

Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

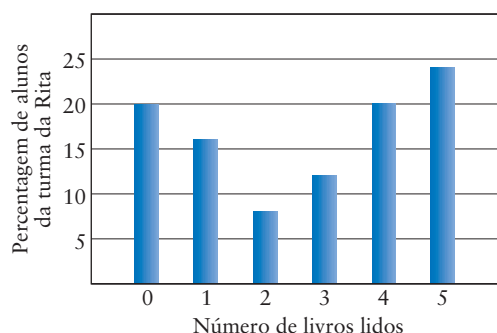
Cotações

4

1. Na escola da Rita, fez-se um estudo sobre o gosto dos alunos pela leitura. Um inquérito realizado incluía a questão seguinte.

«Quantos livros leste desde o início do ano lectivo?»

As respostas obtidas na turma da Rita, relativamente a esta pergunta, estão representadas no gráfico de barras que se segue.



Escolhendo, ao acaso, um aluno da turma da Rita, qual dos seguintes acontecimentos é o mais provável?

- ☐ Ter lido menos do que um livro.
- ☐ Ter lido mais do que dois livros.
- ☐ Ter lido menos do que três livros.
- ☐ Ter lido mais do que quatro livros.

2. Considera o conjunto $A = [-1, +\infty[$.

2.1. Qual das quatro igualdades que se seguem é verdadeira?

5

- ☐ $A = [-1, 1[\cap]-\frac{3}{2}, +\infty[$
- ☐ $A = [-1, 1[\cap]-\frac{1}{2}, +\infty[$
- ☐ $A = [-1, 1[\cup]-\frac{3}{2}, +\infty[$
- ☐ $A = [-1, 1[\cup]-\frac{1}{2}, +\infty[$

2.2. Considera a seguinte inequação:

7

$$3 + \frac{1-x}{2} \leq 4$$

Será A o conjunto-solução desta inequação?

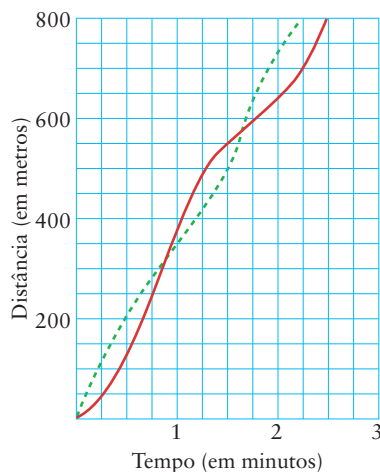
Justifica a tua resposta e apresenta todos os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

3. Dois amigos, o Carlos e o João, participaram numa corrida de 800 metros.

Logo após o sinal de partida, o João estava à frente do Carlos, mas, ao fim de algum tempo, o Carlos conseguiu ultrapassá-lo. Na parte final da corrida, o João fez um *sprint*, ultrapassou o Carlos e cortou a meta em primeiro lugar.

Os gráficos que se seguem representam a relação entre o tempo e a distância percorrida, ao longo desta corrida, por cada um deles.



- 3.1. Quantos metros percorreu o João durante o primeiro minuto e meio da corrida?

4

Resposta: _____

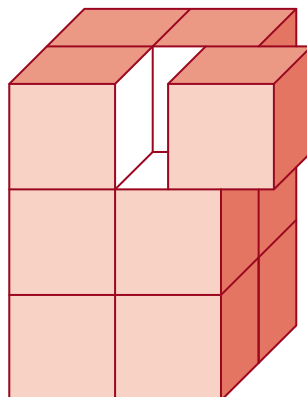
- 3.2. Quanto tempo decorreu entre a chegada de cada um dos dois amigos à meta? Apresenta, na tua resposta, esse tempo expresso em segundos.

4

Resposta: _____

4. Pintaram-se as seis faces de um prisma quadrangular regular antes de o cortar em cubos iguais, tal como se pode observar na figura.

6



Se escolheres, ao acaso, um desses cubos, qual é a probabilidade de o cubo escolhido ter só duas faces pintadas?

Apresenta o resultado na forma de uma fracção irredutível.

Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

5. Uma tenda de circo (figura 1) está montada sobre uma armação.

A figura 2 representa uma parte dessa armação.

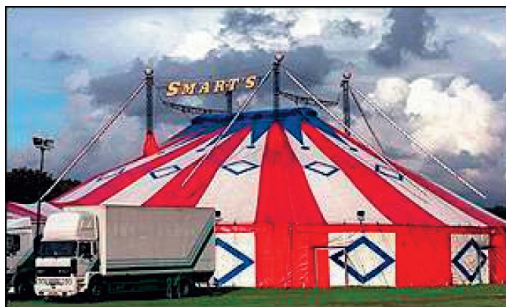


Figura 1

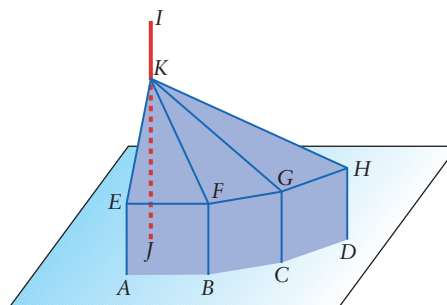


Figura 2

Os pontos A , B , C e D são alguns dos vértices de um polígono regular, contido no plano do chão da tenda.

Os ferros representados pelos segmentos de recta $[EA]$, $[FB]$, $[GC]$ e $[HD]$ têm todos o mesmo comprimento e estão colocados perpendicularmente ao chão.

O mastro representado pelo segmento de recta $[IJ]$ também está colocado perpendicularmente ao chão. O ponto K pertence a esse segmento de recta.

- 5.1. Utilizando as letras da figura 2, indica:

5.1.1. uma recta paralela ao plano ABF .

4

Resposta: _____

5.1.2. um plano não perpendicular ao chão.

4

Resposta: _____

- 5.2. Um grupo de 20 crianças foi ao circo.

8

IDADE	PREÇO (por bilhete)
Até 10 anos (inclusive)	10 €
Mais de 10 anos	15 €

Na tabela podes observar o preço dos bilhetes, em euros.

Na compra dos 20 bilhetes, gastaram 235 €.

Quantas crianças daquele grupo tinham mais de 10 anos de idade?

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

6. Escreve um número irracional compreendido entre 4 e 5.

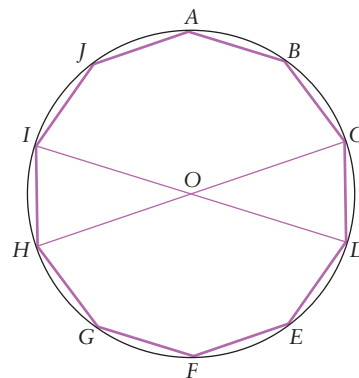
5

Resposta: _____

Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

7. Na figura está representado um **decágono regular** $[ABCDEFGHIJ]$, inscrito numa circunferência de centro O .

Os segmentos de recta $[ID]$ e $[HC]$ são diâmetros desta circunferência.



4

- 7.1. Após uma rotação de centro em O e de amplitude 144° (sentido contrário ao dos ponteiros do relógio), o ponto A desloca-se para uma posição que, antes da rotação, era ocupada por outro ponto. De que ponto se trata?

Resposta: _____

- 7.2. Ao observar a figura, a Rita afirmou:

6

«A amplitude do ângulo CDI é igual à amplitude do ângulo CHI .»

Uma vez que a Rita não tinha transferidor, como é que ela poderá ter chegado a esta conclusão?

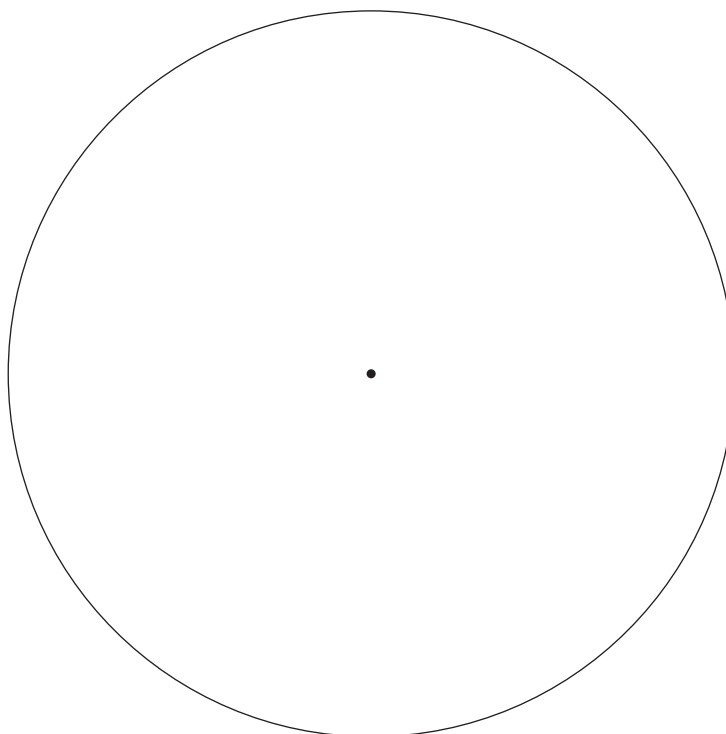
Justifica a tua resposta.

- 7.3. Com o auxílio de material de desenho, inscreve, na circunferência abaixo desenhada, um **triângulo equilátero**.

7

O ponto que está marcado no interior da circunferência é o seu centro.

Não apagues as linhas auxiliares que traçares para construíres o triângulo.



Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

8. Existem vários rectângulos, de dimensões diferentes, com 18 cm^2 de área.

8.1. Completa a tabela que se segue, indicando, em cm , o comprimento e a largura de três rectângulos diferentes (A, B e C), com 18 cm^2 de área.

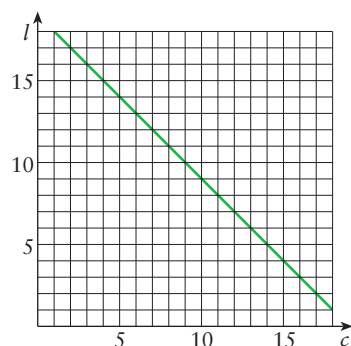
6

	Rectângulo A	Rectângulo B	Rectângulo C
Comprimento (cm)	4		
Largura (cm)		0,5	

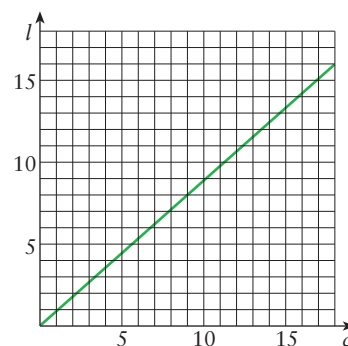
8.2. Qual dos gráficos seguintes pode representar a relação entre a largura (l) e o comprimento (c) de rectângulos com 18 cm^2 de área?

5

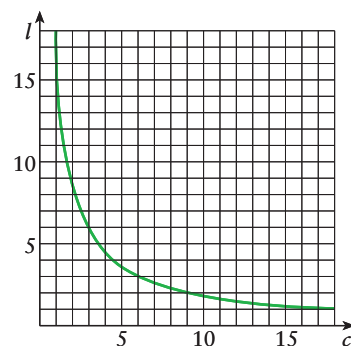
☐ Gráfico A



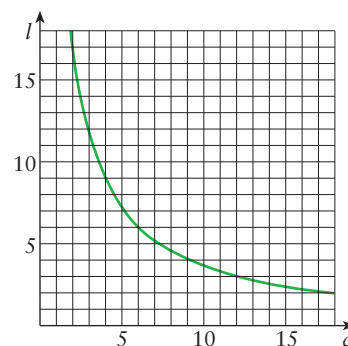
☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D



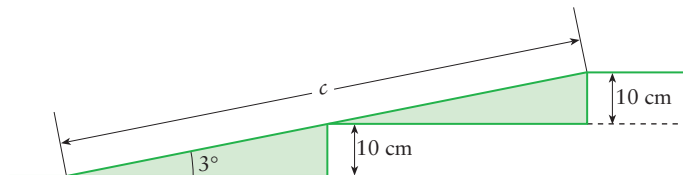
9. O acesso a uma das entradas da escola da Rita é feito por uma escada de dois degraus iguais, cada um deles com 10 cm de altura. Com o objectivo de facilitar a entrada na escola a pessoas com mobilidade condicionada, foi construída uma rampa.



8

Exame Nacional de 2005 – 1.ª chamada

Para respeitar a legislação em vigor, esta rampa foi construída de modo a fazer com o solo um ângulo de 3° , como se pode ver no esquema que se segue (o esquema não está à escala).



Determina, em metros, o comprimento, c , da rampa.

Indica o resultado arredondado às décimas e apresenta todos os cálculos que efectuares.

Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva quatro casas decimais.

10. Quatro amigos encontraram-se para resolver um problema de Matemática que envolvia o cálculo do perímetro de um círculo com 10 cm de diâmetro.

5

Na tabela que se segue, está indicado o valor que cada um obteve para o perímetro do círculo.

Rita	Carlos	João	Sofia
31,4 cm	31,41 cm	31,42 cm	31,43 cm

Qual dos quatro amigos obteve uma melhor aproximação do perímetro daquele círculo?

☐

Rita

☐

Carlos

☐

João

☐

Sofia

11. Arrumaram-se três esferas iguais dentro de uma caixa cilíndrica (figura 1).

8

Como se pode observar no esquema (figura 2):

- a altura da caixa é igual ao triplo do diâmetro de uma esfera;
- o raio da base do cilindro é igual ao raio de uma esfera.

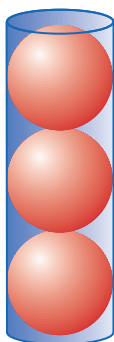


Figura 1

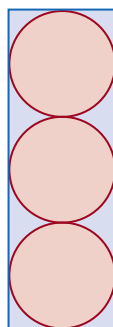


Figura 2

Mostra que:

O volume da caixa que não é ocupado pelas esferas é igual a metade do volume das três esferas.

(Nota: designa por r o raio de uma esfera.)

FIM

Sugestão de Resolução

1. Resposta: ter lido mais do que dois livros.

2.

2.1 Resposta:

$$[-1, 1] \cup \left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

2.2 $3 + \frac{1-x}{2} \leq 4$

$$\Leftrightarrow 6 + 1 - x \leq 8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x \leq 8 - 6 - 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x \leq 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \geq -1$$

Logo, $S = [-1, +\infty[= A$, então A é o conjunto-solução da inequação.

3.

3.1 500 metros.

3.2 15 segundos.

4. Casos possíveis: 12

Casos favoráveis: 4

Probabilidade pedida: $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$.

5.

5.1.1 HD , por exemplo.

5.1.2 KFG , por exemplo.

5.2 Seja: $x = n.^{\circ}$ de crianças com idade até 10 anos (inclusive)

$y = n.^{\circ}$ de crianças com idade superior a 10 anos

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 10x + 15y = 235 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 10x + 15(20 - x) = 235 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ 10x + 300 - 15x = 235 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 20 - x \\ -5x = -65 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 7 \\ x = 13 \end{cases}$$

Resposta: 7 crianças tinham mais de 10 anos de idade.

6. $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} = 5$, logo $\sqrt{17}$, por exemplo é um número irracional compreendido entre 4 e 5.

7.

7.1 $360^{\circ} : 10 = 36^{\circ}$. A circunferência está dividida em 10 arcos geometricamente iguais com 36° de amplitude cada um.

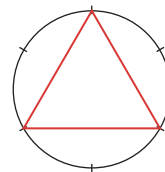
$$144^{\circ} : 36^{\circ} = 4$$

O ponto A desloca-se para o ponto G .

7.2 Porque os dois ângulos estão inscritos no mesmo arco de circunferência, logo são geometricamente iguais.

7.3 Um triângulo equilátero divide a circunferência em três arcos de 120° cada um.

O raio da circunferência é igual ao lado de um hexágono inscrito na circunferência.



8.

	A	B	C
Comprimento /cm	4	36	6
Largura /cm	4,5	0,5	3

8.2 Gráfico C.

9. $\sin 3^{\circ} = \frac{10}{x}$

$$x = \frac{10}{\sin 3^{\circ}}$$

$$c = 2x$$

$$c = \frac{20}{\sin 3^{\circ}}; c = \frac{20}{0,0523}; c = 382,4 \text{ cm}; c = 3,8 \text{ m}.$$

10. $P = d \times \pi = 10 \times \pi = 31,41592\dots$

Resposta: o João.

11. Seja r o raio de uma esfera.

$$\text{Volume das três esferas: } 3 \times \frac{4}{3} \pi r^3 = 4\pi r^3$$

$$\text{Volume da caixa: } \pi r^2 \times 6r = 6\pi r^3$$

$$\text{Volume da caixa não ocupado: } 6\pi r^3 - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$$

$$2 \times \text{volume da caixa não ocupado} = 2 \times 2\pi r^3 = 4\pi r^3 =$$

= volume das três esferas. c. q. m.