

1.) Representa na forma de fração irredutível, os números racionais dados pelas seguintes dízimas infinitas:

- a) $3,(6)$
- b) $0,(150)$
- c) $12,(12)$

2.) Mostra que $0,9999... = 1$

3.) Completa no teu caderno, os espaços, utilizando os símbolos $\in$, $\notin$, $\subseteq$ e $\supseteq$ de modo a obteres afirmações verdadeiras.

- | | | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|--------------------------------------|--|
| a) $\sqrt{25} \dots \mathbb{N}$ | b) $\sqrt{22} \dots \mathbb{Z}$ | c) $\mathbb{Z} \dots \mathbb{Q}$ | d) $0,(26) \dots \mathbb{Q}$ |
| e) $-\frac{12}{4} \dots \mathbb{Z}$ | f) $\mathbb{Q} \dots \mathbb{N}$ | g) $-\frac{5}{9} \dots \mathbb{Z}^+$ | h) $\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} \dots \mathbb{Q}$ |
| i) $(-\sqrt{3})^2 \dots \mathbb{N}$ | j) $\mathbb{R} \dots \mathbb{Z}$ | l) $(-\pi)^0 \dots \mathbb{Z}$ | m) $\frac{10}{\sqrt{100}} \dots \mathbb{N}$ |

4.) Considera os números seguintes:

$$-1,2 \quad ; \quad -5 \quad ; \quad -\frac{25}{5} \quad ; \quad \sqrt{5} \quad ; \quad \pi + 2 \quad ; \quad -\sqrt{81} \quad ; \quad 0 \quad ; \quad \sqrt{37}$$

a) Indica os que são:

a.1.) números inteiros relativos

a.2.) números racionais

a.3.) números irracionais

a.4.) números naturais

b) Ordena os números por ordem decrescente.

c) Indica todos os números que pertencem a:

c.1.) $\mathbb{Q}$ mas não a $\mathbb{Z}$

c.2.) $\mathbb{R}^+$ mas não a $\mathbb{Q}$

c.3.) $\mathbb{Z}$ mas não a $\mathbb{N}$

c.4.) $\mathbb{Q}_0^-$ mas não a $\mathbb{N}$

5.) Determina os valores inteiros de a , tal que:

a) $2^{-a} \times (2^3)^a = (2^5)^{-2}$

b) $\frac{6^{-2a} \times 36^{3a}}{6^{-a}} = 36^{-5}$

6.) Calcula utilizando sempre que possível as regras as operações com potências, e apresenta o resultado na forma de potência de expoente positivo.

a) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^3 \times \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}}{\left(-\frac{2}{3}\right)^5 \times 2^{-5}} \quad \boxed{R : 3^2}$

b) $\frac{\left(-\frac{1}{2}\right)^{11} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-7}}{\left(\left(-\frac{3}{5}\right)^2\right)^2} \times 3^4 \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-3} \times \frac{1}{5} \times \left(\frac{2}{5}\right)^0 \quad \boxed{R : \left(\frac{1}{2}\right)^1}$

c) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^5 \times 4^{-5}}{\left(1 - \frac{2}{3}\right)^2 \times 4^{-2}} \quad \boxed{R : \left(\frac{1}{1728}\right)^1}$

7.) Escreve os seguintes números em notação científica:

a) 32000×10^{12}

b) $0,00053 \times 10^{-23}$

8.) Calcula apresentando o resultado em notação científica:

a) $0,02 \times 10^{-2} \times 1,2 \times 10^5$

b) $\left(8 \times 10^{-4}\right) \times \left(0,2 \times 10^{-6}\right)$

c) $0,05 \times 10^4 + 2,5 \times 10^5$

d) $0,23 \times 10^{-4} - 0,2 \times 10^{-5}$

9.) Simplifica o mais possível as expressões:

a) $2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 7\sqrt{5}$ $\boxed{R : 6\sqrt{5}}$

b) $5\sqrt{2} - \sqrt{8} + 2\sqrt{32} + 3\sqrt{18}$ $\boxed{R : 24\sqrt{2}}$

c) $4a\sqrt[3]{a} + a\sqrt[3]{8a} - 5\sqrt[3]{a^4}$ $\boxed{R : a\sqrt[3]{a}}$

d) $3d\sqrt{2c^3d} - c\sqrt{50cd^3} + cd\sqrt{72cd}$ ($c > 0$ e $d > 0$) $\boxed{R : 4cd\sqrt{2cd}}$

e) $\sqrt{1000} - 3\sqrt{40} + 2\sqrt{90}$ $\boxed{R : 10\sqrt{10}}$

f) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 \div \left(\frac{3}{4}\right)^3 \times \left(1 - \frac{1}{4}\right)^2$ $\boxed{R : \frac{64}{27}}$

g) $\sqrt[3]{\frac{2}{27}} + \sqrt[3]{54} - \frac{\sqrt[3]{16}}{4}$ $\boxed{R : \frac{17}{6}\sqrt[3]{2}}$

h) $(2 - \sqrt{5})^2 - (3\sqrt{5} - 4)^2 + 2(10\sqrt{5} + 26)$ $\boxed{R : S = \{40\sqrt{5}\}}$

10.) Calcule e simplifique:

a) $(2x + 1)^2 - (4x - 3)(4x + 3)$ $\boxed{R : -12x^2 + 4x + 10}$

b) $3(2 - x)^2 - 2(1 - x)^2 + 2(2 - x)(4 + 2x)$ $\boxed{R : -3x^2 - 8x + 26}$

c) $\frac{(3\sqrt{2} - 2)^2}{(2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5})}$ $\boxed{R : 12\sqrt{2} - 22}$

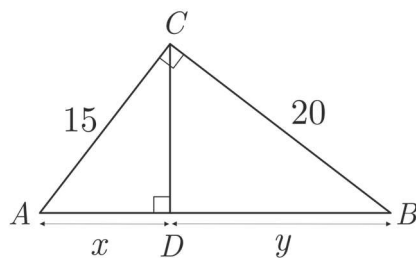
11.) Mostra que $\sqrt[3]{\frac{2^{28} + 2^{30}}{10}} = 2^9$

12.) Sabendo que $\sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}} = 3$; ($x > 0$), determina x . $\boxed{R : x = \frac{1}{81}}$

13.) Observa a figura ao lado.

Determina os valores de x e y .

$$R : x = 9 ; y = 16$$



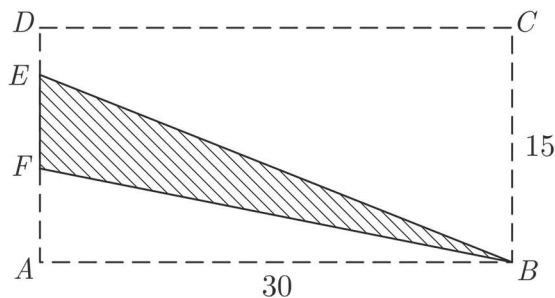
14.) Na figura ao lado está representado um retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

$$\overline{EF} = \overline{DA} = \frac{2}{5} \overline{AD}$$

Determina o valor exato do perímetro e da área do triângulo $[FBE]$.

$$R : A_{[FBE]} = 90 ; P_{[FBE]} = 6(1 + \sqrt{26} + \sqrt{29})$$



15.) Seja $[ABC]$ um triângulo retângulo cuja hipotenusa é $[AB]$.

Seja a um número real maior que 3

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = a - 2$
- $\overline{AC} = \sqrt{8}$
- $\overline{BC} = a - 4$

Determina a .

$$R : a = 5$$

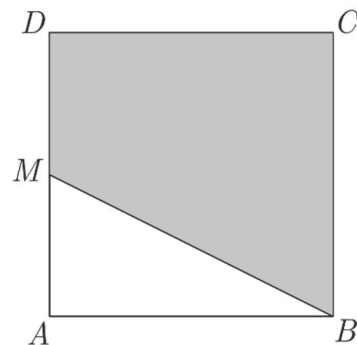
16.) Na figura ao lado está representado um quadrado $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- M é o ponto médio do lado do quadrado a que pertence;
- a área do trapézio $[BCDM]$ é 48.

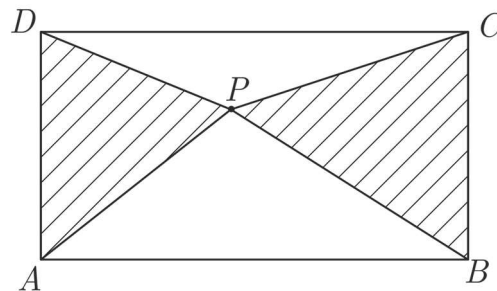
Determina o valor exato $\overline{BM}$.

$$R : \overline{BM} = 4\sqrt{5}$$



- 17.) Na figura ao lado, $[ABCD]$ é um retângulo e o ponto P é um ponto no seu interior.

Prova que qualquer que seja a posição do ponto P a área da parte a tracejado é igual à área da parte não tracejada. Utiliza em seguida o Geogebra e valida a tua resposta.

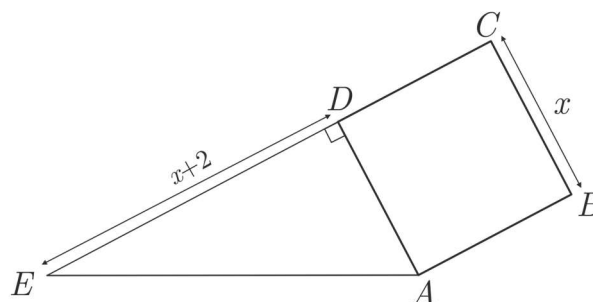


- 18.) Considere um triângulo equilátero de lado x .
Mostra que a área do triângulo é dada por $\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$.

- 19.) Na figura ao lado estão representados um triângulo retângulo $[EAD]$ e um quadrado $[ABCD]$.

Sabe-se que os dois polígonos são equivalentes.

Determina o valor exato do perímetro do triângulo retângulo.

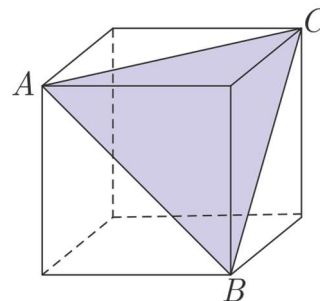


$$R : P_{[EAD]} = 6 + 2\sqrt{5}$$

- 20.) Considere o cubo da figura ao lado.

Determina a área do triângulo $[ABC]$ sabendo que a aresta do cubo mede a unidades.

$$R : A_{[ABC]} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$$



- 21.) Na figura ao lado está representado, num referencial cartesiano xOy , um triângulo equilátero $[ABC]$.

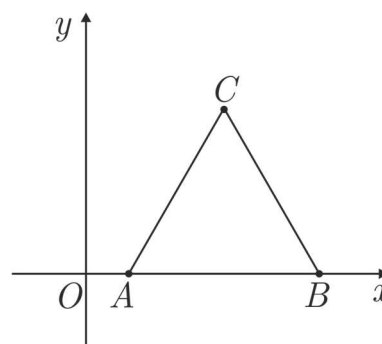
Sabe-se que:

- $A(1,0)$; $B(5,0)$

a) Mostra que o ponto C tem de coordenadas $(3, 2\sqrt{3})$.

b) Seja f a função afim cujo gráfico é a reta AC . Determina

a expressão algébrica da função f e em seguida determina $f(2)$.



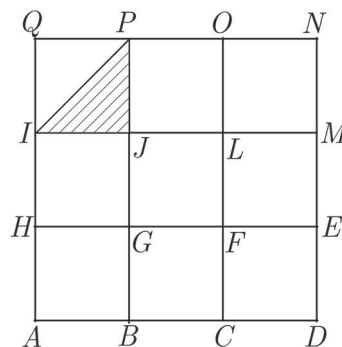
22.) Considera a figura ao lado.

a) Usando letras da figura, completa:

a.1.) $\vec{AB} + \vec{AH} = \dots\dots$

a.2.) $\vec{HF} + \dots = N$

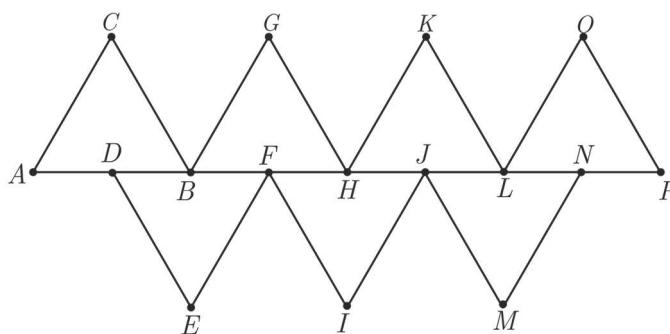
a.3.) $\vec{AG} - \vec{GL} = \dots\dots$



b) Qual o transformado do triângulo $[IJP]$ por uma reflexão deslizante de eixo de reflexão IM e vetor $\vec{AC}$?

23.) Na figura ao lado estão representada uma figura composta por sete triângulos equiláteros congruentes.

Sabe-se ainda que o ponto D é o ponto médio de $[AB]$.



a) Identifica o vetor que determina uma translação que transforma o triângulo de lado $[DF]$ no triângulo de lado $[JN]$.

b) Existe uma reflexão deslizante que transforma o triângulo $[ABC]$ no triângulo $[JNM]$. Identifica o eixo e o vetor associados a esta isometria.

c) Identificas algum eixo de simetria da figura? Em caso afirmativo, qual é?

24.) Considere um referencial cartesiano xOy .

Marca os pontos de coordenadas $A(-3, -2)$, $B(0, 4)$ e $C(3, 1)$ e marca os segmentos de reta $[AB]$, $[BC]$ e $[CA]$.

Desenha o polígono $[A'B'C']$, transformado do polígono $[ABC]$ por uma translação, sabendo que $A'(-4, 4)$, é o transformado de A .

25.) Fatoriza os seguintes polinómios:

a) $8x^3 + 32x$

b) $36 - \frac{1}{4}x^2$

c) $3(2x + 5) - 4x(-2x - 5)$

d) $16 - 8x + x^2$

e) $49x - x^3$

f) $x^3 - 2x^2 + x$

g) $(x + 2)^2 + 2(x + 1) + 1$

h) $x^2 - 5$

i) $(2x - 1)(x - 3) - x^2 + 9$

j) $x^2 - 4x + 4 + 3(x - 2)(x + 1)$

l) $(x - 1)^2 - 4 + (x^2 + 2x + 1)$

26.) Simplifica a expressão $\frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 4}$ admitindo que $x^2 - 4 \neq 0$.

27.) Calcula o valor numérico de $x^2 - 2x + 1$, sendo $x = \sqrt{3} + 1$. $R : 3$

28.) Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das equações.

a) $16x^2 - 25 = 0$ $R : S = \left\{-\frac{5}{4}, \frac{5}{4}\right\}$

b) $x^4 = x^2$ $R : S = \{-1, 0, 1\}$

c) $4x^3 - 36x^2 = 0$ $R : S = \{0, 9\}$

d) $(x + 4)^2 - 2(x + 4) = 0$ $R : S = \{-4, -2\}$

e) $(4x + 1)^2 - \frac{3}{2}(-4x - 1) = 0$ $R : S = \left\{-\frac{1}{4}, -\frac{5}{8}\right\}$

f) $(x - 3)^2 - (2x - 1)(2x + 1) = -2(3x + 1)$ $R : \{S = \{-2, 2\}\}$

29.) Seja f uma função de proporcionalidade direta tal que $f(2) = 3$.

Determina $f\left(\frac{2}{5}\right)$. $\boxed{R = \frac{3}{5}}$.

30.) Considera num referencial cartesiano de origem O , a reta que é a gráfica de uma função afim g , tal que $g(1) = 4$ e $g(5) = 8$.

Determina $g(-1)$. $\boxed{R : g(-1) = 2}$

31.) Considere a função afim f definida pela expressão $f(x) = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Determina a e b sabendo que $f(9) = 6$ e $f(6) = 5$ $\boxed{R : a = \frac{1}{3} ; b = 3}$

32.) Escreva a equação da reta AB , sabendo que:

a) tem declive -4 e interseção o eixo Oy no ponto de coordenadas $M(0, -3)$.

b) passa pelos pontos $A(1, 2)$ e $B(-2, 4)$

c) é estritamente paralela à reta de equação $y = -\frac{x}{4} + 3$ e passa pelo ponto $C(2, -5)$.

33.) Considera a equação literal $x + \frac{1+y}{2} = 3y$

a) Mostra que o par ordenado $(2, 1)$ é solução da equação.

b) Resolve a equação em ordem a y .

34.) Considera o sistema de equações:

$$\begin{cases} 3x + y = \frac{1}{2} \\ 2(y - 1) = -2x - 5 \end{cases}$$

a) Mostra, sem o resolveres o sistema, que o par ordenado $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ não é solução do sistema.

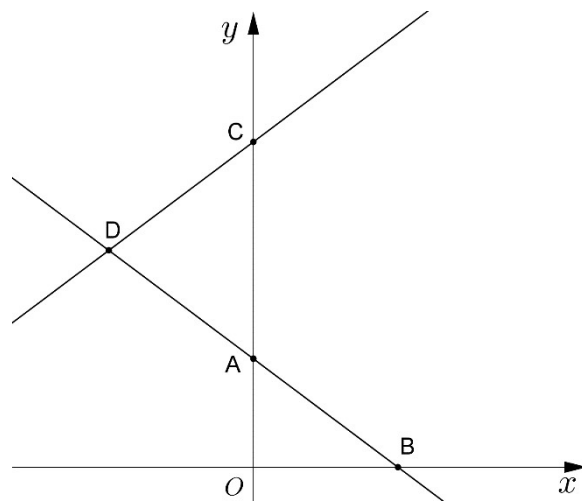
b) Resolve o sistema de equações usando o método de substituição.

35.) Considera o sistema
$$\begin{cases} 3x + 4y = 12 \\ 3x - 4y = -36 \end{cases}$$

No referencial da figura ao lado encontram-se representadas graficamente as equações do sistema.

Determina as coordenada dos pontos A, B, C e D .

$$R : A(0, 3); B(4, 0); C(0, 9); D(-4, 6)$$



36.) Classifica os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x + y = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x - 2y = 6 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x = 3 - y \\ 3 - 2y = -x \end{cases}$$

37.) Resolve **graficamente** os seguintes sistemas:

a)
$$\begin{cases} 4x - y = 3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 2y + 4 \end{cases}$$

Em seguida utiliza o Geogebra para validares as respostas.

38.) Os bilhetes para um concerto custam 10 € para estudantes e 15 € para não estudantes.

Foram vendidos 10 000 bilhetes por 110 000 euros.

Escreve um sistema de equações que permite determinar o número de bilhetes vendidos.

Não resolves o sistema.

39.) A bilheteira de um clube de futebol durante um dia vendeu apenas bilhetes a dois preços: Preço de sócios e preço de não sócio.

Na primeira hora vendeu 30 bilhetes para sócio e 20 para não sócio por 120 euros.

Na segunda hora vendeu 50 bilhetes para sócio e 30 para não sócio por 190 euros.

Escreve um sistema de equações que permite determinar quanto custa, eu euros, um bilhete de sócio.

Não resolves o sistema.

40.) A Ana tem 7,2 euros em moedas de 50 cêntimos e de 20 cêntimos.

Se cada moeda de 50 cêntimos fosse de 20 cêntimos e se cada moeda de 20 cêntimos fosse de 50 cêntimos, a Ana teria 5,4 euros.

Quantas moedas tem a Ana de cada um dos tipos?

R : 12 moedas de 50 cêntimos e 6 moedas de 20 cêntimos

41.) Na Feira dos Santos em Chaves, a D. Carla vende camisas a 10 euros e camisolas de mangas curtas a 5 euros.

No dia 1 de Novembro vendeu 68 artigos por 520 euros.

Representa por x o número de artigos vendidos a 10 euros e por y o número de artigos vendidos a 5 euros.

- a) Explica porque é que $2x + y = 104$.
- b) Escreve outra equação, envolvendo x e y , presente no enunciado apresentado.
- c) Resolve, analiticamente, o sistema de modo a descobrir x e y .

42.) Um jogador de futebol deu um pontapé numa bola.

Após t segundos, a altura ao solo h , em metros, da bola é dada pela função h , definida por:

$$h(t) = -\frac{t^2}{2} + \frac{5}{2}t$$

- a) A que altura do solo estava a bola quando foi pontapeada?
- b) A bola acabou por cair no solo. Quanto esteve a bola no ar?

43.) Perguntou-se a 20 raparigas qual era a sua semana em euros.

Obtiveram-se os seguintes resultados:

0	1	5	5	0	0	5	10	10	7
1	1	2	3	8	8	3	4	5	1

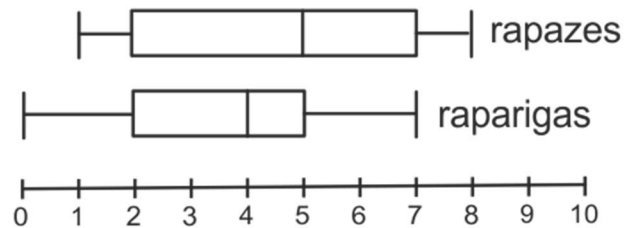
a) Calcula:

- a.1.) a média aritmética;
- a.2.) a mediana;
- a.3.) a moda;
- a.4.) os quartis;
- a.5.) a amplitude
- a.6.) A amplitude interquartis.

b) Resolve a alínea a) utilizando o Geogebra.

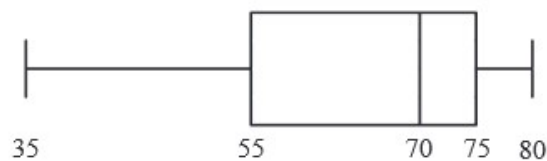
44.) Na Escola da Ana foi feito um inquérito aos alunos do 8º ano, sobre o tempo em horas, que os rapazes e raparigas gastavam no computador durante o fim de semana.

Os resultados estão apresentados nos diagramas de extremos e quartis seguintes:



- a) Diz qual é a amplitude, interquartis, e a mediana para os rapazes e raparigas.
- b) Qual a percentagem de rapazes que gasta cinco ou mais no computador no fim de semana?
- c) Qual a percentagem de rapazes que gasta duas ou mais no computador no fim de semana?
- d) Comenta a seguinte afirmação: “*cinquenta por cento ou mais dos rapazes gastam entre 5 e 7 horas no fim de semana no computador*”.

45.) Na figura seguinte apresenta-se o diagrama de extremos e quartis relativo ao tempo que 28 alunos demoram a realizar as atividades propostas numa aula.



Neste diagrama, os valores indicados, em minutos, correspondem aos extremos e aos quartis.

Admita que nenhum aluno demorou exatamente 70 minutos a realizar as atividades.

Quantos alunos demoraram mais de 70 minutos a terminar as atividades propostas.

Justifica a resposta.