

Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

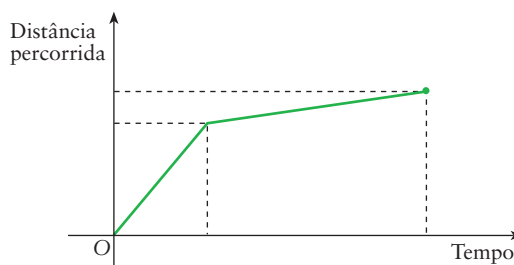
Cotações

5

1. Hoje de manhã, a Ana saiu de casa e dirigiu-se para a escola. Fez uma parte desse percurso a andar e a outra parte a correr.

O gráfico que se segue mostra a distância percorrida pela Ana, em função do tempo que decorreu desde o instante em que ela saiu de casa até ao instante em que chegou à escola.

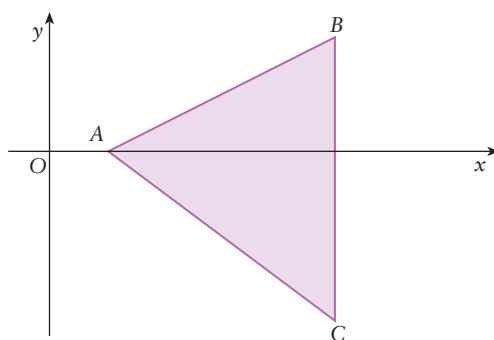
Apresentam-se a seguir quatro afirmações. De acordo com o gráfico, apenas uma está correcta. Qual?



- ☐ A Ana percorreu metade da distância a andar e a outra metade a correr.
- ☐ A Ana percorreu maior distância a andar do que a correr.
- ☐ A Ana esteve mais tempo a correr do que a andar.
- ☐ A Ana iniciou o percurso a correr e terminou-o a andar.

2. Na figura, está representado, num referencial ortogonal (eixos perpendiculares), um triângulo $[ABC]$.

O segmento de recta $[BC]$ é perpendicular ao eixo dos xx .



- 2.1. Sabe-se que $\overline{AB} = \sqrt{20}$, $\overline{AC} = 5$ e $\overline{BC} = 5$.

5

Indica um valor aproximado por defeito e outro por excesso do perímetro do triângulo $[ABC]$, a menos de 0,1.

Valor aproximado por defeito _____

Valor aproximado por excesso _____

- 2.2. A imagem do segmento de recta $[BC]$ obtida por meio de uma rotação de centro em A e amplitude 90° é um segmento de recta ...

4

- ☐ ... paralelo ao eixo dos xx . ☐ ... paralelo ao eixo dos yy .
- ☐ ... perpendicular a $[AB]$. ☐ ... perpendicular a $[AC]$.

Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

3. Quando se vai à praia, é preciso ter cuidado com o tempo de exposição ao sol, para que não se forme eritema (vermelhão na pele), devido a queimadura solar.

O tempo máximo, t , em minutos, de exposição directa da pele ao sol sem formar eritema pode ser calculado através da fórmula

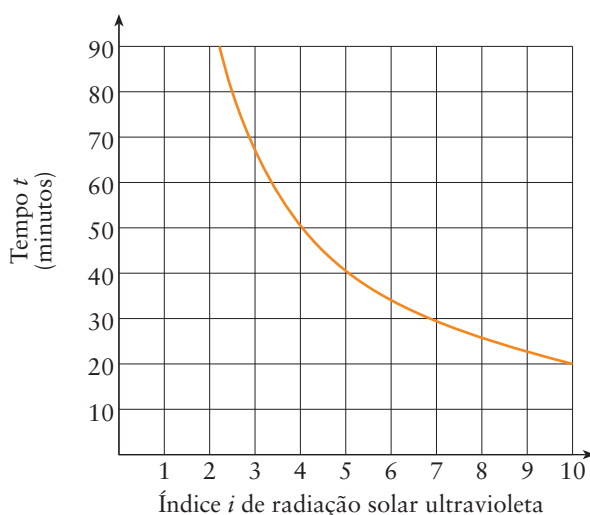
$$t = \frac{D}{i}$$

em que:

i representa o índice de radiação solar ultravioleta;

D é um valor constante para cada tipo de pele.

O gráfico que se apresenta a seguir traduz essa relação para o tipo de pele da Ana.



- 3.1. A Ana foi à praia numa altura em que o índice de radiação solar ultravioleta era 5 .

3

Quantos minutos, no máximo, é que ela poderá ter a pele directamente exposta ao sol, sem ficar com eritema?

Resposta: _____

- 3.2. Na tabela seguinte, apresentam-se, para cada um dos principais tipos de pele da população europeia, algumas das características físicas que lhe estão associadas e o valor da constante D .

6

Tipo de pele	Cor do cabelo	Cor dos olhos	D
1	Ruivo	Azul	200
2	Louro	Azul/Verde	250
3	Castanho	Cinza/Castanho	350
4	Preto	Castanho	450

Qual é a cor do cabelo da Ana?

Explica como obtiveste a tua resposta.

Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

4. O pai da Ana foi contratado para vender um modelo de computadores cujo preço unitário é de 600 euros. 8

Por mês, ele recebe uma quantia fixa de 200 euros. Para além deste valor, recebe ainda, por cada computador que vender, 12% do seu preço.

Qual é o número mínimo de computadores que ele terá de vender, num mês, para receber mais do que 1500 euros, nesse mês?

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

5. Em cada uma das seis faces de um dado equilibrado, com a forma de um cubo, desenhou-se um símbolo diferente. Numa das faces, está desenhado o símbolo . 4

- 5.1. A Ana lançou este dado duas vezes consecutivas e, em ambas as vezes, saiu o símbolo . 4

Se ela lançar o mesmo dado mais uma vez, o símbolo  é, dos seis símbolos, o que tem maior probabilidade de sair? Justifica a tua resposta.

- 5.2. Nas figuras 1 e 2, podes observar o mesmo dado em duas posições distintas. 4

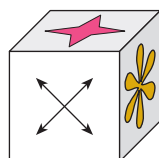


Figura 1

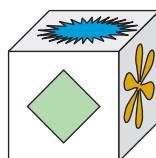
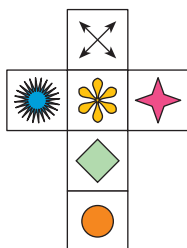


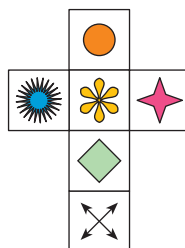
Figura 2

Qual das quatro planificações seguintes é uma planificação desse dado?

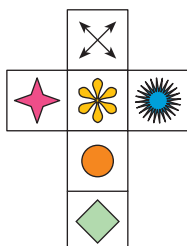
☐ Planificação A



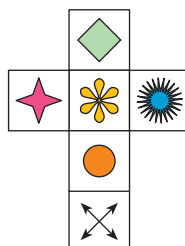
☐ Planificação B



☐ Planificação C



☐ Planificação D



Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

6. Os espigueiros são construções que servem para guardar cereais, ao mesmo tempo que os protegem da humidade e dos roedores. Por isso, são construídos sobre estacas (pés do espigueiro), de forma que não estejam em contacto directo com o solo.

Se o terreno for inclinado, os pés do espigueiro assentam num *degrau*, para que o espigueiro fique na horizontal, como mostra a imagem (figura 1).



Figura 1

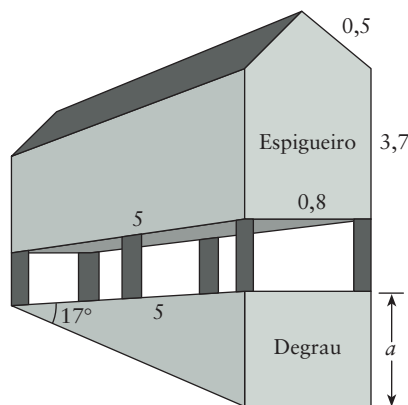


Figura 2

A figura 2 é um esquema do espigueiro da imagem. Neste esquema, estão também representados os seis pés do espigueiro, bem como o *degrau* no qual eles assentam. O esquema não está desenhado à escala. As medidas de comprimento indicadas estão expressas em metros. As questões 6.1. e 6.2. referem-se a este esquema.

- 6.1. O *degrau* onde assentam os pés do espigueiro é um prisma triangular recto. As duas bases deste prisma são triângulos rectângulos.

8

Determina (em metros) a altura, a , do *degrau*.

Apresenta todos os cálculos que efectuares e indica o resultado, arredondado às décimas. Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva quatro casas decimais.

- 6.2. O espigueiro é um prisma pentagonal recto, cujas bases são pentágonos não regulares. Cada pentágono pode ser decomposto num rectângulo e num triângulo isósceles.

7

Determina (em metros cúbicos) o volume do espigueiro.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

7. No bar da escola da Ana, vendem-se sumos de frutas e sanduíches.

7.1. A Ana e a sua melhor amiga gostam de sanduíches de queijo, de fiambre e de presunto. 6

Na hora do lanche, escolhem, ao acaso, um destes três tipos de sanduíches.

Qual é a probabilidade de ambas escolherem uma sanduíche de queijo?

Apresenta o resultado na forma de fracção.

7.2. Considera o seguinte problema: 6

A Ana comprou, no bar da escola, sumos e sanduíches para alguns colegas.

Comprou mais três sanduíches do que sumos. No total, pagou 4,60 € .

Cada sanduíche custa 0,80 € e cada sumo 0,30 € .

Quantos sumos e quantas sanduíches comprou a Ana?

Escreve uma equação do 1.º grau que permita completar o sistema que se segue, de modo que este traduza o problema.

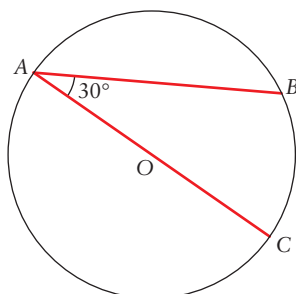
$$\begin{cases} x = y + 3 \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

Não resolves o sistema.

Equação pedida _____

8. Na figura, está representada uma circunferência, de centro O , em que:

- A , B e C são pontos da circunferência;
- o segmento de recta $[AC]$ é um diâmetro;
- $\widehat{OAB} = 30^\circ$.



8.1. Qual é a amplitude do arco AB (em graus)? 5

Resposta: _____

8.2. Considera uma recta tangente à circunferência no ponto A . 5

Seja D um ponto pertencente a essa recta.

Sabendo que o ângulo BAD é agudo, determina a sua amplitude (em graus).

Justifica a tua resposta.

Exame Nacional de 2005 – 2.ª chamada

9. Considera o intervalo $\left[-\frac{7}{3}, 3\right]$.

9.1. Escreve todos os números inteiros relativos pertencentes a este intervalo.

5

Resposta: _____

9.2. Escreve, na forma de intervalo de números reais, o conjunto

5

$$]-2, \pi] \cup \left[-\frac{7}{3}, 3\right]$$

Resposta: _____

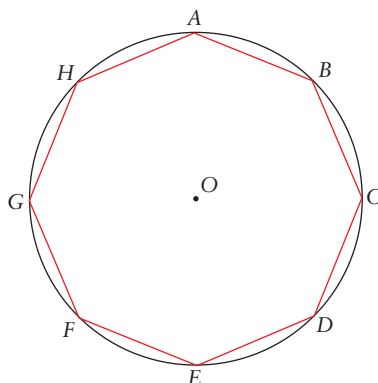
10. Resolve a seguinte equação:

7

$$x^2 = 2(4 - x)$$

11. Na figura, está representado um octógono regular $[ABCDEFGH]$ inscrito numa circunferência de centro O .

7



Ao observar a figura, e **sem efectuar medições**, a Ana afirmou:

«O quadrilátero $[BDFH]$ é um quadrado.»

Como é que ela poderá ter chegado a esta conclusão?

Justifica a tua resposta.

FIM

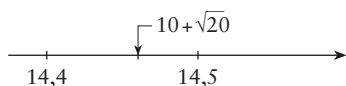
Sugestão de Resolução

1. Resposta: A Ana iniciou o percurso a correr e terminou-o a andar.

2.

2.1 Por defeito: 14,4 ;

Por excesso: 14,5 .



2.2 O segmento é paralelo ao eixo dos xx .

3.

3.1 40 minutos.

3.2 Ruivo. Da leitura da tabela, conclui-se que $40 = \frac{D}{5}$.

Como $40 = \frac{D}{5} \Leftrightarrow D = 200$.

Na tabela $D = 200$ corresponde ao cabelo ruivo.

4. 19 computadores.

$$(200 + (0,12 \times 600) x) > 1500 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x > 18,0(5)$$

5.

5.1 Não. A probabilidade de sair qualquer uma das faces do dado é a mesma, uma vez que os acontecimentos elementares são equiprováveis.

5.2 Planificação A .

6.

6.1 $\operatorname{tg} 17^\circ = \frac{a}{5}$

$$\Leftrightarrow a = 5 \times \operatorname{tg} 17^\circ$$

$$\Leftrightarrow a \approx 1,5287, \text{ logo } a = 1,5 \text{ m} .$$

6.2 Altura da base do prisma triangular:

$$0,5^2 = 0,4^2 + x^2 \Leftrightarrow x = 0,3 ;$$

Área da base do prisma triangular:

$$\frac{0,8 \times 0,3}{2} = 0,12 ;$$

Volume do prisma triangular:

$$0,12 \times 5 = 0,6 ;$$

Volume do paralelepípedo:

$$0,8 \times 5 \times 3,7 = 14,8 ;$$

Volume do prisma pentagonal:

$$0,6 + 14,8 = 15,4 ;$$

Resposta: 15,4 m³ .

7.

7.1 Casos possíveis: 9

Casos favoráveis: 1

Probabilidade pedida: $\frac{1}{9}$.

Ana \ Amiga	Queijo Q	Fiambre F	Presunto P
Queijo Q	QQ	QF	QP
Fiambre F	FQ	FF	FP
Presunto P	PQ	PF	PP

7.2 $0,8x + 0,3y = 4,6$

8.

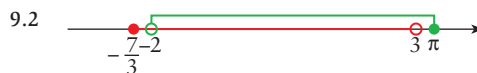
8.1 120° .

8.2 60° . O ângulo CAD é recto, pois a recta tangente à circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência.

O ângulo $C\hat{A}B = 30^\circ$. Então, $90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$.

9.

9.1 $-2, -1, 0, 1$ e 2 .



$$\left[-\frac{7}{3}, -2\right] \cup [-2, \pi] = \left[-\frac{7}{3}, \pi\right]$$

10. A equação tem duas soluções: -4 e 2 daí que,

$$S = \{-4, 2\} .$$

11. Um quadrado é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais e os quatro ângulos rectos.

O octógono é regular, então:

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = \overline{FG} = \overline{GH} = \overline{HA} \text{ e}$$

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{HA} = 360^\circ : 8 = 45^\circ$$

$H\hat{B}D = \frac{\widehat{DH}}{2} = \frac{4 \times 75^\circ}{2} = 90^\circ$, pois o ângulo inscrito é igual a metade do arco compreendido entre os seus lados.

Do mesmo modo se prova que $B\hat{D}F = 90^\circ$, $D\hat{F}H = 90^\circ$ e $F\hat{H}D = 90^\circ$.

Logo, o quadrilátero tem os quatro ângulos rectos.

Como $\widehat{BD} = \widehat{DF} = \widehat{FG} = \widehat{HB} = (360^\circ : 8) \times 2 = 90^\circ$, as cordas que definem estes arcos também são iguais.

Logo, $\overline{BD} = \overline{DF} = \overline{FG} = \overline{HB}$ e o quadrilátero tem os quatro lados iguais.

Outra forma de apresentar a solução

Um quadrado é um quadrilátero que tem os quatro lados iguais e as diagonais perpendiculares.

Os oito arcos iguais em que a circunferência ficou dividida pelos vértices do octógono regular medem $360^\circ : 8 = 45^\circ$ cada um. O ângulo ao centro HOB mede 90° ($45^\circ + 45^\circ$) .

Logo, as diagonais $[HD]$ e $[FB]$ são perpendiculares.

Os lados $[BD]$, $[DF]$, $[FH]$ e $[HB]$ são iguais porque são cordas que correspondem a arcos iguais.