 84 \quad Q3 = 93$$

$$\begin{aligned} 13.3. \text{ Amplitude} &= \text{valor máximo} - \text{valor mínimo} = \\ &= 106 - 76 = \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Amplitude interquartis} &= Q3 - Q1 = \\ &= 93 - 77 = \\ &= 16 \end{aligned}$$



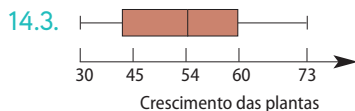
13.5. Como $Q1 = 77$, que corresponde a 25%, e o valor seguinte é 79, a percentagem de registos em que se verificou uma demora igual ou superior a 79 foi de 75%.

14.

$$\begin{aligned} 14.1. \bar{x} &= \frac{30 + 31 + 33 + 34 + 41 \times 2 + 44 + 46 + 47 \times 2 + 49 + 52 + 53 \times 2 +}{29} \\ &\quad + \frac{54 \times 3 + 55 + 56 + 58 + 60 \times 3 + 61 + 62 + 66 + 69 + 72 + 73}{29} = \\ &\approx 52,2 \end{aligned}$$

$Mo = 54$ e 60 porque é os valores que se repetem um maior número de vezes (bimodal).

$$14.2. Q2 = 54; Q1 = \frac{44 + 46}{2} = 45 \text{ e } Q3 = \frac{60 + 60}{2} = 60$$



14.4. Como $Q1 = 45$, que corresponde a 25% dos dados, então a percentagem de árvores que têm uma altura superior a 45 cm é 75%.

15.

$$15.1. \bar{x} = \frac{0 \times 5 + 1 \times 417 + 2 \times 450 + 3 \times 128}{1000} = 1,701$$

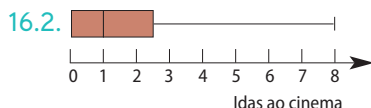
$Mo = 2$ porque é o valor que ocorre mais vezes.

$$15.2. Q1 = 0; Me = Q2 = 1 \text{ e } Q3 = 1$$

16.

16.1. Os extremos são o 0 e o 8.

$$Q1 = 0; Q2 = 1 \text{ e } Q3 = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$



17.

17.1. Na cidade B (320 mm).

17.2. Na cidade A, 110 mm corresponde ao $Q3$ da distribuição. Como à direita do $Q3$ se situam 25% dos dados, a cidade A verificou uma precipitação maior ou igual a 110 mm em 25% dos dias do mês de janeiro.

17.3. Na cidade B, 50 mm e 170 mm correspondem aos $Q1$ e $Q3$. Logo, sabe-se que 50% dos dados pertencem a esse intervalo. Como o mês de janeiro tem 31 dias, pode afirmar-se que tal se verificou durante, aproximadamente, 15 dias.

17.5. A afirmação é falsa. Como se pode observar ambas as cidades registaram como precipitação mínima zero, ou seja, não choveu em, pelo menos, um dia.

18. 25% de 1200 corresponde a 300 utentes. Como é metade, $300 : 2 = 150$ utentes.

19.

$$\begin{aligned} 19.1. \text{ a) Amplitude} &= \text{valor máximo} - \text{valor mínimo} = \\ &= 5 - (-11) = \\ &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \bar{x} &= \frac{-11 + (-8) + (-2) + (-10) + 0 + 5 + (-6) + 4 + 1 + 3 + 4 + (-7)}{12} \approx \\ &\approx -2,25 \end{aligned}$$

Ordenando os dados:

-11 -10 -8 -7 -6 -2 0 1 3 4 4 5

Como o número de dados é par, a mediana é a média dos dois valores centrais, logo $Me = \frac{-2 + 0}{2} = -1$.

c) O 1º quartil obtém-se calculando a mediana dos dados que ficam à esquerda da mediana:

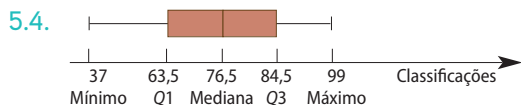
$$Q1 = \frac{-8 + (-7)}{2} = -7,5$$

Da mesma forma, o 3º quartil obtém-se calculando a mediana dos dados que ficam à direita da mediana:

$$Q3 = \frac{3 + 4}{2} = 3,5$$

$$\begin{aligned} \text{Amplitude interquartis} &= Q3 - Q1 = \\ &= 3,5 - (-7,5) = \\ &= 11 \end{aligned}$$

19.2. 3,5 é o valor do $Q3$. Como se sabe, 75% dos dados encontram-se à esquerda deste valor, pelo que se registaram temperaturas inferiores a 3,5 °C em 75% dos locais.



5.5. 12 alunos.

6.

6.1. A moda é 1 porque é o valor que ocorre com maior frequência.

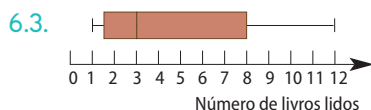
$$\bar{x} = \frac{1 \times 10 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 7 \times 4 + 8 \times 3 + 10 \times 1 + 11 \times 3 + 12 \times 5}{40}$$

$$= 5$$

6.2. $Q1 = \frac{1+2}{2} = 1,5$

$$Q2 = Me = 3$$

$$Q3 = 8$$



7.

7.1. A cidade que verificou a temperatura mais baixa durante o mês de julho foi Bragança.

7.2. A cidade que teve maior amplitude térmica foi Bragança.

7.3. A mediana corresponde ao Q2, ou seja, 25° em Bragança e 30° em Faro.

7.4. Foi a cidade de Faro, pois é a que apresenta valores mais elevados.

7.5. Como o 3º quartil de Bragança é 28°, corresponde ao 1º quartil de Faro, ou seja, os valores superiores correspondem a 75%.

7.6. Como $Q1 = 24$, 25% de 31 é aproximadamente 8 dias.

7.7. A afirmação é verdadeira porque $Q2 = 25^\circ$, ou seja, é o valor central.

2.3. $(-1)^{1002} = +1$

2.4. $(-1)^{101} = -1$

3.

3.1. Negativo.

3.2. Positivo.

3.3. Positivo.

4.

4.1. $(-3)^{33} < (-3)^2$

4.2. $0 < (-12)^2$

4.3. $(-13)^3 > (-13)^{33}$

4.4. $(-12)^4 = (+12)^4$

5.

5.1. $(-5)^2 + (-4)^2 + (-1)^{1003} = 25 + 16 - 1 = 40$

5.2. $3^2 + (-2)^3 - (-1)^3 = 9 - 8 + 1 = 2$

5.3. $4(2^3 - 5^2) + (-2)^3 \times (-1)^{703} =$
 $= 4(8 - 25) + (-8) \times (-1) =$
 $= -68 + 8 = -60$

6.

6.1. $2^2 = 4$

6.2. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$

6.3. $\left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$

6.4. $(-3)^3 = -27$

6.5. $\left(-\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16}$

6.6. $(3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

6.7. $3 \times 5^3 = 3 \times 125 = 375$

6.8. $9^2 - 4^3 = 81 - 64 = 17$

6.9. $2^3 + 10^2 = 8 + 100 = 108$

7.

7.1. Como $4 = 2^2$, $a = 2$.

7.2. Como $27 = 3^3$, $a = 3$.

7.3. Como $125 = 5^3$, $a = 5$.

7.4. $a = 10\,000$

7.5. Como $2^4 = (2^2)^2 = 4^2$, $a = 4$.

7.6. $a = 3$

7.7. $a = 0$

7.8. $a = -1$ ou $a = 1$

7.9. Como $1000 = 10^3$, $a = 10$.

7.10. $9 \times 81 = 3^2 \times 3^4 = 3^6$. Logo, $a = 6$.

7.11. Como $4 = 2^2$, $a = 2$.

7.12. $25 \times 125 = 5^2 \times 5^3 = 5^5$. Logo, $a = 5$.

Unidade 5 – Números

Aplicar – página 31

1.

Potência	$(-3)^{10}$	$(+27)^{20}$	$(-13)^{31}$	$(+12)^{40}$
Sinal	+	+	-	+
	↑ expoente par	↑ base positiva	↑ base negativa e expoente ímpar	↑ base positiva

2.

2.1. $(-1)^{300} = +1$

2.2. $(-1)^{33} = -1$

Aplicar – páginas 42 e 43

2.

$$\begin{array}{r} 2,0000 \\ 20 \overline{) 3} \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{2}{3} = 0,6 \quad \text{período 6}$$

$$\begin{array}{r} 12,0000 \\ 100 \overline{) 11} \\ \underline{100} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 100 \\ \underline{100} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{12}{11} = 1,09 \quad \text{período 09}$$

$$\begin{array}{r} 1,0 \\ 0 \overline{) 5} \\ \underline{0} \\ 5 \\ \underline{5} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\begin{array}{r} 11,0000 \\ 50 \overline{) 6} \\ \underline{50} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{11}{6} = 1,8(3) \quad \text{período 3}$$

$$\begin{array}{r} 17,000 \\ 10 \overline{) 8} \\ \underline{10} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{17}{8} = 2,125$$

$$\begin{array}{r} 30,0000000 \\ 20 \overline{) 7} \\ \underline{20} \\ 60 \\ \underline{60} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 50 \\ \underline{50} \\ 10 \\ \underline{10} \\ 30 \\ \underline{30} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 6 \end{array}$$

$$\frac{30}{7} = 4,285714 \quad \text{período 285714}$$

3. “A fração $\frac{7}{15}$ não pode ser representada por uma dízima **finita**, uma vez que 15 tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5.”

4.

$$4.1. \quad 10 \times 4,7 = 47, \text{ logo } 4,7 = \frac{47}{10}.$$

$$4.2. \quad 3,05 \times 100 = 305, \text{ logo } 3,05 = \frac{305}{100}.$$

$$\text{Como } 305 = 5 \times 61 \text{ e } 100 = 2^2 \times 5^2, \text{ então } \frac{305}{100} = \frac{5 \times 61}{2^2 \times 5^2} = \frac{61}{2^2 \times 5} = \frac{61}{20}.$$

$$4.3. \quad 12,12 \times 100 = 1212, \text{ logo } 12,12 = \frac{1212}{100}.$$

$$\text{Como } 1212 = 2^2 \times 3 \times 101 \text{ e } 100 = 2^2 \times 5^2, \text{ então } \frac{1212}{100} = \frac{2^2 \times 3 \times 101}{2^2 \times 5^2} = \frac{303}{25}.$$

$$4.4. \quad 35,157 \times 1000 = 35\,157, \text{ logo } 35,157 = \frac{35\,157}{1000}.$$

$$4.5. \quad 3,(2) \times 10 = 32,(2)$$

$$\text{Como } 32,(2) - 3,(2) = 29, \text{ então } 3,(2) = \frac{29}{9}.$$

$$4.6. \quad 2,(32) \times 100 = 232,(32)$$

$$\text{Como } 232,(32) - 2,(32) = 230, \text{ então } 2,(32) = \frac{230}{99}.$$

$$4.7. \quad 4,(007) \times 1000 = 4007,(007)$$

$$\text{Como } 4007,(007) - 4,(007) = 4003, \text{ então } 4,(007) = \frac{4003}{999}.$$

$$4.8. \quad 1,(0008) \times 10\,000 = 10\,008,(0008)$$

$$\text{Como } 10008,(0008) - 1,(0008) = 10\,007, \text{ então } 1,(0008) = \frac{10\,007}{9999}.$$

5.

5.1. Como são 8 triângulos e 5 estão pintados, então:

$$\frac{5}{8} = 0,625$$

$$\begin{array}{r} 5,000 \\ 20 \overline{) 3} \\ \underline{20} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

5.2. São 3 quadrados pintados mais $\frac{1}{4}$ de um.

$$3 \frac{1}{4} = \frac{13}{4} = 3,25$$

$$\begin{array}{r} 13,00 \\ 10 \overline{) 4} \\ \underline{10} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

6.

$$6.1. \text{ e } 6.2. \quad \frac{3}{8} = 0,375$$

$$\begin{array}{r} 3,000 \\ 60 \overline{) 8} \\ \underline{60} \\ 40 \end{array}$$

$$\frac{7}{16} = 0,4375$$

$$\begin{array}{r} 7,0000 \\ 60 \overline{) 16} \\ \underline{60} \\ 120 \\ \underline{120} \\ 80 \\ \underline{80} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{14}{25} = 0,56$$

$$\begin{array}{r} 14,00 \\ 150 \overline{) 25} \\ \underline{150} \\ 0 \end{array}$$

6.3. São dízimas finitas.

7.

7.1. $\frac{3}{25}$ é uma dízima finita porque $25 = 5^2$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

7.2. $\frac{13}{20}$ é uma dízima finita porque $20 = 2^2 \times 5$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

7.3. $\frac{7}{36}$ é uma dízima infinita periódica porque $36 = 2^2 \times 3^2$ tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5.

7.4. $\frac{19}{24}$ é uma dízima infinita periódica porque $24 = 2^3 \times 3$ tem pelo menos um fator primo diferente de 2 e de 5.

7.5. $\frac{17}{500}$ é uma dízima finita porque $500 = 2^2 \times 5^3$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

7.6. $\frac{33}{50}$ é uma dízima finita porque $50 = 2 \times 5^2$ não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

8. $\frac{1}{7} = 0,142857$

9.

9.1. $4,7(21) \times 1000 = 4721,(21)$
Como $4721,(21) - 47,(21) = 4674$, então:

$$4,7(21) = \frac{4674}{990} = \frac{779}{165}$$

9.2. $7,(9) \times 10 = 79,(9)$

Como $79,(9) - 7,(9) = 72$, então $7,(9) = \frac{72}{9}$.

10.

10.1. $\frac{1}{11} = 0,(09)$

$$\begin{array}{r} 1,0000 \\ 11 \overline{) 100} \\ \underline{99} \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{2}{11} = 0,(18)$$

$$\begin{array}{r} 2,0000 \\ 11 \overline{) 20} \\ \underline{19} \\ 10 \\ \underline{9} \\ 1 \end{array}$$

$$\frac{3}{11} = 0,(27)$$

$$\begin{array}{r} 3,000 \\ 11 \overline{) 30} \\ \underline{27} \\ 30 \\ \underline{27} \\ 3 \end{array}$$

$$\frac{4}{11} = 0,(36)$$

$$\begin{array}{r} 4,000 \\ 11 \overline{) 40} \\ \underline{33} \\ 70 \\ \underline{66} \\ 40 \\ \underline{33} \\ 7 \end{array}$$

10.2. $\frac{5}{11} = 0,(45)$

$$\frac{6}{11} = 0,(54)$$

10.3. Basta multiplicar a dízima 0,(09) pelo numerador da fração.

10.4. $\frac{37}{11} = 37 \times (0,09) = 3,(36)$

$$\frac{15}{11} = 15 \times (0,09) = 1,(36)$$

11. Qualquer fração de denominador 9 e numerador menor do que 9 corresponde a uma dízima infinita periódica da forma 0,(a) em que a é o numerador da fração.

12. A afirmação é falsa. A fração não é irredutível, o fator primo 3 desaparece.

Aplicar – páginas 46 e 47

2.

2.1. $-2; -1\frac{1}{4}; -0,8; -\frac{1}{2}$

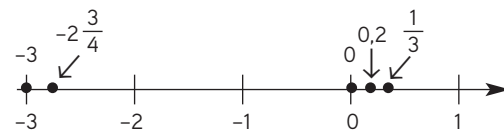
2.2. a) $-2 < -1\frac{1}{4}$

b) $-\frac{1}{2} > -1\frac{1}{4}$

c) $0,8 > -0,8$

d) $-\frac{1}{2} > -0,8$

2.3. A afirmação do Filipe é falsa. Todos os números inteiros são racionais porque se escrevem como uma fração de denominador 1, ou seja, $2 = \frac{2}{1}$ e $-2 = \frac{-2}{1}$.

20 3.

Os números negativos encontram-se à esquerda da origem e os positivos encontram-se à direita. 0 e -3 coincidem com a divisão da reta em unidades.

Para marcar 0,2 basta dividir o segmento de 0 a 1 em dez partes iguais e contar duas para a direita, partindo de 0.

Para marcar $\frac{1}{3}$ basta dividir o segmento de 0 a 1 em três partes iguais e contar uma para a direita, partindo de 0.

Para marcar $-2\frac{3}{4}$ basta dividir o segmento de -3 a -2 em quatro partes iguais e contar três, para a esquerda e partindo de -2.

4.

4.1. $\frac{3}{4}$, pois $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$ e $\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$.

4.2. $-\frac{3}{5}$, pois têm o mesmo denominador e $-3 > -7$.

4.3. $\frac{7}{5}$, pois $\frac{7}{5} = 1,4$ e $1,4 > 0,28$.

5.

5.1. $A \rightarrow \frac{2}{3}$ $B \rightarrow -\frac{1}{3}$

5.2. $A \rightarrow \frac{1}{4}$ $B \rightarrow 1\frac{3}{4}$ $C \rightarrow -\frac{1}{4}$

5.3. $A \rightarrow -0,2$ $B \rightarrow -0,8$ $C \rightarrow 0,2$

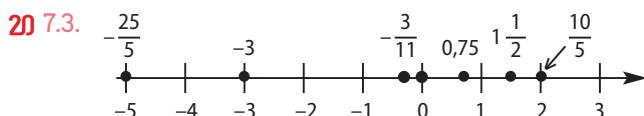
5.4. $A \rightarrow -0,9$ $B \rightarrow 0,2$ $C \rightarrow -1,3$

6. A Rita pode ter percorrido, por exemplo, 2,956 km.

7.

 7.1. Números inteiros: -3 , 0 , $-\frac{25}{5}$ e $\frac{10}{5}$

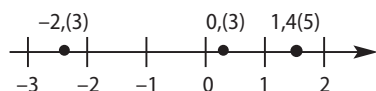
7.2. $-\frac{3}{11}$



7.4. $-\frac{25}{5} < -3 < -\frac{3}{11} < 0 < 0,75 < 1 < \frac{1}{2} < \frac{10}{5}$

8. [C] porque é a única em que o denominador é 5.

20 9.



$$0,(3) = \frac{1}{3}$$

$$1,4(5) = \frac{14}{10} = 1\frac{4}{10}$$

$$-2,(3) = -2\frac{1}{3}$$

10.

10.1. $\frac{1}{4} = \frac{5}{20}$ e $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

 Como $\frac{1}{4} < \frac{2}{5}$, quem receberá mais dinheiro será o Carlos.

 10.2. Neste caso, o Miguel terá investido $\frac{1}{4}$ de 20 €:

$$\frac{1}{4} \times 20 = 5$$

R.: O Miguel investiu inicialmente 5 €.

10.3. A expressão representa a parte que cabe ao Jorge ou a parte que o Jorge investiu.

10.4. Vamos calcular a parte do Jorge:

$$1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{5}\right) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{5} = \frac{20}{20} - \frac{5}{20} - \frac{8}{20} = \frac{7}{20}$$

 Ora, o Jorge recebe $\frac{7}{20}$ de 1000 €, ou seja,

$$\frac{7}{20} \times 1000 = 350 \text{ €}.$$

R.: O Jorge irá receber 350 €.

Aplicar – páginas 50 e 51

2.

2.1. $3^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

2.2. $\left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7^1$

2.3. $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^2$

2.4. $1^{-100} = 1^{100}$

2.5. $\left[\left(1 + \frac{3}{4}\right)^{-1}\right]^3 = \left(\frac{4}{4} + \frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{7}\right)^3$

 3. Números positivos: 2^{-3} , $(-5)^2$ e 5^{-1}

4.

4.1. $3^{-2} \times ? = 15^{-2} \Leftrightarrow ? = 15^{-2} : 3^{-2} \Leftrightarrow ? = 5^{-2}$
Então, $3^{-2} \times 5^{-2} = 15^{-2}$.

4.2. $12^3 \times 12^{-1} = 12^2$

4.3. $? : 6^7 = 6^{-2} \Leftrightarrow ? = 6^{-2} \times 6^7 \Leftrightarrow ? = 6^5$
Então, $6^5 : 6^7 = 6^{-2}$.

4.4. $0,7^2 : \frac{7}{10} = \left(\frac{7}{10}\right)^2 : \frac{7}{10} = \frac{7}{10}$

Então, $0,7^2 : \frac{7}{10} = \frac{7}{10}$.

4.5. $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7} : \left(-\frac{2}{5}\right)^{-7} = \left[\left(\frac{4}{3} : \left(-\frac{2}{5}\right)\right)\right]^{-7} = \left[\left(\frac{4}{3} \times \left(-\frac{5}{2}\right)\right)\right]^{-7} = \left(-\frac{20}{6}\right)^{-7} = \left(-\frac{10}{3}\right)^{-7}$

Então, $\left(\frac{4}{3}\right)^{-7} : \left(-\frac{2}{5}\right)^{-7} = \left(-\frac{10}{3}\right)^{-7}$.

4.6. $\left(\frac{11}{5}\right)^{-7} \times ? = \left(\frac{11}{5}\right)^{-4} \Leftrightarrow ? = \left(\frac{11}{5}\right)^{-4} : \left(\frac{11}{5}\right)^{-7}$

$$\Leftrightarrow ? = \left(\frac{11}{5}\right)^3$$

Então, $\left(\frac{11}{5}\right)^{-7} \times \left(\frac{11}{5}\right)^3 = \left(\frac{11}{5}\right)^{-4}$.

$$4.7. \left(\frac{3}{8}\right)^{-2} \times ? = \left(-\frac{3}{32}\right)^{-2} \Leftrightarrow ? = \left(-\frac{3}{32}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{8}\right)^{-2}$$

$$\Leftrightarrow ? = \left(-\frac{3}{32} \times \frac{8}{3}\right)^{-2}$$

$$\Leftrightarrow ? = \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2}$$

$$\text{Então, } \left(\frac{3}{8}\right)^{-2} \times \left(-\frac{1}{4}\right)^{-2} = \left(-\frac{3}{32}\right)^{-2}.$$

$$4.8. \left[\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2}\right]^{-3} \times ? = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} \Leftrightarrow ? = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} : \left(-\frac{1}{2}\right)^6$$

$$\Leftrightarrow ? = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

$$\text{Então, } \left[\left(-\frac{2}{4}\right)^{-2}\right]^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}.$$

5.

$$5.1. \frac{1}{2} = 2^{-1}$$

$$5.2. \frac{1}{3^{-2}} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$$

$$5.3. \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2 = 25$$

$$5.4. \left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

$$5.5. (2^3)^4 = 2^{12}$$

$$5.6. \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^5 = \left(-\frac{2}{3}\right)^{-5} = \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

6.

$$6.1. 2^3 \times 2^4 : 2^{-7} = 2^{14} = 16\,384$$

$$6.2. \left(\frac{1}{7}\right)^{12} : \left(\frac{1}{7}\right)^{13} \times 7^3 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} \times 7^3 = 7 \times 7^3 = 7^4 = 2401$$

$$6.3. [(-2)^2]^{-2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = (-2)^{-4} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2^6} = \frac{1}{64}$$

$$6.4. [(-1)^{222}]^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 1 \times 2^3 = 2^3 = 8$$

$$6.5. \left(-\frac{2}{3}\right)^3 : \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^1 = -\frac{2}{3}$$

$$6.6. [(2^{323} \times 2^{4253})^0 : 7]^{-1} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7^1 = 7$$

$$6.7. (-18)^2 : \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \left(18 : \frac{1}{2}\right)^2 = (18 \times 2)^2 = 36^2 = 1296$$

$$6.8. (4^3)^0 + (2^0)^3 + 7 = 4^0 + 2^0 + 7 = 1 + 1 + 7 = 9$$

$$6.9. \frac{9^0 \times 3^2}{3^1} = \frac{1 \times 3^2}{3^1} = 3^1 = 3$$

$$6.10. \frac{[(8^2)^3 : 2^6]^2 \times 4^{-4}}{(4^2)^4} = \frac{(8^6 : 2^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{(4^6)^2 \times 4^{-4}}{4^8} =$$

$$= \frac{4^{12} \times 4^{-4}}{4^8} = \frac{4^8}{4^8} = 4^0 = 1$$

$$6.11. \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \times \left(\frac{3}{2}\right)^4 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$6.12. [(7^3)^2]^5 \times 7^{3^2} : 7^{3^9} = (7^6)^5 \times 7^9 : 7^{3^9} = 7^{30} \times 7^9 : 7^{3^9} =$$

$$= 7^{3^9} : 7^{3^9} = 7^0 = 1$$

7.

7.1. Como $(-3)^2 = 9$ e $-3^2 = -9$, podemos concluir que as expressões não têm o mesmo valor.

7.2. Como $(-5)^{-1} = -\frac{1}{5}$ e $-5^{-1} = -\frac{1}{5}$, as expressões têm o mesmo valor.

7.3. Como $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$ e $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$, as expressões têm o mesmo valor.

$$8. n^5 : (n^2)^6 = n^5 : n^{12} = n^{5-12} = n^{-7} = \left(\frac{1}{n}\right)^7$$

[C]

9.

$$9.1. \frac{a^4 \times (a^3)^2}{a^{10}} = \frac{a^4 \times a^6}{a^{10}} = \frac{a^{10}}{a^{10}} = 1$$

$$9.2. \frac{(a^3 \times a^6)^{-2}}{[(-a)^2]^3} = \frac{(a^9)^{-2}}{(-a)^6} = \frac{a^{-18}}{a^6} = a^{-24} = \frac{1}{a^{24}}$$

$$9.3. \frac{\left((a^3)^2 \times \left(\frac{1}{a}\right)^{-3}\right)^2}{(a^{14} + a - a^2)^0} = \frac{(a^6 \times a^3)^2}{1} = (a^9)^2 = a^{18}$$

$$9.4. (a^4 \times a^5)^3 - [(-a)^3]^9 = (a^9)^3 - a^{27} = a^{27} - a^{27} = 0$$

$$10. \text{ Se } p \text{ for par, } -\left(-\frac{1}{2}\right)^p = -\left(\frac{1}{2}\right)^p < 0$$

Logo, a opção verdadeira é a [A].

Aplicar – páginas 54 e 55

3. Um número está escrito em notação científica se está representado na forma $k \times 10^n$, $n \in \mathbb{Z}$, $1 \leq |k| < 10$.

3.1. Está escrito em notação científica.

3.2. Está escrito em notação científica.

3.3. Está escrito em notação científica.

3.4. Não está escrito em notação científica.

3.5. Não está escrito em notação científica.

3.6. Não está escrito em notação científica.

3.7. Não está escrito em notação científica.

3.8. Não está escrito em notação científica.

3.9. Está escrito em notação científica.

4.

4.1. $25 = 2,5 \times 10^1$

4.2. $-327 = -3,27 \times 10^2$

4.3. $0,2 = 2 \times 10^{-1}$

4.4. $111,11 = 1,1111 \times 10^2$

4.5. $31,7 \times 10^7 = 3,17 \times 10^8$

4.6. $0,2436 \times 10^{-6} = 2,436 \times 10^{-7}$

4.7. $31,48 \times 10^{-2} = 3,148 \times 10^{-1}$

4.8. $-28,99 \times 10^5 = -2,899 \times 10^6$

4.9. $-0,0035 \times 10^{-9} = -3,5 \times 10^{-12}$

5.

5.1. $3,17 \times 10^2 < 3,17 \times 10^4$

5.2. $9,8 \times 10^{-4} > 9,81 \times 10^{-5}$

5.3. $7,4108 \times 10^5 > 7,41 \times 10^5$

5.4. $-2,07 \times 10^{-7} < -2,1 \times 10^{-8}$

5.5. $-4,66 \times 10^8 < -5 \times 10^{-8}$

6.

6.1. $3 \times 10^4 < 3,25 \times 10^4 < 7 \times 10^4$

6.2. $3,5 \times 10^{-12} < 3,5 \times 10^4 < 3,5 \times 10^5$

6.3. $3 \times 10^{-15} < 7 \times 10^{-10} < 2 \times 10^{-7}$

6.4. $3,5 \times 10^{-5} < 0,000\ 253 < 2,01 \times 10^2$

7.

7.1. Por exemplo, 10.

7.2. Por exemplo, 50 000.

7.3. Por exemplo, 901,05.

7.4. Por exemplo, -3205.

8.

8.1. $8,33 \times 10^3 = 8330$

8.2. $9 \times 10^7 = 90\ 000\ 000$

8.3. $-4,5 \times 10^{-4} = -0,000\ 45$

8.4. $4,9 \times 10^{-3} = 0,0049$

8.5. $2,33 \times 10^{-1} = 0,2333$

9.

9.1. $30\ 297\ 712 = 3,029\ 771\ 2 \times 10^7$

9.2. $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 02 = 2 \times 10^{-23}$

10.

10.1. $3,06 = 3 + 0 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{10^2} = 3 + 6 \times 10^{-2}$

10.2. $4,004 = 4 + 0 \times \frac{1}{10} + 0 \times \frac{1}{10^2} + 4 \times \frac{1}{10^3} = 4 + 4 \times 10^{-3}$

10.3. $123,123 = 123 + 1 \times \frac{1}{10} + 2 \times \frac{1}{10^2} + 3 \times \frac{1}{10^3} =$
 $= 123 + 1 \times 10^{-1} + 2 \times 10^{-2} + 3 \times 10^{-3}$

10.4. $0,007 = 0 + 0 \times \frac{1}{10} + 7 \times \frac{1}{10^2} = 7 \times 10^{-2}$

 11. Como $4,4 \times 10^{-8} < 7 \times 10^{-8} < 1,6 \times 10^{-7} < 2 \times 10^{-7}$,
 então, Hepatite B < Rubéola < Varicela < Varíola.

 12. [A] $1\text{ cm} = 0,01\text{ m} = 1 \times 10^{-2}\text{ m}$

A opção [A] é falsa.

 [B] $1\text{ mm} = 0,000\ 001\text{ km} = 1 \times 10^{-6}\text{ km}$

A opção [B] é verdadeira.

 [C] $1\text{ km} = 1000\text{ m} = 1 \times 10^3\text{ m}$

A opção [C] é falsa.

13.

13.1. $\frac{7}{125} = 0,056$

$$\frac{13}{160} = 0,081\ 25$$

13.2. $\frac{7}{125} \approx 0,05 = 5 \times 10^{-2}$

$$\frac{13}{160} \approx 0,08 = 8 \times 10^{-2}$$

13.3. $\frac{7}{125} \approx 0,1 = 1 \times 10^{-1}$

$$\frac{13}{160} \approx 0,1 = 1 \times 10^{-1}$$

Aplicar – páginas 58 e 59
2.

2.1. $(3 \times 10^9) + (2 \times 10^9) =$
 $= (3 + 2) \times 10^9 =$
 $= 5 \times 10^9$

2.2. $(4 \times 10^{30}) : (2 \times 10^{10}) =$
 $= (4 : 2) \times (10^{30} : 10^{10}) =$
 $= 2 \times 10^{20}$

2.3. $(3 \times 10^9) \times (2 \times 10^4) =$
 $= (3 \times 2) \times (10^9 \times 10^4) =$
 $= 6 \times 10^{13}$

2.4. $(73 \times 10^3) - (4,6 \times 10^4) =$
 $= (7,3 \times 10^4) - (4,6 \times 10^4) =$
 $= (7,3 - 4,6) \times 10^4 =$
 $= 2,7 \times 10^4$

2.5. $(24 \times 10^3) : (1,2 \times 10^5) =$
 $= (24 : 1,2) \times (10^3 : 10^5) =$
 $= 20 \times 10^{-2} =$
 $= 2 \times 10^{-1}$

2.6. $(2,24 \times 10^3) \times (2,5 \times 10^7) =$
 $= (2,24 \times 2,5) \times (10^3 \times 10^7) =$
 $= 5,6 \times 10^{10}$

$$\begin{aligned}
 2.7. \quad & (0,05 \times 10^3) - (0,3 \times 10) = \\
 & = (5 \times 10^1) - (0,3 \times 10^1) = \\
 & = (5 - 0,3) \times 10^1 = \\
 & = 4,7 \times 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.8. \quad & (-7,4 \times 10^{-5}) + (4,4 \times 10^{-8}) = \\
 & = (-7,4 \times 10^{-5}) + (0,0044 \times 10^{-5}) = \\
 & = (-7,4 + 0,0044) \times 10^{-5} = \\
 & = -7,3956 \times 10^{-5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.9. \quad & (1,4 \times 10^5) + (29,3 \times 10^4) = \\
 & = (1,4 \times 10^5) + (2,93 \times 10^5) = \\
 & = (1,4 + 2,93) \times 10^5 = \\
 & = 4,33 \times 10^5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.10. \quad & (12 \times 10^{-9}) \times (6,6 \times 10^4) = \\
 & = (12 \times 6,6) \times (10^{-9} \times 10^4) = \\
 & = 79,2 \times 10^{-5} = \\
 & = 7,92 \times 10^{-4}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.11. \quad & (4 \times 10^4)^2 = \\
 & = (4 \times 10^4) \times (4 \times 10^4) = \\
 & = (4 \times 4) \times (10^4 \times 10^4) = \\
 & = 16 \times 10^8 \\
 & = 1,6 \times 10^9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2.12. \quad & (0,002) - (114 \times 10^6) : (57 \times 10^8) = \\
 & = (0,002) - (114 : 57) \times (10^6 : 10^8) = \\
 & = 0,002 - 2 \times 10^{-2} = \\
 & = (0,2 \times 10^{-2}) - (2 \times 10^{-2}) = \\
 & = (0,2 - 2) \times 10^{-2} = \\
 & = -1,8 \times 10^{-2}
 \end{aligned}$$

3. Formigas no formigueiro: 4 000 000
 Número de patas por formiga: 6
 $6 \times 4\,000\,000 = 24\,000\,000 = 2,4 \times 10^7$
 R.: Há $2,4 \times 10^7$ patas no formigueiro.

4. 1 ano tem 365 dias e cada dia tem 24 horas, ou seja, 1440 minutos.
 Assim, 1 ano tem 365×1440 minutos, pelo que 81 anos têm: $81 \times 365 \times 1440 = 42\,573\,600$ minutos
 Se o coração bate 70 vezes por minuto:
 $42\,573\,600 \times 70 = 2\,980\,152\,000 = 2,980\,152 \times 10^9$
 R.: O coração do Sr. Ângelo já bateu, aproximadamente, $2,98 \times 10^9$ vezes.

5. $250\,000 = 2,5 \times 10^5$

5.1. $30 \times 250\,000 = 7\,500\,000 = 7,5 \times 10^6$
 R.: Em 30 minutos são adicionados $7,5 \times 10^6$ neurónios.

5.2. Duas horas são 120 minutos:
 $120 \times 250\,000 = 30\,000\,000 = 3 \times 10^7$
 R.: Em duas horas são adicionados 3×10^7 neurónios.

5.3. Dois dias têm 1440 minutos:
 $1440 \times 250\,000 = 3\,600\,000\,000 = 3,6 \times 10^8$

R.: Em duas horas são adicionados $3,6 \times 10^8$ neurónios.

5.4. Um ano tem 365 dias, cada dia tem 24 horas e cada hora tem 60 minutos:
 $365 \times 24 \times 60 \times 250\,000 = 131\,400\,000\,000\,000 = 1,314 \times 10^{11}$
 R.: Num ano são adicionados $1,314 \times 10^{11}$ neurónios.

6. $7,56 \times 10^3 = 7560$
 $7560 : 90 = 84$
 R.: A Rita já teve 84 aulas de Matemática.

7. $0,000\,000\,056 = 5,6 \times 10^{-8}$
 $(5,6 \times 10^{-8}) \times (5,6 \times 10^{-8}) =$
 $= 5,6 \times 5,6 \times 10^{-8} \times 10^{-8} =$
 $= 31,36 \times 10^{-16} =$
 $= 3,136 \times 10^{-15}$
 R.: O quadrado tem $3,136 \times 10^{-15} \text{ cm}^2$ de área.

8. $4,65 \times 10^7 \times 0,35 = 1,6275 \times 10^7$

9.

9.1. População de Portugal: $1065 \times 10^4 = 1,065 \times 10^7$
 População de Espanha: $44\,108\,530 = 4,410\,853 \times 10^7$
 9.2. Área de Portugal: $92,1 \times 10^3 = 9,21 \times 10^4 \text{ (km}^2\text{)}$
 Área de Espanha: $504\,782 = 5,047\,82 \times 10^5 \text{ (km}^2\text{)}$
 Sim, os dados da tabela confirmam esse facto, pois $5,047\,82 \times 10^5 > 9,21 \times 10^4$

9.3. Densidade populacional de Portugal:
 $\frac{1,065 \times 10^7}{9,21 \times 10^4} \approx 0,1156 \times 10^3 = 115,6$
 Este valor indica-nos que há, aproximadamente, 115,6 habitantes por km^2 de Portugal.
 Densidade populacional de Espanha:
 $\frac{4,410\,853 \times 10^7}{5,047\,82 \times 10^5} \approx 0,8738 \times 10^2 = 87,38$
 Este valor indica-nos que há, aproximadamente, 87,38 habitantes por km^2 de Espanha.

10. [B]

Aplicar – páginas 64 e 65

3.

3.1. Os números inteiros são: $-3\sqrt{4}$; -3 ; 0

3.2. Os números racionais são: $\frac{4}{7}$; $-3\sqrt{4}$; 0,(23); -3 ; 0;
 $-\frac{\sqrt{9}}{2}$

3.3. Os números irracionais são: π ; $2\pi - 1$; $3 + \sqrt{5}$

3.4. Os números reais são: $\frac{4}{7}$; π ; $-3\sqrt{4}$; $2\pi - 1$; $0, (23)$; -3 ; 0 ; $3 + \sqrt{5}$; $-\frac{\sqrt{9}}{2}$

4. A. Falsa, os números irracionais são reais e não são racionais.
B. Verdadeira
C. Falsa, os números naturais, os inteiros e os racionais são números reais e não são irracionais.

5. Por exemplo, $\sqrt{7}$ e $-\sqrt{11}$.

6. $A = 2,5$
 $B = -1,4$

7.

7.1. $4 \in \mathbb{Z}$

7.2. $-7 \in \mathbb{R}$

7.3. $-12 \notin \mathbb{N}$

7.4. $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$

7.5. $-\sqrt{11} \notin \mathbb{Q}$

7.6. $\pi + 1 \notin \mathbb{Z}$

7.7. $-\sqrt{12} \notin \mathbb{R}^+$

7.8. $0 \in \mathbb{R}$

7.9. $-15, (34) \in \mathbb{R}$

7.10. $3, (62) \notin \mathbb{Z}$

7.11. $\sqrt{25} \in \mathbb{Z}$

7.12. $\sqrt{0,04} \in \mathbb{Q}$

8.

8.1. $-\frac{3}{7}$

8.2. π

9. [A] $\sqrt{16} = 4$ é um número inteiro e π é um número irracional.
[B] $\sqrt{49} = 7$ é um número inteiro e π é um número irracional.
[C] $\sqrt{11}$ é um número irracional e $\sqrt{81} = 9$ é um número inteiro.
[D] $\sqrt{15}$ é um número irracional e $\sqrt{18}$ é um número irracional.
A opção verdadeira é a [D].

10.

10.1. Por exemplo, $\sqrt{3}$.

10.2. Por exemplo, $\frac{1}{2}$.

10.3. 0

10.4. Por exemplo, 4.

10.5. Por exemplo, $\sqrt{5}$.

10.6. Por exemplo, $\sqrt{11}$.

11.

11.1. Número racional.

11.2. Número irracional.

11.3. Número irracional.

11.4. Número racional.

12.

12.1. 3,125

$$3,125 \times 1000 = 3125$$

$$3,125 = \frac{3125}{1000} = \frac{5^5}{2^3 \times 5^3} = \frac{5^2 \times 5^3}{2^3 \times 5^3} = \frac{5^2}{2^3} = \frac{25}{8}$$

$$3, (142 \ 857)$$

$$3, (142 \ 857) \times 1 \ 000 \ 000 = 3 \ 142 \ 857, (142 \ 857)$$

$$3 \ 142 \ 857, (142 \ 857) - 3, (142 \ 857) = 3 \ 142 \ 854$$

$$3, (142 \ 857) = \frac{3 \ 142 \ 854}{999 \ 999} = \frac{2 \times 3^3 \times 11^2 \times 13 \times 37}{3^3 \times 7 \times 11 \times 13 \times 37} = \frac{2 \times 11}{7} = \frac{22}{7}$$

$$\frac{377}{120} = 3,141(6)$$

$$\begin{array}{r} 377,00000 \quad | \quad 120 \\ 170 \quad \quad \quad 3,14166... \\ 500 \\ 200 \\ 800 \\ 800 \\ 80 \end{array}$$

Origem / autor	Data	Aproximação	Valor
Babilônia	2000 a. C.	$\frac{25}{8}$	3,125
Egito Papiro de Ahmes	1650 a. C.	$\left(\frac{16}{9}\right)^2$	3, (160493827)
Arquimedes	250 a. C.	$\frac{3 \ 142 \ 854}{999 \ 999} = \frac{22}{7}$	3, (142857)
Ptolomeu	150 d. C.	$\frac{377}{120}$	3,141(6)

- 12.2. A melhor aproximação é a de Ptolomeu porque é o valor mais próximo de π .
A pior é a da Babilônia porque é o valor mais distante de π .

12.3. Não, as aproximações são todas números racionais, pois são dízimas finitas ou infinitas periódicas.

12.4. Se $a = 10$, $\sqrt{10} = 3,16227...$

Se $a = 11$, $\sqrt{11} = 3,316624...$

Se $a = 9$, $\sqrt{9} = 3$

O valor mais próximo de π é $\sqrt{10}$, ou seja, $a = 10$.

Aplicar – páginas 68 e 69

2.

2.1. $3\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

2.2. $-3\pi + 5\pi + 8\pi - \pi = 9\pi$

2.3. $(\sqrt{2})^2 + 3 - (\sqrt{10})^2 = 2 + 3 - 10 = -5$

2.4. $(\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$

3. $(\sqrt{2} - \sqrt{3}) \times (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 2 - 3 = -1$
 $-1 \in \mathbb{Z}$, logo é um número inteiro.

4.

4.1. $\ell = \sqrt{3} \text{ cm}$
 $P = 4 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

4.2. $\ell = 5\sqrt{5} \text{ cm}$
 $P = 4 \times 5\sqrt{5} = 20\sqrt{5} \text{ cm}$

4.3. $\ell = (\sqrt{2} + 4) \text{ cm}$
 $P = 4 \times (\sqrt{2} + 4) = 4 \times \sqrt{2} + 4 \times 4 = (4\sqrt{2} + 16) \text{ cm}$

5. Como é um triângulo retângulo, os catetos são a altura e a base.

Então, $A = \frac{b \times h}{2} = \frac{\sqrt{2} \times 4\sqrt{5}}{2} = \frac{4 \times \sqrt{10}}{2} = 2\sqrt{10} \text{ cm}^2$.

6. Substituindo o x por $\sqrt{5}$ na equação:

$3x^2 - 5x - 15 + 5\sqrt{5} = 0$

$3 \times (\sqrt{5})^2 - 5 \times \sqrt{5} - 15 + 5\sqrt{5} = 0$

$\Leftrightarrow 3 \times 5 - 5\sqrt{5} - 15 + 5\sqrt{5} = 0$

$\Leftrightarrow 15 - 15 = 0$

$\Leftrightarrow 0 = 0 \quad \text{Verdadeiro}$

7. $A = 10 \text{ cm}^2 \Leftrightarrow \ell^2 = 10 \Leftrightarrow \ell = \sqrt{10} \text{ cm}$
 $P = 4 \times \sqrt{10} = 4\sqrt{10} \text{ cm}$

8.

8.1. $2(\sqrt{3} - 1) + 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 2 + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3} - 2$

8.2. $(\sqrt{7} - 2)^2 - 4\sqrt{7} + 1 = 7 - 4\sqrt{7} + 4 - 4\sqrt{7} + 1 = 12 - 8\sqrt{7}$

8.3. $2(4\pi - 6) - \pi + 5 = 8\pi - 12 - \pi + 5 = 7\pi - 7$

8.4. $(\sqrt{6} - 3)(\sqrt{6} + 3) - \frac{\sqrt{6} + 4}{2} = 6 - 9 - \frac{\sqrt{6}}{2} - 2 =$
 $= -5 - \frac{\sqrt{6}}{2}$

8.5. $3(\sqrt{5} - 2) + 3\sqrt{5} - \sqrt{2} = 3\sqrt{5} - 6 + 3\sqrt{5} - \sqrt{2} =$
 $= 3\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \sqrt{2} - 6 = 6\sqrt{5} - \sqrt{2} - 6$

8.6. $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1) - \sqrt{3} + 1 = (\sqrt{3})^2 - 1^2 - \sqrt{3} + 1 =$
 $= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3} + 1 = 3 - \sqrt{3}$

8.7. $(5\sqrt{2})^2 - (5\sqrt{3})^2 + 4 = 25 \times 2 - 25 \times 3 + 4 =$
 $= 50 - 75 + 4 = -21$

8.8. $(2\sqrt{3} - 1)^2 - (3\sqrt{3})^2 = (2\sqrt{3})^2 - 4\sqrt{3} + 1 - 27 =$
 $= 12 - 4\sqrt{3} + 1 - 27 = -4\sqrt{3} - 14$

9. Pelo Teorema de Tales os triângulos $[AED]$ e $[AGF]$ são semelhantes. Então, os comprimentos dos lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{\overline{FG}}{\overline{DE}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{AE}} \Leftrightarrow \frac{\overline{FG}}{1,3} = \frac{28 + \sqrt{2}}{2,8}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{13}{10} \times \left(\frac{28}{10} + \sqrt{2} \right) : \frac{28}{10}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{13}{10} \left(\frac{28 + 10\sqrt{2}}{10} \right) \times \frac{10}{28}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FG} = \frac{364 + 130\sqrt{2}}{280}$$

$$\Leftrightarrow \overline{FG} = \left(\frac{182 + 65\sqrt{2}}{140} \right) \text{ cm}$$

10.

10.1. $(-\sqrt{7})^2 + 3\sqrt{7} - (2\sqrt{7})^2 = 7 + 3\sqrt{7} - 4 \times 7 =$
 $= 7 - 28 + 3\sqrt{7} = -21 + 3\sqrt{7}$

10.2. $(\sqrt{3} - \sqrt{7})(-\sqrt{3} - \sqrt{7}) + 7\sqrt{3} = 7 - 3 + 7\sqrt{3} = 4 + 7\sqrt{3}$

10.3. $-\sqrt{6}(\sqrt{3} - 5) + 5\sqrt{6} = -\sqrt{18} + 5\sqrt{6} + 5\sqrt{6} = -\sqrt{18} + 10\sqrt{6}$

10.4. $\frac{\sqrt{11}}{2} - 3(\sqrt{11} - 4) + (\sqrt{11} - 1)^2 =$
 $= \frac{\sqrt{11}}{2} - 3\sqrt{11} + 12 + 11 - 2\sqrt{11} + 1 =$
 $= \frac{\sqrt{11}}{2} - \frac{6\sqrt{11}}{2} - \frac{4\sqrt{11}}{2} + 24 =$
 $= 24 - \frac{9}{2}\sqrt{11}$

11.

11.1. Os triângulos $[SOB]$ e $[OUR]$ são semelhantes porque estão na posição de Tales.

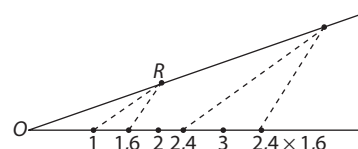
$$\frac{\overline{OB}}{\overline{OU}} = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}} \Leftrightarrow \frac{b}{1} = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}} \Leftrightarrow b = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}}$$

11.2. $\frac{\overline{OP}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}} \Leftrightarrow \frac{\overline{OP}}{a} = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}}$

11.3. Por 11.1. sabemos que $b = \frac{\overline{OS}}{\overline{OR}}$. Substituindo em 11.2., obtemos:

$$\frac{\overline{OP}}{a} = b \Leftrightarrow \overline{OP} = a \times b$$

20 11.4.



Aplicar – páginas 72 e 73

2.

 2.1. Se $a < 17$, então $17 > a$.

 2.2. Se $x < \frac{7}{5}$ e $\frac{7}{5} < y$ então $x < y$.

 2.3. Se $x < 6$, então $x < 12$.

 2.4. Se $x > \sqrt{3}$, então $x > -3$.

3. A Ana é mais velha do que a Filipa e a Filipa é mais velha do que a Teresa. Então, a Ana é a mais velha das três amigas.

4.

 4.1. π e $-\sqrt{3}$

 4.2. $\frac{7}{2} > 3,15 > \pi > 3,14 > 0 > -1,73 > -\sqrt{3}$

 5. $-\sqrt{3} < \sqrt{2} < 3,14 < \pi < 3,15$

6.

 6.1. $3 < \pi < 4$

 6.2. $7 < 3\pi - \sqrt{5} < 8$

 6.3. $-2 < \frac{4}{3} - \sqrt{11} < -1$

7.

 7.1. $\pi > 3,1415$

 7.2. $\sqrt{15} > 3,8$

 7.3. $2\sqrt{25} = \sqrt{100}$

 7.4. $(-2\sqrt{3})^2 - 5 < \sqrt{50}$

 7.5. $-0,232323 > -0,23$

 7.6. $4,325 < 4,326(325)$

 7.7. $0,2222 < 0,2$

 7.8. $\frac{1}{3} = 0,3$

 8. Por exemplo, $a = \sqrt{11}$ e $b = \sqrt{15}$.

 9. Por exemplo, $\sqrt{7}$.

10.

10.1. Por exemplo, 3,15.

 10.2. Por exemplo, $\pi + 0,01$.

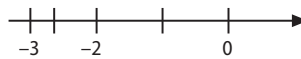
 11. $\overline{AC}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 8$
 $\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{8} \vee \overline{AC} = \sqrt{8}$

 Como $\overline{AC} > 0$, então $\overline{AC} = \sqrt{8}$. Assim, a abscissa do ponto E é $-\sqrt{8}$.

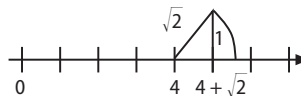
 $\overline{BD}^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 4 + 4 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 8$
 $\Leftrightarrow \overline{BD} = -\sqrt{8} \vee \overline{BD} = \sqrt{8}$

 Como $\overline{BD} > 0$, então $\overline{BD} = \sqrt{8}$. Assim, a abscissa do ponto G é $2 - \sqrt{8}$.

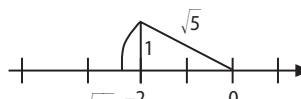
12.

 12.1. $-2 - \frac{3}{5}$


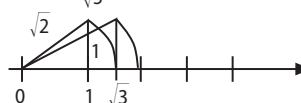
12.2.



12.3.



12.4.



13.

 13.1. $\overline{AB} = 3$

 • Como $[ABC]$ é um triângulo isósceles, $\overline{BC} = \overline{AB} = 3$.

Assim:

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 \Leftrightarrow 3^2 + 3^2 = \overline{AC}^2 \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{18}$$

 Como $\overline{AC} > 0$, $\overline{AC} = \sqrt{18}$.

 • Como $\overline{BC} = \overline{CD}$, então $\overline{CD} = 3$.

Assim:

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 &= \overline{AD}^2 \Leftrightarrow (\sqrt{18})^2 + 3^2 = \overline{AD}^2 \\ &\Leftrightarrow 18 + 9 = \overline{AD}^2 \\ &\Leftrightarrow \overline{AD} = \pm\sqrt{27} \end{aligned}$$

 Como $\overline{AD} > 0$, $\overline{AD} = \sqrt{27}$.

 Então, a abscissa do ponto E é $-1 - \sqrt{27}$.

 13.2. $A_{\triangle[ACD]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{CD}}{2} = \frac{\sqrt{18} \times 3}{2}$

 A área do triângulo $[ACD]$ é $\frac{3\sqrt{18}}{2}$ u.a.

Praticar – páginas 74 a 79

1. [D]

 2. $\frac{7}{25}$
 $25 = 5^2$, não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

3.

 3.1. $1,3 \times 10 = 13$

$$1,3 = \frac{13}{10}$$

 3.2. $13,157 \times 1000 = 13\,157$

$$13,157 = \frac{13\,157}{1000}$$

 3.3. $2,(2) \times 10 = 22,(2)$

$$22,(2) - 2,(2) = 20$$

$$2,(2) = \frac{20}{9}$$

 3.4. $34,(16) \times 100 = 3416,(16)$

$$3416,(16) - 34,(16) = 3382$$

$$34,(16) = \frac{3382}{99}$$

4. A afirmação é falsa. Basta pensar, por exemplo, na fração $\frac{18}{9}$, que não representa uma dízima infinita periódica.

5. [B]

6.

6.1. $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

6.2. $(-5)^{-2} = \left(-\frac{1}{5}\right)^2$

6.3. $\left(\frac{5}{7}\right)^{-9} = \left(\frac{7}{5}\right)^9$

6.4. $\left(-\frac{1}{4}\right)^{-10} = (-4)^{10}$

6.5. $(-1)^{-21} = (-1)^{21}$

7.

7.1. $(-3)^0 = 1$

7.2. $(-2)^3 = -8$

7.3. $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$

7.4. $-\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = -\left(\frac{5}{2}\right)^2 = -\frac{25}{4}$

7.5. $(-1)^{703} = -1$

7.6. $(-4)^3 = -64$

7.7. $-4^3 = -64$

7.8. $(-10)^4 = 10\,000$

7.9. $-10^4 = -10\,000$

7.10. $(-7)^{-1} = \left(-\frac{1}{7}\right)^1 = -\frac{1}{7}$

7.11. $-7^{-1} = -\left(\frac{1}{7}\right)^1 = -\frac{1}{7}$

7.12. $\left(-\frac{1}{7}\right)^{-2} = 7^2 = 49$

8.

8.1. $2^{-2} \times 5^{-2} : 10^{-4} = 10^{-2} : 10^{-4} = 10^2 = 100$

8.2. $\left(\frac{1}{5}\right)^{500} \times 5^{500} = \left(\frac{1}{5} \times 5\right)^{500} = 1^{500} = 1$

8.3. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 - (3^2)^0 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 - 1 = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$

9.

9.1. $2^8 = 256$

9.2. $4^4 = 256$

9.3. $16^2 = 256$

9.4. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} = 256$

9.5. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-4} = 256$

9.6. $\left(\frac{1}{16}\right)^{-2} = 256$

10.

10.1. $35,2 \times 10^{-8} = 3,52 \times 10^{-7}$

10.2. $0,000\,000\,024 = 2,4 \times 10^{-8}$

10.3. $-601\,350\,000 = -6,0135 \times 10^8$

10.4. $888 \times 10^{14} = 8,88 \times 10^{16}$

10.5. $-0,003\,31 \times 10^{-18} = -3,31 \times 10^{-21}$

10.6. $123,5 \times 10^{66} = 1,235 \times 10^{68}$

11. $3,78 \times 10^7 = 37\,800\,000$

A opção verdadeira é a [D].

12.

12.1. $(8,4 \times 10^8) : (2 \times 10^{-3}) =$
 $= (8,4 : 2) \times (10^8 : 10^{-3}) =$
 $= 4,2 \times 10^{11}$

12.2. $(1,4 \times 10^6) \times (3,3 \times 10^7) =$
 $= (1,4 \times 3,3) \times (10^6 \times 10^7) =$
 $= 4,62 \times 10^{13}$

12.3. $(15,7 \times 10^{+5}) + (7,54 \times 10^{+7}) =$
 $= (0,157 \times 10^{+7}) + (7,54 \times 10^{+7}) =$
 $= (0,157 + 7,54) \times 10^7 =$
 $= 7,697 \times 10^7$

12.4. $(17 \times 10^{-3} \times 10^7) - (47 \times 10^4) =$
 $= (17 \times 10^4) - (47 \times 10^4) =$
 $= (17 - 47) \times 10^4 =$
 $= -30 \times 10^4 =$
 $= -3,0 \times 10^5$

12.5. $(0,27 \times 10^{-4}) - (124 \times 10^{-7}) =$
 $= (0,27 \times 10^{-4}) - (0,124 \times 10^{-4}) =$
 $= (0,27 - 0,124) \times 10^{-4} =$
 $= 0,146 \times 10^{-4} =$
 $= 1,46 \times 10^{-5}$

12.6. $(5 \times 10^{+5}) + (2,5 \times 10^{+2}) \times (7 \times 10^{+2}) =$
 $= (5 \times 10^{+5}) + (17,5 \times 10^{+4}) =$
 $= (5 \times 10^{+5}) + (1,75 \times 10^{+5}) =$
 $= (5 + 1,75) \times 10^5 =$
 $= 6,75 \times 10^5$

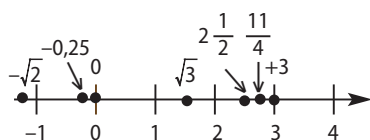
$$\begin{aligned}
 12.7. \quad & \frac{206 \times 10^{+4}}{10 \times 10^{-3}} + (7 \times 10^7) = \\
 & = (20,6 \times 10^7) + (7 \times 10^7) = \\
 & = (20,6 + 7) \times 10^7 = \\
 & = 27,6 \times 10^7 = \\
 & = 2,76 \times 10^8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 12.8. \quad & 3 \times 10^3 \times (0,000\,25 - 10^{-4}) = \\
 & = 3 \times 10^3 \times (2,5 \times 10^{-4} - 10^{-4}) = \\
 & = 3 \times 10^3 \times [(2,5 - 1) \times 10^{-4}] = \\
 & = 3 \times 10^3 \times (1,5 \times 10^{-4}) = \\
 & = (3 \times 1,5) \times (10^3 \times 10^{-4}) = \\
 & = 4,5 \times 10^{-1}
 \end{aligned}$$

13. [B]

14.

20 14.1.



$$14.2. \quad 3 > \frac{11}{4} > 2 \frac{1}{2} > \sqrt{3} > 0 > -0,25 > -\sqrt{2}$$

15.

$$15.1. \quad \sqrt{25} \in \mathbb{N}$$

$$15.2. \quad \sqrt{22} \notin \mathbb{Z}$$

$$15.3. \quad \pi + 2 \notin \mathbb{Q}$$

$$15.4. \quad -0,(27) \notin \mathbb{Z}$$

$$15.5. \quad -\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}$$

$$15.6. \quad -\frac{5}{9} \in \mathbb{R}^-$$

$$15.7. \quad (-\pi)^2 + 2 \notin \mathbb{R}^-$$

$$15.8. \quad -\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$$

$$15.9. \quad -\frac{18}{2} \notin \mathbb{N}$$

$$15.10. \quad \frac{\sqrt{4}}{7} \in \mathbb{Q}$$

$$15.11. \quad (-\sqrt{3})^2 \in \mathbb{N}$$

$$15.12. \quad -3,37 \in \mathbb{R}^-$$

$$15.13. \quad \sqrt{6} \notin \mathbb{Z}$$

$$15.14. \quad -\pi \notin \mathbb{R}^+$$

$$15.15. \quad \sqrt{100} \in \mathbb{Q}$$

$$15.16. \quad \frac{\sqrt{16}}{2} \in \mathbb{N}$$

16.

$$16.1. \quad P = 2(3\sqrt{5} - 2) + 2(4\sqrt{5} + 5)$$

$$\Leftrightarrow P = 6\sqrt{5} - 4 + 8\sqrt{5} + 10$$

$$\Leftrightarrow P = 6 + 14\sqrt{5}$$

R.: O retângulo tem $(6 + 14\sqrt{5})$ cm de perímetro.

16.2. O perímetro do retângulo é, aproximadamente, 37,4 cm.

$$16.3. \quad A = (3\sqrt{5} - 2)(4\sqrt{5} + 5)$$

$$\Leftrightarrow A = 12 \times 5 + 15\sqrt{5} - 8\sqrt{5} - 10$$

$$\Leftrightarrow A = 50 + 7\sqrt{5}$$

R.: O retângulo tem $(50 + 7\sqrt{5})$ cm² de área.

16.4. A área do retângulo é, aproximadamente, 65,65 cm².

17.

17.1. a) Os números inteiros são: $-3, -\frac{27}{3}, -\sqrt{36}, 0$

b) Os números racionais são: $-1,2; -3; -\frac{27}{3}; -\sqrt{36}, 0$

c) Os números irracionais são: $\sqrt{3}, \pi, \sqrt{38}$

d) Não existem números naturais.

$$17.2. \quad -\frac{27}{3} < -\sqrt{36} < -3 < -1,2 < 0 < \sqrt{3} < \pi < \sqrt{38}$$

$$17.3. \quad a) -1,2$$

$$b) \sqrt{3}, \pi, \sqrt{38}$$

$$18. \quad A \curvearrowright \frac{1}{4}; B \curvearrowright \frac{8}{3}; C \curvearrowright -\frac{13}{8} \text{ e } D \curvearrowright \frac{3}{2}$$

19. 490

20.

$$20.1. \quad 2^{-5} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-9} = \left(\frac{1}{2}\right)^5 : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-9} = -\left(\frac{1}{2}\right)^{14}$$

$$20.2. \quad \left(\left(-\frac{3}{5}\right)^{-5}\right)^7 = \left(-\frac{3}{5}\right)^{-35} = \left(-\frac{5}{3}\right)^{35}$$

$$20.3. \quad 7^0 \times 7^2 \times \left(-\frac{1}{7}\right)^{-3} = 7^2 \times (-7)^3 = -7^5$$

21.

$$21.1. \quad 3^6 = 729$$

$$21.2. \quad 9^3 = 729$$

$$21.3. \quad 27^2 = 729$$

$$21.4. \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = 729$$

22.

$$22.1. \quad 75,4 = 7 \times 10^1 + 5 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1}$$

$$22.2. \quad 0,0045 = 4 \times 10^{-3} + 5 \times 10^{-4}$$

$$22.3. \quad 98,965 = 9 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 9 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2} + 5 \times 10^{-3}$$

$$23. \quad 200\,000\,000\,000\,000\,000 = 2 \times 10^{17}$$

$$2,5 \times 10^{16} < 2 \times 10^{17} < 7,9 \times 10^{17}$$

Logo, a magnitude deste sismo situou-se entre os valores 8 e 9 da escala de Richter.

24.

24.1. $300\,000\text{ km/s} = 3 \times 10^5\text{ km/s}$

24.2. Velocidade da luz: $3 \times 10^5\text{ km/s} = 3 \times 10^8\text{ m/s}$

Velocidade do som: 300 m/s

$$\frac{3 \times 10^8}{300} = \frac{3 \times 10^8}{3 \times 10^2} = 1 \times 10^6$$

R.: A velocidade da luz é 1×10^6 vezes superior à velocidade do som.

24.3. $3 \times 10^5 - 0,027 \times 10^7 = 3 \times 10^5 - 2,7 \times 10^5 =$

$$= (3 - 2,7) \times 10^5 = 0,3 \times 10^5 = 3 \times 10^4$$

R.: A diferença entre as velocidades é $3 \times 10^4\text{ km/s}$.

25.

25.1. $1 < \pi - \sqrt{2} < 2$

25.2. $7 < 2\pi + 1 < 8$

25.3. $0 < \frac{2 + \sqrt{3}}{7} < 1$

25.4. $0 < (3 - \sqrt{7})^2 < 1$

26.

26.1. Vamos começar por calcular o comprimento da hipotenusa do triângulo retângulo [ABC]:

$$\overline{AC}^2 = 5^2 + 6^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 61$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{61} \vee \overline{AC} = \sqrt{61}$$

Como $\overline{AC} > 0$, então $\overline{AC} = \sqrt{61}$.

$$\text{Assim, } P = 5 + 6 + \sqrt{61} \Leftrightarrow P = 11 + \sqrt{61}.$$

O triângulo tem $(11 + \sqrt{61})\text{ cm}$ de perímetro.

26.2. $18 < 11 + \sqrt{61} < 19$

26.3. $\overline{AC} = \sqrt{61} = 7,810\,249\dots\text{ e:}$

$$\sqrt{61} - 8 = -0,189\dots$$

$$\sqrt{61} - 7,8 = 0,0102\dots$$

$$\sqrt{61} - 7,81 = 2,496\dots \times 10^{-4}$$

$$\sqrt{61} - 7,82 = -0,00975\dots$$

R.: [C]

27.

27.1. -17

27.2. C

27.3. Entre H e I .

27.4. $\frac{7}{2}$ e 4

27.5. $-\pi - 10; -\sqrt{2} - 13$

28.

28.1. $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)^{-1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^1$

28.2.
$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times 2^{-5}} = \frac{(-2)^{-3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times \left(\frac{1}{2}\right)^5} = \frac{(-3)^{-3}}{\left(-\frac{1}{3}\right)^5} = \frac{(-3)^{-3}}{(-3)^{-5}} = (-3)^2$$

28.3.
$$\frac{(-1) \times ((-5)^2)^{-3}}{(5^2)^{-3} : (-1)^{10}} = \frac{-(-5)^{-6}}{5^{-6} : 1} = -\frac{(-5)^{-6}}{5^{-6}} = -\left(\frac{-5}{5}\right)^{-6} = -(-1)^{-6} = (-1)^1$$

28.4.
$$\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{11} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-7}}{\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^2} \times 3^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \frac{1}{5} = \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{3}{5}\right)^4} \times 3^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \frac{1}{5} = \left(-\frac{5}{6}\right)^4 \times 3^4 : \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \frac{1}{5} = \left(-\frac{15}{6}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \frac{1}{5} = \left(-\frac{5}{2}\right)^4 : \left(\frac{5}{2}\right)^3 \times \frac{1}{5} = \left(\frac{5}{2}\right)^1 \times \frac{1}{5} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

29.

29.1. $2^{-1} > -\frac{1}{2}$

29.2. $-2^2 < -(-4)$

29.3. $\frac{1}{6} > -(0,02)^3$

29.4. $\left(-\frac{2}{10}\right)^{-2} > -(0,002)$

30. $40\,000\,000\,000\,000\text{ km} = (4 \times 10^{13})\text{ km} = (4 \times 10^{16})\text{ m}$
 $4 \times 10^{16} : 9,461 \times 10^{15} \approx 0,423 \times 10^1 = 4,23$

R.: Um raio de Sol demora, aproximadamente, 4,23 anos-luz a chegar à *Proxima Centauri*.

31. $4,78 \times 10^{12} \times 1000 = 4,78 \times 10^{12} \times 10^3 = 4,78 \times 10^{15}$

32.
$$P = (2,3 \times 10^3) + (2,3 \times 10^3) + (14 \times 10^2) + (14 \times 10^2) =$$

$$= 4,6 \times 10^3 + 28 \times 10^2 =$$

$$= 4,6 \times 10^3 + 2,8 \times 10^3 =$$

$$= (7,4 \times 10^3)\text{ cm}$$

$$A = (2,3 \times 10^3) \times (14 \times 10^2) =$$

$$= 32,2 \times 10^5 =$$

$$= (3,22 \times 10^6)\text{ cm}^2$$

33.

33.1. $150\,000\,000\text{ km} = 15\,000\,000\,000\,000\text{ cm} =$

$$= (1,5 \times 10^{13})\text{ cm}$$

$$1\text{ pc} \text{ — } (3,08 \times 10^{18})\text{ cm}$$

$$x \text{ — } (1,5 \times 10^{13})\text{ cm}$$

$$x = \frac{1,5 \times 10^{13}}{3,08 \times 10^{18}} \approx 0,487 \times 10^{-5} = 4,87 \times 10^{-6}$$

R.: $(4,87 \times 10^{-6})\text{ pc}$, aproximadamente.

33.2. $1\text{ pc} \text{ — } 3,26\text{ a.l.}$

$$x \text{ — } 3\,000\,000\,000\text{ a.l.}$$

$$x = \frac{3 \times 10^9}{3,26} \approx 0,92 \times 10^9 = 9,2 \times 10^8$$

R.: A afirmação do Álvaro é verdadeira.

34.

$$34.1. +3 \times \left(-0,7 + \frac{1}{4}\right) + (-0,6 + 0,8) =$$

$$= +3 \times \left(-\frac{7}{10} + \frac{1}{4}\right) + 0,2 =$$

$$= +3 \times \left(-\frac{28}{40} + \frac{10}{40}\right) + 0,2 =$$

$$= +3 \times \left(-\frac{18}{40}\right) + 0,2 =$$

$$= +3 \times \left(-\frac{9}{20}\right) + \frac{2}{10} =$$

$$= -\frac{27}{20} + \frac{4}{20} = -\frac{23}{20}$$

$$34.2. -4 \times (-12 + 0,25) - \left(-\frac{1}{3} - 2\right) + 3\frac{1}{2} =$$

$$= -4 \times (-11,75) - \left(-\frac{1}{3} - \frac{6}{3}\right) + \frac{7}{2} =$$

$$= 47 - \left(-\frac{7}{3}\right) + \frac{7}{2} = \frac{282}{6} + \frac{14}{6} + \frac{21}{6} = \frac{317}{6}$$

$$34.3. -\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{3} - \frac{3}{5}\right) + (-0,2) =$$

$$= \frac{2}{5} \times \left(-\frac{5}{15} - \frac{9}{15}\right) + \left(-\frac{2}{10}\right) =$$

$$= \frac{2}{5} \times \left(-\frac{14}{15}\right) + \left(-\frac{2}{10}\right) =$$

$$= -\frac{28}{75} - \frac{2}{10} =$$

$$= -\frac{56}{150} - \frac{30}{150} =$$

$$= -\frac{86}{150} = -\frac{43}{75}$$

$$34.4. \left(-\frac{1}{3}\right) : \left(+\frac{3}{4} - \frac{2}{3}\right) + \left(-0,25 + \frac{3}{7}\right) \times 0 =$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) : \left(+\frac{9}{12} - \frac{8}{12}\right) + 0 =$$

$$= \left(-\frac{1}{3}\right) : \frac{1}{12} =$$

$$= -\frac{1}{3} \times 12 = -\frac{12}{3} = -4$$

$$34.5. (\sqrt{2} - 1)^2 + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$= (\sqrt{2})^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 1 + 1 + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$= 2 - 2\sqrt{2} + 1 + 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} =$$

$$= 3 + 3\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 3$$

$$34.6. 11\sqrt{5} - 3(\sqrt{15} - 4) + \sqrt{5}(3\sqrt{3} - 11) =$$

$$= 11\sqrt{5} - 3\sqrt{15} + 12 + 3\sqrt{15} - 11\sqrt{5} = 12$$

35. Por exemplo, $\sqrt{4\pi} - 1$.

$$36. \quad \overline{OF}^2 = 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{OF}^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow \overline{OF} = -\sqrt{20} \quad \vee \quad \overline{OF} = \sqrt{20}$$

Como $\overline{OF} > 0$, então $\overline{OF} = \sqrt{20}$. Assim, a abscissa do ponto F é $\sqrt{20}$ e a abscissa do ponto E é $-\sqrt{20}$. A hipotenusa de um triângulo retângulo, cujos catetos medem respectivamente 2 e 4 unidades, tem $\sqrt{20}$ unidades de comprimento. Se esta medida corresponder a um dos catetos de um outro triângulo retângulo e sabendo que o outro cateto mede 2 unidades, vamos calcular a hipotenusa:

$$h^2 = (\sqrt{20})^2 + 2 \Leftrightarrow h^2 = 20 + 4$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 24$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{24} \quad \vee \quad h = \sqrt{24}$$

Como $h > 0$, então $h = \sqrt{24}$.

Assim, a abscissa do ponto M é $-8 - \sqrt{24}$ e a abscissa do ponto N é $-8 + \sqrt{24}$.

$$37. \quad (2 + \sqrt{7})^2 - 3(2 + \sqrt{7}) - 5 = \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow 4 + 4\sqrt{7} + 7 - 6 - 3\sqrt{7} - 5 = \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7} + 11 - 11 = \sqrt{7}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7} = \sqrt{7} \quad \text{Verdadeiro}$$

Assim, provamos que $(2 + \sqrt{7})$ é solução da equação do 2º grau apresentada.

38. $\pi \approx 3,14159...$

$$\pi + 0,01 \approx 3,151592...$$

R.: Um número compreendido entre π e $\pi + 0,01$ é por exemplo, 3,142.

Testar – páginas 86 e 87

1.

	π	0,(23)	$-\sqrt{7}$	$\sqrt{9}$	$-\frac{5}{2}$	$\frac{8}{2}$	-12	-0,13
$\mathbb{N}$				x		x		
$\mathbb{Z}$				x		x	x	
$\mathbb{Q}$		x		x	x	x	x	x
$\mathbb{R}$	x	x	x	x	x	x	x	x

2.

$$2.1. \quad \frac{12}{5} = \frac{12 \times 2}{5 \times 2} = \frac{24}{10} = 2,4$$

$$\frac{7}{25} = \frac{7 \times 4}{25 \times 4} = \frac{28}{100} = 0,28$$

$$2.2. \frac{12}{5} = 2,4$$

$$\frac{7}{25} = 0,28$$

$$\begin{array}{r} 12,0 \quad | \quad 5 \\ 20 \quad 2,4 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 7,00 \quad | \quad 25 \\ 200 \quad 0,28 \\ 00 \end{array}$$

2.3. Dízimas finitas.

$$3. \text{ Não porque } 3^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}.$$

4.

$$4.1. 2^{70} = (2^{14})^5$$

$$4.2. 2^4 = \frac{1}{2^{-4}}$$

$$4.3. 2^4 \times (-2)^4 = 2^8$$

$$5. 4 = 2^2$$

$$\frac{1}{7} = 7^{-1}$$

$$\frac{4}{9} = \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$-27 = (-3)^3$$

$$10\,000 = 10^4$$

$$0,001 = 10^{-3}$$

$$-125 = (-5)^3$$

$$0,3 = \left(\frac{3}{10}\right)^1 = \left(\frac{10}{3}\right)^{-1}$$

6.

$$6.1. \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} - \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 - \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{2} - \frac{25}{2} = 0$$

$$6.2. (-1)^{703} + (+1)^2 + (-1)^{38} = -1 + 1 + 1 = 1$$

$$6.3. \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + (-3)^0 - (-4)^2 - (2^2)^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1 - 16 - 64 = \frac{9}{4} - 79 = \frac{9}{4} - \frac{316}{4} = -\frac{307}{4}$$

$$6.4. 9^{-4} : 3^{-4} \times 3^3 = 3^{-4} : 3^{-3} = 3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$7. \frac{1}{2^5} = 2^{-5}$$

$$(-5)^2 = \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^6 = \left(\frac{3}{2}\right)^{-6}$$

$$\left(-\frac{21}{11}\right)^7 = \left(-\frac{11}{21}\right)^{-7}$$

$$(-1)^{18} = (-1)^{-18}$$

8.

$$8.1. 637 = 6,37 \times 10^2$$

$$8.2. 0,000\,257 = 2,57 \times 10^{-4}$$

$$8.3. 356 \times 10^{14} = 3,56 \times 10^{16}$$

9.

$$9.1. 34,5 \times 10^{-3} \times 21 \times 10^{-6} = (34,5 \times 21) \times (10^{-3} \times 10^{-6}) = 724,5 \times 10^{-9} = 7,245 \times 10^{-7}$$

$$9.2. 0,05 \times 10^4 : 2 \times 10^{-3} = (0,05 : 2) \times (10^4 : 10^{-3}) = 0,025 \times 10^7 = 2,5 \times 10^5$$

$$9.3. 8,7 \times 10^{12} + 476 \times 10^9 = 8,7 \times 10^{12} + 0,476 \times 10^{12} = (8,7 + 0,476) \times 10^{12} = 9,176 \times 10^{12}$$

$$9.4. 3,14 \times 10^{-3} - 4,76 \times 10^{-4} = 3,14 \times 10^{-3} - 0,476 \times 10^{-3} = (3,14 - 0,476) \times 10^{-3} = 2,664 \times 10^{-3}$$

10.

$$10.1. 3,5 \times 10^{-13} < 3,51 \times 10^{-12}$$

$$10.2. 2 \times 3 \times 10^{-1} = 6 \times 10^{-1}$$

$$10.3. -1 \times 10^4 < 4 \times 10^4$$

$$10.4. 1,27 \times 10^2 > 12 \times 10^{-1}$$

11. Seja d a diagonal do quadrado representado a vermelho. Então:

$$d^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow d^2 = 16 + 16$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow d = -\sqrt{32} \vee d = \sqrt{32}$$

Como $d > 0$, então $d = \sqrt{32}$.

Assim, a abscissa do ponto U é $-2 + \sqrt{32}$.

Seja h a hipotenusa do triângulo representado a verde. Assim:

$$h^2 = 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow h^2 = 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{20} \vee h = \sqrt{20}$$

Como $h > 0$, então $h = \sqrt{20}$.

Logo, a abscissa do ponto S é $2 + \sqrt{20}$.

Seja a a altura do triângulo representado a azul:

$$a^2 = 4^2 - 2^2 \Leftrightarrow a^2 = 16 - 4$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 12$$

$$\Leftrightarrow a = -\sqrt{12} \vee a = \sqrt{12}$$

Como $a > 0$, então $a = \sqrt{12}$.

Assim, a abscissa do ponto W é $-9 - \sqrt{12}$ e a abscissa do ponto Z é $-9 + \sqrt{12}$.

12.

$$12.1. \sqrt{11} > 3,316$$

$$12.2. \sqrt{11} < 3,317$$

$$12.3. \sqrt{11} > 3,316\,624\,79$$

13. $\sqrt{109}$

14. $\sqrt{27}$

15.

15.1. $(3 - \sqrt{7})(3 + \sqrt{7}) - \pi = 9 - 7 - \pi = 2 - \pi$

15.2. $(5 + \sqrt{2})^2 - (3\sqrt{2} + 4) = 25 + 10\sqrt{2} + 2 - 3\sqrt{2} - 4 = 23 + 7\sqrt{2}$

15.3. $3\sqrt{5} - (2\sqrt{5} + \sqrt{16}) - \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} - 4 - \sqrt{5} = -4$

16. Por exemplo, $\sqrt{7}$.

Unidade 6 – Equações e funções

Aplicar – página 91

1. [B] é uma função afim porque é a soma de uma função linear $\left(\frac{2}{3}x\right)$ com uma função constante (-4) .

2. $(f + g)(x) = f(x) + g(x) = 5x - 3 + (2x - 1) =$
 $= 5x - 3 + 2x - 1 =$
 $= 5x + 2x - 3 - 1 =$
 $= 7x - 4 \rightarrow$ forma canónica

$f + g$ é uma função afim porque é a soma de uma função linear $(7x)$ com uma função constante (-4) .

$(f - g)(x) = f(x) - g(x) = 5x - 3 - (2x - 1) =$
 $= 5x - 3 - 2x + 1 =$
 $= 5x - 2x - 3 + 1 =$
 $= 3x - 2 \rightarrow$ forma canónica

$f - g$ é uma função afim porque é a soma de uma função linear $(3x)$ com uma função constante (-2) .

3.

3.1. Por exemplo, $h(x) = 4x$ e $g(x) = -3$.

Assim, $f(x) = 4x - 3$.

3.2. $f(0) = 4 \times 0 - 3 = -3$

$f\left(\frac{3}{4}\right) = 4 \times \frac{3}{4} - 3 = 3 - 3 = 0$

3.3. $f(x) = 2 \Leftrightarrow 4x - 3 = 2$

$\Leftrightarrow 4x = 2 + 3$

$\Leftrightarrow 4x = 5$

$\Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$

4. Se 4 é o termo independente, então f será da forma $f(x) = ax + 4$.

Como $f(2) = 10$, então:

$f(2) = 10 \Leftrightarrow a \times 2 + 4 = 10$

$\Leftrightarrow 2a = 10 - 4$

$\Leftrightarrow 2a = 6$

$\Leftrightarrow a = 3$

Assim, $f(x) = 3x + 4$.

5.

5.1. O termo independente é 32 e o coeficiente é 1,8.

5.2. $F = 30 \times 1,8 + 32$

$\Leftrightarrow F = 86$ graus Fahrenheit

5.3. $C \times 1,8 + 32 = 62,6$

$\Leftrightarrow C \times 1,8 = 62,6 - 32$

$\Leftrightarrow C \times 1,8 = 30,6$

$\Leftrightarrow C = \frac{30,6}{1,8}$

$\Leftrightarrow C = 17$ graus Celsius

6. Designemos por c a função que queremos determinar. O custo de cada minuto é de 0,10 €, logo 0,10 é o coeficiente de n . Como a taxa fixa é de 0,2 €, então c será da forma $c = 0,10n + 0,2$.

Aplicar – página 93

1.

1.1. Não é uma equação.

1.2. É uma equação.

1.3. Não é uma equação.

1.4. É uma equação.

2.

2.1. $2x - 3 = 40 \Leftrightarrow 2x = 40 + 3$

$\Leftrightarrow 2x = 43$

$\Leftrightarrow x = \frac{43}{2}$

C.S. = $\left\{\frac{43}{2}\right\}$

2.2. $2x + 6 = x - 15 \Leftrightarrow 2x - x = -15 - 6$

$\Leftrightarrow x = -21$

C.S. = $\{-21\}$

2.3. $2(x - 4) = 3x + 15 \Leftrightarrow 2x - 8 - 3x = 15$

$\Leftrightarrow -x = 15 + 8$

$\Leftrightarrow x = -23$

C.S. = $\{-23\}$

2.4. $-(x - 12) + 3(-x + 15) = 0 \Leftrightarrow -x + 12 - 3x + 45 = 0$

$\Leftrightarrow -4x = -57$

$\Leftrightarrow x = \frac{57}{4}$

C.S. = $\left\{\frac{57}{4}\right\}$

3.

3.1. 1º membro: $2x - 6$ 2º membro: $3 - x$ Termos independentes: -6 e 3 Termos com incógnita: $2x$ e $-x$

$$\begin{array}{lcl}
 3.2. & \left. \begin{array}{l} 2x - 6 = -x \\ x = -3 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 2 \times (-3) - 6 = 3 - (-3) \\ -6 - 6 = 3 + 3 \\ -12 = 6 \end{array} \\
 & & \text{Falso}
 \end{array}$$

 -3 não é solução da equação.

$$\begin{array}{lcl}
 3.3. & 2x - 6 = 3 - x \Leftrightarrow 2x + x = 3 + 6 \\
 & \Leftrightarrow 3x = 9 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{9}{3} \\
 & \Leftrightarrow x = 3
 \end{array}$$

C.S. = $\{3\}$

3.4. Por exemplo: "A diferença entre o dobro da idade da Inês e 6 é igual à diferença entre 3 e a sua idade. Qual é a idade da Inês?"

$$\begin{array}{lcl}
 4. & \text{Traduzindo o problema por uma equação: } 2x + 10 = 30 \\
 & \text{Resolvendo a equação:} \\
 & 2x + 10 = 30 \Leftrightarrow 2x = 30 - 10 \\
 & \Leftrightarrow 2x = 20 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{20}{2} \\
 & \Leftrightarrow x = 10
 \end{array}$$

C.S. = $\{10\}$

R.: O Cristiano pensou no número 10.

5.

$$\begin{array}{lcl}
 5.1. & 2(x + 1) = x + 5 \Leftrightarrow 2x + 2 = x + 5 \\
 & \Leftrightarrow 2x - x = 5 - 2 \\
 & \Leftrightarrow x = 3
 \end{array}$$

C.S. = $\{3\}$

R.: Daqui a 3 anos.

$$\begin{array}{lcl}
 5.2. & m: \text{ preço do urso da Maria} \\
 & m - 12: \text{ preço do urso da Leonor} \\
 & m + m - 12 = 38 \\
 & \Leftrightarrow 2m = 38 + 12 \\
 & \Leftrightarrow 2m = 50 \\
 & \Leftrightarrow m = \frac{50}{2} \\
 & \Leftrightarrow m = 25 \\
 & \text{C.S.} = \{25\} \\
 & \text{R.: O urso da Maria custou 25 €}.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 6. & \begin{array}{l} P = 2x + 2 + x - 1 + x - 1 + 2x - 1 + 4 + x + 2 = 7x + 5 \\ P = 7x + 5 \end{array} & \left. \right\} 7x + 5 = 26 \\
 & P = 26 \text{ cm} &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 7x + 5 = 26 \Leftrightarrow 7x = 26 - 5 \\
 \Leftrightarrow 7x = 21 \\
 \Leftrightarrow x = \frac{21}{7} \\
 \Leftrightarrow x = 3
 \end{array}$$

C.S. = $\{3\}$ Então, se $x = 3$:

$$\begin{array}{lcl}
 A_{\square} = c \times \ell & & \\
 c = 2 \times 3 + 2 = 8 & & \\
 \ell = 3 - 1 = 2 & \left. \right\} & A_{\square} = 8 \times 2 = 16
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2} & & \\
 b = 8 - (2 \times 3 - 1) = 3 \text{ cm} & & \\
 h = 4 \text{ cm} & \left. \right\} & A_{\Delta} = \frac{3 \times 4}{2} = 6 \\
 A = 16 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 22 \text{ cm}^2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 7. & 2(x - 3) = 12 \Leftrightarrow 2x - 6 = 12 \\
 & \Leftrightarrow 2x = 12 + 6 \\
 & \Leftrightarrow 2x = 18 \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{18}{2} \\
 & \Leftrightarrow x = 9
 \end{array}$$

C.S. = $\{9\}$

Se as duas equações são equivalentes, então $x = 9$ na segunda equação:

$$\begin{array}{lcl}
 & \left. \begin{array}{l} x - 15 = \oplus + 3x \\ x = 9 \end{array} \right\} & \begin{array}{l} 9 - 15 = \oplus + 3 \times 9 \\ \Leftrightarrow -6 = \oplus + 27 \\ \Leftrightarrow -\oplus = 27 + 6 \\ \Leftrightarrow -\oplus = 33 \\ \Leftrightarrow \oplus = -33 \end{array} \\
 & & \text{C.S.} = \{-33\} \\
 & & \text{R.: } \oplus = -33
 \end{array}$$

Aplicar – páginas 100 e 101

2.

$$\begin{array}{lcl}
 2.1. & 2x + a = 3 \Leftrightarrow 2x = 3 - a \\
 & \Leftrightarrow x = \frac{3 - a}{2}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl}
 2.2. & \text{Se } a = 4, 2x + 4 = 3. \text{ Resolvendo:} \\
 & 2x = 3 - 4 \Leftrightarrow 2x = -1 \\
 & \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}
 \end{array}$$

Outro processo:

$$x = \frac{3 - 4}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

3.

$$3.1. \quad \frac{3}{2}x = 6m - 9a \Leftrightarrow 3x = 2 \times (6m - 9a)$$

$$\Leftrightarrow 3x = 12m - 18a$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12m - 18a}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 4m - 6a$$

 3.2. Se $a = 5$, como $x = 4m - 6a$, então:

$$x = 4m - 6 \times 5 \Leftrightarrow x = 4m - 30$$

4.

$$4.1. \quad 3x = 2a + \frac{y}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}a + \frac{y}{15}$$

$$3x = 2a + \frac{y}{5}$$

$$\Leftrightarrow 15x = 10a + y$$

$$\Leftrightarrow y = 15x - 10a$$

$$4.2. \quad x = \frac{2}{3}a + \frac{30}{15}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}a + 2$$

$$4.3. \quad y = 15 \times \frac{2}{3} - 10a$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{30}{3} - 10a$$

$$\Leftrightarrow y = 10 - 10a$$

$$4.4. \quad 3 \times 4 = 2a + \frac{0}{5} \Leftrightarrow 2a = 12$$

$$\Leftrightarrow a = 6$$

5.

 5.1. Como $k = 300$ e $d = 3$, então:

$$C = 30 \times 3 + \frac{10(300 - 30 \times 3)}{100}$$

$$\Leftrightarrow C = 90 + \frac{10 \times (300 - 90)}{100}$$

$$\Leftrightarrow C = 90 + \frac{2100}{100}$$

$$\Leftrightarrow C = 90 + 21$$

$$\Leftrightarrow C = 111$$

R.: O custo do aluguer foi de 111 €.

$$5.2. \quad 270 = 30d + \frac{10(270 - 30d)}{100}$$

$$\Leftrightarrow 270 = 30d + \frac{2700 - 300d}{100}$$

$$\Leftrightarrow 270 = 30d + 27 - 3d$$

$$\Leftrightarrow 30d - 3d = 270 - 27$$

$$\Leftrightarrow 27d = 243$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{243}{27}$$

$$\Leftrightarrow d = 9$$

R.: O automóvel esteve alugado 9 dias.

$$5.3. \quad C = 30d + \frac{10(k - 30d)}{100} \Leftrightarrow C = 30d + \frac{10k - 300d}{100}$$

$$\Leftrightarrow 100C = 3000d + 10k - 300d$$

$$\Leftrightarrow 10k = 100C - 3000d - 300d$$

$$\Leftrightarrow 10k = 100C - 2700d$$

$$\Leftrightarrow k = 10C - 270d$$

 5.4. O mês de janeiro tem 31 dias, logo $d = 31$. Uma vez que a Eduarda gastou 1137 €, $C = 1137$. Assim:

$$k = 10 \times 1137 - 270 \times 31 \Leftrightarrow k = 3000 \text{ km}$$

R.: A Eduarda fez 3000 km.

6.

6.1. O perímetro do trapézio é igual à soma dos comprimentos dos seus lados. Assim:

$$P = x - 1 + 3x - 10 + x + 3 + 3 =$$

$$= x + 3x + x - 1 - 10 + 3 + 3 =$$

$$= 5x - 5$$

 6.2. Se $x = 5$, então:

$$P = 5 \times 5 - 5 \Leftrightarrow P = 25 - 5$$

$$\Leftrightarrow P = 20 \text{ cm}$$

$$6.3. \quad P = 5x - 5 \Leftrightarrow 5x = P + 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{P + 5}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{P}{5} + 1$$

$$6.4. \quad P = 25 \Leftrightarrow 5x - 5 = 25$$

$$\Leftrightarrow 5x = 25 + 5$$

$$\Leftrightarrow 5x = 30$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{5}$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \text{ cm}$$

$$7. \quad 5x^2 = ax \Leftrightarrow 5x^2 - ax = 0$$

$$\Leftrightarrow x(5x - a) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 5x - a = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 5x = a$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{a}{5}$$

$$\text{C.S.} = \left\{0, \frac{a}{5}\right\}$$

$$8. \quad 4x^2 - 16c^2 = 0 \Leftrightarrow (2x - 4c)(2x + 4c) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 4c = 0 \vee 2x + 4c = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x = 4c \vee 2x = -4c$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4c}{2} \vee x = -\frac{4c}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = 2c \vee x = -2c$$

$$\text{C.S.} = \{-2c, 2c\}$$

9.

$$\begin{aligned} 9.1. \quad p &= 2 \times x + 2 \times 4x = \\ &= 2x + 8x = \\ &= 10x \end{aligned}$$

$$9.2. \quad a = x \times 4x \Leftrightarrow a = 4x^2$$

$$9.3. \quad p = 10x \Leftrightarrow 10x = p \Leftrightarrow x = \frac{p}{10}$$

$$a = 4x^2 \Leftrightarrow 4x^2 = a$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{a}{4}$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{a}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{a}}{2}$$

$$p = 10 \frac{\sqrt{a}}{2} \Leftrightarrow p = 5\sqrt{a}$$

$$9.4. \quad p = 5\sqrt{a} \Leftrightarrow 20 = 5\sqrt{16} \Leftrightarrow 20 = 5 \times 4 \Leftrightarrow 20 = 20$$

R.: Sim.

Aplicar – páginas 106 e 107

$$3. \quad r: y = 5x + 2 \text{ tem declive } 5$$

$$s: y = -3x + 2 \text{ tem declive } -3$$

$$t: y = 3x + 5 \text{ tem declive } 3$$

$$u: y = -3x + 5 \text{ tem declive } -3$$

As retas s e u têm o mesmo declive, ou seja, são paralelas.

$$4. \quad m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{5 - 3}{-2 - 1} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{7 - 5}{4 - (-2)} = \frac{2}{4 + 2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

5. Por exemplo, (2, 3) e (3, 2), uma vez que quaisquer dois pontos com abscissas diferentes determinam uma reta não vertical.

6. Como os pontos A e B têm a mesma abscissa, -4 , a reta é vertical e tem equação $x = -4$.

7. As retas r e s são paralelas, o que significa que têm o mesmo declive.

8. A expressão algébrica que define estas funções é da forma $y = mx + b$.

No caso da função f , $b = 4$ porque passa no ponto (0, 4) e como é paralela à reta s tem o mesmo declive, ou seja, $\frac{3}{2}$. Assim, $f(x) = \frac{3}{2}x + 4$.

No caso da função h , $b = -2$ porque passa no ponto (0, -2) e como é paralela à reta s tem o mesmo declive, ou seja, $\frac{3}{2}$. Assim, $h(x) = \frac{3}{2}x - 2$.

9.

9.1. O declive da reta r é:

$$m_r = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - 0}{0 - 2} = -\frac{1}{2} = -0,5$$

Como passa no ponto (0, 1), $b = 1$.

Assim, $y = -0,5x + 1$.

9.2. A reta s é paralela à reta r , logo tem o mesmo declive.

Assim, $m = -0,5$. Como contém o ponto $X(4, -2)$, tem-se:

$$\begin{aligned} y &= -0,5x + b \Leftrightarrow -2 = -0,5 \times 4 + b \Leftrightarrow -2 = -2 + b \\ &\Leftrightarrow b = -2 + 2 \Leftrightarrow b = 0 \end{aligned}$$

A equação da reta s é $y = -0,5x$.

10.

10.1. A reta ML é não vertical porque passa por dois pontos com diferentes abscissas. Logo, não é paralela ao eixo Oy .

10.2. O declive da reta ML é dado por:

$$m_{ML} = \frac{y_L - y_M}{x_L - x_M} = \frac{-4 - (-2)}{3 - 5} = \frac{-4 + 2}{-2} = \frac{-2}{-2} = 1$$

10.3. A equação da reta é da forma $y = 1x + b$. Como $L(3, -4)$ pertence à reta, substituindo na fórmula vem:

$$\begin{aligned} y &= 1x + b \Leftrightarrow -4 = 1 \times 3 + b \Leftrightarrow 3 + b = -4 \\ &\Leftrightarrow b = -4 - 3 \Leftrightarrow b = -7 \end{aligned}$$

Assim, a equação da reta ML é $y = x - 7$.

10.4. Como a reta r é paralela à reta ML tem o mesmo declive, $m = 1$. Como passa no ponto $P(-1, 5)$, então:

$$\begin{aligned} y &= 1x + b \Leftrightarrow 5 = 1 \times (-1) + b \\ &\Leftrightarrow b - 1 = 5 \\ &\Leftrightarrow b = 5 + 1 \\ &\Leftrightarrow b = 6 \end{aligned}$$

A equação da reta r é $y = x + 6$.

11. Como a reta é paralela à reta de equação $x = 5$, é do tipo $x = a$. A abscissa do ponto é -7 , ou seja, a reta contém todos os pontos de abscissa -7 , logo $x = -7$.

12.

12.1. Como a reta AC é vertical, os pontos A e C têm a mesma abscissa, logo $a = 7$.

12.2. Como se trata de uma reta vertical e os pontos A e C têm a mesma abscissa, então $x = 7$.

12.3. Não porque os pontos B e C não têm a mesma abscissa.

12.4. Sendo $m = -2$, tem-se:

$$\begin{aligned} m_{BC} &= -2 \Leftrightarrow \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = -2 \Leftrightarrow \frac{5 - b}{7 - 3} = -2 \\ &\Leftrightarrow 5 - b = -8 \Leftrightarrow -b = -8 - 5 \Leftrightarrow b = 13 \end{aligned}$$

$$12.5. m_{CD} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = \frac{-7 - 5}{1 - 7} = \frac{-12}{-6} = 2$$

Como passa, por exemplo, no ponto C, temos:

$$y = 2x + b \Leftrightarrow 5 = 2 \times 7 + b$$

$$\Leftrightarrow b = 5 - 14$$

$$\Leftrightarrow b = -9$$

A equação da reta CD é $y = 2x - 9$.

Aplicar – páginas 110 e 111

$$2. \quad \left. \begin{array}{l} 4x - 5 = 2y + 1 \\ (x, y) = (4, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \times 4 - 5 = 2 \times 5 + 1 \\ 16 - 5 = 10 + 1 \\ 11 = 11 \end{array} \quad \text{Verdadeiro}$$

R.: O par ordenado (4, 5) é solução da equação dada.

$$3. \quad 2x - 10 = 3y \Leftrightarrow y = \frac{2x - 10}{3}$$

- Se $x = 1$, então $y = \frac{2 \times 1 - 10}{3} \Leftrightarrow y = -\frac{8}{3}$

- Se $x = 0$, então $y = \frac{2 \times 0 - 10}{3} \Leftrightarrow y = -\frac{10}{3}$

- Se $x = 5$, então $y = \frac{2 \times 5 - 10}{3} \Leftrightarrow y = 0$

Por exemplo, $\left(1, -\frac{8}{3}\right)$, $\left(0, -\frac{10}{3}\right)$ e (5, 0).

4. A solução do sistema é o par ordenado (2, 1).

$$5. \quad \text{Equação 1: } 2x = y \Leftrightarrow y = 2x$$

- Se $x = 1$, então $y = 2 \times 1 \Leftrightarrow y = 2$

- Se $x = \frac{1}{2}$, então $y = 2 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow y = 1$

[A] (1, 2) é solução da equação 1.

[C] $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ é solução da equação 1.

$$\text{Equação 2: } 2(x + y) = 3$$

$$\Leftrightarrow 2x + 2y = 3$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3 - 2x}{2}$$

$$\Leftrightarrow y = -x + \frac{3}{2}$$

- Se $x = 1$, então $y = -1 + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = \frac{1}{2}$

- Se $x = \frac{1}{2}$, então $y = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \Leftrightarrow y = 1$

[B] $\left(1, \frac{1}{2}\right)$ é solução da equação 2.

[C] $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ é solução da equação 2.

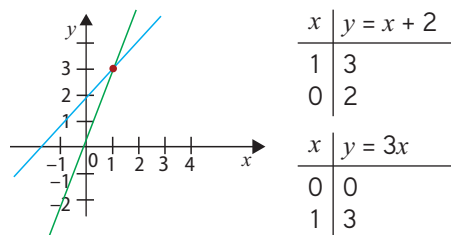
R.: [C] $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ é solução do sistema, pois é o único par ordenado que é solução das duas equações.

6. Pela equação 1 sabemos que o valor de y é o dobro do valor de x e, pela equação 2, sabemos que a soma de ambos é igual a 12.

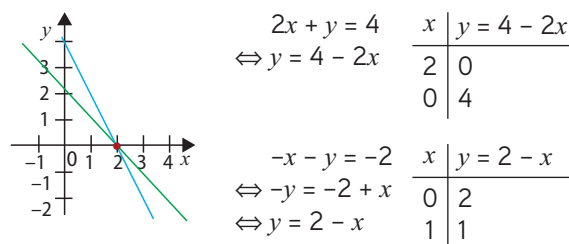
A solução é (4, 8).

7.

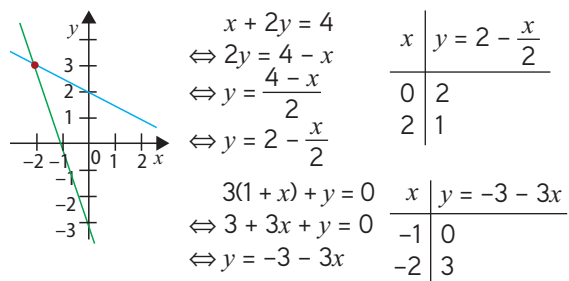
20 7.1. A solução do sistema é (1, 3).



7.2. A solução do sistema é (2, 0).



7.3. A solução do sistema é (-2, 3).



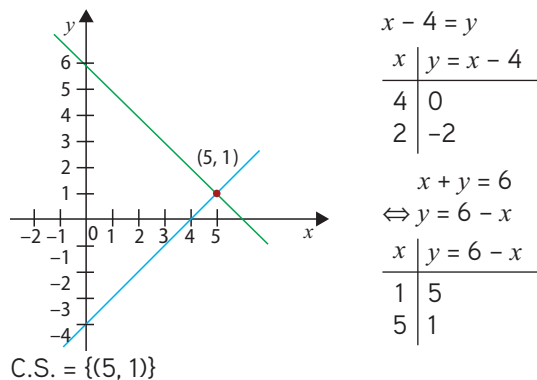
8. Por exemplo, $5x = -12y$.

9.

9.1. a) Por exemplo (4, 0), uma vez que para $x = 4$ e $y = 0$ vem: $4 - 4 = 0 \Leftrightarrow 0 = 0$ Verdadeiro
 $4 + 0 = 6 \Leftrightarrow 4 = 6$ Falso

b) Por exemplo (6, 0), uma vez que para $x = 6$ e $y = 0$ vem: $6 - 4 = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$ Falso
 $6 + 0 = 6 \Leftrightarrow 6 = 6$ Verdadeiro

20 9.2.



- 9.3. Para que $(5, 1)$ seja solução do sistema, tem que ser solução de ambas as equações.

Equação 1:

$$\left. \begin{array}{l} x - 4 = y \\ x = 5; y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5 - 4 = 1 \\ 1 = 1 \end{array} \quad \text{Verdadeiro}$$

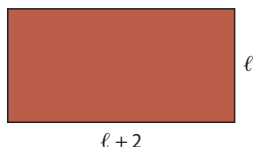
Equação 2:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 6 \\ x = 5; y = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5 + 1 = 6 \\ 6 = 6 \end{array} \quad \text{Verdadeiro}$$

Então, $(5, 1)$ é solução do sistema.

- 20 10. Se o comprimento do retângulo tem mais 2 cm do que a largura, então $c = \ell + 2$ (c representa o comprimento e ℓ representa a largura).

$P = 12$ cm



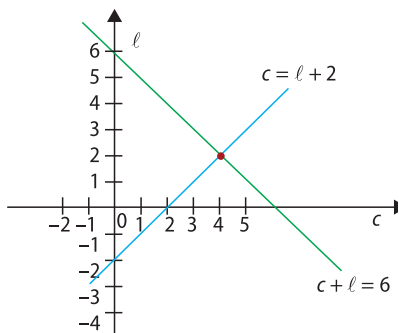
$$\begin{aligned} \ell + 2 + \ell + \ell + 2 + \ell &= 12 \Leftrightarrow 4\ell + 4 = 12 \\ &\Leftrightarrow 4\ell = 8 \\ &\Leftrightarrow \ell = 2 \end{aligned}$$

R.: O retângulo tem 4 cm de comprimento e 2 cm de largura.

Outro processo:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \ell + 2 \\ 2c + 2\ell = 12 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \ell + 2 \\ c + \ell = 6 \end{cases}$$



- 20 11. Traduzindo o problema, obtém-se:

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - 3y = 11 \end{cases}$$

Pela 1ª equação sabemos que $x = 3 - y$.

Resolvendo a 2ª equação:

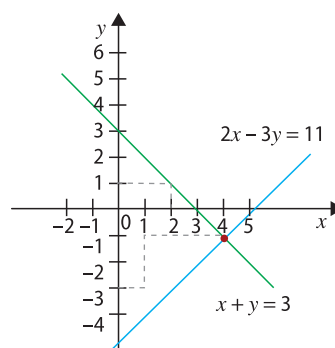
$$\begin{aligned} 2(3 - y) - 3y &= 11 \Leftrightarrow 6 - 2y - 3y = 11 \\ &\Leftrightarrow -5y = 11 - 6 \\ &\Leftrightarrow -5y = 5 \\ &\Leftrightarrow y = \frac{5}{-5} \\ &\Leftrightarrow y = -1 \end{aligned}$$

Se $y = -1$, então $x = 3 - (-1) = 4$.

R.: Os números são -1 e 4 .

Outro processo:

Resolvendo graficamente o sistema.



12. $0,8x + 0,3y = 4,6$

Aplicar – páginas 114 e 115

20 2.

2.1. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + y = 2 \\ \text{---} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 2 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{2} \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

C.S. = $\{(1, 1)\}$

2.2. $\begin{cases} x + y = 15 \\ y - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 1 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 + x = 15 \\ \text{---} \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 15 - 1 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 14 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{2} \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 1 + 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 8 \end{cases}$$

C.S. = $\{(7, 8)\}$

$$\begin{aligned}
 2.3. \quad & \begin{cases} 2x + y = 24 \\ -3y - 2x = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 2x \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3(24 - 2x) - 2x = -32 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -72 + 6x - 2x = -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4x = -32 + 72 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4x = 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{40}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 10 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 2 \times 10 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 - 20 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 10 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$C.S. = \{(10, 4)\}$$

$$\begin{aligned}
 2.4. \quad & \begin{cases} 3x = 12 \\ 4x - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{3} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4 \times 4 - 3y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 16 - 3y = 5 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3y = 5 - 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3y = -11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$C.S. = \left\{ \left(4, \frac{11}{3} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 2.5. \quad & \begin{cases} 3(x + 2) - 11 = y \\ -2(y - 4) + 3x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 6 - 11 = y \\ -2y + 8 + 3x = 5 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3x - 5 \\ -2y + 3x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -2(3x - 5) + 3x = -3 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -6x + 10 + 3x = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3x = -13 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{13}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \times \frac{13}{3} - 5 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = 13 - 5 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 8 \\ x = \frac{13}{3} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$C.S. = \left\{ \left(\frac{13}{3}, 8 \right) \right\}$$

$$\begin{aligned}
 2.6. \quad & \begin{cases} \frac{x}{4} - 3y = 6 \\ 6y + x - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 6 - 6y \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6 - 6y}{4} - 3y = 6 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} - \frac{3}{2}y - \frac{6}{2}y = \frac{12}{2} \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{9}{2}y = \frac{9}{2} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 6 - 6 \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 6 + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 12 \end{cases} \\
 & C.S. = \{(12, -1)\}
 \end{aligned}$$

3.

3.1. A solução é $(-1, 0)$.

$$\begin{aligned}
 3.2. \quad & \text{a) } \begin{cases} y = 2x + 2 \\ y - 2x = -3 \end{cases} \\
 & \text{b) } \begin{cases} y = 1 \\ y = 2x + 2 \end{cases} \\
 & \text{c) } \begin{cases} -x = y + 1 \\ -x = y + 1 \end{cases}
 \end{aligned}$$

4.

4.1. a) 1ª equação:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x - 4 = 2y \\ (x, y) = (0; -2) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 0 - 4 = 2 \times (-2) \\ -4 = -4 \end{array} \right. \quad \text{Verdadeiro}
 \end{aligned}$$

2ª equação:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 3x - 6y = +12 \\ (x, y) = (0, -2) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3 \times 0 - 6 \times (-2) = 12 \\ 0 + 12 = 12 \\ 12 = 12 \end{array} \right. \quad \text{Verdadeiro}
 \end{aligned}$$

R.: O par ordenado $(0, -2)$ é solução do sistema.

b) 1ª equação:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} x - 4 = 2y \\ (x, y) = (-4, -4) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} -4 - 4 = 2 \times (-4) \\ -8 = -8 \end{array} \right. \quad \text{Verdadeiro}
 \end{aligned}$$

2ª equação:

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 3x - 6y = +12 \\ (x, y) = (-4, -4) \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} 3 \times (-4) - 6 \times (-4) = 12 \\ -12 + 24 = 12 \\ 12 = 12 \end{array} \right. \quad \text{Verdadeiro}
 \end{aligned}$$

R.: O par ordenado $(-4, -4)$ é solução do sistema.

4.2. O sistema é possível e indeterminado.

Sabendo que os pares ordenados da alínea anterior são soluções do sistema, facilmente concluímos que o sistema é possível, pois admite soluções.

Por outro lado, pensando na representação gráfica deste sistema, consideramos duas retas que se cruzam nos pontos (0, -2) e (-4, -4). Isso só será possível se as retas forem coincidentes e, assim, há uma infinidade de pontos em comum. Deste modo, o sistema é possível e indeterminado.

20 5. Traduzindo o problema por um sistema, vamos calcular quanto custa um pacote de arroz e quanto custa um pacote de esparguete.

Seja a – preço de um pacote de arroz

e – preço de um pacote de esparguete

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 5a + 6e = 12 \\ 3a + 10e = 17,12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5a = 12 - 6e \\ 10e = 17,12 - 3a \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{12 - 6e}{5} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ 10e = 17,12 - 3\left(\frac{12 - 6e}{5}\right) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ 10e = 17,12 - \frac{36}{5} + \frac{18e}{5} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ \frac{50}{5}e - \frac{18}{5}e = \frac{1712}{100} - \frac{720}{100} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ \frac{50}{5}e - \frac{18}{5}e = \frac{1712}{100} - \frac{720}{100} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ \frac{32}{5}e = \frac{992}{100} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ \frac{160}{25}e = \frac{248}{25} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ 160e = 248 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ e = \frac{248}{160} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ e = 1,55 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{12 - 6 \times 1,55}{5} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0,54 \\ e = 1,55 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = {(0,54; 1,55)}

Sabendo que um pacote de arroz custa 0,54 € e que um pacote de esparguete custa 1,55 €, basta calcular quanto pagou o Rodrigo por um pacote de arroz e dois de esparguete.

$$1 \times 0,54 + 2 \times 1,55 = 0,54 + 3,1 = 3,64$$

R.: O Rodrigo pagou 3,64 €.

20 6.

$$\begin{aligned} 6.1. &\begin{cases} -\left(-y - \frac{3}{2}\right) = \frac{2x + 13}{2} \\ y + 3 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y + \frac{3}{2} = x + \frac{13}{2} \\ x = y + 3 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = y + 3 + \frac{13}{2} - \frac{3}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = y + 3 + 5 \\ \text{_____} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 0y = 8 \text{ Equação impossível} \\ \text{_____} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = { } Sistema impossível

$$\begin{aligned} 6.2. &\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \\ -3x + 4 = -\frac{y-1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2x}{6} + \frac{3y}{6} = \frac{6}{6} \\ -15x + 20 = -y + 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 - 3y \\ y = 1 - 20 + 15x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \frac{3}{2}y \\ y = 15x - 19 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \frac{3}{2}(15x - 19) \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 - \frac{45}{2}x + \frac{57}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{2}x + \frac{45}{2}x = \frac{6}{2} + \frac{57}{2} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 47x = 63 \\ \text{_____} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63}{47} \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ y = 15 \times \frac{63}{47} - 19 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ y = \frac{945}{47} - \frac{893}{47} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{63}{47} \\ y = \frac{52}{47} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\left\{\left(\frac{63}{47}, \frac{52}{47}\right)\right\}$ Sistema possível e determinado

$$\begin{aligned} 6.3. &\begin{cases} 2(y - 4) = \frac{8(x + 3)}{2} - 8 \\ \frac{-3y + 27}{3} = -2(x + 3) + 9 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2y - 8 = 4x + 12 - 8 \\ -y + 9 = -2x - 6 + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 4x + 12 \\ -y = -2x - 6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{_____} \\ y = 2x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(2x + 6) = 4x + 12 \\ \text{_____} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 12 = 4x + 12 \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0x = 0 \\ \text{_____} \end{cases} \begin{matrix} \text{Equação} \\ \text{possível e} \\ \text{indeterminada} \end{matrix} \end{aligned}$$

Sistema possível e indeterminado

- 20 7.** Como $(2, 4)$ e $(-2, 2)$ pertencem à representação gráfica da equação, temos:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} 2a - 4b + 6 = 0 \\ -2a - 2b + 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 4b - 6 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -(4b - 6) - 2b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -4b - 2b = -6 - 6 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -6b = -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ b = \frac{12}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ b = 2 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 4 \times 2 - 6 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a = 2 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

R.: $a = 1$ e $b = 2$

- 20 8.** Seja x o número de crianças com mais de 10 anos e y o número de crianças com menos de 10 anos. Então:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 20 \\ 15x + 10y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - y \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 15(20 - y) + 10y = 235 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 300 - 15y + 10y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -5y = -65 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{65}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 13 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20 - 13 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = 13 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\{(7, 13)\}$

R.: No grupo, 7 crianças tinham mais de 10 anos.

- 20 9.** Seja x o número de perguntas cuja cotação é 5% e y o número de perguntas cuja cotação é 6%. Então:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} x + y = 17 \\ 0,05x + 0,06y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 - y \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0,05(17 - y) + 0,06y = 1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0,85 - 0,05y + 0,06y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0,01y = 0,15 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{0,15}{0,01} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 17 - 15 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ \text{---} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\{(2, 15)\}$

Há duas perguntas cuja cotação é 5%, que são as duas primeiras questões. Assim, a última pergunta que o João acertou tinha uma cotação de 6%, pelo que a cotação do João foi $5\% + 5\% + 6\% = 16\%$.

R.: A cotação obtida foi 16%.

- 20 10.** Seja c o número de alunos admitidos para a creche e p o número de alunos admitidos para o 1º Ciclo.

Resolvendo o sistema $\begin{cases} c + p = 30 \\ 175c + 200p = 5620 \end{cases}$:

$$\begin{aligned} &\begin{cases} c + p = 30 \\ 175c + 200p = 5625 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 30 - p \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 175(30 - p) + 200p = 5625 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 5250 - 175p + 200p = 5625 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 25p = 375 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ p = \frac{375}{25} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ p = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 30 - 15 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} c = 15 \\ p = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\{(15, 15)\}$

R.: Do 1º Ciclo matricularam-se 15 alunos.

Praticar – páginas 116 a 121

- Como a reta intersecta o eixo Oy no ponto $(0, -1)$, a ordenada na origem é -1 , ou seja, $b = -1$. O declive da reta é 3, ou seja, $m = 3$. Assim, $y = 3x - 1$.
- $m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 6}{2 - (-1)} = -\frac{8}{3}$
 $m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{4 - (-2)}{-3 - 2} = \frac{6}{-5} = -\frac{6}{5}$
 $m_{AC} = \frac{y_C - y_A}{x_C - x_A} = \frac{4 - 6}{-3 - (-1)} = \frac{-2}{-2} = 1$
- Como os pontos A e B têm a mesma abcissa, a reta que os contém é vertical, logo $x = 8$.

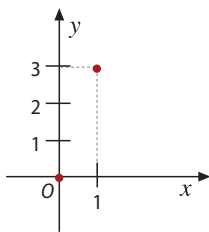
4. O declive da reta r é $-0,2$. Como as retas r e s são paralelas, têm igual declive, logo, $m = -0,2$.

A reta s tem ordenada na origem, -1 , uma vez que passa no ponto $(0, -1)$. Assim, uma equação da reta s é $y = -0,2x - 1$.

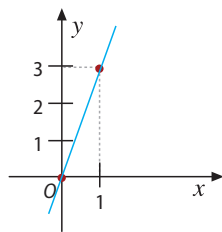
5. [B] é a representação gráfica da função h . Basta verificar que o ponto $(0, 1)$ pertence ao gráfico da função.

6.

6.1.



6.2.



- 6.3. Estamos perante uma função linear que passa no ponto de coordenadas $(1, 3)$.

A sua expressão algébrica é $y = 3x$.

7. A função g é uma função afim que se pode escrever na forma $y = kx + b$. Da observação da representação gráfica, sabemos que $k < 0$ pois a função é decrescente. Assim, excluímos as opções [C] e [D]. Além disso, sabemos que $b > 0$, pois a reta que representa a função interseca o eixo das ordenadas num ponto de ordenada positiva. Portanto, excluímos a opção [A].

R.: [B]

20 8.

8.1.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 3x - y = 7 \\ 6(x - 3) - y = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 7 = y \\ 6x - 18 - y = 0 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6x - 18 - 3x + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3x = 11 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{11}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \times \frac{11}{3} - 7 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 11 - 7 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = \frac{11}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\left\{\left(\frac{11}{3}, 4\right)\right\}$ Sistema possível e determinado

8.2.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{y}{-2} = -\frac{3x+9}{6} \\ -3y = 3(-x-5) \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3y}{6} = -\frac{3x+9}{6} \\ -3y + 3x = -15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} -3y = -3x - 9 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -3x - 9 + 3x = -15 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -9 = -15 \text{ Falso} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\{\}$ Sistema impossível

8.3.

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x = -(y-3) \\ -\frac{3x+10}{2} = -3y-1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = 3 \\ -\frac{3}{2}x - 5 + 3y = -1 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ -\frac{3}{2}x + 3y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -\frac{3}{2}x + 3(3 - 2x) = 4 \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -\frac{3}{2}x - \frac{12}{2}x = 4 - 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -\frac{15}{2}x = -\frac{10}{2} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{10}{15} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2 \times \frac{2}{3} \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{9}{3} - \frac{4}{3} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{5}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\left\{\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}\right)\right\}$ Sistema possível e determinado

8.4.

$$\begin{aligned} \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} + 5 = 0 \\ -\frac{4(x-2)}{2} = 5y \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3x}{6} - \frac{2y}{6} = -\frac{30}{6} \\ -4x + 8 = 10y \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -30 + 2y \\ \frac{-4x+8}{10} = y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2\left(-\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}\right) = -30 \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{15}{5}x + \frac{4}{5}x - \frac{8}{5} = -\frac{150}{5} \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 19x = -142 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{142}{19} \\ \text{---} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -\frac{2}{5} \times \left(-\frac{142}{19}\right) + \frac{4}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = \frac{284}{95} + \frac{4}{5} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{142}{19} \\ y = \frac{72}{19} \end{cases} \end{aligned}$$

C.S. = $\left\{\left(-\frac{142}{19}, \frac{72}{19}\right)\right\}$ Sistema possível e determinado

9.

9.1. Equação 1:

$$\left. \begin{array}{l} -3a - b = 5 \\ (a, b) = (0, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \times 0 - 5 = 5 \\ 0 - 5 = 5 \\ -5 = 5 \end{array} \quad \text{Falso}$$

Equação 2:

$$\left. \begin{array}{l} 4a - b = -16 \\ (a, b) = (0, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \times 0 - 5 = -16 \\ 0 - 5 = -16 \\ -5 = -16 \end{array} \quad \text{Falso}$$

$(a, b) = (0, 5)$ não é solução de nenhuma das equações, portanto não é solução do sistema.

9.2. Equação 1:

$$\left. \begin{array}{l} -3a - b = 5 \\ (a, b) = (-3, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -3 \times (-3) - 4 = 5 \\ 9 - 4 = 5 \\ 5 = 5 \end{array} \quad \text{Verdadeiro}$$

Equação 2:

$$\left. \begin{array}{l} 4a - b = -16 \\ (a, b) = (-3, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \times (-3) - 4 = -16 \\ -12 - 4 = -16 \\ -16 = -16 \end{array} \quad \text{Verdadeiro}$$

$(a, b) = (-3, 4)$ é solução das duas equações, portanto é solução do sistema.

20 10.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} y + x = 9 \\ y - x = -3 \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 9 - x \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 9 - x - x = -3 \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ -2x = -12 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ x = \frac{12}{2} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ x = 6 \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 9 - 6 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 3 \\ x = 6 \end{array} \right. \end{aligned}$$

 C.S. = $\{(6, 3)\}$

 R.: $D(6, 3)$

 20 11. Consideremos x – número de moedas de 0,50 € e y – número de moedas de 1 €

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 77 \\ 0,5x + 1y = 39,5 \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 77 - x \\ \text{---} \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 0,5x + 77 - x = 39,5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ -0,5x = -37,5 \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ x = \frac{37,5}{0,5} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ x = 75 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 77 - 75 \\ \text{---} \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 2 \\ x = 75 \end{array} \right. \end{aligned}$$

 C.S. = $\{(75, 2)\}$

R.: O Paulo tem 75 moedas de cinquenta cêntimos.

20 12.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} x + y = 4,6 \\ x + 2y = 7,1 \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 4,6 - y \\ \text{---} \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 4,6 - y + 2y = 7,1 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ y = 2,5 \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 4,6 - 2,5 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 2,1 \\ y = 2,5 \end{array} \right. \end{aligned}$$

 C.S. = $\{(2,1; 2,5)\}$

 Entre a fábrica e o moinho estão y km, ou seja, 2,5 km.

R.: O Filipe percorreu 2,5 km.

20 13.

 Consideremos c – número de cromos da Catarina e j – número de cromos do João.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} c - 15 = j + 15 \\ c + 20 = 2(j - 20) \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = j + 30 \\ \text{---} \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ j + 30 + 20 = 2j - 40 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ -j = -40 - 50 \end{array} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ j = 90 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = 90 + 30 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} c = 120 \\ j = 90 \end{array} \right. \end{aligned}$$

R.: A Catarina tem 120 cromos e o João tem 90 cromos.

14.

$$\left. \begin{array}{l} 14.1. F = 1,8C + 32 \\ C = -25 \end{array} \right\} F = 1,8 \times (-25) + 32 = -13$$

 R.: -25°C correspondem a -13 graus Fahrenheit.

$$\left. \begin{array}{l} 14.2. F = 1,8C + 32 \\ F = 95 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 95 = 1,8C + 32 \Leftrightarrow 1,8C = 63 \\ \Leftrightarrow C = 35 \end{array}$$

 R.: 92 graus Fahrenheit correspondem a 35°C .

 14.3. Gráfico A: como $1,8 > 0$, a reta devia ter inclinação positiva.

 Gráfico B: a reta interseca o eixo Oy num ponto de ordenada negativa e não no ponto de ordenada +32.

 15. Se a função é de proporcionalidade direta e o ponto $(3, 30)$ pertence ao seu gráfico, então o ponto $(1, 10)$ também pertence ao seu gráfico.

 A expressão algébrica de f é então $f(x) = 10x$.

16.

16.1. $ax^2 + 6x = 0$

 $\Leftrightarrow x(ax + 6) = 0$, aplicando a lei do anulamento do produto

$\Leftrightarrow x = 0 \vee ax + 6 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee ax = -6$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{6}{a}$

C.S. = $\left\{-\frac{6}{a}, 0\right\}$

16.2. $x^2 - 25c^2 = 0$

 $\Leftrightarrow x^2 - (5c)^2 = 0$, aplicando a diferença de quadrados

$\Leftrightarrow (x - 5c)(x + 5c) = 0$

$\Leftrightarrow x - 5c = 0 \vee x + 5c = 0$

$\Leftrightarrow x = 5c \vee x = -5c$

C.S. = $\{-5c, 5c\}$

17.

17.1. $m_{ML} = \frac{y_L - y_M}{x_L - x_M} = \frac{11 - (-1)}{-1 - 2} = \frac{12}{-3} = -4$

$y = -4x + b \Leftrightarrow -1 = -4 \times 2 + b \Leftrightarrow b = -1 + 8 \Leftrightarrow b = 7$

↑

Substituindo x e y pelas coordenadas de um dos pontos, por exemplo, $M(2, -1)$ Assim, $y = -4x + 7$.17.2. A reta r é paralela à reta ML , logo tem o mesmo declive, ou seja, $m = -4$. Como contém o ponto $P\left(\frac{7}{4}, -5\right)$, vem:

$y = -4x + b \Leftrightarrow -5 = -4 \times \frac{7}{4} + b \Leftrightarrow b = -5 + 7 \Leftrightarrow b = 2$

↑

Substituindo x e y pelas coordenadas do ponto

$P\left(\frac{7}{4}, -5\right)$

Assim, $y = -4x + 2$.17.3. As retas ML e s são paralelas se tiverem o mesmo declive.

$y - 4x = 1 \Leftrightarrow y = 4x + 1$

Logo, a reta s tem declive 4 e a reta ML tem declive -4. Como os declives são distintos, as duas retas não são paralelas.

18.

18.1. $y = 550 + 0,01x$

18.2. $\begin{cases} y = 500 + 0,02x \\ y = 550 + 0,01x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 550 + 0,01x = 500 + 0,02x \\ \text{—} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -0,01x = -50 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{50}{0,01} \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5000 \\ \text{—} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = 550 + 0,01 \times 5000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5000 \\ y = 600 \end{cases}$

C.S. = $\{(5000, 600)\}$

R.: A Joana e o Mário receberam 600 €.

19.

19.1. Em 10 anos, o automóvel desvalorizou 12 500 €, ou seja, 1250 € por ano. Assim, a expressão algébrica é $f(x) = -1250x + 20\,000$.

19.2. $f(4) = -1250 \times 4 + 20\,000 = 15\,000$

Em 2004 (4 anos após a compra do automóvel), o valor comercial era de 15 000 €.

19.3. Em 2007 decorreram 7 anos desde a compra do automóvel:

$f(7) = -1250 \times 7 + 20\,000 = 11\,250$

R.: Em 2007, o automóvel tinha um valor comercial de 11 250 €.

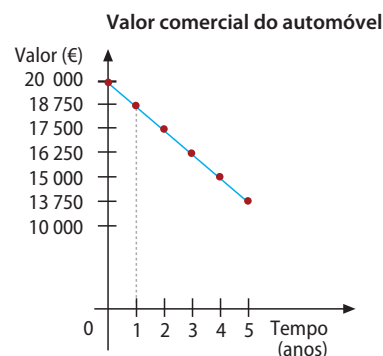
19.4. $f(x) = -1250x + 20\,000 \quad \left\{ \begin{array}{l} -1250x + 20\,000 = \\ = 16\,250 \\ \Leftrightarrow -1250x = -3750 \\ \Leftrightarrow x = \frac{3750}{1250} \Leftrightarrow x = 3 \end{array} \right.$

R.: Deveria tê-lo feito em 2003.

19.5. A desvalorização anual é de 1250 €.

19.6. $y = -1250x + 2000$

x	y
0	$20\,000 \rightarrow -1250 \times 0 + 20\,000$
1	$18\,750 \rightarrow -1250 \times 1 + 20\,000$
2	$17\,500 \rightarrow -1250 \times 2 + 20\,000$
3	$16\,250 \rightarrow -1250 \times 3 + 20\,000$
4	$15\,000 \rightarrow -1250 \times 4 + 20\,000$
5	$13\,750 \rightarrow -1250 \times 5 + 20\,000$



- 20 20.** Consideremos: a – peso da água necessária para encher o balde e b – peso do balde

$$\begin{cases} a + b = 5 \\ b + \frac{2}{3}a = 3,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 - a \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 5 - a + \frac{2}{3}a = 3,4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ -\frac{1}{3}a = -1,6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ a = 4,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 5 - 4,8 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 0,2 \\ a = 4,8 \end{cases}$$

$$(a, b) = (4,8; 0,2)$$

R.: O balde vazio pesa 0,2 kg.

21.

$$\begin{aligned} 21.1. \quad & \left. \begin{aligned} 2x - 3 = y - 12 \\ (x, y) = (-4, 1) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2 \times (-4) - 3 &= 1 - 12 \\ -8 - 3 &= -11 \\ -11 &= -11 \end{aligned} \quad \text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

O par ordenado $(-4, 1)$ é solução da equação mas não é solução do problema, pois nenhum dos lados triângulo pode ter comprimento negativo.

$$\begin{aligned} 21.2. \quad & b - 12 = 2a - 3 \Leftrightarrow b = 2a - 3 + 12 \\ & \Leftrightarrow b = 2a + 9 \end{aligned}$$

b deve verificar a equação $b = 2a + 9$. Por outro lado, $b - 12 > 0 \Leftrightarrow b > 12$ pois, caso contrário, a medida do comprimento do lado $[BC]$ seria negativa.

$$\begin{aligned} 21.3. \quad & \left. \begin{aligned} 2x - 3 = y - 12 \\ x = 4 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2 \times 4 - 3 &= y - 12 \\ \Leftrightarrow y - 12 &= 5 \Leftrightarrow y = 5 + 12 \\ \Leftrightarrow y &= 17 \end{aligned} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21.4. \quad & \left. \begin{aligned} 2x - 3 = y - 12 \\ y = -3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2x - 3 &= -3 - 12 \\ \Leftrightarrow 2x &= -15 + 3 \Leftrightarrow 2x = -12 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{12}{2} \Leftrightarrow x = -6 \end{aligned} \end{aligned}$$

22.

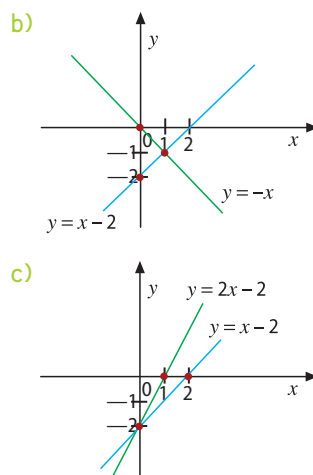
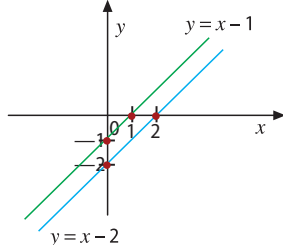
22.1. A função é afim (escreve-se na forma $y = mx + b$) e passa nos pontos $(2, 0)$ e $(0, -2)$.

$$\begin{cases} 0 = m \times 2 + b \\ -2 = m \times 0 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = -b \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 2 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ b = -2 \end{cases}$$

$$\text{R.: } y = x - 2$$

20 22.2.a)



23.

$$\begin{aligned} 23.1. \quad & p = 4 \times x \Leftrightarrow p = 4x \\ & a = \ell^2 \Leftrightarrow a = x^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23.2. \quad & p = 4x \Leftrightarrow x = \frac{p}{4} \\ & a = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{a} \\ & \text{Como } x = \frac{p}{4} \text{ e } a = x^2 \Leftrightarrow a = \left(\frac{p}{4}\right)^2 \Leftrightarrow a = \frac{p^2}{16} \\ & \Leftrightarrow 16a = p^2 \Leftrightarrow p^2 = 16a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23.3. \quad & \text{Se } P = 20 \text{ cm, então } \ell = 20 : 4 = 5 \text{ cm e} \\ & A = 5^2 = 25 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

Assim, não existe nenhum quadrado que satisfaça as condições dadas.

24.

$$24.1. \text{ a) } V = 60 \text{ km/h}$$

$$60 : 3,6 \approx 16,67 \text{ m/s}$$

$$\text{b) } E_c = \frac{m \times v^2}{2} = \frac{11\,000 \times (60 : 3,6)^2}{2} \approx 15\,277,78 \text{ J}$$

$$\begin{aligned} 24.2. \quad & E_c = \frac{1}{2} m \times v^2 \Leftrightarrow 2E_c = m \times v^2 \\ & \Leftrightarrow m = \frac{2E_c}{v^2} \end{aligned}$$

$$24.3. \quad V = 55 \text{ km/h}$$

$$55 : 3,6 \approx 15,2778 \text{ m/s}$$

$$m = 2 \times \frac{15\,277,778}{(15,2778)^2} \approx 1309,09 \text{ kg}$$

25.

$$25.1. \quad A(3, 0); B(1, -1)$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-1 - 0}{1 - 3} = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$$

Como, por exemplo, o ponto A pertence à reta, então:

$$y = \frac{1}{2}x + b \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{2} \times 3 + b$$

$$\Leftrightarrow b = -\frac{3}{2}$$

R.: A ordenada na origem da reta r é $-1,5$.

25.2. Como a reta s é paralela à reta r , tem o mesmo declive, ou seja, $m = 0,5$.

Assim, $y = 0,5x + b$.

Como o ponto $X(-2, 4)$ pertence à reta, então:

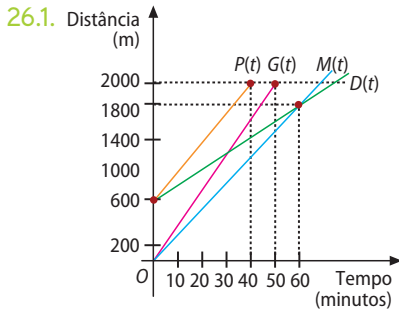
$$4 = 0,5 \times (-2) + b \Leftrightarrow b = 4 + 1$$

$$\Leftrightarrow b = 5$$

A reta s tem equação $y = 0,5x + 5$.

25.3. A reta t é paralela à reta BP , ou seja, tem o mesmo declive. Os pontos B e P têm a mesma abscissa, logo a reta é vertical. Como a reta passa no ponto $A(3, 0)$, a abscissa de todos os pontos dessa reta é 3. Assim, $x = 3$.

26.



26.2. Dois, o Gonçalo e a Matilde iniciaram a prova no ponto de partida porque $G(0) = 0$ e $M(0) = 0$.

26.3. $G(10) = 40 \times 10 = 400$

No contexto do problema, significa que o Gonçalo, aos 10 minutos, estava a 400 m do ponto de partida.

$$\begin{aligned} 26.4. \quad & \left. \begin{aligned} M(t) &= 300 \\ M(t) &= 30t \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 30t &= 300 \\ \Leftrightarrow t &= \frac{300}{30} \\ \Leftrightarrow t &= 10 \end{aligned} \end{aligned}$$

No contexto do problema, significa que a Matilde, aos 10 minutos, estava a 300 m do ponto de partida.

26.5. De entre os infantis, foi o Pedro que venceu e dos iniciados foi o Gonçalo. O primeiro a cortar a meta foi o Pedro, tendo-o feito 40 minutos após a partida.

26.6. Em último ficou a Diana.

26.7. 30 minutos.

26.8. O Pedro corta a meta ao fim de 40 minutos e a Diana ao fim de 70 minutos.

Assim, $70 - 40 = 30$ minutos.

27. Se o triângulo $[ADE]$ é equilátero, então todos os lados têm igual comprimento, ou seja, todos os lados medem x cm.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 44 \\ 3x + 2y = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 44 - 2x \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3x + 44 - 2x = 60 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 60 - 44 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 44 - 2 \times 16 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2y = 12 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{12}{2} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6 \\ x = 16 \end{cases}$$

$$C.S. = \{(16, 6)\}$$

Descobrimos que $\overline{AE} = 16$ cm e $\overline{DC} = 6$ cm.

Então:

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{DC}} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} \quad (\text{c.q.d.})$$

28.

$$28.1. \quad k_1 = k_2 \quad k_1 > k_3 \quad b_4 = b_1$$

$$b_1 > b_3 \quad k_1 > k_4 \quad b_1 > b_2$$

28.2. a) Sistema impossível.

b) Sistema possível e determinado.

$$28.3. f(3) = 3$$

28.4. A única função linear é aquela que é representada graficamente pela reta que passa na origem do referencial. Essa reta passa também no ponto de coordenadas $(1, 1)$. Sendo assim, a expressão algébrica que a representa é $y = x$.

29. Seja:

c – número de quilogramas de cebolas

t – número de quilogramas de tomates

$$\begin{cases} c + t = 12 \\ 1,29c + 1,19t = 14,98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 12 - t \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 1,29(12 - t) + 1,19t = 14,98 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 15,48 - 1,29t + 1,19t = 14,98 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -0,1t = -0,5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ t = \frac{0,5}{0,1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ t = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 12 - 5 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 7 \\ t = 5 \end{cases}$$

$$(c, t) = (7, 5)$$

R.: O Gonçalo comprou 5 kg de tomates.

30.

30.1. Sabendo que a 1ª parte tem 9 questões que valem, cada uma, 9 pontos, então a 1ª parte do exame está cotada para 81 pontos.

$$200 - 81 = 119$$

A 2ª parte está cotada para 119 pontos.

Exame do Mário:

2ª parte: 119 pontos

$$1ª \text{ parte: } 3 \times 9 + 5 \times (-3) + 1 \times 0 = 27 - 15 = 12$$

$$119 + 12 = 131$$

R.: O Mário teve 131 pontos.

20 30.2. Na alínea anterior vimos que a 2ª parte do exame está cotada para 119 pontos.

$$152 - 119 = 33$$

O Pedro teve 33 pontos na 1ª parte do exame.

Seja:

c – número de questões corretas

e – número de questões erradas

$$\begin{cases} c + e = 9 \\ 9c - 3e = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 - e \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 9(9 - e) - 3e = 33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 81 - 9e - 3e = 33 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ -12e = -48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ e = \frac{48}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ e = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 9 - 4 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5 \\ e = 4 \end{cases}$$

$$(c, e) = (5, 4)$$

R.: O Pedro errou quatro questões na primeira parte do exame.

Testar – páginas 126 e 127

1.

$$1.1. \quad \frac{x}{3} + \frac{5a}{6} = -2m \Leftrightarrow \frac{x}{3} = -2m - \frac{5a}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -6m - \frac{15a}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -6m - \frac{5}{2}a$$

1.2. Se $a = -4$:

$$x = -6m - \frac{5}{2} \times (-4) \Leftrightarrow x = -6m + \frac{20}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = -6m + 10$$

$$2. \quad 4x^2 = ax \Leftrightarrow 4x^2 - ax = 0$$

$$\Leftrightarrow x(4x - a) = 0, \text{ aplicando a lei do anulamento do produto}$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad 4x - a = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad 4x = a$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \quad \vee \quad x = \frac{a}{4}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ 0, \frac{a}{4} \right\}$$

3.

$$3.1. \quad V(x) = 4,5x$$

3.2. O lucro da empresa resulta da diferença entre o valor da venda e o valor do custo de produção. Assim:

$$L(x) = 4,5x - (1200 + 2x) =$$

$$= 4,5x - 1200 - 2x =$$

$$= 2,5x - 1200$$

$$\text{R.: } L(x) = 2,5x - 1200$$

3.3. Calculemos o custo de produção para 1200 camisas:

$$C(1200) = 1200 + 2 \times 1200 = 1200 + 2400 = 3600 \text{ €}$$

Se vender 30% da produção, vende 360 camisas das 1200 camisas produzidas.

$$V(360) = 4,5 \times 360 = 1620 \text{ €}$$

R.: A empresa terá prejuízo, pois gasta 3600 € na produção das camisas e apenas consegue 1620 € pela sua venda.

$$3.4. \quad C = 1200 + 2x \Leftrightarrow 1200 + 2x = C$$

$$\Leftrightarrow 2x = C - 1200$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{C - 1200}{2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{C}{2} - 600$$

4. Como o declive é -3 , $m = -3$, e a ordenada na origem é 2, ou seja, $b = 2$.

Assim:

$$f(x) = mx + b \Leftrightarrow f(x) = -3x + 2$$

$$f(-1) = -3 \times (-1) + 2 =$$

$$= 3 + 2 =$$

$$= 5$$

$$f(2) = -3 \times 2 + 2 =$$

$$= -6 + 2 =$$

$$= -4$$

$$f(-1) - 3 \times f(2) = 5 - 3 \times (-4) =$$

$$= 5 + 12 =$$

$$= 17$$

5.

5.1. Como a reta r é paralela à reta AB , tem o mesmo declive, $-\frac{2}{3}$. Como passa em $C(0, -1)$, a ordenada na origem é -1 , ou seja, $b = -1$. Assim, uma equação da reta r é $y = -\frac{2}{3}x - 1$.

$$5.2. m_{BD} = \frac{y_D - y_B}{x_D - x_B} = \frac{3 - 2}{4 - 1} = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x + b \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{3} \times 1 + b$$

$$\begin{array}{c} \uparrow \\ B(1, 2) \\ \Leftrightarrow b = 2 - \frac{1}{3} \end{array}$$

$$\Leftrightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

5.3. Como a reta AE é vertical, os pontos A e E têm a mesma abscissa, -2 . Assim, $E(-2, -3)$, logo $k = -2$.

$$5.4. AB: y = -\frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$$

$$F\left(0, \frac{8}{3}\right)$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{b \times h}{2} = \frac{\left(\frac{8}{3} + 1\right) \times 2}{2} = \\ &= \frac{\frac{11}{3} \times 2}{2} = \\ &= \frac{22}{6} = \\ &= \frac{11}{3} \text{ u.a.} \end{aligned}$$

6.

6.1. O Paulo inicialmente tem 80 centavos e fica com zero ao fim de 160 segundos. Portanto, o gráfico que representa a situação é o gráfico [C].

6.2. A função é linear (escreve-se na forma $y = mx$) e passa nos pontos, por exemplo, $(40, 20)$ e $(80, 40)$.

$$\text{Logo } m = \frac{40 - 20}{80 - 40} = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}.$$

Assim, a expressão algébrica da função representada no gráfico [D] é $y = \frac{1}{2}x$.

20 6.3. Sejam x – tempo das chamadas para a rede A e y – tempo das chamadas para a rede B

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 0,5x + 0,6y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - y \\ 0,5(60 - y) + 0,6y = 35 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 30 - 0,5y + 0,6y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 0,1y = 5 \end{cases}$$

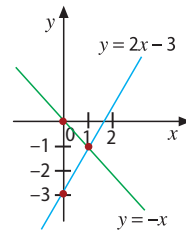
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = \frac{5}{0,1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - 50 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 50 \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \{(10, 50)\}$$

R.: O tempo total de duração das chamadas efetuadas pelo Paulo para a rede A é 10 segundos.

20 7.



$$\begin{array}{l} 2x - y = 3 \\ \Leftrightarrow -y = 3 - 2x \\ \Leftrightarrow y = 2x - 3 \end{array} \quad \begin{array}{c|c} x & y = 2x - 3 \\ \hline 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} -x - y = 0 \\ \Leftrightarrow -y = x \\ \Leftrightarrow y = -x \end{array} \quad \begin{array}{c|c} x & y = -x \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & -1 \end{array}$$

$$\text{C.S.} = \{(1, -1)\}$$

8.

$$\begin{cases} x - \frac{1+y}{2} = 3 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 - y = 6 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -y = -2x + 7 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 7 \\ 2x + 3(2x - 7) = -1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 2x + 6x - 21 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 8x = 20 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = \frac{20}{8} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \times \frac{5}{2} - 7 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \left\{\left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$$

9.

$$9.1. y = -x + 5$$

$$9.2. 2y + 2x = 6$$



PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

Caderno de Atividades

Caderno de atividades

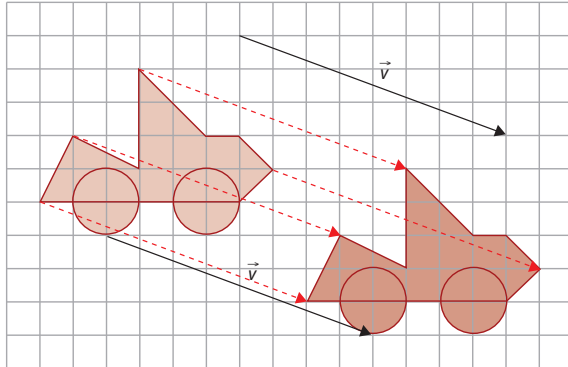
Unidade 1 – Vetores, translações e isometrias

Praticar – páginas 6 a 13

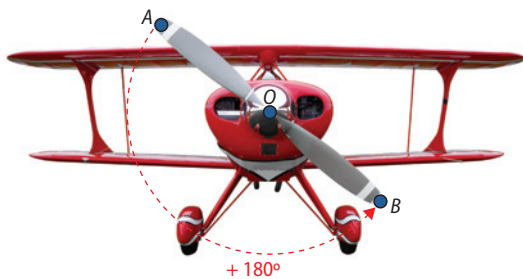
1. [C]

2. Figura B

20 3.



20 4.

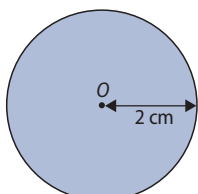


5.

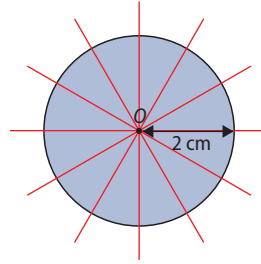
Afirmção	Verdadeiro	Falso
A. O triângulo S pode ser obtido do triângulo J através de uma reflexão	X	
B. O triângulo N é a imagem do triângulo R por uma rotação	X	
C. O triângulo N é a imagem do triângulo R por uma reflexão	X	
D. Não há nenhuma isometria que transforma o triângulo R no triângulo M		X
E. O triângulo L pode ser obtido do triângulo P através de uma rotação	X	
F. O triângulo J pode ser obtido do triângulo S através de uma reflexão deslizante	X	

6.

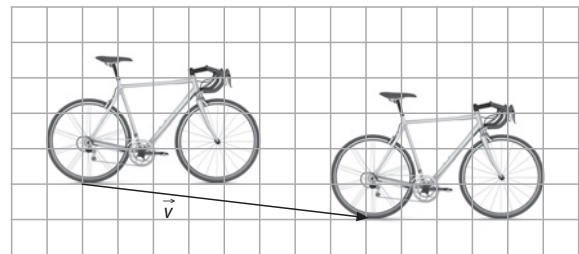
6.1.



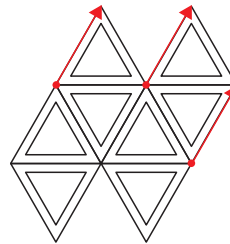
6.2. A circunferência tem um número infinito de eixos de simetria.



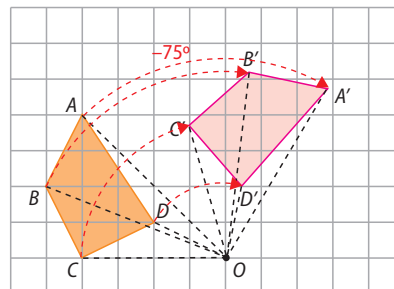
20 7.



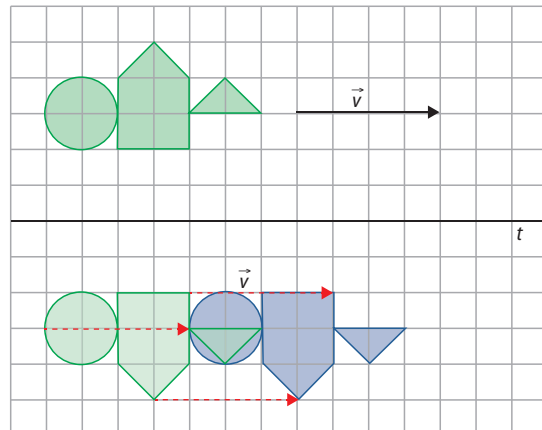
20 8. [A]



20 9.



20 10.



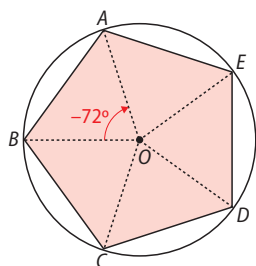
11.

11.1. $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$

$$\frac{144^\circ}{72^\circ} = 2$$

Logo, após a rotação de centro O e amplitude $+144^\circ$ (sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio), o ponto B desloca-se para a posição que, antes da rotação, era ocupada pelo ponto D .

11.2. $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$



R.: A amplitude do ângulo de rotação é -72° .

11.3. $\frac{216^\circ}{72^\circ} = 3$

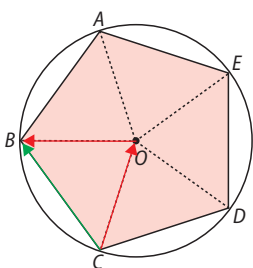
Assim, após a rotação de centro O e amplitude -216° (sentido do movimento dos ponteiros do relógio), o ponto E desloca-se para a posição que, antes da rotação, era ocupada pelo ponto B .

11.4. $\frac{288^\circ}{72^\circ} = 4$

Logo, após a rotação de centro O e amplitude $+288^\circ$ (sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio), o segmento de reta $[OC]$ desloca-se para a posição que, antes da rotação, era ocupada pelo segmento de reta $[OB]$.

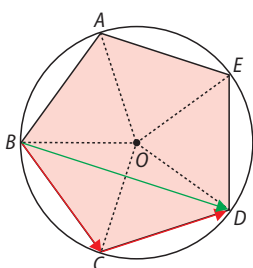
 11.5. Por exemplo, rotação de centro O e $+72^\circ$ de amplitude.

20 11.6. a)



$$\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{CB}$$

b)

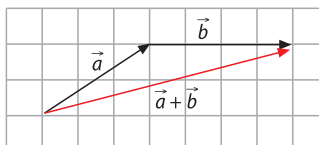


$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$$

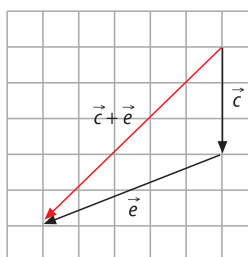
 11.7. A afirmação é falsa. Numa translação, qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta com o mesmo comprimento e paralelo ao primeiro. Isso não acontece neste caso, pelo que o triângulo $[AOE]$ não pode ser obtido por uma translação do triângulo $[CDO]$.

12.

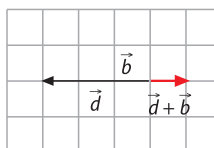
20 12.1. a)



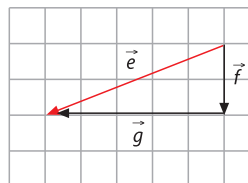
b)



c)


 12.2. Vetores $\vec{b}$ e $\vec{d}$.

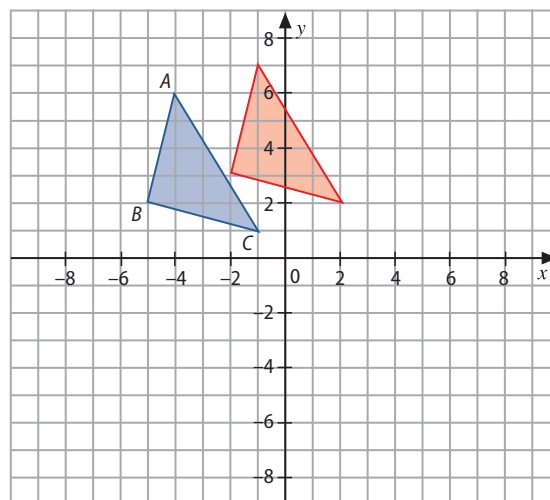
20 12.3.



13.

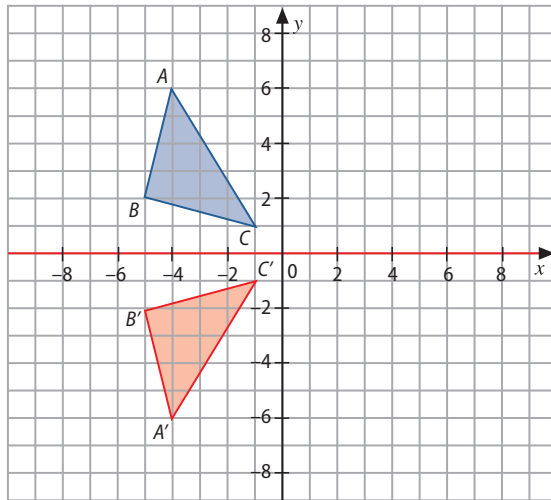
 13.1. $A(-4, 6)$, $B(-5, 2)$ e $C(-1, 1)$

20 13.2.



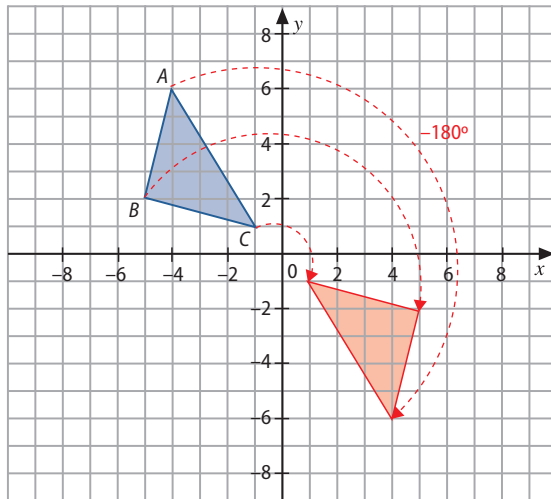
13.3. A transformação efetuada na alínea anterior é uma isometria. Trata-se de uma translação associada ao vetor $(3, 1)$.

20 13.4.



As coordenadas dos vértices A' , B' e C' do triângulo construído são $A'(-4, -6)$, $B'(-5, -2)$ e $C'(-1, -2)$. Assim, relativamente aos pontos A , B e C , os pontos A' , B' e C' têm a mesma abscissa e ordenadas simétricas.

20 13.5.



14.

$$14.1. \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

Assim, no instante referido, a cadeira da Rita percorreu uma volta inteira mais $\frac{1}{3}$ de outra volta.

Desta forma, depois da rotação, a cadeira da Rita irá deslocar-se para a posição inicialmente ocupada pela cadeira correspondente à posição E .

14.2. As cadeiras estão igualmente espaçadas, pelo que o círculo está dividido em 12 setores de igual amplitude, cada um com 30° ($\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$).

O ângulo DOI corresponde a cinco desses setores circulares, portanto terá 150° de amplitude.

14.3. Como vimos na alínea 14.2., cada um dos setores circulares em que se encontra dividida a roda tem 30° de amplitude. Logo, após uma rotação de centro O e amplitude $+150^\circ$ o ponto A desloca-se ao longo de cinco desses setores ($\frac{150^\circ}{30^\circ} = 5$). Como a deslocação é feita no sentido positivo, o ponto A irá ocupar a posição que, antes da rotação, era ocupada pelo ponto F .

$$14.4. \frac{2}{3} \times 360^\circ = 240^\circ$$

R.: Rotação de centro O e amplitude $+240^\circ$ (sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio).

15.

15.1. a) Por exemplo, os vetores $\overrightarrow{HI}$ e $\overrightarrow{NO}$.

b) Por exemplo, os vetores $\overrightarrow{BC}$ e $\overrightarrow{CB}$.

c) Por exemplo, os vetores $\overrightarrow{LO}$ e $\overrightarrow{ON}$.

15.2. a) $\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{NO} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HI} = \overrightarrow{BI}$

b) $\overrightarrow{LD} + \overrightarrow{JI} = \overrightarrow{LD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{LC}$

c) $\overrightarrow{FI} + \overrightarrow{JH} = \overrightarrow{FJ} + \overrightarrow{IG} = \overrightarrow{FG}$

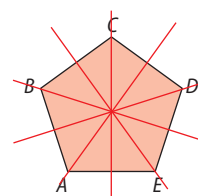
d) $\overrightarrow{BH} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HG} = \overrightarrow{BG}$

e) $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{IO} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DJ} = \overrightarrow{CJ}$

f) $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{0}$

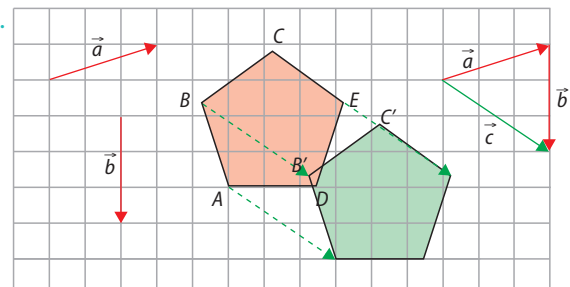
20 16.

16.1.

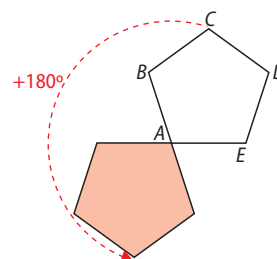


R.: O pentágono $[ABCDE]$ tem 5 eixos de simetria.

16.2.



16.3. [C]



17.

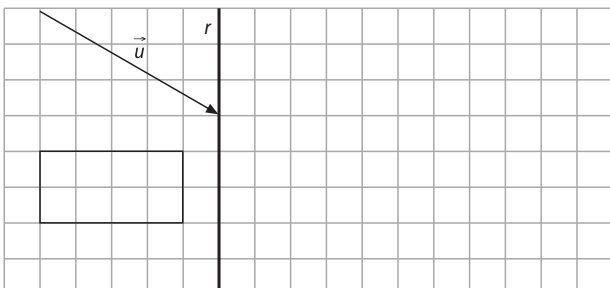
- A. A afirmação é falsa. Uma reflexão é uma isometria e, como tal, mantém a forma e o tamanho das figuras. Apesar de ambos terem quatro ângulos retos, um retângulo e um quadrado têm formas diferentes.
- B. A afirmação é falsa. Numa translação, qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta com o mesmo comprimento e paralelo ao primeiro. Dois quaisquer quadrados não têm necessariamente o mesmo tamanho nem os lados de um são, obrigatoriamente, paralelos aos lados do outro.
- C. A afirmação é verdadeira. Basta considerar dois eixos de simetria paralelos para que a figura original e a transformada sejam uma translação uma da outra.

18.

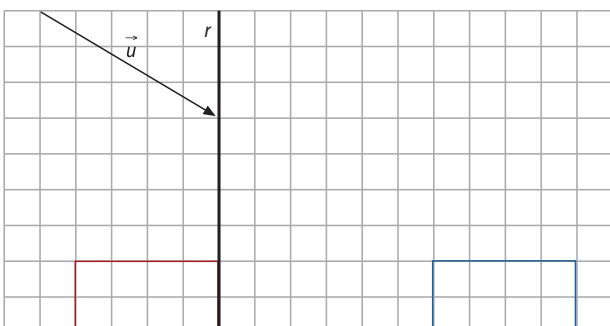
- 18.1. A ordem tem importância. Se tivéssemos efetuado a rotação em primeiro lugar, seguida da translação, o transformado não seria o mesmo.

20 18.2. Nas situações 2 e 3.

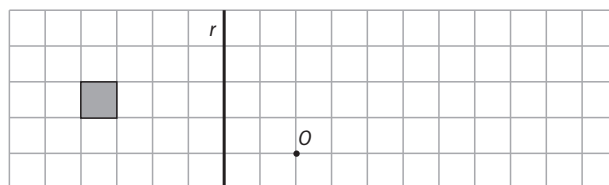
Situação 2: Na figura seguinte está representado um retângulo (a preto), o vetor $\vec{u}$ e a reta r .



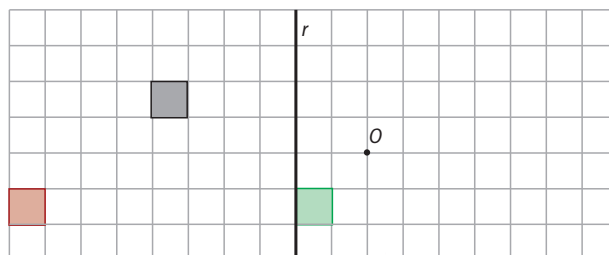
Se aplicarmos a translação associada ao vetor $\vec{u}$ e depois a reflexão cujo eixo de simetria é a reta r , obtemos o retângulo representado a vermelho. Se as transformações forem efetuadas pela ordem contrária, ou seja, se aplicarmos primeiro a reflexão cujo eixo de simetria é a reta r e depois a translação associada ao vetor $\vec{u}$, obtemos o retângulo representado a azul.



Situação 3: Na figura está representado um quadrado (a preto), a reta r e o ponto O .



Se aplicarmos a reflexão cujo eixo de simetria é a reta r e depois a rotação de centro O e amplitude $+180^\circ$, obtemos o quadrado representado a verde. Se as transformações forem efetuadas pela ordem contrária, ou seja, se aplicarmos primeiro a rotação de centro O e amplitude $+180^\circ$ e depois a reflexão cujo eixo de simetria é a reta r , obtemos o quadrado representado a vermelho.



19.

19.1. $P'(4, 200^\circ)$

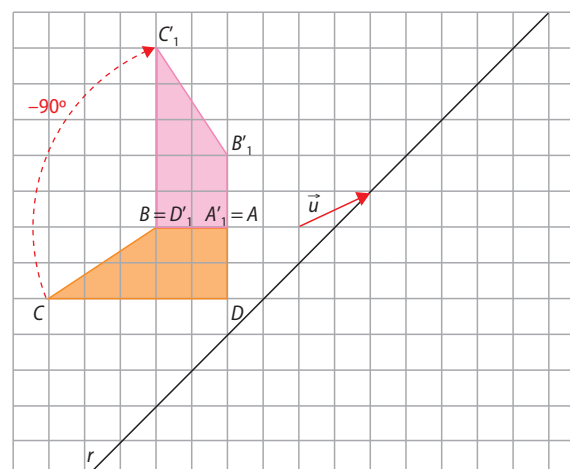
19.2. $A'(3, 300^\circ)$

Testar – páginas 14 e 15

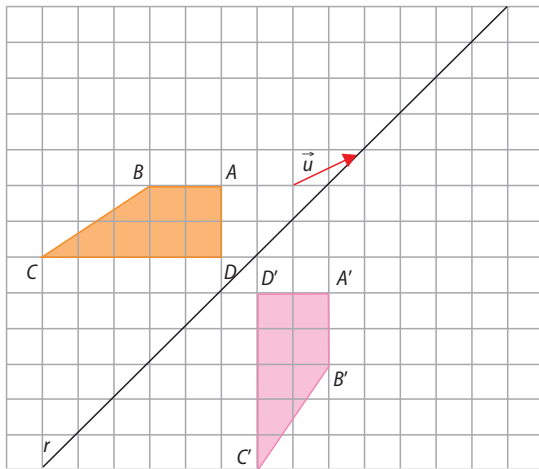
1. A figura inicial efetuou um movimento ao longo de uma reta, logo a opção correta é a [B].

20 2.

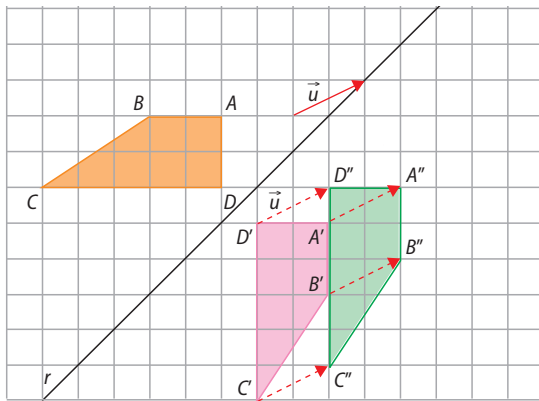
2.1.



2.2.



2.3.



3. A afirmação é falsa. Numa translação, qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta com o mesmo comprimento e paralelo ao primeiro. Dois quaisquer triângulos equiláteros não têm necessariamente o mesmo tamanho nem os lados de um são, obrigatoriamente, paralelos aos lados do outro.

4.

- 4.1. O hexágono $[ABCDE]$ é regular. Logo, $\widehat{AGB} = \widehat{BGC} = \widehat{CGD} = \widehat{DGE} = \widehat{EGF} = \widehat{FGA} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

Assim, após uma rotação de centro G e amplitude -120° o ponto D desloca-se para uma posição que, antes da rotação, era ocupada pelo ponto B $\left(\frac{120^\circ}{12} = 2, \text{ sentido do movimento dos ponteiros do relógio}\right)$.

- 4.2. Atendendo ao que foi referido na alínea anterior, a imagem do ponto E após uma rotação de centro G e amplitude -180° será o ponto B $\left(\frac{180^\circ}{60^\circ} = 3, \text{ sentido do movimento dos ponteiros do relógio}\right)$.

- 4.3. Atendendo ao que foi referido na alínea 4.1., a imagem do triângulo $[CGD]$ numa rotação de centro G e amplitude $+240^\circ$ é o triângulo $[AGB]$ $\left(\frac{240^\circ}{60^\circ} = 4, \text{ sentido contrário ao movimento dos ponteiros do relógio}\right)$.

- 4.4. Considerando o sentido positivo, $4 \times 60^\circ = 240^\circ$. Considerando o sentido negativo, $2 \times (-60^\circ) = -120^\circ$.

- 4.5. Sim. Por exemplo, considerando a rotação de centro G e amplitude $+60^\circ$, a figura transformada coincide, ponto por ponto, com a figura original.

- 4.6. Sim. Por exemplo, a reta AD é um eixo de simetria da figura.

- 4.7. O segmento de reta $[BA]$ é a imagem do segmento de reta $[DE]$ pela translação associada ao vetor $\overrightarrow{EA}$.

4.8. a) $\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AG}$

b) $-\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{0}$

c) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{GE} = \overrightarrow{BD}$

- 4.9. Por exemplo, vetores $\overrightarrow{BG}$ e $\overrightarrow{EB}$.

- 4.10. O triângulo $[BCG]$ pode ser obtido do triângulo $[GEF]$ através de uma rotação ou de uma reflexão. Assim, a opção correta é a [D].

Unidade 2 – Monómios e polinómios. Equações do 2º grau

Praticar – páginas 18 a 25

1.

- 1.1. Por exemplo, $x^5 + x$.
1.2. Por exemplo, $x^7 + 5x^3 - 2$.
1.3. Por exemplo, $-3x^2 + x - 5$.

2.

- 2.1. Coeficiente: 2; parte literal: x^3 ; grau: 3
2.2. Coeficiente: 3; parte literal: y^4x^2 ; grau: 6
2.3. Coeficiente: -5; parte literal: sp^2 ; grau: 3
2.4. Coeficiente: $-\frac{4}{5}$; parte literal: t^3z ; grau: 4

3.

“Monómios **semelhantes** são aqueles que têm a mesma parte literal.”

4.

A afirmação é falsa. Se fossem monómios semelhantes teriam a mesma parte literal, o que não acontece ($a^3 \neq a^2$).

5.

Por exemplo, $-4wu, 8wu, \frac{2}{5}wu$.

6.

6.1. $4a^2 - 5a - 6a + 12a^2 = 16a^2 - 11a$

6.2. $-\frac{x}{3} + 3x - 12x^3 + \frac{x}{7} = -12x^3 - \frac{7x}{21} + \frac{63x}{21} + \frac{3x}{21} = -12x^3 + \frac{59}{21}x$

$$\begin{array}{r}
 7. \quad \begin{array}{r} x^2 + 6x + 8 \\ (+) \quad 4x + 2 \\ \hline x^2 + 10x + 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -y^2 + 3y + 3 \\ (+) \quad 2y^2 - 8y + 2 \\ \hline y^2 - 5y + 5 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 4x + 2 \\ (\times) \quad x + 6 \\ \hline 24x + 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x^2 + 6x \\ (\times) \quad x^3 \quad - 3x \\ \hline -3x^3 - 18x^2 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 4x^2 + 2x \\ \hline 4x^2 + 26x + 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} x^5 + 6x^4 \\ \hline x^5 + 6x^4 - 3x^3 - 18x^2 \end{array}
 \end{array}$$

8.

$$8.1. \quad x(x - 3) + 4x^2 = x^2 - 3x + 4x^2 = 5x^2 - 3x$$

$$8.2. \quad -2a^2 + (-2a)^2 + 4(a - 6) = -2a^2 + 4a^2 + 4a - 24 = 2a^2 + 4a - 24$$

$$8.3. \quad \frac{2}{3}(x^2 - 6) + (3x)^2 + 4 = \\ = \frac{2}{3}x^2 - 4 + 9x^2 + 4 = \\ = \frac{29}{3}x^2$$

$$8.4. \quad \frac{x}{3} + (2x - 4)(x - 6) + 12 = \\ = \frac{x}{3} + 2x^2 - 12x - 4x + 24 + 12 = \\ = 2x^2 - \frac{47}{3}x + 36$$

9.

$$9.1. \quad (x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$$

$$9.2. \quad (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$9.3. \quad (-3x - 10)^2 = 9x^2 + 60x + 100$$

$$9.4. \quad (-4a + 6)(4a + 6) = (6 - 4a)(6 + 4a) = 36 - 16a^2$$

$$9.5. \quad (-2r + 5)^2 = 4r^2 - 20r + 25$$

$$9.6. \quad (-7e - 1)(-1 + 7e) = (-1 - 7e)(-1 + 7e) = 1 - 49e^2$$

$$\begin{aligned}
 10. \quad n = 1: & -5 \times 1^2 + 6 \times 1 - 1 = -5 + 6 - 1 = 0 \\
 n = 2: & -5 \times 2^2 + 6 \times 2 - 1 = -20 + 12 - 1 = -9 \\
 n = 3: & -5 \times 3^2 + 6 \times 3 - 1 = -45 + 18 - 1 = -28 \\
 n = 4: & -5 \times 4^2 + 6 \times 4 - 1 = -80 + 24 - 1 = -57 \\
 n = 5: & -5 \times 5^2 + 6 \times 5 - 1 = -125 + 30 - 1 = -96
 \end{aligned}$$

Os cinco primeiros termos da sequência são: 0, -9, -28, -57, -96

11.

$$\begin{aligned}
 11.1. \quad x^2 - 100 = 0 & \Leftrightarrow x^2 = 100 \\
 & \Leftrightarrow x = -\sqrt{100} \vee x = \sqrt{100} \\
 & \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 10
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-10, 10\}$$

$$11.2. \quad 19x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0$$

$$\text{C.S.} = \{0\}$$

$$\begin{aligned}
 11.3. \quad 32x = 8x^2 & \Leftrightarrow -8x^2 + 32x = 0 \\
 & \Leftrightarrow 8x(-x + 4) = 0 \\
 & \Leftrightarrow 8x = 0 \vee -x + 4 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{0, 4\}$$

$$\begin{aligned}
 11.4. \quad x^2 - 26x + 169 = 0 & \Leftrightarrow (x - 13)^2 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x - 13 = 0 \\
 & \Leftrightarrow x = 13
 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{13\}$$

12.

$$12.1. \quad \text{Grau do polinômio } A: 2$$

$$\text{Grau do polinômio } B: 1$$

$$\text{Grau do polinômio } C: 2$$

$$12.2. \quad -A = -(3x^2 + 5x - 2) = -3x^2 - 5x + 2$$

$$-B = -(5 - 4x) = -5 + 4x$$

$$-C = -(7x - 3x^2 + 5) = -7x + 3x^2 - 5$$

$$\begin{aligned}
 12.3. \quad \text{a) } A + B &= (3x^2 + 5x - 2) + (5 - 4x) = \\
 &= 3x^2 + 5x - 2 + 5 - 4x = \\
 &= 3x^2 + x + 3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b) } B - C &= (5 - 4x) - (7x - 3x^2 + 5) = \\
 &= 5 - 4x - 7x + 3x^2 - 5 = \\
 &= 3x^2 - 11x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c) } A \times B &= (3x^2 + 5x - 2) \times (5 - 4x) = \\
 &= 3x^2 \times 5 + 3x^2 \times (-4x) + 5x \times 5 + 5x \times \\
 &\quad \times (-4x) + (-2) \times 5 + (-2) \times (-4x) = \\
 &= 15x^2 - 12x^3 + 25x - 20x^2 - 10 + 8x = \\
 &= -12x^3 - 5x^2 + 33x - 10
 \end{aligned}$$

$$12.4. \quad \text{A afirmação é falsa.}$$

$$\text{Seja } A = x^2 + 2x \text{ e } B = -x^2 + 2.$$

$$\begin{aligned}
 A + B &= (x^2 + 2x) + (-x^2 + 2) = \\
 &= x^2 + 2x - x^2 + 2 = \\
 &= 2x + 2
 \end{aligned}$$

Os polinômios A e B são do 2º grau. Contudo, a soma dos dois polinômios é um polinômio do 1º grau.

13.

$$13.1. \quad \text{Por exemplo, } 3x^2 + 2x = 0.$$

$$13.2. \quad \text{Por exemplo, } x^2 - 16 = 0.$$

$$13.3. \quad \text{Por exemplo, } 9x^2 + 3x + 2 = 0.$$

$$13.4. \quad \text{Por exemplo, } (x + 2)^2 = 0.$$

$$13.5. \quad \text{Por exemplo, } x^2 + 1 = 0.$$

$$14. \quad \text{Seja } x \text{ um número real.}$$

$$x^2 = 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(x - 4) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 4$$

$$\text{C.S.} = \{0, 4\}$$

15. Podemos considerar que a área da figura corresponde à diferença entre a área de um retângulo (com $(3x)$ cm de largura e $(4x)$ cm de comprimento) e a área de um quadrado (com $(2x)$ cm de lado).

$$A_{\text{retângulo}} = 3x \times 4x = 12x^2$$

$$A_{\text{quadrado}} = 2x \times 2x = 4x^2$$

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{figura}} = 12x^2 - 4x^2 = 8x^2 \\ A_{\text{figura}} = 800 \text{ cm}^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8x^2 = 800 \\ \Leftrightarrow x^2 = 100 \\ \Leftrightarrow x = -\sqrt{100} \vee x = +\sqrt{100} \\ \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 10 \end{array}$$

Como $x > 0$, então $x = 10$.

Vamos calcular o perímetro da figura.

$$P_{\text{figura}} = 3x + 4x + 3x + x + 2x + 2x + 2x + x = 18x$$

$$\left. \begin{array}{l} P_{\text{figura}} = 18x \\ x = 10 \end{array} \right\} P_{\text{figura}} = 18 \times 10 = 180$$

R.: A figura tem 180 cm de perímetro.

16.

16.1. $A = (2x + 6)(2x + 6) = (2x + 6)^2 = (4x^2 + 24x + 36)$ u.a.

16.2.
$$\left. \begin{array}{l} A = 4x^2 + 24x + 36 \\ A = 256 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4(x^2 + 6x + 9) = 256 \\ \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 64 \\ \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 64 \\ \Leftrightarrow x + 3 = -\sqrt{64} \vee x + 3 = \sqrt{64} \\ \Leftrightarrow x + 3 = -8 \vee x + 3 = 8 \\ \Leftrightarrow x = -11 \vee x = 5 \end{array}$$

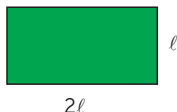
Como $x > 0$, então, $x = 5$.

Assim:

$$\left. \begin{array}{l} P = 4(2x + 6) \\ x = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} P = 4(2 \times 5 + 6) \\ \Leftrightarrow P = 4(10 + 6) \\ \Leftrightarrow P = 4 \times 16 \\ \Leftrightarrow P = 64 \end{array}$$

R.: O quadrado tem 64 cm de perímetro.

17. Como o comprimento (c) do retângulo é o dobro da largura (ℓ), temos que:



$$\begin{aligned} \text{Área}_{\square} &= c \times \ell = \\ &= 2\ell \times \ell = \\ &= 2\ell^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Perímetro}_{\square} &= c + \ell + c + \ell = \\ &= 2\ell + \ell + 2\ell + \ell = \\ &= 6\ell \end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned} 2\ell^2 &= 3 \times (6\ell) \Leftrightarrow 2\ell^2 = 18\ell \\ \Leftrightarrow 2\ell^2 - 18\ell &= 0 \\ \Leftrightarrow \ell(2\ell - 18) &= 0 \\ \Leftrightarrow \ell = 0 \vee 2\ell - 18 &= 0 \\ \Leftrightarrow \ell = 0 \vee \ell &= 9 \end{aligned}$$

Como $\ell > 0$, temos que $\ell = 9$. Assim, o retângulo tem 9 unidades de largura e 18 unidades de comprimento.

18.

18.1.
$$\begin{aligned} x^2 - 14y + xy - 14x &= \\ &= (x^2 - 14x) + (xy - 14y) = \\ &= x(x - 14) + y(x - 14) = \\ &= (x - 14)(x + y) \end{aligned}$$

18.2.
$$\begin{aligned} y^3 - 4y^2 - 3y + 12 &= \\ &= y^2(y - 4) + 3(-y + 4) = \\ &= y^2(y - 4) - 3(y - 4) = \\ &= (y - 4)(y^2 - 3) = \\ &= (y - 4)(y + \sqrt{3})(y - \sqrt{3}) \end{aligned}$$

19.

- 19.1. A peça tem a forma de um retângulo com $(4 + 2x)$ cm de comprimento e $(3x + 3)$ cm de largura. Assim:

$$\begin{aligned} A(x) &= (4 + 2x)(3x + 3) = 12x + 12 + 6x^2 + 6x = \\ &= 6x^2 + 18x + 12 \end{aligned}$$

- 19.2. Vamos calcular a área da parte espelhada da peça:

$$A = 4(3 + x) = (12 + 4x)$$

$$A = (12 + 4x) \text{ cm}^2$$

Sabemos que 1 m^2 ($10\,000 \text{ cm}^2$) custa 80 €.

$$10\,000 \text{ cm}^2 \text{ ————— } 80 \text{ €}$$

$$1 \text{ cm}^2 \text{ ————— } x$$

$$x = 0,008 \text{ €}$$

$$C(x) = 0,008(12 + 4x) = (0,096 + 0,032x) \text{ €}$$

20

20.1.
$$A = \frac{(2a + 3) \times (2a - 3)}{2} = \frac{4a^2 - 9}{2} = 2a^2 - \frac{9}{2}$$

20.2.
$$A = \pi(4a - 3)^2 = ((16a^2 - 24a + 9)\pi) \text{ u.a.}$$

21.

21.1.
$$\begin{aligned} 10x^2 + 20x + 10 &= \\ &= 10(x^2 + 2x + 1) = \\ &= 10(x + 1)^2 = \\ &= 10(x + 1)(x + 1) = \\ &= 10(x + 1)^2 \end{aligned}$$

21.2.
$$-4x^2 + 16 = (4 - 2x)(4 + 2x)$$

22.
22.1. Vamos calcular o menor e o maior volume possíveis:

$$V_{\text{menor}} = \frac{1000 \times 50^2}{4\pi} = \frac{625\,000}{\pi} \approx 198\,943,68 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{maior}} = \frac{3500 \times 120^2}{4\pi} = \frac{12\,600\,000}{\pi} \approx 4010\,704,57 \text{ cm}^3$$

R.: O volume varia entre 198 943,68 cm³ e 4010 704,57 cm³, aproximadamente.

22.2. O comprimento da circunferência média, c , corresponde ao perímetro da circunferência, ou seja, $2\pi r$.

$$V = \frac{C \times c^2}{4\pi} \Leftrightarrow V = \frac{C \times (2\pi r)^2}{4\pi} \Leftrightarrow V = \frac{C \times 4\pi r^2}{4\pi} \Leftrightarrow V = C \times \pi r^2$$

23.

Nº do termo	1	2	3	4	...	n
Termo	0	3	8	15	...	$n^2 - 1$
	$(1^2 - 1)$	$(2^2 - 1)$	$(3^2 - 1)$	$(4^2 - 1)$	...	$n^2 - 1$

R.: [B]

24.

$$24.1. S_6 = 1 \times 6 + 2 \times 5 + 3 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 6 \times 1 = 56$$

$$S_7 = 1 \times 7 + 2 \times 6 + 3 \times 5 + 4 \times 4 + 5 \times 3 + 6 \times 2 + 7 \times 1 = 84$$

$$24.2. a) S_7 = \frac{1}{6} \times 7 \times 8 \times 9 = 84$$

$$b) S_n = \frac{1}{6} n(n+1)(n+2) = \frac{1}{6} (n^2 + n)(n+2) =$$

$$= \frac{1}{6} (n^3 + 2n^2 + n^2 + 2n) = \frac{1}{6} n^3 + \frac{1}{3} n^2 + \frac{1}{3} n$$

24.3. A expressão está a representar S_{20} . Utilizando a expressão simplificada facilmente podemos calcular o valor:

$$S_{20} = \frac{1}{6} \times 20^3 + \frac{1}{2} \times 20^2 + \frac{1}{3} \times 20 =$$

$$= \frac{1}{6} \times 8000 + \frac{1}{2} \times 400 + \frac{1}{3} \times 20 =$$

$$= \frac{8000}{6} + 200 + \frac{40}{6} = 200 + \frac{8040}{6} =$$

$$= 1340 + 200 =$$

$$= 1540$$

R.: 1540

$$24.4. 3 \times 60 + 6 \times 57 + 9 \times 54 + \dots + 60 \times 3 =$$

$$= 3 \times (1 \times 60 + 2 \times 57 + 3 \times 54 + \dots + 60 \times 1) =$$

$$= 3 \times 3 \times (1 \times 20 + 2 \times 19 + 3 \times 18 + \dots + 20 \times 1) =$$

$$= 3 \times 3 \times S_{20} =$$

$$= 9 \times 1540 =$$

$$= 13\,860$$

25.

$$25.1. \left. \begin{aligned} 2x^2 - ax + (2a - 6) &= 0 \\ x &= 3 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2 \times 3^2 - 3a + 2a - 6 &= 0 \\ \Leftrightarrow -a + 12 &= 0 \\ \Leftrightarrow a &= 12 \end{aligned}$$

R.: $a = 12$

$$25.2. 2x^2 - 12x + (2 \times 12 - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 24 - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2(x - 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3$$

$$\text{C.S.} = \{3\}$$

26.
26.1. x – medida do lado do mural

 Um polinómio que represente a medida do lado da tapeçaria é: $x - 2 - 2 = x - 4$

$$26.2. (x - 4)(x - 4) = (x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

$$26.3. (x - 4)^2 = 25 \Leftrightarrow (x - 4) = \pm\sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = \pm 5$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \pm 5$$

$$\Leftrightarrow x = 4 + 5 \quad \vee \quad x = 4 - 5$$

$$\Leftrightarrow x = 9 \quad \vee \quad x = -1$$

 Como $x > 0$, $x = 9$.

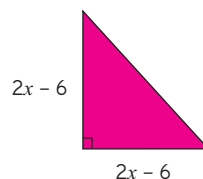
 Logo, o mural é um quadrado 9 m $\times$ 9 m.

27.

$$27.1. (4x - \sqrt{32})(4x + \sqrt{32}) = 16x^2 - 32$$

$$27.2. (2y - 2g)^2 = 4y^2 - 8yg + 4g^2$$

$$27.3. (2d - 3f)^2 = 4d^2 - 12df + 9f^2$$

28.

 Como o triângulo tem 50 cm² de área:

$$\frac{(2x - 6)(2x - 6)}{2} = 50 \Leftrightarrow (2x - 6)^2 = 100$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6 = -\sqrt{100} \vee 2x - 6 = \sqrt{100}$$

$$\Leftrightarrow 2x - 6 = -10 \vee 2x - 6 = 10$$

$$\Leftrightarrow 2x = -4 \vee 2x = 16$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 8$$

 Como $x > 0$, então $x = 8$.

Assim:

$$P = 10 + 10 + 10\sqrt{2} = 20 + 10\sqrt{2} \approx 34,14 \text{ cm}$$

R.: O perímetro deste triângulo é $(20 + 10\sqrt{2})$ cm.

29.

$$29.1. \left. \begin{array}{l} H = -8(t-1)^2 + 8 \\ t = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} H = -8 \times (-1)^2 + 8 \\ \Leftrightarrow H = -8 + 8 \\ \Leftrightarrow H = 0 \end{array}$$

R.: No instante inicial a bola estava no chão, a 0 m de altura.

$$29.2. \left. \begin{array}{l} H = -8(t-1)^2 + 8 \\ t = 1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} H = -8(1-1)^2 + 8 \\ \Leftrightarrow H = 0 + 8 \\ \Leftrightarrow H = 8 \end{array}$$

R.: Um segundo após o seu lançamento, a bola estava a 8 m de altura.

29.3. Quando a bola atingiu o solo, estava a 0 m de altura:

$$\left. \begin{array}{l} H = -8(t-1)^2 + 8 \\ H = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -8(t-1)^2 + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow -8(t^2 - 2t + 1) + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow -8t^2 + 16t - 8 + 8 = 0 \\ \Leftrightarrow -8t^2 + 16t = 0 \\ \Leftrightarrow t(-8t + 16) = 0 \\ \Leftrightarrow t = 0 \vee 8t = 16 \\ \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 2 \\ \text{C.S.} = \{0, 2\} \end{array}$$

Há dois momentos em que a bola se encontra no chão, no instante inicial (0 seg) e passados 2 segundos, ou seja, quando a bola caiu.

R.: A bola atingiu o solo 2 segundos depois de ter sido lançada.

$$30. L(x) = x^2 - 6x + 14$$

x – número de centenas de peças produzidas
5000 € é o mesmo que 5 milhares de euros
Logo:

$$\begin{aligned} L(x) = 5 &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 14 = 5 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 14 - 5 = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x-3)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x-3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 3 \end{aligned}$$

R.: Para atingir um lucro de 5000 €, a fábrica terá de produzir 3 centenas (300) de peças.

31.

31.1. De acordo com os dados do enunciado e da figura:

$$\begin{aligned} y + 10 + x + 10 + y + x &= 100 \\ \Leftrightarrow 2x + 2y &= 80 \\ \Leftrightarrow x + y &= 40 \\ \Leftrightarrow y &= 40 - x \end{aligned}$$

31.2. Calculemos a área do terreno, compreendendo que resulta da diferença entre a área de um retângulo com $(10+x)$ m de comprimento e $(10+y)$ m de largura e a área de um quadrado com 10 m de lado.

$$\begin{aligned} A &= (10+x)(10+y) - 10^2 \\ \Leftrightarrow A &= 100 + 10y + 10x + xy - 100 \\ \Leftrightarrow A &= 10y + 10x + xy \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 10y + 10x + xy = 800 \\ y = 40 - x \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 10(40-x) + 10x + x(40-x) = 800 \\ \text{—} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 400 - 10x + 10x + 40x - x^2 = 800 \\ \text{—} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x^2 + 40x - 400 = 0 \\ \text{—} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -(x-20)^2 = 0 \\ \text{—} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x-20 = 0 \\ \text{—} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 20 \\ \text{—} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{—} \\ y = 40 - 20 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 20 \\ y = 20 \end{array} \right.$$

R.: $x = 20$ m

32. Começemos por calcular as áreas dos quatro círculos.

$$\text{Círculo de centro } A \text{ e raio } x: A = \pi \times x^2$$

$$\text{Círculo de centro } E \text{ e raio } 2: A = \pi \times 2^2 = 4\pi$$

$$\text{Círculo de centro } F \text{ e raio } 1: A = \pi \times 1^2 = \pi$$

$$\text{Círculo de centro } C \text{ e raio } 1: A = \pi \times 1^2 = \pi$$

A área da região sombreada corresponde à diferença entre a área do círculo de centro A e a soma das áreas dos círculos de centros E , F e C .

$$\left. \begin{array}{l} A_{\text{sombreada}} = \pi x^2 - (4\pi + \pi + \pi) \\ A_{\text{sombreada}} = 19\pi \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi x^2 - 6\pi = 19\pi \Leftrightarrow \pi x^2 = 25\pi \\ \Leftrightarrow x^2 = 25 \\ \Leftrightarrow x = -\sqrt{25} \vee x = \sqrt{25} \\ \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5 \end{array} \right.$$

Como $x > 0$, então $x = 5$.

R.: $x = 5$ cm

Testar – páginas 26 e 27

$$1. D_t = \left(\frac{92}{10}\right)^2 \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow D_t = 42,32 \text{ m}$$

R.: Seriam necessários 42,32 metros para imobilizar o veículo.

2.

2.1. Coeficiente: -20

Parte literal: x^2

2.2. Grau: 2

2.3. Monómio semelhante: por exemplo, $5x^2$.

3.

$$\begin{aligned} 3.1. (x^2 - 5x + 6) - (-x^3 + 4x)(x - 2) &= \\ &= x^2 - 5x + 6 - (-x^4 + 2x^3 + 4x^2 - 8x) = \\ &= x^2 - 5x + 6 + x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 8x = \\ &= x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 3x + 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3.2. 2(4x - 3)^2 + (x - 6)(x + 6) &= \\ &= 2(16x^2 - 24x + 9) + x^2 - 36 = \\ &= 32x^2 - 48x + 18 + x^2 - 36 = \\ &= 33x^2 - 48x - 18 \end{aligned}$$

4. Seja $A = -3a^2 + 4a - 12$.

Assim, $-A = -(-3a^2 + 4a - 12) = 3a^2 - 4a + 12$

R.: [B]

5.

$$\begin{aligned} 5.1. 4x^2 - 9 = 0 &\Leftrightarrow 4x^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \\ &\Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{9}{4}} \vee x = \sqrt{\frac{9}{4}} \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \vee x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right\}$$

$$\begin{aligned} 5.2. 12x^2 - 8x = 0 &\Leftrightarrow 4x(3x - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow 4x = 0 \vee 3x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = 2 \\ &\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \left\{0, \frac{2}{3}\right\}$$

$$\begin{aligned} 5.3. 3x^2 + 18x + 27 = 0 &\Leftrightarrow 3(x^2 + 6x + 9) = 0 \\ &\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 = 0 \\ &\Leftrightarrow (x + 3)^2 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + 3 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = -3 \end{aligned}$$

$$\text{C.S.} = \{-3\}$$

$$\begin{aligned} 5.4. (x - 12)(25x^2 - 100) = 0 &\Leftrightarrow x - 12 = 0 \vee 25x^2 - 100 = 0 \\ &\Leftrightarrow x = 12 \vee x^2 = \frac{100}{25} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \vee x^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x = 12 \vee x = -2 \vee x = 2$$

$$\text{C.S.} = \{-2, 0, 2\}$$

6.

$$\begin{aligned} 6.1. 16a^4 - 100a^2 &= 4a^2(4a^2 - 25) = \\ &= 4a^2(2a - 5)(2a + 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6.2. x^2(3x - 7) - 4(3x + 7) &= (x^2 - 4)(3x - 7) = \\ &= (x - 2)(x + 2)(3x - 7) \end{aligned}$$

7.

7.1. Para o polinómio ser de grau 1 é necessário que o coeficiente de x^2 seja 0. Então:

$$m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 3$$

R.: $m = 3$. O polinómio será $P(x) = -8x + 16$.

$$\begin{aligned} 7.2. a) P = x^2 - 8x + 16 &= \\ &= (x - 4)^2 = \\ &= (x - 4)(x - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) P = (x - 4)(x - 4) &\left. \begin{array}{l} P = (2 - 4) \times (2 - 4) = \\ = (-2) \times (-2) = 4 \end{array} \right\} \\ x = 2 \end{aligned}$$

R.: O valor do polinómio é 4.

$$\begin{aligned} 8. A = (2x - 4)(x - 3) &\left. \begin{array}{l} (2x - 4)(x - 3) = 12 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 6x - 4x + 12 = 12 \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 10x = 0 \\ \Leftrightarrow 2x(x - 5) = 0 \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5 \end{array} \right\} \\ A = 12 \end{aligned}$$

Como $x > 0$, então $x = 5$.

$$\text{R.: } x = 5$$

9.

9.1. A figura 5 tem 51 círculos.

9.2. Por exemplo: cada uma das figuras da sequência pode “dividir-se” em duas partes. A “base” é um quadrado cujo lado tem mais um círculo que o número da figura (por exemplo, a “base” da figura 4 é um quadrado com 5 círculos de lado, ou seja, 25 círculos). A segunda parte da figura, o “topo” terá tantos círculos quanto a soma consecutiva dos números naturais até ao número da figura (por exemplo, a figura 5 terá no “topo” $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ círculos).

Então, a figura 10 terá $11 \times 11 + 10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1$ círculos, ou seja, 176 círculos.

9.3. [C]

$$\begin{aligned}
 9.4. \quad \left. \begin{aligned} \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1 \\ n = 33 \end{aligned} \right\} & \left. \begin{aligned} \frac{3}{2} \times 33^2 + \frac{5}{2} \times 33 + 1 = \\ = \frac{3267}{2} + \frac{165}{2} + \frac{2}{2} = \\ = \frac{3434}{2} = \\ = 1717 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

R.: A figura 33 terá 1717 círculos.

9.5. Sabemos que a figura 33 tem 1717 círculos. Vamos calcular quantos círculos terá a figura 34:

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{aligned} \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1 \\ n = 34 \end{aligned} \right\} & \left. \begin{aligned} \frac{3}{2} \times 34^2 + \frac{5}{2} \times 34 + 1 = \\ = \frac{3468}{2} + \frac{170}{2} + \frac{2}{2} = \\ = \frac{3640}{2} = \\ = 1820 \end{aligned} \right\}
 \end{aligned}$$

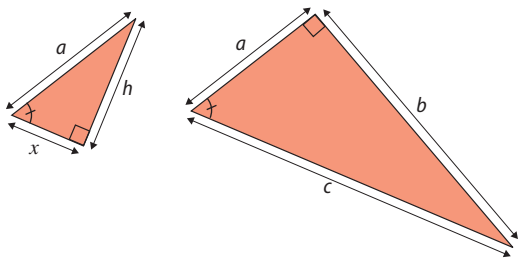
A figura 34 terá 1820 círculos. Como a figura 33 tem 1717 círculos e a figura 34 tem 1820 círculos, então não haverá nenhuma figura composta por 1799 círculos.

Unidade 3 – Teorema de Pitágoras

Praticar – páginas 30 a 39

1. Os triângulos representados são semelhantes. Logo, os lados correspondentes são proporcionais.

Assim, $\frac{c}{a} = \frac{a}{x}$.



R.: [B]

2.

2.1. Hipotenusa: a

Catetos: b e c

2.2. A afirmação é falsa.

É verdade que o triângulo é retângulo e, portanto, pode aplicar-se o Teorema de Pitágoras. Mas, aplicando o Teorema de Pitágoras, obtemos $a^2 = b^2 + c^2$.

$$\begin{aligned}
 2.3. \quad a^2 = 3^2 + 2,5^2 & \Leftrightarrow a^2 = 9 + 6,25 \\
 & \Leftrightarrow a^2 = 15,25 \\
 & \Leftrightarrow a = -\sqrt{15,25} \vee a = \sqrt{15,25}
 \end{aligned}$$

Como $a > 0$, $a = \sqrt{15,25}$.

R.: $a = \sqrt{15,25} \approx 3,91$ (2 c.d.)

2.4. Para calcular a área do triângulo temos que determinar o comprimento dos catetos.

$$\begin{aligned}
 10^2 &= b^2 + b^2 \Leftrightarrow 2b^2 = 100 \\
 &\Leftrightarrow b^2 = 50 \\
 &\Leftrightarrow b = -\sqrt{50} \vee b = \sqrt{50}
 \end{aligned}$$

Como $b > 0$, $b = \sqrt{50}$.

Então, $b = c = \sqrt{50}$, pelo que a área do triângulo é:

$$A = \frac{\sqrt{50} \times \sqrt{50}}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

R.: A área do triângulo é 25 u.a.

3.

$$\begin{aligned}
 3.1. \quad x^2 = 4^2 + 7^2 & \Leftrightarrow x^2 = 16 + 49 \\
 & \Leftrightarrow x^2 = 65 \\
 & \Leftrightarrow x = -\sqrt{65} \vee x = \sqrt{65}
 \end{aligned}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{65}$.

$x = \sqrt{65} \approx 8,06$

R.: $x = \sqrt{65} \approx 8,06$ (2 c.d.)

$$\begin{aligned}
 3.2. \quad x^2 + 6^2 = 15^2 & \Leftrightarrow x^2 + 36 = 225 \\
 & \Leftrightarrow x^2 = 189 \\
 & \Leftrightarrow x = -\sqrt{189} \vee x = \sqrt{189}
 \end{aligned}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{189}$.

R.: $x = \sqrt{189} \approx 13,75$ (2 c.d.)

$$\begin{aligned}
 3.3. \quad x^2 + 2^2 = 4^2 & \Leftrightarrow x^2 + 4 = 16 \\
 & \Leftrightarrow x^2 = 12 \\
 & \Leftrightarrow x = -\sqrt{12} \vee x = \sqrt{12}
 \end{aligned}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{12}$.

R.: $x = \sqrt{12} \approx 3,46$ (2 c.d.)

4.

4.1. Se os valores apresentados corresponderem aos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, então 5 será o comprimento da hipotenusa e 3 e 4 serão os comprimentos dos catetos.

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow 25 = 16 + 9$$

$$\Leftrightarrow 25 = 25 \quad \text{Verdadeiro}$$

R.: Sim, os valores correspondem às medidas dos lados de um triângulo retângulo.

4.2. 120 mm = 12 cm e 0,7 dm = 7 cm

Se os valores apresentados corresponderem aos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo, então 12 será o comprimento da hipotenusa e 5 e 7 serão os comprimentos dos catetos.

$$12^2 = 5^2 + 7^2$$

$$\Leftrightarrow 144 = 25 + 49$$

$$\Leftrightarrow 144 = 74 \quad \text{Falso}$$

R.: Não, os valores não correspondem aos comprimentos dos lados de um triângulo retângulo.

5. Vamos calcular o comprimento da diagonal do retângulo utilizando o Teorema de Pitágoras. A diagonal corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 15 m e 20 m, respectivamente.

Assim, sendo d a diagonal referida:

$$\begin{aligned}d^2 &= 15^2 + 20^2 \Leftrightarrow d^2 = 225 + 400 \\&\Leftrightarrow d^2 = 625 \\&\Leftrightarrow d = -\sqrt{625} \vee d = \sqrt{625} \\&\Leftrightarrow d = -25 \vee d = 25\end{aligned}$$

Como $d > 0$, então $d = 25$ m.

Como $20 + 20 + 15 + 15 + 25 = 95$, a Fátima precisa de 95 m de rede. Cada metro custa 16 €, pelo que: $95 \text{ €} \times 16 \text{ €} = 1520 \text{ €}$

R.: A Fátima gastou 1520 €.

6. Calculemos as coordenadas dos pontos A e B : $A(-2, 5)$ e $B(1, 1)$

Consideremos o ponto $C(-2, 1)$ de modo que o triângulo $[ABC]$ seja retângulo em C .

Sabemos que o segmento de reta $[AC]$ tem 4 unidades de comprimento e o segmento de reta $[CB]$ tem 3 unidades. Estes segmentos de reta correspondem aos catetos do triângulo retângulo $[ABC]$. Assim:

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= 3^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 9 + 16 \\&\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 25 \\&\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{25} \vee \overline{AB} = \sqrt{25} \\&\Leftrightarrow \overline{AB} = -5 \vee \overline{AB} = 5\end{aligned}$$

Como $\overline{AB} > 0$, então o segmento de reta $[AB]$ tem 5 unidades de comprimento.

R.: $\overline{AB} = 5$ u.c.

7.

- 7.1. Começamos por calcular a hipotenusa de um dos triângulos retângulos que correspondem às bases triangulares do prisma.

Sabendo que os catetos medem 4 cm e 5 cm, temos que:

$$\begin{aligned}h^2 &= 5^2 + 4^2 \Leftrightarrow h^2 = 16 + 25 \\&\Leftrightarrow h^2 = 41 \\&\Leftrightarrow h = -\sqrt{41} \vee h = \sqrt{41}\end{aligned}$$

Como $h > 0$, então $h = \sqrt{41}$ cm.

O segmento de reta $[AB]$ corresponde à diagonal do retângulo que tem 6 cm de comprimento e $\sqrt{41}$ cm de altura. Assim:

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= 6^2 + (\sqrt{41})^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 36 + 41 \\&\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 77 \\&\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{77} \vee \overline{AB} = \sqrt{77}\end{aligned}$$

Como $\overline{AB} > 0$, então $\overline{AB} = \sqrt{77}$.

R.: $\overline{AB} = \sqrt{77}$ cm $\approx 8,77$ cm (2 c.d.)

- 7.2. O sólido é limitado por duas bases triangulares equivalentes (com 4 cm de base e 5 cm de altura) e três faces retangulares (uma face com 6 cm de comprimento e 4 cm de largura; outra com 6 cm de comprimento e 5 cm de altura; e a terceira com 6 cm de comprimento e $\sqrt{41}$ cm de altura).

$$\begin{aligned}A &= 2 \times \frac{5 \times 4}{2} + 6 \times 4 + 6 \times 5 + 6 \times \sqrt{41} = \\&= 20 + 24 + 30 + 6 \sqrt{41} = 74 + 6 \sqrt{41} \approx 112,42 \text{ (2 c.d.)}\end{aligned}$$

R.: A soma das áreas de todas as superfícies é, aproximadamente, 112,42 cm².

8.

- 8.1. Calculemos a área do quadrado A , cujo lado tem 70 m: $A = 70 \text{ m} \times 70 \text{ m} = 4900 \text{ m}^2$

Sabendo que a divisão feita pelo Sr. Ângelo é justa, então a área do terreno A é igual à soma das áreas dos terrenos B e C :

$$\begin{aligned}A_C + 2500 &= 4900 \Leftrightarrow A_C = 4900 - 2500 \\&\Leftrightarrow A_C = 2400\end{aligned}$$

Como $A_C = l_C \times l_C = l_C^2$, temos que:

$$l_C^2 = 2400 \Leftrightarrow l_C = -\sqrt{2400} \vee l_C = \sqrt{2400}$$

Como $l_C > 0$, temos que $l_C = \sqrt{2400}$ m.

Para calcular a diagonal desse quadrado podemos utilizar o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}d^2 &= (\sqrt{2400})^2 + (\sqrt{2400})^2 \Leftrightarrow d^2 = 2400 + 2400 \\&\Leftrightarrow d^2 = 4800 \\&\Leftrightarrow d = -\sqrt{4800} \vee d = \sqrt{4800}\end{aligned}$$

Como $d > 0$, então $d = \sqrt{4800}$.

R.: A diagonal do terreno C mede $d = \sqrt{4800}$ m ($\approx 69,28$ m (2 c.d.)).

- 8.2. Se a propriedade tiver a forma de um triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

$2200 + 2500 \neq 4900$, logo a propriedade do Sr. Ângelo não tem a forma de um triângulo retângulo.

R.: A afirmação é falsa.

9.

Vamos começar por calcular o comprimento do lado do quadrado, digamos o comprimento do segmento de reta $[BC]$, que corresponde à hipotenusa de um triângulo retângulo cujos catetos medem 4 cm e 2 cm. Assim, utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}\overline{BC}^2 &= 4^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 16 + 4 \\&\Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 20 \\&\Leftrightarrow \overline{BC} = -\sqrt{20} \vee \overline{BC} = \sqrt{20}\end{aligned}$$

Como $\overline{BC} > 0$, então $\overline{BC} = \sqrt{20}$ cm.

$$P = 4 \times \sqrt{20} = 4 \sqrt{20} \text{ cm} \approx 17,89 \text{ cm (2 c.d.)}$$

$$A = \sqrt{20} \times \sqrt{20} = 20 \text{ cm}^2$$

10. O triângulo $[RST]$ é retângulo em S . Logo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para calcular o comprimento do segmento de reta $[RT]$.

$$\begin{aligned}\overline{RT}^2 &= 15^2 + 20^2 \Leftrightarrow \overline{RT}^2 = 225 + 400 \\ &\Leftrightarrow \overline{RT}^2 = 625 \\ &\Leftrightarrow \overline{RT} = -\sqrt{625} \vee \overline{RT} = \sqrt{625} \\ &\Leftrightarrow \overline{RT} = -25 \vee \overline{RT} = 25\end{aligned}$$

Como $\overline{RT} > 0$, então $\overline{RT} = 25$.

A altura referente à hipotenusa decompõe o triângulo em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo original. Então:

$$\begin{aligned}\frac{\overline{RT}}{\overline{RS}} &= \frac{\overline{RS}}{\overline{RD}} \rightarrow \frac{25}{15} = \frac{15}{x} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{15 \times 15}{25} \\ \Leftrightarrow x &= 9 \\ \left. \begin{aligned}x + y &= 25 \\ x &= 9\end{aligned} \right\} y &= 25 - 9 \Leftrightarrow y = 16 \\ \text{R.: } x &= 9 \text{ e } y = 16\end{aligned}$$

11.

- 11.1. Se G é o baricentro do triângulo significa que é o ponto de interseção das três medianas desse triângulo. Uma mediana é um segmento de reta que une um dos vértices do triângulo ao ponto médio do lado oposto. Assim, F é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$. Sabendo que $\overline{FB} = 9$ cm, então $\overline{AB} = 18$ cm.
R.: $\overline{AB} = 18$ cm

- 11.2. A distância do baricentro a um dos vértices é dupla da distância do baricentro ao ponto médio do lado oposto a esse vértice. Então, o segmento de reta $[CG]$ mede o dobro do segmento de reta $[FG]$. Sabendo que $\overline{FG} = 4$ cm, então $\overline{CG} = 8$ cm.
R.: $\overline{CF} = 12$ cm

$$\left. \begin{aligned}A &= \frac{b \times h}{2} \\ b &= \overline{AB} = 18 \text{ cm} \\ h &= \overline{CF} = 12 \text{ cm}\end{aligned} \right\} A = \frac{18 \times 12}{2} \Leftrightarrow A = 108 \\ \text{R.: } A &= 108 \text{ cm}^2$$

- 11.4. As três medianas de um triângulo decompõem-no em seis triângulos equivalentes:

$$\begin{aligned}A_{[ABC]} &= 108 \text{ cm}^2 \\ A_{[DGA]} &= \frac{108}{6} \Leftrightarrow A_{[DGA]} = 18\end{aligned}$$

R.: O triângulo $[DGA]$ tem 18 cm^2 de área.

- 11.5. Como o triângulo é isósceles, $\overline{AC} = \overline{CB}$.

Vamos calcular o comprimento do segmento de reta $[AC]$ sabendo que é a hipotenusa do triângulo retângulo $[ACF]$. Utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{CF}^2 + \overline{AF}^2 \\ \overline{AC}^2 &= 12^2 + 9^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 144 + 81 \\ &\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 225 \\ &\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{225} \vee \overline{AC} = \sqrt{225} \\ &\Leftrightarrow \overline{AC} = -15 \vee \overline{AC} = 15\end{aligned}$$

Como $\overline{AC} > 0$, então $\overline{AC} = 15$.

$$P = 15 + 15 + 18 \Leftrightarrow P = 48$$

R.: O triângulo tem 48 cm de perímetro.

12. $\overline{DC} = 15$, logo $\overline{EH} = \frac{2}{5} \times 15 = 6$.

$$\begin{aligned}\overline{HC} &= \overline{EH} = 6 \\ \overline{DE} &= 15 - 6 - 6 = 3\end{aligned}$$

Vamos calcular, através do Teorema de Pitágoras, o comprimento dos segmentos de reta $[BE]$ e $[BH]$ sabendo que correspondem às hipotenusas dos triângulos retângulos $[BEC]$ e $[BHC]$, respectivamente:

$$\begin{aligned}\overline{EC} &= 12 \text{ mm}, \overline{BC} = 30 \text{ mm}, \overline{HC} = 6 \text{ mm} \\ \overline{BE}^2 &= 12^2 + 30^2 \Leftrightarrow \overline{BE}^2 = 144 + 900 \\ &\Leftrightarrow \overline{BE}^2 = 1044 \\ &\Leftrightarrow \overline{BE} = -\sqrt{1044} \vee \overline{BE} = \sqrt{1044} \\ &\Leftrightarrow \overline{BE} = -15 \vee \overline{BE} = 15\end{aligned}$$

Como $\overline{BE} > 0$, então $\overline{BE} = \sqrt{1044}$.

$$\begin{aligned}\overline{BH}^2 &= 6^2 + 30^2 \Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 36 + 900 \\ &\Leftrightarrow \overline{BH}^2 = 936 \\ &\Leftrightarrow \overline{BH} = -\sqrt{936} \vee \overline{BH} = \sqrt{936}\end{aligned}$$

Como $\overline{BH} > 0$, então $\overline{BH} = \sqrt{936}$.

Sabendo que o segmento de reta $[BH]$ é uma mediana do triângulo $[BEC]$, então os triângulos $[EHB]$ e $[BHC]$ são equivalentes. Então:

$$\begin{aligned}A_{[BEC]} &= \frac{30 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}}{2} \Leftrightarrow A_{[BEC]} = 180 \text{ mm}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow A_{[EHB]} &= \frac{180 \text{ mm}^2}{2} = 90 \text{ mm}^2 \\ P_{[EHB]} &= (6 + \sqrt{936} + \sqrt{1044}) \text{ mm} \approx 68,9 \text{ mm}\end{aligned}$$

13. Sabemos que a altura da parede é 5,5 m, mas temos que calcular a altura do telhado, ou seja, a medida do segmento de reta $[YW]$.

A altura referente à hipotenusa de um triângulo retângulo divide-o em dois triângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Então:

$$\begin{aligned}\frac{\overline{ZX}}{\overline{YX}} &= \frac{\overline{YZ}}{\overline{YW}} \\ \frac{5}{3} &= \frac{4}{\overline{YW}} \Leftrightarrow \overline{YW} = \frac{4 \times 3}{5} \Leftrightarrow \overline{YW} = \frac{12}{5} \Leftrightarrow \overline{YW} = 2,4 \\ 2,4 + 5,5 &= 7,9\end{aligned}$$

R.: A gaiota encontra-se a 7,9 m do solo.

$$d^2 = c^2 + 1^2 \Leftrightarrow d^2 = 4 + 1$$

$$\Leftrightarrow d^2 = 5$$

$$e^2 = d^2 + 1^2 \Leftrightarrow e^2 = 5 + 1$$

$$\Leftrightarrow e^2 = 6$$

$$x^2 = e^2 + 1^2 \Leftrightarrow x^2 = 6 + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 7$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{7} \vee x = \sqrt{7}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{7} \approx 2,65$ (2 c.d.)

R.: $x = \sqrt{7}$ cm $\approx 2,65$ cm (2 c.d.)

18. Se o quadrilátero for um retângulo, então a sua diagonal (segmento de reta $[AC]$) divide-o em dois triângulos retângulos. Verifiquemos:

$$52^2 = 20^2 + 48^2$$

$$\Leftrightarrow 2704 = 400 + 2304$$

$$\Leftrightarrow 2704 = 2704 \text{ Verdadeiro}$$

Como os triângulos $[ADC]$ e $[ABC]$ verificam o Teorema de Pitágoras, os triângulos são retângulos, pelo que $[ABCD]$ é um retângulo.

19.

- 19.1. Num triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Vejamos se isso acontece em cada um dos seguintes triângulos:

Triângulo $[ABC]$: $63 = 38 + 25$

$$\Leftrightarrow 63 = 63 \text{ Verdadeiro}$$

Triângulo $[DEF]$: $74 = 31 + 42$

$$\Leftrightarrow 74 = 73 \text{ Falso}$$

R.: O triângulo $[ABC]$ é retângulo e o triângulo $[DEF]$ não.

- 19.2. Calculemos a medida do lado de cada um dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo $[ABC]$, obtendo assim o comprimento dos catetos e da hipotenusa do triângulo para calcular o perímetro:

Hipotenusa: $h^2 = 63 \Leftrightarrow h = -\sqrt{63} \vee h = \sqrt{63}$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{63}$.

Cateto 1: $c_1^2 = 38 \Leftrightarrow c_1 = -\sqrt{38} \vee c_1 = \sqrt{38}$

Como $c_1 > 0$, $c_1 = \sqrt{38}$.

Cateto 2: $c_2^2 = 25$

$$\Leftrightarrow c_2 = -\sqrt{25} \vee c_2 = \sqrt{25}$$

$$\Leftrightarrow c_2 = 5 \vee c_2 = 5$$

Como $c_2 > 0$, $c_2 = 5$.

Perímetro do triângulo $[ABC]$:

$$P = \sqrt{63} + \sqrt{38} + 5 \approx 19,1 \text{ cm}$$

R.: O triângulo $[ABC]$ tem, aproximadamente, 19,1 cm de perímetro.

20. $A_{[XYZ]} = \frac{\overline{XY} \times \overline{YZ}}{2} = \frac{(x-2) \times 6}{2}$

Cálculo auxiliar:

$$x^2 = (x-2)^2 + 6^2 \Leftrightarrow x^2 = x^2 - 4x + 4 + 36$$

$$\Leftrightarrow 4x = 40$$

$$\Leftrightarrow x = 10$$

Assim, $x - 2 = 10 - 2 = 8$.

$$\text{Logo, } A_{[XYZ]} = \frac{(x-2) \times 6}{2} = \frac{8 \times 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$$

21.

21.1. $\hat{B}\hat{A}\hat{C} = \hat{C}\hat{D}\hat{A} = 90^\circ$

Por outro lado, o ângulo ACD é comum aos dois triângulos. Logo, pelo critério AA, $[ADC]$ e $[ABC]$ são semelhantes.

- 21.2. Como os triângulos $[ADC]$ e $[ABC]$ são semelhantes, então:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{28}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AD}}{45}$$

$$\Leftrightarrow \frac{28}{53} = \frac{\overline{AD}}{45}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \frac{1260}{53}$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} \approx 23,8$$

R.: $\overline{AD} = 23,8$ u.c.

Cálculo de $\overline{BC}$:

$$\overline{BC}^2 = 45^2 + 28^2 \Leftrightarrow \overline{BC} = \pm\sqrt{2809}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BC} = \pm 53$$

Como $\overline{BC} > 0$, $\overline{BC} = 53$.

22. Os três números de um terno pitagórico verificam o Teorema de Pitágoras. Se 176 e 210 são os menores números de um terno pitagórico então, considerando x o terceiro número desse terno, temos:

$$x^2 = 176^2 + 210^2 \Leftrightarrow x^2 = 30\,976 + 44\,100$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 75\,076$$

$$\Leftrightarrow x = -\sqrt{75\,076} \vee x = \sqrt{75\,076}$$

$$\Leftrightarrow x = -274 \vee x = 274$$

R.: O terceiro número do terno é 274.

23. Por exemplo:

I. $m = 6$ e $n = 2 \Rightarrow a = 6^2 - 2^2 = 36 - 4 = 32$

$$b = 2 \times 6 \times 2 = 24$$

$$c = 6^2 + 2^2 = 36 + 4 = 40$$

II. $m = 5$ e $n = 3 \Rightarrow a = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$

$$b = 2 \times 5 \times 3 = 30$$

$$c = 5^2 + 3^2 = 25 + 9 = 34$$

$$\text{III. } m = 8 \text{ e } n = 6 \Rightarrow a = 8^2 - 6^2 = 64 - 36 = 28$$

$$b = 2 \times 8 \times 6 = 96$$

$$c = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$$

R.: Os ternos pitagóricos são (32, 24, 40), (16, 30, 34) e (28, 96, 100).

24. Observando o esquema, conseguimos encontrar um triângulo retângulo cujos catetos medem 6 m e 9 m e cuja hipotenusa, h , corresponde ao comprimento do fio completamente esticado. Assim, utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$h^2 = 9^2 + 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 81 + 36$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 117$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{117} \vee h = \sqrt{117}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{117}$.

R.: O fio tem $\sqrt{117}$ m ou seja, aproximadamente, 10,82 m.

25. Seja c o comprimento de cada um dos catetos do triângulo isósceles. Então:

$$c^2 + c^2 = 182 \Leftrightarrow 2c^2 = 324$$

$$\Leftrightarrow c^2 = 162$$

$$\Leftrightarrow c = -\sqrt{162} \vee c = \sqrt{162}$$

Como $c > 0$, $c = \sqrt{162}$.

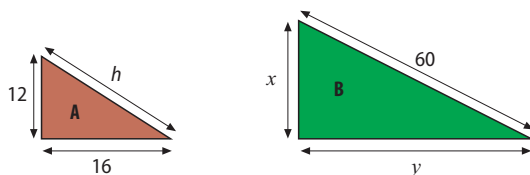
Conhecendo o comprimento de cada um dos lados do triângulo representado, calculemos a área e o perímetro:

$$A = \frac{\sqrt{162} \times \sqrt{162}}{2} = 81$$

$$P = \sqrt{162} + \sqrt{162} + 18 = 18 + 2\sqrt{162} \approx 43,46 \text{ (2 c.d.)}$$

R.: O retângulo tem 81 cm^2 de área e $(18 + 2\sqrt{162}) \text{ cm} \approx 43,46 \text{ cm}$ (2 c.d.) de perímetro.

26. Sejam A e B os dois triângulos semelhantes. Começamos por calcular h , a hipotenusa do triângulo A e, posteriormente, calculemos x e y , os catetos do triângulo B, através da semelhança de triângulos.



Calculemos h :

$$h^2 = 12^2 + 16^2 \Leftrightarrow h^2 = 144 + 256$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 400$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{400} \vee h = \sqrt{400}$$

$$\Leftrightarrow h = -20 \vee h = 20$$

Como $h > 0$, $h = 20$.

O triângulo B é semelhante ao triângulo A. Assim, se a hipotenusa de B mede 60 cm e a hipotenusa de A mede 20 cm, podemos usar a semelhança de triângulos para calcular os catetos desconhecidos:

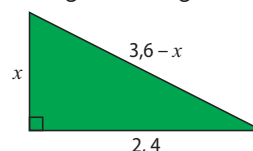
$$\frac{60}{20} = \frac{x}{12} \Leftrightarrow 20x = 720 \Leftrightarrow x = 36$$

$$\frac{60}{20} = \frac{y}{16} \Leftrightarrow 20y = 960 \Leftrightarrow y = 48$$

R.: Os catetos do outro triângulo medem 36 cm e 48 cm.

27. 240 cm = 2,4 m

Observando o esquema, podemos considerar o triângulo retângulo seguinte.



Então:

$$(3,6 - x)^2 = x^2 + (2,4)^2 \Leftrightarrow 12,96 - 7,2x + x^2 = x^2 + 5,76$$

$$\Leftrightarrow -7,2x = 5,76 - 12,96$$

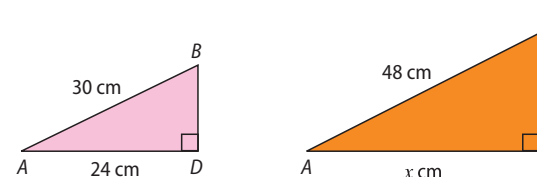
$$\Leftrightarrow -7,2x = -7,2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-7,2}{-7,2}$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Como $x = 1$, podemos concluir que a árvore partiu a 1 m do solo.

28. Se o segmento de reta $[BD]$ é uma mediana do triângulo $[ABC]$, então $\overline{AD} = \overline{DC} = 24 \text{ cm}$, pelo que $\overline{AC} = 48 \text{ cm}$. Pelo critério AA, os triângulos $[ABD]$ e $[EAC]$ são semelhantes, pois têm dois ângulos geometricamente iguais ($\hat{AEC} = \hat{BDA}$ e $\hat{CAE} = \hat{DAB}$). Assim:



Como os triângulos são semelhantes têm os lados correspondentes proporcionais. Então:

$$\frac{30}{48} = \frac{24}{x} \Leftrightarrow x = \frac{24 \times 48}{30} \Leftrightarrow x = 38,4$$

Por outro lado, como o triângulo $[ABC]$ é retângulo, podemos aplicar o Teorema de Pitágoras para descobrir $\overline{BD}$:

$$\overline{AB}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AD}^2$$

$$30^2 = \overline{BD}^2 + 24^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 30^2 - 24^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 900 - 576$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = 900 - 576$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = -\sqrt{324} \vee \overline{BD} = \sqrt{324}$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = -18 \vee \overline{BD} = 18$$

Como $\overline{BD} > 0$, então $\overline{BD} = 18 \text{ cm}$.

Podemos continuar a utilizar a semelhança entre os triângulos $[ABD]$ e $[ACE]$ para descobrir $\overline{CE}$:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BD}}{\overline{CE}}$$

$$\frac{30}{48} = \frac{18}{\overline{CE}} \Leftrightarrow \overline{CE} = \frac{48 \times 18}{30}$$

$$\Leftrightarrow \overline{CE} = 28,8$$

R.: O segmento de reta $[EC]$ tem 28,8 cm de comprimento.

29.

29.1. $O(4, 5)$. Pela ordenada do ponto O sabemos que o raio da circunferência é 5.

29.2. Consideremos o triângulo retângulo $[OAD]$. O segmento de reta $[AO]$ tem 5 unidades (raio) e o segmento de reta $[AD]$ tem 4 unidades (pela abscissa do ponto D). Calculemos $\overline{OD}$ através do Teorema de Pitágoras:

$$\overline{OD}^2 + 4^2 = 5^2 \Leftrightarrow \overline{OD}^2 = 25 - 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{OD}^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{OD} = -\sqrt{9} \vee \overline{OD} = \sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow \overline{OD} = -3 \vee \overline{OD} = 3$$

Como $\overline{OD} > 0$, então $\overline{OD} = 3$.

Então, $D(4, 2)$ e $A(0, 2)$.

29.3. $\overline{AB} = 6$ e $\overline{BC} = 8$

$$A_{[ABC]} = \frac{6 \times 8}{2} \Leftrightarrow A_{[ABC]} = 24$$

R.: A área do triângulo $[ABC]$ é 24 u.a.

29.4. Calculemos a área do triângulo $[ABO]$:

$$A_{[ABO]} = \frac{6 \times 4}{2} \Leftrightarrow A_{[ABO]} = 12$$

O triângulo $[ABC]$ tem 24 u.a. e o triângulo $[ABO]$ tem 12 u.a. Então, o triângulo $[BOC]$ tem 12 u.a. Como os triângulos $[ABO]$ e $[BOC]$ têm a mesma área (12 u.a.), são equivalentes.

R.: A afirmação é verdadeira.

30. $32'' = 32 \times 2,54 \text{ cm} = 81,28 \text{ cm}$

$$74 - 2 - 2 = 70$$

Logo:

$$(81,28)^2 = 70^2 + h^2$$

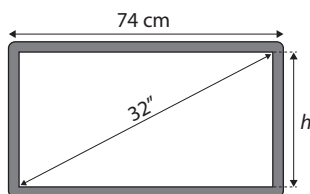
$$\Leftrightarrow h^2 = 1706,4384$$

$$\Leftrightarrow h = \pm\sqrt{1706,4384}$$

Como $h > 0$, $h \approx 41,3$.

Assim, a altura do televisor é 45,3 cm.

$$(41,3 \text{ cm} + 2 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 45,3 \text{ cm}).$$



31.

$$31.1. P_{[BEF]} = \overline{BF} + \overline{EF} + \overline{BE}$$

$$A_{[ABCD]} = 16, \text{ logo } \overline{AD} = \overline{DC} = \overline{BC} = \overline{BA} = 4.$$

$$\text{Assim, } \overline{FC} = 4 - 1 = 3.$$

$$\text{Logo, } \overline{BF}^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{BF} = \pm\sqrt{25}.$$

$$\text{Como } \overline{BF} > 0, \overline{BF} = 5.$$

$$\text{Sendo } E \text{ é o ponto médio de } [AD], \overline{AE} = \overline{ED} = \frac{4}{2} = 2.$$

Assim:

$$\overline{EF}^2 = 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{EF} = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{Como } \overline{EF} > 0, \overline{EF} = \sqrt{5}.$$

Por outro lado:

$$\overline{BE}^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{BE} = \pm\sqrt{20}$$

$$\text{Como } \overline{BE} > 0, \overline{BE} = \sqrt{20}.$$

$$\text{Assim, } P = 5 + \sqrt{5} + \sqrt{20} \approx 11,7 \text{ cm}.$$

$$\text{R.: } P \approx 11,7 \text{ cm}$$

31.2. Para $[BEF]$ ser retângulo as medidas dos seus lados têm de respeitar o Teorema de Pitágoras. Assim:

$$5^2 = (\sqrt{5})^2 + (\sqrt{20})^2 \Leftrightarrow 25 = 5 + 20$$

$$\Leftrightarrow 25 = 25 \quad \text{Verdadeiro}$$

Logo, o triângulo é retângulo.

Testar – páginas 40 e 41

1. 260 cm = 2,6 m

Pelo Teorema de Pitágoras e sendo x a distância da base de escada à parede, tem-se:

$$3^2 = 2,6^2 + x^2 \Leftrightarrow 9 - 6,76 = x^2$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2,24}$$

$$\text{Como } x > 0, x = \sqrt{2,24} \approx 1,5.$$

R.: A base da escada encontra-se a aproximadamente 1,5 m da parede.

2.

2.1. Sabemos que a área de um quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

$$A_{\odot 1} = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}^2 \text{ e } A_{\odot 2} = 12 \times 12 = 144 \text{ cm}^2$$

Os quadrados construídos sobre os catetos têm 144 cm² e 25 cm² de área. Logo, o quadrado maior tem 169 cm² de área ($25 + 144 = 169$).

$$\left. \begin{array}{l} 2.2. A = 169 \text{ cm}^2 \\ A = \ell^2 \end{array} \right\} \ell^2 = 169 \Leftrightarrow \ell = -13 \vee \ell = 13$$

$$\text{Como } \ell > 0, \ell = 13.$$

R.: O quadrado maior tem 13 cm de lado.

3.

- 3.1. Utilizando o Teorema de Pitágoras podemos calcular x , a hipotenusa do triângulo $[ABC]$.

$$\begin{aligned}x^2 &= 18^2 + 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 324 + 36 \\&\Leftrightarrow x^2 = 360 \\&\Leftrightarrow x = -\sqrt{360} \vee x = \sqrt{360}\end{aligned}$$

Como $x > 0$, $x = \sqrt{360}$.

O segmento de reta $[BC]$ é a altura do triângulo retângulo $[ACD]$, referente à hipotenusa, logo divide-o em dois triângulos retângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Então:

$$\begin{aligned}\frac{y}{\sqrt{360}} &= \frac{18}{6} \Leftrightarrow 6y = 18\sqrt{360} \\&\Leftrightarrow y = 3\sqrt{360}\end{aligned}$$

Utilizando, novamente, o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}z^2 + 18^2 &= (3\sqrt{360})^2 \Leftrightarrow z^2 = 3240 - 324 \\&\Leftrightarrow z^2 = 2916 \\&\Leftrightarrow z = -\sqrt{2916} \vee z = \sqrt{2916} \\&\Leftrightarrow z = -54 \vee z = 54\end{aligned}$$

Como $z > 0$, então $z = 54$.

- 3.2. O segmento de reta $[BD]$ é a altura do triângulo retângulo $[ACD]$ referente à hipotenusa, logo divide-o em dois triângulos retângulos semelhantes entre si e semelhantes ao triângulo dado. Assim:

$$\begin{aligned}\frac{z}{12} &= \frac{16}{z} \Leftrightarrow z^2 = 192 \\&\Leftrightarrow z = -\sqrt{192} \vee z = \sqrt{192}\end{aligned}$$

Como $z > 0$, então $z = \sqrt{192}$.

Utilizando o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}x^2 + 12^2 &= (\sqrt{192})^2 \Leftrightarrow x^2 = 192 - 144 \\&\Leftrightarrow x^2 = 48 \\&\Leftrightarrow x = -\sqrt{48} \vee x = \sqrt{48}\end{aligned}$$

Como $x > 0$, então $x = \sqrt{48}$.

Utilizando, novamente, o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}y^2 &= \sqrt{48}^2 + 4^2 \Leftrightarrow y^2 = 48 + 16 \\&\Leftrightarrow y^2 = 64 \\&\Leftrightarrow y = -\sqrt{64} \vee y = \sqrt{64} \\&\Leftrightarrow y = -8 \vee y = 8\end{aligned}$$

Como $y > 0$, então $y = 8$.

4. Calculemos o comprimento do segmento de reta $[AH]$ (raio do círculo) que corresponde à hipotenusa do triângulo retângulo $[AIH]$. Assim:

$$\begin{aligned}\overline{AH}^2 &= 1,6^2 + 5,2^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 2,56 + 27,04 \\&\Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 29,6 \\&\Leftrightarrow \overline{AH} = -\sqrt{29,6} \vee \overline{AH} = \sqrt{29,6}\end{aligned}$$

Como $\overline{AH} > 0$, então $\overline{AH} = \sqrt{29,6}$.

$$A_0 = \pi \times \sqrt{29,6}$$

$$\Leftrightarrow A_0 = 29,6\pi$$

R.: O círculo tem $29,6\pi \text{ cm}^2 \approx 92,99 \text{ cm}^2$ de área.

5.

- 5.1. Seja h a altura do torre A.

Então:

$$\begin{aligned}h^2 + 18^2 &= 60^2 \Leftrightarrow h^2 = 3600 - 324 \\&\Leftrightarrow h = \pm\sqrt{3276}\end{aligned}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{3276} \approx 57$

R.: A altura da torre é, aproximadamente, 57 m.

- 5.2. Como as aves partem do local onde se encontram no mesmo instante, fazem o deslocamento à mesma velocidade e chegam à fonte ao mesmo tempo, têm de se encontrar à mesma distância da fonte. Assim, sendo y a distância de torre B à fonte, tem-se:

$$\begin{aligned}y^2 + 45^2 &= 60^2 \Leftrightarrow y^2 = 3600 - 2025 \\&\Leftrightarrow y = \pm\sqrt{1575}\end{aligned}$$

Com $y > 0$, $y = \sqrt{1575} \approx 40$

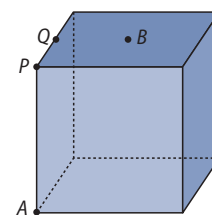
R.: A fonte encontra-se, a aproximadamente, 40 m da torre B.

6. Num terno pitagórico, o quadrado do maior número é igual à soma dos quadrados dos outros números. Vamos provar que tal não se verifica no terno apresentado:

$$\begin{aligned}9^2 &= 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow 81 = 9 + 4 \\&\Leftrightarrow 81 = 13 \quad \text{Falso}\end{aligned}$$

Logo, (2, 3, 9) não é um terno pitagórico.

7. Consideremos os pontos P e Q marcados na figura. O triângulo $[PQB]$ é retângulo em Q e $\overline{PQ} = \overline{QB} = 2 \text{ cm}$.



Aplicando o Teorema de Pitágoras, calculemos $\overline{PB}$:

$$\begin{aligned}\overline{PB}^2 &= 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \overline{PB}^2 = 4 + 4 \\&\Leftrightarrow \overline{PB}^2 = 8 \\&\Leftrightarrow \overline{PB} = -\sqrt{8} \vee \overline{PB} = \sqrt{8}\end{aligned}$$

Como $\overline{PB} > 0$, $\overline{PB} = \sqrt{8}$.

O triângulo $[APB]$ é retângulo em P . Calculemos $\overline{AB}$, utilizando, novamente, o Teorema de Pitágoras:

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= 4^2 + (\sqrt{8})^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 16 + 8 \\&\Leftrightarrow \overline{AB}^2 = 24 \\&\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{24} \vee \overline{AB} = \sqrt{24}\end{aligned}$$

Como $\overline{AB} > 0$, então $\overline{AB} = \sqrt{24} \approx 4,90$ (2 c.d.)

R.: $\overline{AB} = \sqrt{24} \text{ cm} \approx 4,90 \text{ cm}$ (2 c.d.)

8. Para $[ABC]$ ser retângulo, as medidas dos seus lados têm de respeitar o Teorema de Pitágoras.

Assim:

$$12^2 = 8^2 + 5^2 \Leftrightarrow 144 = 64 + 25$$

$$\Leftrightarrow 144 = 89 \quad \text{Falso}$$

Logo, $[ABC]$ não é um triângulo retângulo.

9. Como $[TH]$ é uma altura do triângulo $[HEC]$ relativamente ao segmento de reta $[EC]$, os triângulos $[HEC]$ e $[HTE]$ são semelhantes.

Assim, os lados correspondentes são proporcionais:

$$\frac{\overline{EH}}{\overline{EC}} = \frac{\overline{HT}}{\overline{HC}} \Leftrightarrow \frac{3}{\overline{EC}} = \frac{\overline{HT}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{5} = \frac{\overline{HT}}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{HT} = 2,4$$

Cálculo auxiliar:

$$\overline{EC}^2 = 4^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{EC} = \pm\sqrt{25}$$

$$\text{Como } \overline{EC} > 0, \overline{EC} = \sqrt{25} = 5.$$

R.: O hospital encontra-se a 2,4 km do seu local de trabalho.

VOLUME 2

Unidade 4 – Organização e tratamento de dados

Praticar – páginas 44 a 49

1. Para determinar os 1º e 3º quartis, temos de começar por ordenar o conjunto de dados:

16 18 18 20 20 22 32 38 38 42 44

Como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, o $Q2$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 6, digamos x_6 .

16 18 18 20 20 **22** 32 38 38 42 44

Assim, $Q2 = x_6 = 22$.

O $Q1$ será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do $Q2$. Como à esquerda do $Q2$ se encontram um número ímpar de elementos, 5, o $Q1$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_3

16 18 **18** 20 20 **22** 32 38 38 42 44

Assim, $Q1 = x_3 = 18$.

O $Q3$ será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do $Q2$. Como à direita do $Q2$ se encontram um número ímpar de elementos, 5, o $Q3$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_9

16 18 18 20 20 **22** 32 38 **38** 42 44

Assim, $Q3 = x_9 = 38$.

2. Para determinar os 1º e 3º quartis, temos de começar por ordenar o conjunto de dados:

21 21 21 24 27 27 27 30 30 39 45 54

Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, o $Q2$ será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 6 e a posição 7, digamos x_6 e x_7 .

21 21 21 24 27 **27** **27** 30 30 39 45 54

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{27 + 27}{2} = 27.$$

O $Q1$ será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do $Q2$. Como à esquerda do $Q2$ se encontram um número par de elementos, 6, o $Q1$ será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 3 e a posição 4, digamos x_3 e x_4 .

21 21 **21** **24** 27 **27** 27 30 30 39 45 54

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{21 + 24}{2} = 22,5.$$

O $Q3$ será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do $Q2$. Como à direita do $Q2$ se encontram um número par de elementos, 6, o $Q3$ será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 9 e a posição 10, digamos x_9 e x_{10} .

21 21 21 24 27 27 **27** 30 **30** **39** 45 54

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} = \frac{30 + 39}{2} = 34,5.$$

3. A amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo desse conjunto. Assim:

$$\text{Amplitude} = 9 - 0 = 9$$

A amplitude interquartis é a diferença entre o valor do $Q3$ e o valor do $Q1$. Desta forma, para determinar a amplitude interquartis, temos de determinar o

valor destes quartis, motivo pelo qual teremos de iniciar o exercício por ordenar o conjunto de dados:

0 0 0 1 2 2 4 5 5 6 7 8 9

Como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, o Q2 será dado pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 7, digamos x_7 .

0 0 0 1 2 2 **4** 5 5 6 7 8 9

Assim, $Q2 = x_7 = 4$.

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q1 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 3 e a posição 4, digamos x_3 e x_4 .

0 0 **0** **1** 2 2 **4** 5 5 6 7 8 9

Assim, $Q1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0,5$.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q3 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 10 e a posição 11, digamos x_{10} e x_{11} .

0 0 0 1 2 2 **4** 5 5 **6** **7** 8 9

Assim, $Q3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$.

Desta forma, a amplitude interquartis será dada por:

Amplitude interquartis = $6,5 - 0,5 = 6$

4.

4.1.

14	1	2	2	7	7	6	3	9
15	0	1	1	2	5	3	9	4
16	0	1						

14|1 lê-se 141 cm

Ordenando o diagrama de caule-e-folhas:

14	1	2	2	3	6	7	7	9
15	0	1	1	1	2	3	3	4
16	0	1						

14|1 lê-se 141 cm

4.2. O conjunto de dados encontra-se ordenado no diagrama de caule-e-folhas.

Assim, como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, o Q2 será dado pelo elemento que ocupa a posição central do con-

junto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 12, digamos x_{12} .

Desta forma, $Q2 = x_{12} = 151$.

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 11, o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_6

Assim, $Q1 = x_6 = 147$.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 11, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{18}

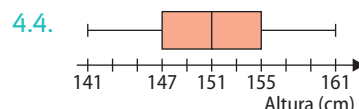
Assim, $Q3 = x_{18} = 155$.

4.3. A amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo desse conjunto. Assim:

Amplitude = $161 - 141 = 20$

A amplitude interquartis é a diferença entre o valor do Q3 e o valor do Q1. Assim:

$Q3 - Q1 = 155 - 147 = 8$



4.5. A moda da amostra é o valor 151. Como este valor corresponde ao Q2, podemos afirmar que 50% dos alunos têm uma altura superior à moda da amostra.

5.

5.1. Sabe-se que o valor da amplitude do conjunto de dados é 18. Por outro lado, o valor máximo do conjunto de dados é 37. Como a amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo desse conjunto, vem que:

$18 = 37 - \text{valor mínimo}$

Assim, o valor mínimo do conjunto de dados será 19 (nota que $37 - 18 = 19$).

5.2. Sabe-se que a amplitude interquartis é 9. Por outro lado, o valor do Q1 é 22.

Como a amplitude interquartis é a diferença entre o valor do Q3 e o valor do Q1, vem que:

$9 = Q3 - 22$

Assim, o valor do Q3 será 31 (nota que $22 + 9 = 31$).

5.3. [B]

6.

6.1. Número total de alunos: 50

$$\bar{x} = \frac{0 \times 15 + 1 \times 10 + 2 \times 6 + 3 \times 12 + 4 \times 5 + 5 \times 2}{50} = \frac{88}{50} = 1,76$$

Logo, $\bar{x} = 1,76$.

6.2. Extremos: 0 e 5

O conjunto de dados encontra-se ordenado no gráfico de barras.

Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 50, o $Q2$ será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 25 e a posição 26, digamos x_{25} e x_{26} .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{1 + 2}{2} = 1,5.$$

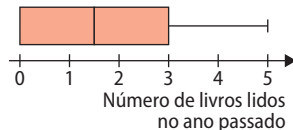
O $Q1$ será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do $Q2$. Como à esquerda do $Q2$ se encontram um número ímpar de elementos, 25, o $Q1$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{13}

$$\text{Assim, } Q1 = x_{13} = 0.$$

O $Q3$ será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do $Q2$. Como à direita do $Q2$ se encontram um número ímpar de elementos, 25, o $Q3$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{38}

$$\text{Assim, } Q3 = x_{38} = 3.$$

6.3.



7.

7.1. Número total de alunos: 28 alunos

$$\bar{x} = \frac{7 \times 14 + 8 \times 11 + 9 \times 3}{28} = \frac{213}{28} \approx 7,6$$

7.2. Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 28, o $Q2$ será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 14 e a posição 15, digamos x_{14} e x_{15} .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_{14} + x_{15}}{2} = \frac{7 + 8}{2} = 7,5.$$

O $Q1$ será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do $Q2$. Como à esquerda do $Q2$ se en-

contram um número par de elementos, 14, o $Q1$ será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 7 e a posição 8, digamos x_7 e x_8 .

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_7 + x_8}{2} = \frac{7 + 7}{2} = 7.$$

O $Q3$ será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do $Q2$. Como à direita do $Q2$ se encontram um número par de elementos, 14, o $Q3$ será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 21 e a posição 22, digamos x_{21} e x_{22} .

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_{21} + x_{22}}{2} = \frac{8 + 8}{2} = 8.$$

7.3. Seja x a idade de cada um dos dois alunos que entraram na turma do João.

Como a média das idades dos alunos é 7,7, temos que:

$$\frac{2x + 7 \times 14 + 8 \times 11 + 9 \times 3}{28 + 2} = 7,7 \Leftrightarrow \frac{2x + 213}{30} = 7,7$$

$$\Leftrightarrow 2x + 213 = 231$$

$$\Leftrightarrow 2x = 231 - 213$$

$$\Leftrightarrow 2x = 18$$

$$\Leftrightarrow x = 9$$

Logo, os alunos que entraram na turma do João tinham, ambos, 9 anos.

8.

8.1. Trata-se de uma amostra bimodal. Os saldos de telemóveis mais frequentes são 9€ e 25€.

8.2. O conjunto de dados encontra-se ordenado no diagrama de caule-e-folhas.

Assim, como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, 27, o $Q2$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 14, digamos x_{14} .

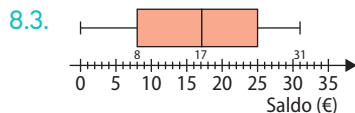
$$\text{Desta forma, } Q2 = x_{14} = 17.$$

O $Q1$ será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do $Q2$. Como à esquerda do $Q2$ se encontram um número ímpar de elementos, 13, o $Q1$ será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_7

$$\text{Assim, } Q1 = x_7 = 8.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 13, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{21} .

Assim, $Q3 = x_{21} = 25$.



8.4. Como vimos anteriormente, 25 é o valor do Q3. Então, podemos afirmar que 75% dos alunos têm um saldo inferior a 25 € no telemóvel.

9.

9.1.

0	8
1	4
2	0 3 6 7 5 6 7 3 1 0 8 9
3	2 4 7 2

legenda: 1|4 lê-se 14

Ordenando o diagrama de caule-e-folhas:

0	8
1	4
2	0 0 1 3 3 5 6 6 7 7 8 9
3	2 2 4 7

legenda: 1|4 lê-se 14

9.2. Os 25% dos queijos mais gordos terão uma quantidade de gordura maior ou igual ao valor do Q3. Assim, basta encontrar o valor do Q3 para dar resposta à questão.

Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 18, o Q2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 9 e a posição 10, digamos x_9 e x_{10} .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} = \frac{26 + 26}{2} = 26.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 9, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{14} .

Assim, $Q3 = x_{14} = 29$.

Desta forma, a quantidade mínima de gordura que este tipo de queijos têm é 29 g, por cada 100 g. Os queijos nestas condições são: o queijo da Serra curado, o queijo de Évora, o queijo Gorgonzola, o queijo Roquefort e o queijo Suíço.

9.3. Sabe-se que:

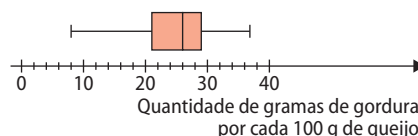
- o valor mínimo é 8;
- o valor máximo é 37;
- o valor do Q2 é 26;
- o valor do Q3 é 29.

Falta, apenas, determinar o valor do 1.º quartil.

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 9, o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_5 .

Assim, $Q1 = x_5 = 21$.

Logo:



10.

10.1. Como o número médio de balões vendidos por dia, desde o dia 15 até ao dia 20 de junho, foi igual a 4, durante esses dias foram vendidos 24 balões ($6 \times 4 = 24$). Assim, o número médio de balões vendidos por dia, durante os dez dias que duram as festividades será dado por:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{24 + 12 + 10 + 13 + 15}{10} = \\ &= \frac{74}{10} = \\ &= 7,4 \end{aligned}$$

10.2. Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 74, o Q2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 37 e a posição 38, digamos x_{37} e x_{38} .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_{37} + x_{38}}{2} = \frac{50 + 60}{2} = 55.$$

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 37, o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{19} .

Assim, $Q1 = x_{19} = 40$.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 37, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{56} .

Assim, $Q3 = x_{56} = 60$.

11.

$$11.1. \bar{x} = \frac{500 \times 4 + 512 \times 6 + 752 \times 3 + 840 \times 1 + 1520 \times 1 + 3850 \times 1}{4 + 6 + 3 + 1 + 1 + 1} =$$

$$= \frac{13\,538}{16} \approx 846,125$$

R.: O ordenado médio de um trabalhador da empresa é de, aproximadamente, 846,13 €.

11.2. Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 16, o Q2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 8 e a posição 9, digamos x_8 e x_9 .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_8 + x_9}{2} = \frac{512 + 512}{2} = 512.$$

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número par de elementos, 8, o Q1 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 4 e a posição 5, digamos x_4 e x_5 .

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_4 + x_5}{2} = \frac{500 + 500}{2} = 500.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número par de elementos, 8, o Q3 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 12 e a posição 13, digamos x_{12} e x_{13} .

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = \frac{752 + 752}{2} = 752.$$

11.3. Poderiam utilizar o Q3. Desta forma, poderiam argumentar que, apesar do ordenado médio se situar nos 846,13 €, 75% dos trabalhadores da empresa ganhavam, no máximo, 752 €.

12.

$$12.1. \bar{x} = \frac{140 + 200 + 240 + 600 + 267 + 180 + 80 + 126 + 114 +$$

$$+ 540 + 420 + 244 + 120 + 64 + 130 + 460 + 190 + 349}{18} =$$

$$= \frac{4464}{18} = 248$$

R.: O preço médio das máquinas fotográficas é 248 €.

12.2. $248 - 248 \times 10\% = 248 - 248 \times 0,1 = 248 - 24,8 = 223,2$

R.: O preço médio das máquinas seria 223,2 €.

12.3. Seja x o valor de cada uma das novas máquinas que foram colocadas em exposição.

Como o preço médio das máquinas fotográficas passou a ser de 255,7 €, temos que:

$$\frac{2x + 4464}{18 + 2} = 255,7$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x + 4464}{20} = 255,7$$

$$\Leftrightarrow 2x + 4464 = 5114$$

$$\Leftrightarrow 2x = 5114 - 4464$$

$$\Leftrightarrow 2x = 650$$

$$\Leftrightarrow x = 325$$

R.: O valor de cada uma das novas máquinas é 325 €.

12.4. A amplitude interquartis é a diferença entre o valor do Q3 e o valor do Q1. Começamos, então, por determinar o valor dos 1º e 3º quartis do conjunto de dados inicial.

Para tal, ordene-se o conjunto de dados:

64 80 114 120 126 130 140 180 190
200 240 244 267 349 420 460 540 600

Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, 18, o Q2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 9 e a posição 10, digamos x_9 e x_{10} .

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} = \frac{190 + 200}{2} = 195.$$

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 9, o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_5

Assim, $Q1 = x_5 = 126$.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 9, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_{14}

Assim, $Q3 = x_{14} = 349$.

Desta forma:

$$\text{Amplitude interquartis} = 349 - 126 = 223$$

13.

13.1. A amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo desse conjunto. Assim:

$$\text{Amplitude} = 49 - 22 = 27$$

13.2. Atendendo aos dados presentes no diagrama de extremos e quartis, 43 é o valor do Q3. Então, podemos afirmar que 25% do pescado tem, pelo menos, 43 cm.

13.3. Atendendo aos dados presentes no diagrama de extremos e quartis, 27 é o valor do Q1. Assim, 25% do peixe tem, no máximo essa dimensão, pelo que será apreendido. Desta forma, serão apreendidos 803 peixes ($3212 \times 25\% = 3212 \times 0,25 = 803$).

Testar – páginas 50 e 51

1. Para determinar os 1º e 3º quartis, temos de começar por ordenar o conjunto de dados:

8 10 10 12 12 14 24 30 30 34 36

Como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, o Q2 será dado pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 6, digamos x_6 .

8 10 10 12 12 **14** 24 30 30 34 36

Assim, $Q2 = x_6 = 14$.

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 5, o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_3

8 10 **10** 12 12 **14** 24 30 30 34 36

Assim, $Q1 = x_3 = 10$.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de elementos, 5, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte dos dados: o x_9

8 10 10 12 12 **14** 24 30 **30** 34 36

Assim, $Q3 = x_9 = 30$.

2. Para determinar os 1º e 3º quartis, temos de começar por ordenar o conjunto de dados:

-9 -9 -9 -6 -3 -3 0 0 9 15 24

Como o conjunto de dados é composto por um número par de elementos, o Q2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam as posições centrais do conjunto ordenado, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 6 e a posição 7, digamos x_6 e x_7 .

-9 -9 -9 -6 -3 **-3** **-3** 0 0 9 15 24

$$\text{Assim, } Q2 = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{-3 + (-3)}{2} = \frac{-6}{2} = -3.$$

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q1 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 3 e a posição 4, digamos x_3 e x_4 .

-9 -9 **-9** **-6** -3 **-3** -3 0 0 9 15 24

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{-9 + (-6)}{2} = \frac{-15}{2} = -7,5.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q3 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 9 e a posição 10, digamos x_9 e x_{10} .

-9 -9 -9 -6 -3 -3 **-3** 0 **0** **9** 15 24

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_9 + x_{10}}{2} = \frac{0 + 9}{2} = 4,5.$$

3. A amplitude de um conjunto de dados é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo desse conjunto. Assim:

$$\text{Amplitude} = 900 - 0 = 900$$

A amplitude interquartis é a diferença entre o valor do Q3 e o valor do Q1. Desta forma, para determinar a amplitude interquartis, temos de determinar o valor destes quartis, motivo pelo qual teremos de iniciar o exercício por ordenar o conjunto de dados: 0 0 100 100 200 200 400 500 500 600 700 800 900. Como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, o Q2 será dado pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 7, digamos x_7 .

0 0 100 100 200 200 **400** 500 500 600 700 800 900

Assim, $Q2 = x_7 = 400$.

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q1 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 3 e a posição 4, digamos x_3 e x_4 .

0 0 **100 100** 200 200 **400** 500 500 600 700 800 900

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{100 + 100}{2} = 100.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número par de elementos, 6, o Q3 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 10 e a posição 11, digamos x_{10} e x_{11} .

0 0 100 100 200 200 **400** 500 500 **600 700** 800 900

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{600 + 700}{2} = 650.$$

Desta forma, a amplitude interquartis será dada por:
Amplitude interquartis = $650 - 100 = 550$

4.

4.1. $Mo = 1$

$$\bar{x} = \frac{0 \times 6 + 1 \times 10 + 2 \times 3 + 3 \times 5 + 5 \times 1}{6 + 10 + 3 + 5 + 1} = \frac{36}{25} = 1,44$$

Logo, $\bar{x} = 1$.

4.2. Como o conjunto de dados é composto por um número ímpar de elementos, 25, a mediana será dada pelo elemento que ocupa a posição central do conjunto ordenado, ou seja, o elemento que ocupa a posição 13, digamos x_{13} .

Assim, $Me = x_{13} = 1$.

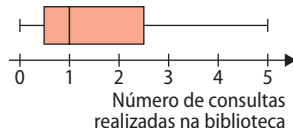
O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número par de elementos, 12, o Q1 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 6 e a posição 7, digamos x_6 e x_7 .

$$\text{Assim, } Q1 = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0,5.$$

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número par de elementos, 12, o Q3 será dado pela média dos elementos que ocupam as posições centrais nessa parte dos dados, ou seja, pela média dos elementos que ocupam a posição 19 e a posição 20, digamos x_{19} e x_{20} .

$$\text{Assim, } Q3 = \frac{x_{19} + x_{20}}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5.$$

4.3.



5.

5.1. Atendendo aos dados apresentados no diagrama de extremos e quartis, a esperança máxima de vida será de 82 anos.

5.2. A amplitude interquartis é a diferença entre o valor do Q3 e o valor do Q1.

Atendendo aos dados apresentados no diagrama de extremos e quartis, sabe-se que:

- $Q1 = 54$

- $Q3 = 74$

Assim:

$$\text{Amplitude interquartis} = Q3 - Q1 = 74 - 54 = 20$$

5.3. $Q1 = 54$

25% dos dados têm valor igual ou inferior ao Q1. Logo, 75% dos dados têm valor superior a este, ou seja, 75% dos países em estudo têm uma esperança de vida de, pelo menos, 54 anos.

5.4. 124 países

$$Q1 = 54$$

$$124 \times 25\% = 124 \times \frac{25}{100} = 31$$

Logo, existem 31 países cuja esperança de vida é inferior a 54 anos.

5.5. A mediana. Sendo a média uma medida muito influenciada por valores extremos e a mediana uma medida bastante robusta, conclui-se que o valor da mediana é maior do que o valor da média, pois a distribuição é enviesada à esquerda.

Unidade 5 – Números

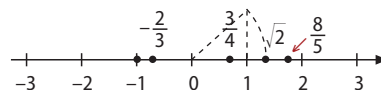
Praticar – páginas 54 a 67

1.

1.1. $\frac{3}{4} = 0,75$

$$\frac{8}{5} = 1,6$$

1.2.



1.3. $\frac{8}{5} > \sqrt{2} > \frac{3}{4} > -\frac{2}{3} > -1$

2.

$$\frac{3}{8} \times 18 = \frac{54}{8} = 6,75$$

$$6,75 \text{ h} = (6 + 0,75) \text{ h} = 6 \text{ h} + 0,75 \text{ h} \\ = 6 \text{ h} + 45 \text{ min}$$

R.: A Rita dedicou 6 h 45 min ao estudo da Matemática.

$$\begin{array}{r|l} 3. & 200 & 2 \\ & 100 & 2 \\ & 50 & 2 \\ & 25 & 5 \\ & 5 & 5 \\ & 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} & 78 & 2 \\ & 39 & 3 \\ & 13 & 13 \\ & 1 & \end{array}$$

$$200 = 2^3 \times 5^2$$

$$78 = 2 \times 3 \times 13$$

200 não tem fatores primos diferentes de 2 e de 5.

Logo, $\frac{51}{200}$ é uma fração decimal.

Assim, é representado por uma dízima finita.

78 tem fatores primos diferentes de 2 e de 5. Logo,

$\frac{213}{78}$ não é uma fração decimal.

Assim, pode ser representada por uma dízima finita.

$$4. \quad a^{-3} \times a^5 = a^{-3+5} = a^2$$

R.: [C]

$$5. \quad h^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow h^2 = 9 + 4$$

$$\Leftrightarrow h = \pm\sqrt{13}$$

Assim, E tem abscissa $\sqrt{13}$ e D tem abscissa $-\sqrt{13}$.

6.

$$6.1. \quad 3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + \sqrt{5} = \sqrt{5} (3 - 2 + 1) = \sqrt{5} \times 2 = 2\sqrt{5}$$

$$6.2. \quad 12\sqrt{6} - 6 \times 3\sqrt{6} - \sqrt{2} + 6\sqrt{6} = \\ = 12\sqrt{6} - 18\sqrt{6} + 6\sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{6} (12 - 18 + 6) - \sqrt{2} = \\ = \sqrt{6} \times 0 - \sqrt{2} = -\sqrt{2}$$

$$6.3. \quad -2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} + \sqrt{4} = \sqrt{3} (-2 + 4 - 5) + 2 = \\ = \sqrt{3} \times (-3) + 2 = -3\sqrt{3} + 2 = 2 - 3\sqrt{3}$$

$$6.4. \quad (1 - \sqrt{5})(1 + \sqrt{5}) = 1^2 - (\sqrt{5})^2 = 1 - 5 = -4$$

7.

7.1. Por exemplo, 0,018.

$$7.2. \quad 3 \times 10^{-3} = 0,003$$

$$3 \times 10^{-2} = 0,03$$

Por exemplo, 0,025.

$$7.3. \quad 10^{-3} = 0,001$$

Por exemplo, 0,0016.

$$7.4. \quad 2 \times 10^{-1} = 0,2$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Por exemplo, $\frac{1}{3} = 3^{-1}$.

$$8. \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 3^2 = 9$$

$$(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3} = (-3)^3 = -27$$

$$(-3)^{-3} = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 = -\frac{1}{27}$$

R.: [C]

$$9. \quad \frac{1}{81} = \frac{1}{3^4} = 3^{-4}$$

$$\begin{array}{r|l} & 81 & 3 \\ & 27 & 3 \\ & 9 & 3 \\ & 3 & 3 \\ & 1 & \end{array}$$

$$81 = 3^4$$

R.: [B]

10.

$$10.1. \quad 3^2 \times 4^2 = 12^2 = 144$$

$$10.2. \quad \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \times (-1)^{250} = 3^2 \times 1 = 9 \times 1 = 9$$

$$10.3. \quad 12^2 : 2^2 = 6^2 = 36$$

$$10.4. \quad 2^{-2} \times 2^{-1} = 2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$10.5. \quad 3^{-3} \times (-47)^0 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 1 = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$10.6. \quad (-3)^0 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 1 \times 2^1 = 2$$

$$10.7. \quad 1^{-1000} : 3^{-2} = 1 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 : \frac{1}{9} = 9$$

$$10.8. \quad 10^{-1} \times (-3)^{-2} = \frac{1}{10} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{10} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{90}$$

$$10.9. \quad -5^0 + (-5)^0 = -1 + 1 = 0$$

$$10.10. \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 : \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 2^2 = 4$$

$$10.11. \quad 7^{-2} \times \left(\frac{1}{7}\right)^{-4} = 7^{-2} \times 7^4 = 7^2 = 49$$

$$10.12. \quad 9^7 \times 9^2 : 9^9 = 9^9 : 9^9 = 9^0 = 1$$

$$10.13. \quad \left(\frac{7^3 \times 7^7}{2^{10}}\right)^0 = 1$$

$$10.14. \quad \frac{10^3 \times 10^5 \times 7}{2^8 \times 5^8} = \frac{10^8 \times 7}{10^8} = 1 \times 7 = 7$$

$$10.15. \quad 6^0 - 6^2 \times \left(-\frac{1}{6}\right)^{-3} = 1 - 36 \times (-6)^3 = 1 - 36 \times (-216) = \\ = 1 + 7776 = 7777$$

$$11. \quad \frac{1}{7} = 7^{-1} \quad \frac{1}{3^2} = 3^{-2} \quad 9 = 3^2$$

$$0,3 = \frac{3}{10} = \left(\frac{10}{3}\right)^{-1} \quad 10 = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} \quad -\frac{1}{4} = -\frac{1}{2^2} = -2^{-2}$$

12. Os números escritos em notação científica são $3,27 \times 10^2$ e $4,0001 \times 10^{-9}$.

13.

$$13.1. \quad 642\,000 = 6,42 \times 10^5$$

$$13.2. \quad 0,0032 = 3,2 \times 10^{-3}$$

$$13.3. \quad 427,08 = 4,2708 \times 10^2$$

$$13.4. \quad 973 \times 10^3 = 9,73 \times 10^5$$

$$13.5. \quad 0,0074 \times 10^{-2} = 7,4 \times 10^{-5}$$

$$13.6. \quad 73,26 \times 10^4 = 7,326 \times 10^5$$

$$13.7. \quad 5 \text{ milhões} = 5 \times 10^6$$

$$13.8. \quad 2,7 \text{ milhões} = 2,7 \times 10^6$$

14.

14.1. 8200

14.2. 0,0545

14.3. 472 730

14.4. -0,000 028

15. $7 \times 10^2 < 8,05 \times 10^2 < 2 \times 10^3 < 3 \times 10^3$

16.

16.1. $3,57 \times 10^3 < 35\,700$

16.2. $4,2 \times 10^{-1} > 4,2 \times 10^{-2}$

16.3. $0,03 = 3 \times 10^{-2}$

16.4. $4,2 \times 10^3 < 4,2 \times 10^4$

16.5. $2,5 \times 10^{-5} > 3 \times 10^{-7}$

16.6. $0,02 \times 10^3 = 0,2 \times 10^2$

16.7. $2,2 \times 10^{-5} < 2,201 \times 10^{-5}$

16.8. $3,02 \times 10^3 > 3,2 \times 10^{-3}$

- 17.** O raciocínio da Filipa não está correto. Para comparar dois números escritos em notação científica devemos começar por comparar os expoentes das potências de base 10. Neste caso, como $9 > 7$, então $6,3 \times 10^9 > 7,5 \times 10^7$.

18.

Afirmação	Nunca	Às vezes	Sempre
A. Um número racional é um número inteiro.		x	
B. Um número inteiro é um número racional.			x
C. Uma dízima infinita é um número racional.		x	
D. Uma dízima infinita não periódica é um número racional.	x		
E. Um número inteiro é um número natural.		x	
F. Um número natural é um número inteiro.			x

- $\frac{1}{3}$ é racional mas não é inteiro.
- Todo o número inteiro é racional, pois $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$.
- $\sqrt{2}$ é uma dízima infinita; no entanto, é irracional.
- As dízimas infinitas não periódicas são números irracionais.
- -1 é inteiro mas não é natural.
- Todo o número natural é inteiro, pois $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$.

19.

$$\frac{2}{3} \text{ h} \text{ ————— } 100$$

$$x \text{ ————— } 5000$$

$$x = \frac{\frac{2}{3} \times 5000}{100} = \frac{100}{3} \text{ h}$$

$$\frac{100}{3} = \frac{99}{3} + \frac{1}{3} = 33 + \frac{1}{3}$$

$$1 \text{ h} \text{ ————— } 60 \text{ min}$$

$$\frac{1}{3} \text{ ————— } x$$

$$x = \frac{\frac{1}{3} \times 60}{1} = \frac{60}{3} = 20 \text{ min}$$

R.: Serão necessárias 33 h 20 min para essa produção.

20.

20.1. $\frac{1}{11} = 0,(\text{09})$

$$\frac{2}{11} = 0,(\text{18})$$

$$\frac{3}{11} = 0,(\text{27})$$

$$\frac{4}{11} = 0,(\text{36})$$

20.2. $\frac{5}{11} = 0,(\text{45})$

$$\frac{6}{11} = 0,(\text{54})$$

As frações representam-se sob a forma de dízimas infinitas periódicas, cujo período é um múltiplo de 9. Corresponde ao produto de 9 pelo valor do numerador da fração.

20.3. $\frac{12}{11} = \frac{11}{11} + \frac{1}{11} = 1,(\text{09})$

20.4. $\frac{13}{11} = \frac{11}{11} + \frac{2}{11} = 1 + \frac{2}{11} = 1,(\text{18})$

$$\frac{24}{11} = \frac{22}{11} + \frac{2}{11} = 2 + \frac{2}{11} = 2,(\text{18})$$

Cada uma das frações pode escrever-se como a soma de um número inteiro com uma fração de denominador 11 e cujo numerador se encontra entre 1 e 10. Aplica-se o raciocínio da alínea 20.2.. O período desta dízima corresponde ao produto desse numerador por 9.

20.5. Seja $x = 11n + y$, com $n \geq 0$ e $0 \leq y \leq 10$.

$$\frac{x}{11} = \frac{11n + y}{11} = \frac{11}{11}n + \frac{y}{11} = n + \frac{y}{11}$$

21.

$$\sqrt{16} = 4$$

$$\sqrt{0,16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \frac{4}{10}$$

$$\sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

Logo, $\sqrt{1,6}$ é irracional.

R.: [B]

22.

$$22.1. 1 - \left(\frac{7}{20} + \frac{1}{3}\right) = 1 - \left(\frac{21}{60} + \frac{20}{60}\right) = 1 - \frac{41}{60} = \frac{60}{60} - \frac{41}{60} = \frac{19}{60}$$

Esta expressão representa a parte que a Sónia e o Nuno pagaram pelo colar de pérolas.

$$22.2. \frac{19}{60} : 2 = \frac{19}{60} \times \frac{1}{2} = \frac{19}{120}$$

$$22.3. \text{Fernando: } 35\% = \frac{35}{100} = \frac{42}{120}$$

$$\text{Carlos: } \frac{1}{3} = \frac{40}{120}$$

$$\text{Sónia: } \frac{19}{120}$$

$$\text{Nuno: } \frac{19}{120}$$

Logo, foi o Fernando quem pagou mais, pois

$$\frac{42}{120} > \frac{40}{120} > \frac{19}{120}.$$

$$22.4. \frac{1}{3} \times 450 = \frac{450}{3} = 150$$

R.: Se o colar custou 450 €, o Carlos pagou 150 €.

23.

$$23.1. 100 = 10^2$$

$$23.2. 0,1 = 10^{-1}$$

$$23.3. 0,000\,01 = 10^{-5}$$

$$23.4. 0,1^2 \times 0,0001 = 0,01 \times 0,0001 = 10^{-6}$$

$$23.5. 10^{-2} \times 1000 \times 0,01 \times 10 = 10^{-2} \times 100 = 10^0$$

24.

$$24.1. 64 = 2^6$$

$$24.2. \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$$

$$24.3. (0,5)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = 2^{-3}$$

$$24.4. \frac{1}{32} = \frac{1}{2^5} = 2^{-5}$$

$$24.5. 16^{-7} = (2^4)^{-7} = 2^{-28}$$

$$24.6. 1 = 2^0$$

25.

$$25.1. 3^2 \times 3^{-3} \times 3 \times 3^7 = 3^7$$

$$25.2. 9 = 3^2$$

$$25.3. \frac{1}{3} = 3^{-1}$$

$$25.4. \frac{1}{27} = \frac{1}{3^3} = 3^{-3}$$

$$25.5. -\frac{1}{9} = -\frac{1}{3^2} = -3^{-2}$$

$$25.6. 1 = 3^0$$

26.

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\text{base maior} + \text{base menor}}{2} \times \text{altura}$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{10\sqrt{3} + 4\sqrt{3}}{2} \times 3\sqrt{3} =$$

$$= \frac{14\sqrt{3}}{2} \times 3\sqrt{3} =$$

$$= 7\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} =$$

$$= 7 \times 3 \times \sqrt{3} \times \sqrt{3} =$$

$$= 21 \times 3 = 63$$

Logo, a área do trapézio é 63 u.a.

27.

$$27.1. 5^{-8} \times 2^{-8} : 10^{-9} = 10^{-8} : 10^{-9} = 10^1 = 10$$

$$27.2. 4^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 1 + 1 + 5^2 = 2 + 25 = 27$$

$$27.3. \left(\frac{1}{4}\right)^{-1} + \frac{1}{4^{-1}} + 4 = 4^1 + 4 + 4 = 4 + 4 + 4 = 12$$

$$27.4. (-4)^{-2} \times 4^2 = (-4)^{-2} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = (-1)^{-2} = (-1)^2 = 1$$

$$27.5. \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + \left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4} + \frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$$

$$27.6. \left(\frac{2}{3} \times 5\right)^0 - \frac{3}{7} \times (-1)^{20} = 1 - \frac{3}{7} \times 1 = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

$$27.7. -1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^{-1} + (-1)^{32} = -1 - (-4) + 1 = -1 + 4 + 1 = 4$$

$$27.8. \left(1 - 1^5 + (-3)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right)^2 + 0^7 =$$

$$= \left(1 - 1 + 9 - \left(\frac{1}{9}\right)\right)^2 + 0 = \left(\frac{81}{9} - \frac{1}{9}\right)^2 = \left(\frac{80}{9}\right)^2 = \frac{6400}{81}$$

28.

28.1. Por ordem decrescente de capacidade:

Estádio da Luz > Alvalade XXI > Estádio do Dragão
ou seja: $6,5 \times 10^4 > 5,2 \times 10^4 > 5 \times 10^4$

$$28.2. (6,5 \times 10^4) + (5 \times 10^4) + (5,2 \times 10^4) = 16,7 \times 10^4 = 167\,000$$

R.: 167 000 pessoas.

$$28.3. 6,5 \times 10^4 - 5,2 \times 10^4 = 1,3 \times 10^4 = 13\,000$$

R.: A diferença entre as capacidades do Estádio da Luz e do Alvalade XXI é de 13 000 pessoas.

29.

$$29.1. \left(\frac{1}{10}\right)^{-4} = 10^4$$

O menor número é 10^{-4} .

$$29.2. -\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = -(-2)^2 = -4$$

O menor número é $-\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

$$29.3. \left(-\frac{1}{10}\right)^{-3} = -10^3 = -1000$$

O menor número é $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-3}$.

$$29.4. -(-3)^{-2} = -\left(-\frac{1}{3}\right)^2 = -\frac{1}{9}$$

O menor número é $-(-3)^{-2}$.

30.

$$30.1. (8 \times 10^{-5}) - (2 \times 10^{-5}) = 6 \times 10^{-5}$$

$$30.2. (7 \times 10^3) + (9 \times 10^3) = 16 \times 10^3 = 1,6 \times 10^4$$

$$30.3. (4,7 \times 10^{-5}) \times (2 \times 10^{-6}) = 9,4 \times 10^{-11}$$

$$30.4. (6,88 \times 10^{-3}) : (2 \times 10^4) = 3,44 \times 10^{-7}$$

$$30.5. (2,8 \times 10^4) - (1,2 \times 10^3) = \\ = (2,8 \times 10^4) - (0,12 \times 10^4) = 2,68 \times 10^4$$

$$30.6. (6,2 \times 10^3) + (7 \times 10^4) = (0,62 \times 10^4) + (7 \times 10^4) = \\ = 7,62 \times 10^4$$

31.

$$31.1. 15 < 5\pi < 16$$

$$31.2. 3 < \sqrt{11} < 4$$

$$31.3. 12 < 5\pi - \sqrt{11} < 13$$

$$31.4. 19 < 5\pi + \sqrt{11} < 20$$

32. $\pi + 4$

Sabe-se que:

$$3 < \pi < 4$$

Logo:

$$3 + 4 < \pi + 4 < 4 + 4$$

$$\Leftrightarrow 7 < \pi + 4 < 8$$

33. Por exemplo, $8,2758 \times 10^2$.**34.**

$$34.1. 5\sqrt{3} + 4(1 - \sqrt{3}) = 5\sqrt{3} + 4 - 4\sqrt{3} = \\ = \sqrt{3}(5 - 4) + 4 = \\ = \sqrt{3} + 4$$

$$34.2. (5 - \sqrt{10})^2 - 3\sqrt{10} + (\sqrt{10})^2 = \\ = 25 - 10\sqrt{10} + 10 - 3\sqrt{10} + 10 = \\ = 45 + \sqrt{10}(-10 - 3) = \\ = 45 - 13\sqrt{10}$$

$$34.3. 2\sqrt{7} + (\sqrt{7} - 1)(\sqrt{7} - 1) = 2\sqrt{7} + (\sqrt{7} - 1)^2 = \\ = 2\sqrt{7} + 7 - 2\sqrt{7} + 1 = \\ = 8$$

$$34.4. -2\sqrt{13} + 4\sqrt{13} + (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{13} - 5)(\sqrt{13} + 5) = \\ = 2\sqrt{13} + 13 - ((\sqrt{13})^2 - 5^2) = \\ = 2\sqrt{13} + 13 - 13 + 25 = \\ = 25 + 2\sqrt{13}$$

$$35. 6,96 \times 10^8 : 109 = 6,96 \times 10^8 : 1,09 \times 10^2 \approx 6,385 \times 10^6$$

R.: A Terra tem um raio de, aproximadamente, $6,4 \times 10^6$ m.

36. 1 kg = 1000 g

$$1 \text{ átomo} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1,99 \times 10^{-23} \text{ g} \\ x \xrightarrow{\quad\quad\quad} 1000 \text{ g}$$

$$x = \frac{1000}{1,99 \times 10^{-23}} = \\ = \frac{1 \times 10^3}{1,99 \times 10^{-23}} \\ \approx 0,5025 \times 10^{26} \\ \approx 5 \times 10^{25}$$

R.: Num quilograma de carbono estarão presentes cerca de 5×10^{25} átomos.

37. 1 ano = 365 dias = 8760 h = 525 600 min

$$1 \text{ min} \xrightarrow{\quad\quad\quad} 3,5 \times 10^4 \text{ células}$$

$$525 \text{ 600} \xrightarrow{\quad\quad\quad} x$$

$$x = 525 \text{ 600} \times 3,5 \times 10^4 = \\ = 1 \text{ 839 600} \times 10^4 = \\ = 1,8396 \times 10^6 \times 10^4 = \\ = 1,8396 \times 10^{10}$$

R.: Durante um ano, uma pessoa perde cerca de $1,8396 \times 10^{10}$ células.

38.

$$38.1. 1 - \left(0,125 + \frac{1}{3} + \frac{2}{5}\right) = 1 - \left(\frac{375}{3000} + \frac{1000}{3000} + \frac{1200}{3000}\right) = \\ = \frac{3000}{3000} - \frac{2575}{3000} = \frac{425}{3000} = \frac{17}{120}$$

A expressão representa a parte do dinheiro que sobrou à Joana depois de comprar o bilhete, almoçar e comprar a lembrança.

38.2. A. A afirmação é falsa. Como $\frac{1}{3} < \frac{2}{5}$, a Joana gas-

tou mais dinheiro na lembrança do que no almoço.

B. A afirmação é falsa. A Joana tinha 24 € logo, se tivesse gasto 18 € no bilhete, isso representaria $\frac{2}{5}$ do dinheiro e não 12,5%.

$$38.3. 24 \xrightarrow{\quad\quad\quad} 120$$

$$x \xrightarrow{\quad\quad\quad} 17$$

$$x = \frac{17 \times 24}{120} = 3,4$$

R.: Sobraram 3,40 €.

39.

$$39.1. 2 \frac{1}{3} \times 2 \frac{1}{3} = \frac{7}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{49}{9}$$

R.: O Diogo obteve $\frac{49}{9}$ pontos.

39.2.

$\times$	$2\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{4}$
$2\frac{1}{3}$	$\frac{49}{9}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{21}{6}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{21}{12}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{1}{4}$
$\frac{3}{2}$	$\frac{21}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{9}{8}$
$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{8}$
$\frac{2}{5}$	$\frac{14}{15}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{3}{10}$
$\frac{3}{4}$	$\frac{7}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{9}{16}$

R.: O João obteve $\frac{21}{6}$ pontos. Para que a pontuação do João seja superior a cada um dos números que lhe saiu, cada um desses números terá que ser maior do que 1. Como, para além disso, se sabe que os números eram diferentes, a única opção é terem saído os números $2\frac{1}{3}$ e $\frac{3}{2}$, pelo que o produto foi $\frac{21}{6}$.

39.3. A afirmação do Tiago é falsa. Todos os valores dos setores circulares são positivos e o produto de dois números positivos é sempre um número positivo. É impossível obter uma pontuação negativa.

40. Na primeira potência, o Pedro utilizou o sinal “-” do expoente na base, o que não faz sentido. Os cálculos corretos seriam:

$$7^{-4} = \left(\frac{1}{7}\right)^4 = \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{2401}$$

Na segunda potência, o Pedro não considerou o facto de o expoente ser negativo.

Assim, corretamente, ficaria:

$$(-3)^{-2} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

Uma potência de base negativa e expoente par é sempre positiva. Além disso, $3^4 = 81$.

Assim:

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^4 = \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{81}$$

41. $2 \times 10^{-2} = 0,02$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2} = 1,5$$

Assim, um número compreendido entre 0,02 e 1,5 pode ser, por exemplo, 0,1.

42.

$$42.1. \left(-\frac{7}{13}\right)^x \times \left(-\frac{7}{13}\right)^{15} = 1$$

$$x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = -15$$

$$42.2. \left(-\frac{2}{5}\right)^x \times \left(-\frac{2}{5}\right)^{12} : \left(-\frac{2}{5}\right)^{14} = -\frac{2}{5}$$

$$x + 12 - 14 = 1 \Leftrightarrow x - 2 = 1 \Leftrightarrow x = 3$$

$$42.3. \left(-\frac{1}{3}\right)^{15} \times \left(-\frac{1}{3}\right)^x = 9$$

$$9 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}, \text{ pelo que } 15 + x = -2 \Leftrightarrow x = -17$$

43.

$$\left. \begin{array}{l} -10^x + \left(\frac{1}{y}\right)^{-4} \\ x = -2 \\ y = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -10^{-2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = -\frac{1}{10^2} + 2^4 = \\ = -\frac{1}{100} + 16 = -\frac{1}{100} + \frac{1600}{100} = \\ = \frac{1599}{100} = 15,99 \end{array}$$

44.

365 dias = 8760 horas

$$8760 \text{ h} \text{ ————— } 9,4 \times 10^8 \text{ km}$$

$$1 \text{ h} \text{ ————— } x$$

$$x = \frac{9,4 \times 10^8}{8760} =$$

$$= \frac{9,4 \times 10^8}{8,76 \times 10^3}$$

$$\approx 1,07 \ 306 \times 10^5$$

R.: A Terra percorre, aproximadamente, 107 306 km da sua órbita, por hora.

45.

45.1. A distância da Terra ao Sol é de, aproximadamente 1 ua e o planeta Mercúrio situa-se a menos de metade dessa distância ao Sol. Logo, Mercúrio poderá estar a 0,4 ua do Sol.

$$45.2. \quad 1 \text{ ua} \text{ ————— } 150 \ 000 \ 000 \text{ km}$$

$$29,8 \text{ ua} \text{ ————— } x$$

$$x = 29,8 \times 150 \ 000 \ 000 =$$

$$= 4 \ 470 \ 000 \ 000 =$$

$$= 4,47 \times 10^9$$

R.: Neptuno dista cerca de $4,47 \times 10^9$ km do Sol.

$$45.3. \quad 1 \text{ ua} \text{ ————— } 150 \times 10^6 \text{ km}$$

$$x \text{ ————— } 3,844 \times 10^5 \text{ km}$$

$$x = \frac{3,844 \times 10^5}{150 \times 10^6}$$

$$\approx 0,0256 \times 10^{-1}$$

$$= 0,00256 \text{ ua}$$

R.: Aproximadamente 0,002 56 ua

45.4. a) Pela alínea 45.2.. sabemos que Neptuno dista $4,47 \times 10^9$ km do Sol.

$$1 \text{ ano-luz} \text{ ————— } 9,46 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$x \text{ ————— } 4,47 \times 10^9 \text{ km}$$

$$x = \frac{4,47 \times 10^9}{9,46 \times 10^{12}}$$

$$\approx 0,4725 \times 10^{-3}$$

$$= 4,725 \times 10^{-4} \text{ anos-luz}$$

R.: Neptuno dista cerca de $4,725 \times 10^{-4}$ anos-luz do Sol.

b) 1 ano-luz ————— $9,46 \times 10^{15}$ m ($9,46 \times 10^{12}$ km)

$$822 \text{ anos-luz} \text{ ————— } x$$

$$x = 822 \times 9,46 \times 10^{15} =$$

$$= 7776,12 \times 10^{15} \approx$$

$$\approx 7,78 \times 10^8$$

R.: Aproximadamente $7,78 \times 10^8$ m.

46.

46.1. Atendendo aos dados do enunciado, $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 3$ e $\overline{AD} = \overline{AE}$.

Assim:

$$\overline{AC}^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 9 + 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 18$$

Por outro lado:

$$\overline{AD}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CD}^2 \Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 18 + 3^2$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD}^2 = 18 + 9$$

$$\Leftrightarrow \overline{AD} = \pm\sqrt{27}$$

Como $\overline{AD} > 0$, $\overline{AD} = \sqrt{27}$.

Assim, a abscissa de E será dada por $-1 - \sqrt{27}$.

$$46.2. A_{[ACD]} = \frac{\overline{AC} \times \overline{CD}}{2} = \frac{\sqrt{18} \times 3}{2} = \frac{3}{2} \sqrt{28}$$

Cálculo auxiliar:

$$\overline{AC}^2 = 18 \Leftrightarrow \overline{AC} = \pm\sqrt{18}$$

$$\text{Como } \overline{AC} > 0, \overline{AC} = \sqrt{18}$$

R.: A área do triângulo [ACD] é $3 \frac{\sqrt{18}}{2}$ u.a.

47.

$$47.1. \sqrt{2} \text{ cm} < \overline{AB} < \sqrt{3} \text{ cm}$$

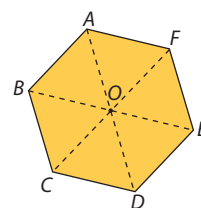
$P_{[ABCDEF]} = 6 \times \overline{AB}$, pois o hexágono é regular.

Logo:

$$6 \times \sqrt{2} \text{ cm} < 6 \times \overline{AB} < 6 \times \sqrt{3} \text{ cm}$$

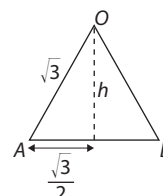
$$6\sqrt{2} \text{ cm} < P_{[ABCDEF]} < 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

47.2. Como o hexágono é regular, pode ser decomposto em 6 triângulos equiláteros.



Logo, $\overline{AB} = \overline{AO} = \overline{BO} = \sqrt{3}$.

Calculemos a área do triângulo [ABO]:



Como o triângulo é equilátero, a altura, h , do mesmo divide em duas partes iguais a base [AB].

Assim:

$$(\sqrt{3})^2 = h^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 3 = h^2 + \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 3 - \frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow h = \pm\sqrt{\frac{9}{4}}$$

$$\Leftrightarrow h = \pm\frac{3}{2}$$

Como $h > 0$, $h = \frac{3}{2}$.

$$\text{Logo } A_{[ABO]} = \frac{\sqrt{3} \times \frac{3}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Assim, a área do hexágono é:

$$A_{[ABCDEF]} = 6 \times A_{[ABO]} = 6 \times \frac{3\sqrt{3}}{4} = \frac{18\sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$$

R.: A área máxima do hexágono é $\frac{9\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$.

Testar – páginas 68 e 69

1.

1.1. A expressão representa a parte do dinheiro que sobrou da compra da televisão, ou seja, a parte do dinheiro que foi depositado.

$$1.2. \left(1 - \frac{3}{5}\right) \times 1225 = \frac{2}{5} \times 1225 = 490$$

O resultado representa o dinheiro depositado no banco, ou seja, 490 €.

$$1.3. 1225 - 490 = 735$$

R.: A televisão custou 735 €.

2.

$$2.1. 3 \frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2} = 3,5 \notin \mathbb{Z} \quad -2 \in \mathbb{Z} \quad \frac{4}{13} \notin \mathbb{Z}$$

$$-\frac{12}{5} \notin \mathbb{Z} \quad \frac{18}{9} = 2 \in \mathbb{Z} \quad \sqrt{5} \notin \mathbb{Z}$$

R.: Os números inteiros do conjunto A são o -2 e o $\frac{18}{9}$.

2.2. $\frac{4}{13}$, pois o 13 tem, pelo menos, um fator primo diferente de 2 e de 5.

2.3. $-\frac{12}{5} < -2 < \frac{4}{13} < \frac{18}{9} < \sqrt{5} < 3\frac{1}{2}$

3.

3.1. $1 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} + (-3)^2 + (-1)^{13} = 1 - (-5) + 9 - 1 =$
 $= 1 + 5 + 9 - 1 = 14$

3.2. $3^5 \times \left(-\frac{1}{5}\right)^5 : \left(-\frac{3}{5}\right)^4 = \left(-\frac{3}{5}\right)^5 : \left(-\frac{3}{5}\right)^4 =$
 $= \left(-\frac{3}{5}\right)^1 =$
 $= -\frac{3}{5}$

3.3. $(2^2 \times 2 : 2^3) + \left(\frac{7^3 \times 7^2}{7^5}\right) = 2^0 + \frac{7^5}{7^5} =$
 $= 1 + 1 =$
 $= 2$

3.4. $[2^2 \times (2^2 + 3^2)^2 : 26^2] : 2^3 = 2^2 \times 13^2 : 26^2 : 2^3 =$
 $= 26^2 : 26^2 : 2^3 =$
 $= 1 : 8 =$
 $= \frac{1}{8}$

4. $a^4 \times a^3 = a^{4+3} = a^7$

R.: [D]

5.

5.1. $P_{[ABCD]} = 2 \times \sqrt{2} + 2 \times 2\sqrt{5} =$
 $= 2\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

5.2. O triângulo [BDC] é retângulo em C. Logo, pelo Teorema de Pitágoras:

$$\overline{BD}^2 = (2\sqrt{5})^2 + (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow \overline{BD}^2 = 4 \times 5 + 2$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = \pm\sqrt{22}$$

Como $\overline{BD} > 0$, $\overline{BD} = \sqrt{22}$.

6. $(\sqrt{11} - 3)^2 + (-2\sqrt{3})^2 = 11 - 6\sqrt{11} + 9 + 4 \times 3 =$
 $= 11 + 9 + 12 - 6\sqrt{11} =$
 $= 32 - 6\sqrt{11}$

7.

7.1. $\frac{1,9891 \times 10^{30}}{1,67 \times 10^{-27}} \approx 1,19 \times 10^{57}$

R.: Há, aproximadamente, $1,19 \times 10^{57}$ átomos de hidrogênio no Sol.

7.2. $1,9891 \times 10^{30} \times 265 = 527,1115 \times 10^{30} \approx 5,27 \times 10^{32}$

R.: A estrela R136a1 tem, aproximadamente, $5,27 \times 10^{32}$ kg.

Unidade 6 – Equações e Funções

Praticar – páginas 72 a 81

1.

1.1. $-2x + 3y = 10 \Leftrightarrow -2x = 10 - 3y$
 $\Leftrightarrow x = -5 + \frac{3}{2}y$

1.2. $x = -5 + \frac{3}{2} \times 2 \Leftrightarrow x = -5 + 3$
 $\Leftrightarrow x = -2$

2. [B]; 3 é a ordenada na origem e, por exemplo, $i(3) = -3 + 3 = 0$.

3.

3.1. $f(2) = 2 \times 2 = 4$

A imagem de 2, por f , é 4.

3.2. $g(0) = -5$

A imagem de 0, por g , é -5.

3.3. $h(-1) = 2 \times (-1) + 2 = -2 + 2 = 0$

A imagem de -1, por h , é 0.

3.4. $f(-3) = 2 \times (-3) = -6$

3.5. $g(1) = -5$

3.6. $h(-2) = 2 \times (-2) + 2 = -4 + 2 = -2$

3.7. $f(2) + g(2) = 2 \times 2 - 5 = 4 - 5 = -1$

3.8. $\left. \begin{array}{l} f(x) = 1 \\ f(x) = 2x \end{array} \right\} 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

3.9. g é uma função constante, logo x pode ser qualquer número.

3.10. $\left. \begin{array}{l} h(x) = 7 \\ h(x) = 2x + 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2x + 2 = 7 \Leftrightarrow 2x = 7 - 2 \\ 2x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \end{array}$

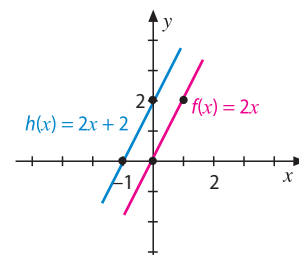
3.11. $\left. \begin{array}{l} h(x) = 2x + 2 \\ x = 0 \\ h(x) = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \times 0 + 2 = 0 \\ 2 = 0 \text{ Falso} \end{array}$

O ponto $A(0, 0)$ não pertence ao gráfico da função h .

3.12. $\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x \\ x = 2 \\ f(x) = -5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \times 2 = -5 \\ 4 = -5 \text{ Falso} \end{array}$

O ponto $B(2, -5)$ não pertence ao gráfico da função f .

20 3.13.



3.14. O conjunto-solução é o conjunto vazio.

3.15. A função f é uma função linear.

4. f é uma função afim, logo escreve-se na forma $f(x) = mx + b$. Os pontos de coordenadas (2, 0) e (0, 3) pertencem à reta representada, pelo que são pontos do gráfico da função f .

$$\begin{cases} 0 = m \times 2 + b \\ 3 = m \times 0 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = -b \\ b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = -3 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ b = 3 \end{cases}$$

$$\text{R.: } f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$

Outra resolução:

Os pontos (0, 3) e (2, 0) pertencem ao gráfico da função f , uma reta não vertical.

A expressão analítica de f será do tipo $f(x) = mx + b$, onde m é o declive da reta referida e b a sua ordenada na origem.

Assim, $m = \frac{3-0}{0-2} = -\frac{3}{2}$ e 3 é o valor da ordenada na origem, pelo que $f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$.

5.

5.1. Por hora, um pedreiro “queima”, em média, 300 calorias.

5.2. $y = 300x$

5.3. a) $\begin{cases} y = 300x \\ x = 4,5 \end{cases} \Rightarrow y = 300 \times 4,5 = 1350$

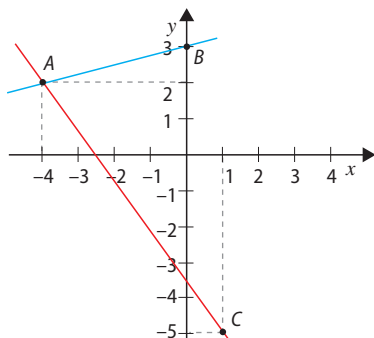
R.: Ontem, o Filipe consumiu 1350 calorias.

b) $\begin{cases} y = 300x \\ x = 2100 \end{cases} \Rightarrow 2100 = 300x \Leftrightarrow x = \frac{2100}{300} \Leftrightarrow x = 7$

R.: Anteontem, o Filipe trabalhou 7 horas.

20 6.

6.1.



6.2. $m_{AB} = \frac{2-3}{-4-0} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$

$$m_{BC} = \frac{3-(-5)}{0-1} = \frac{8}{-1} = -8$$

$$m_{CA} = \frac{-5-2}{1-(-4)} = \frac{-7}{5} = -\frac{7}{5}$$

6.3. Se $t \parallel AC$, então $m_t = m_{AC} = -\frac{7}{5}$.

Logo, t é da forma $y = -\frac{7}{5}x + b$, onde b é a ordenada na origem. Como $B \in t$, $y = -\frac{7}{5}x + 3$.

7.

7.1. Equação 1:

$$\begin{cases} -a - b = 2 \\ (a, b) = (-1, 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(-1) - 2 = 3 \\ 1 - 2 = 3 \\ -1 = 3 \end{cases} \quad \text{Falso}$$

Equação 2:

$$\begin{cases} 2a + 3 = b \\ (a, b) = (-1, 2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times (-1) + 3 = 2 \\ -2 + 3 = 2 \\ 1 = 2 \end{cases} \quad \text{Falso}$$

$(a, b) = (-1, 2)$ não é solução de nenhuma das equações, portanto não é solução do sistema.

7.2. Equação 1:

$$\begin{cases} -a - b = 3 \\ (a, b) = (-2, -1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -(-2) - (-1) = 3 \\ 2 + 1 = 3 \\ 3 = 3 \end{cases} \quad \text{Verdadeiro}$$

Equação 2:

$$\begin{cases} 2a + 3 = b \\ (a, b) = (-2, -1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2 \times (-2) + 3 = -1 \\ -4 + 3 = -1 \\ -1 = -1 \end{cases} \quad \text{Verdadeiro}$$

$(a, b) = (-2, -1)$ é solução das duas equações, portanto é solução do sistema.

20 8.

8.1. $\begin{cases} y = 2x - 3 \\ y = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2x - 3 = 2x - 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0x = -4 \end{cases}$

C.S. = { } Sistema impossível

8.2. $\begin{cases} -x + 2y = 10 \\ 4y = 2(x + 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -10 + 2y \\ 4y = 2x + 20 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4y = 4y - 20 + 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 0y = 0 \end{cases}$$

Sistema possível e indeterminado

$$\begin{aligned}
 8.3. \quad & \begin{cases} -\frac{x}{3} + 4y = -2 \\ 2(x-1) = \frac{2y+5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 12y = -6 \\ 2x - 2 = \frac{2y+5}{3} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + 12y \\ 6x - 6 = 2y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6(6 + 12y) - 2y = 5 + 6 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 36 + 72y - 2y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 70y = -25 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = -\frac{25}{70} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + 12\left(-\frac{25}{70}\right) \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - \frac{300}{70} \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{42}{7} - \frac{30}{7} \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{12}{7} \\ y = -\frac{25}{70} = -\frac{5}{14} \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$C.S. = \left\{ \left(\frac{12}{7}, -\frac{5}{14} \right) \right\}$$

Sistema possível e determinado

- 20 9.** Seja c – número de hectares de centeio e m – número de hectares de milho.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} c + m = 80 \\ m = 3c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c + 3c = 80 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 4c = 80 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 20 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ m = 3 \times 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 20 \\ m = 60 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$(c, m) = (20, 60)$$

R.: O agricultor vai semear 20 hectares de centeio.

- 20 10.** Seja i – idade da Inês e m – idade da Maria.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} i + 3m = 13 \\ m = i + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i + 3(i + 3) = 13 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} i + 3i = 13 - 9 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4i = 4 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = 1 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} i = 1 \\ m = 1 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} i = 1 \\ m = 4 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$(i, m) = (1, 4)$$

R.: A Inês tem 1 ano e a Maria tem 4 anos.

11.

$$\begin{aligned}
 11.1. \quad & \begin{cases} 3x + 2y = 50 \\ x = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \times 10 + 2y = 50 \\ \Leftrightarrow 2y = 50 - 30 \\ \Leftrightarrow 2y = 20 \Leftrightarrow y = 10 \end{cases} \\
 & C.S. = \{10\}
 \end{aligned}$$

R.: O terreno terá 10 m de comprimento.

$$\begin{aligned}
 11.2. \quad & \begin{cases} 3x + 2y = 50 \\ y = 17,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2 \times 17,5 = 50 \\ \Leftrightarrow 3x = 50 - 35 \\ \Leftrightarrow 3x = 15 \Leftrightarrow x = 5 \end{cases} \\
 & C.S. = \{5\}
 \end{aligned}$$

R.: O terreno terá 5 m de largura.

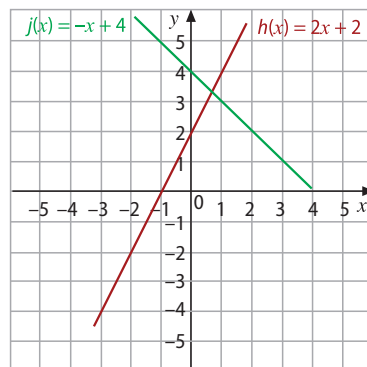
$$\begin{aligned}
 11.3. \quad & \begin{cases} 3x + 2y = 50 \\ x = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 \times 8 + 2y = 50 \\ \Leftrightarrow 2y = 50 - 24 \\ \Leftrightarrow 2y = 26 \Leftrightarrow y = 13 \end{cases} \\
 & C.S. = \{13\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} A = x \times y \\ x = 8 \\ y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow A = 8 \times 13 \Leftrightarrow A = 104
 \end{aligned}$$

R.: O terreno terá 104 m² de área.

12.

20 12.1.



$$\begin{aligned}
 12.2. \quad & f(-3) + 3 \times g\left(-\frac{2}{3}\right) = 2 \times (-3) + 2 + 3\left(\frac{2}{3} + 4\right) = \\
 & = -6 + 2 + 2 + 12 = 10
 \end{aligned}$$

$$12.3. \begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = -x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 4 = 2x + 2 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3x = -2 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = -\frac{2}{3} + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ y = -\frac{2}{3} + \frac{12}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$(x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$$

As coordenadas do ponto são $\left(\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$.

20 13.

13.1. f é uma função afim, ou seja, é da forma $f(x) = mx + b$. Os pontos de coordenadas (2, 3) e (0, 1) pertencem à reta representada, ou seja, são pontos que pertencem ao gráfico da função f . Assim:

$$\begin{cases} 3 = m \times 2 + b \\ 1 = m \times 0 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 3 - b \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m = 2 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$

$$\text{R.: } f(x) = x + 1$$

$$13.2. f\left(\frac{3}{4}\right) - f(1) + \frac{1}{2}f(0) = \frac{3}{4} + 1 - (1 + 1) + \frac{1}{2}(0 + 1) = \frac{3}{4} + 1 - 2 + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{4}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$$

$$13.3. \begin{cases} f(x) = 6 \\ f(x) = x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 1 = 6 \\ \Leftrightarrow x = 6 - 1 \\ \Leftrightarrow x = 5 \end{cases}$$

$$13.4. \begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x + 1 = -x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ 2x = -4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -2 + 1 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = -2 \end{cases}$$

$$(x, y) = (-2, -1)$$

As coordenadas do ponto de interseção são $(-2, -1)$.

14. A afirmação é falsa. A inclinação da reta depende do coeficiente de x e não do valor de b . Todas as retas do tipo $y = 3x + b$ (independentemente do valor de b) têm a mesma inclinação.

15.

15.1. Por exemplo, (0, 2).

15.2. Por exemplo, $\left(1, \frac{4}{3}\right)$.

15.3. C.S. = {(2, -1)}

$$20 \text{ } 15.4. \begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = 3y + 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3(3y + 5) + 2y = 4 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9y + 2y = 4 - 15 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 11y = -11 \\ \text{—} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ \text{—} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = 3 \times (-1) + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{—} \\ x = -3 + 5 \end{cases}$$

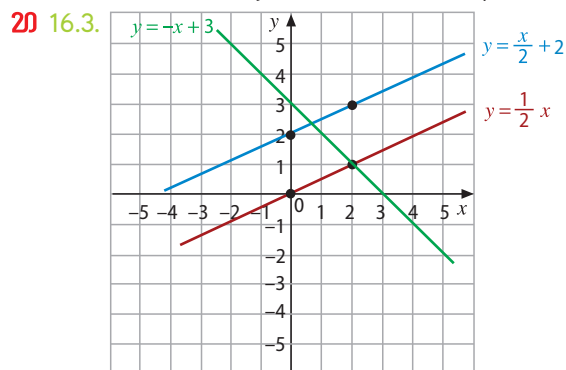
$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -1 \\ x = 2 \end{cases}$$

C.S. = {(2, -1)}

16.

16.1. $b = 2$

16.2. O sistema é impossível. Basta notar que as retas que representam graficamente as duas funções são paralelas, ou seja, não têm nenhum ponto em comum.



16.4. A solução do sistema é o ponto de interseção das duas retas. Logo, a solução do sistema é o par ordenado (2, 1).

$$\begin{aligned}
 20 \text{ 16.5. } & \begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ y = -x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x = -y + 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{2}{2}x = 3 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x = 3 \\ 3x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{2} \times 2 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 2 \end{cases} \\
 \text{C.S.} &= \{(2, 1)\}
 \end{aligned}$$

20 17. Consideremos p – capacidade do garrafão pequeno e g – capacidade do garrafão grande.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 120p + 100g = 1800 \\ 48p + 130g = 1800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 120p = 1800 - 100g \\ \frac{1}{2}(1800 - 100g) = 15 - \frac{5}{6}g \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} p = \frac{1800}{120} - \frac{100}{120}g \\ p = 15 - \frac{5}{6}g \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 48\left(15 - \frac{5}{6}g\right) + 130g = 1800 \\ -40g + 130g = 1800 - 720 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 90g = 1080 \\ g = 12 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} p = 15 - 10 \\ p = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 5 \\ g = 12 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$(g, p) = (12, 5)$$

R.: Os garrafões pequenos têm 5 litros de capacidade e os garrafões grandes têm 12 litros de capacidade.

20 18. Consideremos p – número de mesas pequenas e g – número de mesas grandes.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} p + g = 19 \\ 12g + 8p = 176 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 19 - g \\ 12g + 8(19 - g) = 176 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} 12g - 8g = 176 - 152 \\ 4g = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g = 6 \\ g = 6 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} p = 19 - 6 \\ p = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 13 \\ g = 6 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$$(g, p) = (6, 13)$$

R.: Foram colocadas 13 mesas de oito pessoas.

19.

19.1. $[ABC]$ é um triângulo isósceles, onde $\overline{AB} = \overline{BC}$. Assim, $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$.

Logo:

$$\begin{aligned}
 \alpha + \hat{\alpha} + \hat{\beta} &= 180^\circ \Leftrightarrow 2\hat{\alpha} = 180^\circ - \hat{\beta} \\
 &\Leftrightarrow \hat{\alpha} = 90^\circ - \frac{\hat{\beta}}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 19.2. \hat{\alpha} &= 90^\circ - \frac{40^\circ}{2} = \\
 &= 90^\circ - 20^\circ = \\
 &= 70^\circ
 \end{aligned}$$

20.

20.1. O comprimento de onda reduz-se para metade.

$$\begin{aligned}
 20.2. w &= \frac{300\,000}{f} \Leftrightarrow wf = 300\,000 \\
 &\Leftrightarrow f = \frac{300\,000}{w}
 \end{aligned}$$

$$20.3. f = \frac{300\,000}{1500} = 200$$

R.: A frequência de onda de rádio é de 200 quilociclos por segundo.

20 21. Sejam a – preço do sumo de laranja e b – preço de um pastel de bacalhau.

$$\begin{cases} 3b + a = 2,4 \\ 5b + 2a = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2,4 - 3b \\ \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5b + 2(2,4 - 3b) = 4,5 \\ 5b - 6b = 4,5 - 4,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -b = -0,3 \\ b = 0,3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2,4 - 3 \times 0,3 \\ a = 1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,5 \\ b = 0,3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1,5 \\ b = 0,3 \end{cases}$$

$$(a, b) = (1,5; 0,3)$$

R.: O Joel pagou 0,30 € pelo pastel de bacalhau.

22.

22.1. A e B têm abcissas diferentes. Logo, determinam uma reta não vertical.

22.2. Seja x a abcissa do ponto C . Como a ordenada de C é o dobro da sua abcissa, $2x$ é a ordenada de C . Assim, $C(x, 2x)$.

Como AC é vertical, os pontos A e C têm a mesma abcissa.

Assim, $x = -3$.

Logo, $2x = 2 \times (-3) = -6$, pelo que $C(-3, -6)$.

22.3. Seja $A(-3, 1)$ e $B(-1, 7)$.

Então:

$$m_{AB} = \frac{7-1}{-1-(-3)} = \frac{6}{2} = 3$$

22.4. Sabemos da alínea 22.3. que $m = 3$.

Logo, a equação da reta AB é da forma $y = 3x + b$.

Como $A(-3, 1) \in AB$, então:

$$1 = 3 \times (-3) + b$$

$$\Leftrightarrow 1 = -9 + b$$

$$\Leftrightarrow b = 10$$

Desta forma, uma equação da reta AB é $y = 3x + 10$.

22.5. Se $r \parallel AB$, então $m_r = m_{AB} = 3$.

Logo, r é da forma $y = 3x + b$.

Como $D(2, 2) \in r$, então:

$$2 = 3 \times 2 + b \Leftrightarrow 2 = 6 + b$$

$$\Leftrightarrow b = -4$$

Desta forma, a equação da reta r é $y = 3x - 4$.

23.

23.1. Como A e $B \in r$, então:

$$m_r = \frac{2-0}{0-(-2)} = \frac{2}{2} = 1$$

Logo, r é da forma $y = x + b$, onde b é a ordenada na origem.

Como 2 é a ordenada na origem na reta r , uma equação desta reta r é $y = x + 2$.

23.2. Como s é paralela à reta de equação $y = -2x + 13$, as retas têm o mesmo declive.

Logo, $m_s = -2$.

Como 4 é a ordenada na origem da reta s , uma equação desta reta é $y = -2x + 4$.

23.3. $A_{[AOD]} = \frac{\overline{AO} \times h}{2}$, onde h representa a altura do triângulo $[AOD]$, ou seja, a ordenada de D .

Calcule-se, então, a ordenada de D :

$$\begin{cases} y = x + 2 \\ y = -2x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ x + 2 = -2x + 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{3} + 2 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{8}{3} \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\text{Logo, } (x, y) = \left(\frac{2}{3}, \frac{8}{3}\right).$$

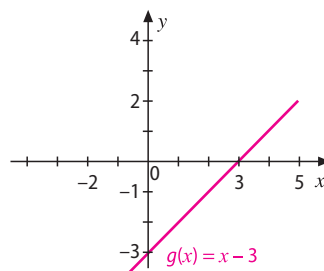
$$\text{Assim, } h = \frac{8}{3}.$$

$$\text{Desta forma, } A_{[AOD]} = \frac{2 \times \frac{8}{3}}{2} = \frac{8}{3}.$$

R.: A área do triângulo $[AOD]$ é $\frac{8}{3}$ u.a.

24.

24.1. Quando $m = 1$, temos que $g(x) = x - 3$.



24.2. Quando $m = 0$, obtemos a função constante $g(x) = -5$. Logo, esse ponto em comum terá ordenada -5 . Calculemos a abscissa, por exemplo na função da alínea anterior, quando $m = 1$. Então:

$$\begin{cases} y = x - 3 \\ y = -5 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} -5 = x - 3 \\ \Leftrightarrow x = -5 + 3 \\ \Leftrightarrow x = -2 \end{array} \right\}$$

R.: O ponto comum aos gráficos de todas as funções desta família é o ponto de coordenadas $(-2, -5)$.

24.3. Uma função linear é da forma $y = ax$. Logo, temos que determinar m de modo que a expressão $2m - 5$ seja zero.

$$2m - 5 = 0 \Leftrightarrow 2m = 5$$

$$\Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$$

$$\text{R.: } m = \frac{5}{2}$$

25.

25.1. [A] $f(3) > f(5)$

25.2. [B] $f(3) > 0$

25.3. [A] $f(6) > f(0)$

26.

26.1. Se o ponto de coordenadas $(0, 4)$ pertence ao gráfico da função f , então $f(0) = 4$.

$$\begin{cases} f(0) = 4 \\ f(0) = m_1 \times 0 + b_1 \end{cases} \quad \left. \begin{array}{l} m_1 \times 0 + b_1 = 4 \\ \Leftrightarrow 0 + b_1 = 4 \\ \Leftrightarrow b_1 = 4 \end{array} \right\}$$

R.: $b_1 = 4$

26.2. [C]

26.3. A afirmação é verdadeira.

Se a função f é crescente, então $m_1 > 0$. Como sabemos que $m_1 < m_2$, então podemos afirmar que $m_2 > 0$, logo, a função g também é crescente.

- 26.4. Do mesmo modo que foi feito na alínea 26.1., para calcular b_2 basta notar que o ponto $(0, 4)$ pertence ao gráfico da função g .

$$\left. \begin{array}{l} g(0) = 4 \\ g(0) = m_2 \times 0 + b_2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} m_2 \times 0 + b_2 = 4 \\ \Leftrightarrow 0 + b_2 = 4 \\ \Leftrightarrow b_2 = 4 \end{array}$$

Sabendo o valor de b_2 e sabendo que $g(2) = 8$, vamos calcular m_2 .

$$\left. \begin{array}{l} g(2) = 2m_2 + b_2 \\ g(2) = 8 \\ b_2 = 4 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2m_2 + 4 = 8 \\ \Leftrightarrow 2m_2 = 4 \\ \Leftrightarrow m_2 = 2 \end{array}$$

R.: $b_2 = 4$ e $m_2 = 2$

27. Começemos por resolver o sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2a - b = -8 \\ -a + b = 6 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2a - 6 - a = -8 \\ b = 6 + a \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 6 - 2 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ b = 4 \end{array} \right.$$

A opção correta é a [C].

28. Consideremos x – número de moedas de 0,50 € e y – número de moedas de 2 €.

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 47 \\ 0,5x + 2y = 71,5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 47 - y \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 0,5(47 - y) + 2y = 71,5 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 23,5 - 0,5y + 2y = 71,5 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ 1,5y = 48 \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ y = 32 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 47 - 32 \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 15 \\ y = 32 \end{array} \right.$$

$(x, y) = (15, 32)$

O Tiago tem 32 moedas de 2 euros, portanto tem 64 € em moedas de 2 €.

R.: O Tiago consegue comprar o bilhete para o festival de música utilizando apenas as moedas de 2 euros.

29.

- 29.1. O ponto A resulta da interseção da reta $y = -x + 4$ com o eixo das ordenadas. O ponto B resulta da interseção das retas $y = -x + 4$ e $y = 2x - 3$. O ponto C resulta da interseção da reta $y = 2x - 3$ com o eixo das abcissas. O ponto D resulta da interseção da reta $y = -x + 4$ com o eixo das abcissas.

A

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -x + 4 \\ x = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = 4 \\ x = 0 \end{array} \right.$$

$(x, y) = (0, 4)$

B

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -x + 4 \\ y = 2x - 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3 = -x + 4 \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x = 7 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7}{3} \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ y = 2\left(\frac{7}{3}\right) - 3 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{5}{3} \end{array} \right.$$

$(x, y) = \left(\frac{7}{3}, \frac{5}{3}\right)$

C

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 2x - 3 \\ y = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3 = 0 \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x = 3 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3}{2} \\ y = 0 \end{array} \right.$$

$(x, y) = \left(\frac{3}{2}, 0\right)$

D

$$\left\{ \begin{array}{l} y = -x + 4 \\ y = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x + 4 = 0 \\ \text{---} \end{array} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} -x = -4 \\ \text{---} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 4 \\ y = 0 \end{array} \right.$$

$(x, y) = (4, 0)$

- 29.2. Pela ordenada do ponto B sabemos a altura do triângulo. Para calcular a base devemos calcular a diferença entre as abscissas dos pontos D e $C\left(4 - \frac{3}{2}\right)$.

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{b \times h}{2} \\ b &= 4 - \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \\ h &= \frac{5}{3} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A = \frac{5}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{12}$$

R.: O triângulo $[BCD]$ tem $\frac{25}{12}$ u.a. $\approx 2,08$ u.a.

- 20 30. Consideremos x – número de amigos e y – preço do almoço.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} 14x &= y - 4 \\ 16x &= y + 6 \end{aligned} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} y &= 14x + 4 \\ \text{—} & \end{aligned} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ 16x &= -14x + 6 + 4 \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ 2x &= 10 \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ x &= 5 \end{aligned} \right. \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} y &= 14 \times 5 + 4 \\ \text{—} & \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} y &= 70 + 4 \\ \text{—} & \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} y &= 74 \\ x &= 5 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$(x, y) = (5, 74)$$

Assim, sabemos que cinco amigos foram almoçar e que a despesa foi 74 €.

$$74 : 5 = 14,8$$

R.: Cada um dos amigos deve pagar 14,80 €.

Testar – páginas 82 e 83

1.

- 1.1. Resolvendo em ordem a x :

$$2ax + 6y = 14 \Leftrightarrow 2ax = 14 - 6y$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{14}{2a} - \frac{6y}{2a} \text{ (pois } a \neq 0)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{a} - \frac{3y}{a}$$

Resolvendo em ordem a y :

$$2ax + 6y = 14 \Leftrightarrow 6y = 14 - 2ax$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{14}{6} - \frac{2ax}{6}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{7}{3} - \frac{ax}{3}$$

$$\begin{aligned} 1.2. \quad y &= \frac{7}{3} - \frac{a \times 3}{3} = \\ &= \frac{7}{3} - a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 1.3. \quad 2a \times 2 + 6 \times (-3) &= 14 \Leftrightarrow 4a - 18 = 14 \\ &\Leftrightarrow 4a = 32 \\ &\Leftrightarrow a = 8 \end{aligned}$$

2.

- 2.1. A. f é uma função constante

B. g é uma função linear.

C. h é uma função afim.

- 2.2. $f(x) = 2$, $g(x) = x$ e $h(x) = -x + 3$

	Verdadeiro	Falso
A. O ponto $(0, 0)$ pertence ao gráfico da função f .		X
B. $x = 2$ é a solução da equação $f(x) = g(x)$.	X	
C. A imagem do objeto 2, por g , é 1.		X

- 2.4. a) $f(9) = 2$

$$b) \quad g(7) = 7$$

$$c) \quad x = 500$$

3. Se f é uma função afim, é da forma $f(x) = mx + b$:

$$\left\{ \begin{aligned} 4 &= m \times 0 + b \\ 0 &= -2m + b \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} b &= 4 \\ \text{—} & \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} b &= 4 \\ \text{—} & \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} b &= 4 \\ m &= 2 \end{aligned} \right.$$

$$(b, m) = (2, 4)$$

$$R.: f(x) = 2x + 4$$

$$\begin{aligned} 4. \quad \left\{ \begin{aligned} 2x - 4y &= -14 \\ (x, y) &= (-1, 3) \end{aligned} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} 2 \times (-1) - 4 \times 3 &= -14 \\ \Leftrightarrow -2 - 12 &= -14 \\ \Leftrightarrow -14 &= -14 \end{aligned} \right. \quad \text{Verdadeiro} \end{aligned}$$

O par ordenado $(-1, 3)$ é solução da equação dada.

20 5.

$$5.1. \quad \left\{ \begin{aligned} 2(x - 6) &= y \\ x - 1 &= \frac{y - 10}{2} \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} 2x - 12 &= y \\ x - 1 - \frac{y}{2} &= -5 \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ x - \frac{2x - 12}{2} &= -4 \end{aligned} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ x - x + 6 &= -4 \end{aligned} \right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{ \begin{aligned} \text{—} & \\ 0x &= -10 \end{aligned} \right.$$

C.S. = $\{ \}$ Sistema impossível

$$\begin{aligned}
 5.2. \quad & \begin{cases} 2y = x + 3 \\ 3(x - 1) = -\frac{y - 3}{2} + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ 3x - 3 = -\frac{y}{2} + \frac{3}{2} + 6 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3(2y - 3) + \frac{y}{2} = \frac{3}{2} + 6 + 3 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6y - 9 + \frac{y}{2} = \frac{3}{2} + \frac{18}{2} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ \frac{12}{2}y + \frac{y}{2} = \frac{21}{2} + \frac{18}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 13y = 39 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \times 3 - 3 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 - 3 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}
 \end{aligned}$$

C.S. = $\{(3, 3)\}$ Sistema possível e determinado

- 20 6. Consideremos p – preço de um caderno pautado e q – preço de um caderno quadriculado.

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 6p + 3q = 8,4 \\ 4p + 5q = 9,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = \frac{8,4 - 6p}{3} \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2,8 - 2p \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4p + 5(2,8 - 2p) = 9,2 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4p - 10p = 9,2 - 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -6p = -4,8 \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ p = 0,8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2,8 - 2 \times 0,8 \\ \text{---} \end{cases} \\
 & \Leftrightarrow \begin{cases} q = 2,8 - 1,6 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q = 1,2 \\ p = 0,8 \end{cases}
 \end{aligned}$$

$(p, q) = (0,8; 1,2)$

R.: Cada caderno quadriculado custava 1,20 €.

20 Prova global 1

1.

1.1. Organizando sequencialmente a amostra:

0 0 1 1 1 2 2 3 3 3 4 5 5 5

Como a amostra tem um número par de elementos, o Q2 (a mediana) será dado pela média dos dois valores que ocupam a posição central da amostra ordenada.

Assim:

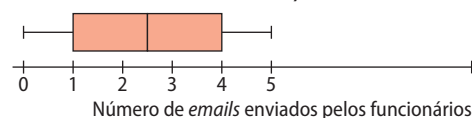
$$Q2 = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$$

O Q1 será dado pela mediana dos dados que ficam à esquerda do Q2. Como à esquerda do Q2 se encontram um número ímpar de dados (7), o Q1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte da amostra, o 1. Assim, o Q1 = 1.

O Q3 será dado pela mediana dos dados que ficam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontram um número ímpar de dados (7), o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central dessa parte da amostra. Assim, Q3 = 4.

Os extremos da distribuição são o 0 e o 5.

1.2.



2.

$$\begin{aligned}
 x(x - 7) - 3(x - 7) &= 0 \Leftrightarrow (x - 7)(x - 3) = 0 \\
 &\Leftrightarrow x - 7 = 0 \vee x - 3 = 0 \\
 &\Leftrightarrow x = 7 \vee x = 3
 \end{aligned}$$

C.S. = $\{3, 7\}$

3.

$$\begin{aligned}
 \frac{(a^5)^3}{a^4} &= \frac{a^{15}}{a^4} = \\
 &= a^{15 - 4} = \\
 &= a^{11}
 \end{aligned}$$

R.: [B]

4.

1 nanómetro = 10^{-9} metros

$$\frac{1}{10^{-9}} = \frac{x}{12}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 1 \times 12 : 10^{-9} \Leftrightarrow x = 12 : 10^{-9} \\
 &\Leftrightarrow x = 12 \times 10^{-9} \\
 &\Leftrightarrow x = 1,2 \times 10^{10}
 \end{aligned}$$

R.: 12 metros são $1,2 \times 10^{10}$ nanómetros.

5.

- 5.1. O peso da caixa com 3 bolos corresponde à soma da massa da caixa vazia (m) e a massa de três bolos ($3b$). Pelo mesmo raciocínio, o peso da caixa com 4 bolos corresponde à soma da massa da caixa vazia (m) e a massa de quatro bolos ($4b$). Com os dados fornecidos podemos construir um sistema:

$$\begin{cases} m + 4b = 310 \\ 2(m + 3b) = 470 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 310 - 4b \\ 2m + 6b = 470 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2(310 - 4b) + 6b = 470 \end{cases}$$

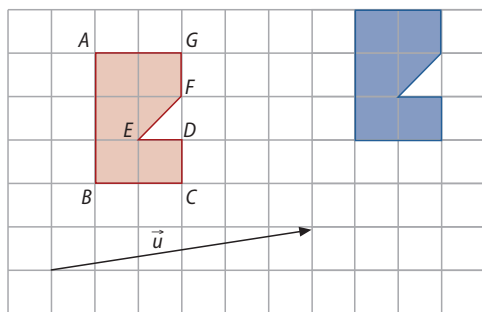
$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 620 - 8b + 6b = 470 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -2b = -150 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ b = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 310 - 4 \times 75 \\ \text{---} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 10 \\ b = 75 \end{cases}$$

R.: Cada caixa vazia pesa 10g.

5.2. a)



b) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CE}$

6.

- 6.1. A representação gráfica da função f é uma reta que contém os pontos A e B . Vejamos qual a equação dessa reta.

Como a reta é não vertical, é da forma $y = ax + b$, onde a é o declive da reta e b é a ordenada na origem.

O declive da reta é dado por:

$$a = \frac{5 - 0}{-2 - 3} = \frac{5}{-5} = -1$$

Logo, a reta é da forma $y = -x + b$.

Como $A \in f$, para determinar b basta fazer:

$$0 = -3 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Logo, $y = -x + 3$. Assim, $f(x) = -x + 3$.

6.2. $A_{[BEFG]} = \frac{\overline{BE} + \overline{GF}}{2} \times \overline{EF}$, onde $\overline{BE} = 5$ e $\overline{EF} = 2$

Para determinar $\overline{GF}$ teremos de descobrir as coordenadas de G . Como G é o ponto de f de abscissa nula, a sua ordenada é 3 (ordenada no origem).

Assim, $\overline{GF} = 3$.

Logo:

$$A_{[BEFG]} = \frac{5 + 3}{2} \times 2 = 8$$

R.: A área do polígono $[BEFG]$ é 8 u.a.

7.

Atendendo aos dados do problema, os triângulos $[ABC]$ e $[EBD]$ são semelhantes, pelo critério AA (ambos são retângulos em B e $\hat{BED} = \hat{BAC}$, pois são ângulos de lados paralelos).

Logo:

$$\frac{\overline{EB}}{15} = \frac{4}{8} \Leftrightarrow \overline{EB} = \frac{15}{2}$$

Assim:

$$\overline{ED}^2 = 4^2 + \left(\frac{15}{2}\right)^2 \Leftrightarrow \overline{ED}^2 = 16 + \frac{225}{4}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED} = \pm \sqrt{\frac{289}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED} = \pm \frac{17}{2}$$

$$\Leftrightarrow \overline{ED} = \pm 8,5$$

Como $\overline{ED} > 0$, $\overline{ED} = 8,5$.

R.: O comprimento do segmento de reta $[DE]$ é 8,5 u.c.

20 Prova global 2

1.

1.1. $\bar{x} = \frac{4 \times 1 + 10 \times 1,5 + 13 \times 2 + 8 \times 2,5 + 15 \times 3}{50} =$
 $= 2,2$

- 1.2. Foram realizadas 50 observações (um número par de observações). Assim, o Q_2 será dado pela média dos dois elementos que ocupam a posição central na amostra ordenada: o elemento que ocupa a posição 25, x_{25} , e o elemento que ocupa a posição 26, x_{26} .

$$\text{Assim, } Q_2 = \frac{x_{25} + x_{26}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2.$$

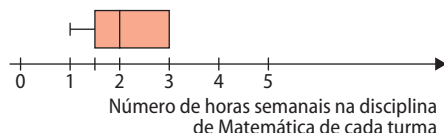
O Q_1 será dado pela mediana dos valores que se situam à esquerda do Q_2 . Como à esquerda do Q_2 se encontra um número ímpar de dados, 25, o Q_1 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte da amostra: x_{13}

Assim, $Q_1 = x_{13} = 1,5$.

O Q3 será dado pela mediana dos valores que se situam à direita do Q2. Como à direita do Q2 se encontra um número ímpar de dados, 25, o Q3 será dado pelo elemento que ocupa a posição central nessa parte da amostra: x_{38} .

Assim, $Q3 = x_{38} = 3$.

1.3.



2. $(x - 3)^2 + 6 = 15 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 15 - 6$

$$\Leftrightarrow (x - 3)^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm 3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \pm 3$$

$$\Leftrightarrow x = 6 \vee x = 0$$

C.S. = $\{0, 6\}$

3. $\frac{12}{3} = 4 \in \mathbb{Z}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{1} = 3 \in \mathbb{Z}$

R.: [D]

4.

4.1. a) $\overrightarrow{HK} + \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{HD}$

b) $\overrightarrow{GK} + \overrightarrow{BK} = \overrightarrow{GD}$

c) $\overrightarrow{HJ} + \overrightarrow{CI} = \overrightarrow{HC}$

4.2. É o triângulo [ADC].

4.3. Conhecemos o comprimento dos segmentos de reta [GA] e [CJ] porque correspondem aos raios das circunferências apresentadas. Calculemos o comprimento do segmento de reta [AC] sabendo que é uma das diagonais do quadrado [ABCD].

$$\overline{AC}^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 16 + 16$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 32$$

$$\Leftrightarrow \overline{AC} = -\sqrt{32} \vee \overline{AC} = \sqrt{32}$$

Como $\overline{AC} > 0$, então $\overline{AC} = \sqrt{32}$.

Assim:

$$\overline{GJ} = 2 + 2 + \sqrt{32} \Leftrightarrow \overline{GJ} = 4 + \sqrt{32}$$

$$\Leftrightarrow \overline{GJ} \approx 9,7$$

R.: $\overline{GJ} \approx 9,7$ u.c.

5.

5.1. A reta r é não vertical, logo é da forma $y = ax + b$, onde a é o declive da reta e b é a ordenada na origem.

Como $A(6, 3)$ e $B(-3, 0)$ pertencem à reta r , o declive da reta é dado por:

$$a = \frac{0 - 3}{-3 - 6} =$$

$$= \frac{-3}{-9} =$$

$$= \frac{1}{3}$$

Logo, a reta é da forma $y = \frac{1}{3}x + b$.

Como $B \in r$, para determinar b basta fazer:

$$0 = \frac{1}{3} \times (-3) + b \Leftrightarrow b = 1$$

$$\text{Assim, } y = \frac{1}{3}x + 1.$$

5.2. Para determinar X temos de encontrar a interseção das retas r e s . Já sabemos que $r: y = \frac{1}{3}x + 1$.

Vamos, agora, determinar s . Como s é paralela à reta de equação $y = -2x - 7$, tem o mesmo declive. Assim, $m_s = -2$. Por outro lado, $C \in s$, pelo que 4 é a ordenada na origem de s .

Assim, $s: y = -2x + 4$.

Vejam onde as retas r e s se intersectam:

$$\frac{1}{3}x + 1 = -2x + 4 \Leftrightarrow 2x + \frac{1}{3}x = 4 - 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{7}{3}x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{7}$$

A abcissa de X é $\frac{9}{7}$.

Para determinar a sua ordenada basta substituir, na equação da reta r ou s , x por $\frac{9}{7}$.

Assim:

$$y = \frac{1}{3} \times \frac{9}{7} + 1 = \frac{9}{21} + 1 =$$

$$= \frac{30}{21} =$$

$$= \frac{10}{7}$$

Desta forma, $X\left(\frac{9}{7}, \frac{10}{7}\right)$.

5.3. Como E é a imagem de A por meio de uma reflexão de eixo Oy , E terá a mesma ordenada que A e abcissa simétrica. Assim, $E(-6, 3)$.

Logo, $A_{[ABE]} = \frac{\overline{AE} \times h}{2}$, onde h representa a altura do triângulo $[ABE]$ relativamente à base $[AE]$.

Assim:

$$A_{[ABE]} = \frac{(6 + 6) \times 3}{2} = \frac{12 \times 3}{2} = 18$$

R.: A área do triângulo $[ABE]$ é 18 u.a.

20 Prova global 3

1.

- 1.1. O hexágono $[ABCDEF]$ é regular. Logo, $\widehat{FOA} = \widehat{AOB} = \widehat{BOC} = \widehat{COD} = \widehat{DOE} = \widehat{EOF} = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

$$\text{Assim, } \frac{120^\circ}{60^\circ} = 2.$$

Como o sentido de rotação é negativo, o ponto A desloca-se para a posição que, antes da rotação, era ocupada pelo ponto E .

1.2. [D]

- 1.3. $A_{\square} = 25 \text{ cm}^2 \times 10 \text{ cm}^2 = 250 \text{ cm}^2$

O hexágono $[ABCDEF]$ é regular logo, se calcularmos a área de um triângulo (triângulo $[OCD]$ por exemplo) e multiplicarmos por 6, obtemos a área do hexágono. Começemos por determinar a altura do triângulo $[OCD]$, h , sabendo que corresponde a um cateto de um triângulo retângulo cuja hipotenusa tem 10 cm e o outro cateto tem 5 cm.

$$h^2 + 5^2 = 10^2 \Leftrightarrow h^2 = 100 - 25$$

$$\Leftrightarrow h^2 = 75$$

$$\Leftrightarrow h = -\sqrt{75} \vee h = \sqrt{75}$$

Como $h > 0$, $h = \sqrt{75}$.

$$A = \frac{b \times h}{2} \quad \left. \begin{array}{l} b = 10 \\ h = \sqrt{75} \end{array} \right\} \quad A_{[OCD]} = \frac{10\sqrt{75}}{2}$$

$$\Leftrightarrow A_{[OCD]} = 5\sqrt{75}$$

$$A_T = 6 \times 5\sqrt{75} + 250$$

$$\Leftrightarrow A_T \approx 509,81$$

R.: A figura tem, aproximadamente, 509,81 cm² de área.

2.

- 2.1. Foram realizadas 25 observações (um número ímpar). Logo, o Q_2 será dado pelo valor que ocupa a posição central na amostra ordenada, x_{13} . Assim, $Q_2 = x_{13} = 1$.

O Q_1 será dado pela mediana dos valores que se situam à esquerda do Q_2 . Como à esquerda do Q_2 se encontra um número par de elementos, 12, o Q_1 será dado pela média dos dois valores que ocupam a posição central dessa parte da amostra. Logo, $Q_1 = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{0 + 1}{2} = 0,5$.

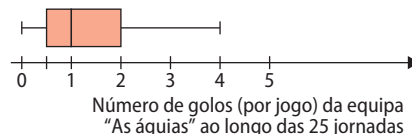
O Q_3 será dado pela mediana dos valores que se situam à direita do Q_2 . Como à direita do Q_2 se encontra um número par de dados, 12, o Q_3 será dado pela média dos dois valores que ocupam a posição central dessa parte da amostra.

$$\text{Assim, } Q_3 = \frac{x_{19} + x_{20}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2.$$

- 2.2. Amplitude = $4 - 0 = 4$

$$\text{Amplitude interquartis} = Q_3 - Q_1 = 2 - 0,5 = 1,5$$

2.3.



3.

- 3.1. $f(4) = 3$

3 dezenas = 30 unidades

R.: Assistem à emissão 30 pessoas.

- 3.2. Como a função é uma função afim é da forma $f(x) = ax + b$, onde a é o declive da reta e b é a ordenada na origem.

Como os pontos de coordenadas $(2, 2)$ e $(4, 3)$ pertencem ao gráfico da função f , o declive da reta é dado por:

$$a = \frac{3 - 2}{4 - 2} = \frac{1}{2}$$

Sendo a ordenada na origem igual a 1, pode-se concluir que $f(x) = \frac{1}{2}x + 1 = \frac{x}{2} + 1$.

- 3.3. Como s é paralela ao gráfico da função f , $m_s = \frac{1}{2}$.

Logo, s é da forma $y = \frac{1}{2}x + b$, onde b é a ordenada na origem. Como $(2, -3) \in s$, vem que:

$$\begin{aligned} -3 &= \frac{1}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow -3 = 1 + b \\ &\Leftrightarrow b = -4 \end{aligned}$$

Logo, $s: y = \frac{x}{2} - 4$.

- 3.4. Como t é vertical é da forma $x = c$, com c número real. Como $(2, -3) \in t$, vem que $x = 2$.

4. $4(x^2 + 2x) - 20 = 8x \Leftrightarrow 4x^2 + 8x - 20 = 8x$

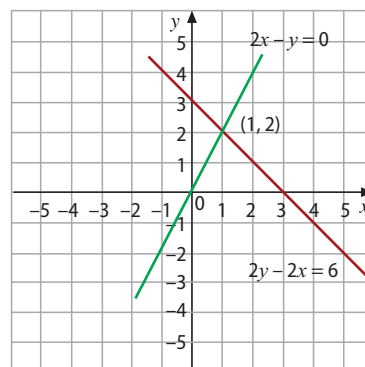
$$\Leftrightarrow 4x^2 = 20$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 5$$

$$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{5}$$

$$\text{C.S.} = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$$

5.



A solução do sistema é o par ordenado $(1, 2)$.

Resolvendo analiticamente o sistema:

$$\begin{cases} 2x - y = 0 \\ 2y + 2x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = y \\ 2y + y = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

$$\text{C.S.} = \{(1, 2)\}$$

$$\begin{aligned} 6. \quad & -\frac{2^3 \times 3^3}{6^4} + \left(-\frac{7}{3}\right)^0 - (-2)^{-2} = -\frac{6^3}{6^4} + 1 - \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = \\ & = -6^{-1} + 1 - \frac{1}{4} = \\ & = -\frac{1}{6} + \frac{6}{6} - \frac{1}{4} = \\ & = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \\ & = \frac{20}{24} - \frac{6}{24} = \\ & = \frac{14}{24} = \\ & = \frac{7}{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7. \quad & (7,1 \times 10^{-2}) + (9,3 \times 10^{-3}) = (7,1 \times 10^{-2}) + (0,93 \times 10^{-2}) = \\ & = (7,1 + 0,93) \times 10^{-2} = \\ & = 8,03 \times 10^{-2} \end{aligned}$$