

Exame Nacional de 2007 – 2.ª chamada

Cotações

6

1. O Paulo tem dois dados, um branco e um preto, ambos equilibrados e com a forma de um cubo.

As faces do dado branco estão numeradas de 1 a 6, e as do dado preto estão numeradas de -6 a -1 .

O Paulo lançou uma vez os dois dados e adicionou os valores registados nas faces que ficaram voltadas para cima.

Qual é a probabilidade de essa soma ser um número negativo?

Apresenta o resultado na forma de fracção.

Mostra como obtiveste a tua resposta.

2. Considera um segmento de recta $[AB]$ com 4 cm de comprimento.

- 2.1. Efectuou-se uma redução do segmento de recta $[AB]$.

5

O segmento de recta obtido tem 0,8 cm de comprimento.

Qual dos seguintes valores é igual à razão de semelhança desta redução?

☐

0,2

☐

0,3

☐

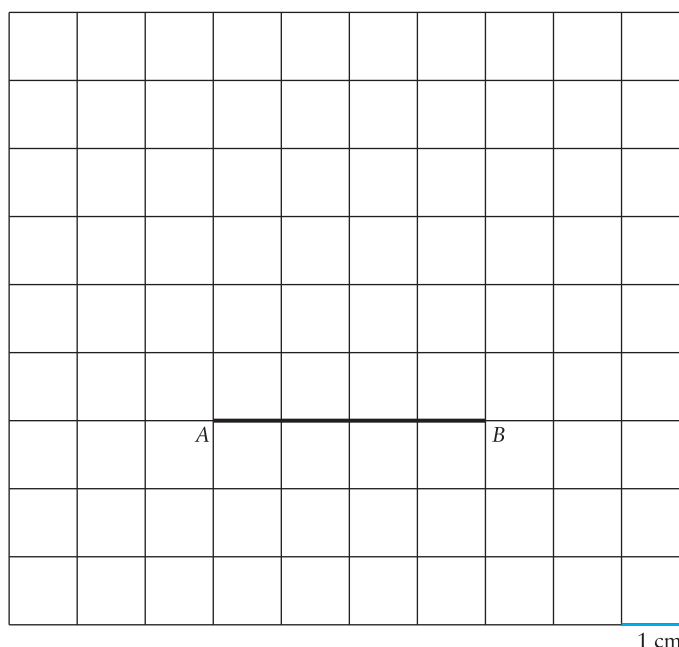
0,4

☐

0,5

- 2.2. Na figura abaixo, está desenhado o segmento de recta $[AB]$, numa malha quadriculada em que a unidade de comprimento é um centímetro.

5



Existem vários triângulos com 6 cm^2 de área.

Recorrendo a material de desenho e de medição, **constrói, a lápis**, nesta malha, um desses triângulos, em que um dos lados é o segmento de recta $[AB]$.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2007 – 2.ª chamada

3. O Paulo e o seu amigo João foram comprar telemóveis. 6
O Paulo gostou de um modelo que custava 75 euros e comprou-o com um desconto de 20% .
O João comprou um telemóvel, de um outro modelo, que só tinha 15% de desconto.
Mais tarde, descobriram que, apesar das percentagens de desconto terem sido diferentes, o valor dos dois descontos, em euros, foi igual.

Quanto teria custado o telemóvel do João **sem o desconto** de 15% ?

Apresenta todos os cálculos que efectuares e, na tua resposta, indica a unidade monetária.

4. x e y são duas grandezas **inversamente** proporcionais. 6

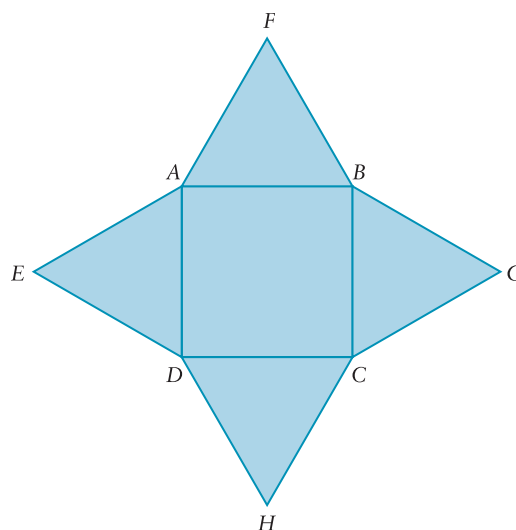
Das quatro afirmações que se seguem, apenas uma é sempre verdadeira. Qual?

- ☐ Se x aumenta 2 unidades, então y também aumenta 2 unidades.
- ☐ Se x aumenta 2 unidades, então y diminui 2 unidades.
- ☐ Se x aumenta para o dobro, então y também aumenta para o dobro.
- ☐ Se x aumenta para o dobro, então y diminui para metade.

5. Na figura ao lado, estão representados um quadrado $[ABCD]$ e quatro triângulos geometricamente iguais.

Em cada um destes triângulos:

- um dos lados é também lado do quadrado;
- os outros dois lados são geometricamente iguais.



- 5.1. Quantos eixos de simetria tem esta figura? 5

- 5.2. A figura anterior é uma planificação de um sólido. 6

Relativamente ao triângulo $[ABF]$, sabe-se que:

- a altura relativa à base $[AB]$ é 5 ;
- $\overline{AB} = 6$.

Qual é a altura desse sólido?

Começa por fazer um esboço do sólido, a lápis, e nele desenha o segmento de recta correspondente à sua altura.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2007 – 2.ª chamada

6. Considera o intervalo $\left[-\pi, \frac{1}{3}\right]$.

5

Escreve **todos** os números inteiros relativos pertencentes a este intervalo.

7. Explica, por palavras tuas, como se deve proceder para determinar o número médio de chamadas telefónicas feitas, ontem, pelos alunos da turma do Paulo.

5

8. Para efectuar chamadas do seu telemóvel, para duas redes (A e B), o preço, em cêntimos, que o Paulo tem a pagar **por cada segundo** de duração de uma chamada é o seguinte:

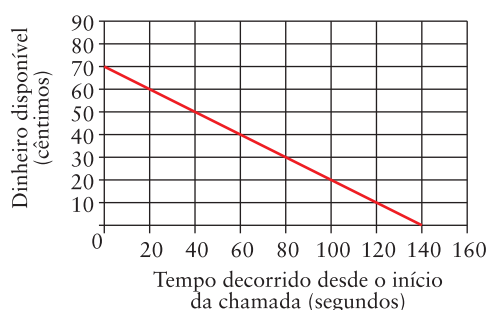
Rede	Preço por segundo (em cêntimos)
A	0,5
B	0,6

- 8.1. O Paulo tem 80 cêntimos disponíveis para efectuar chamadas do seu telemóvel.

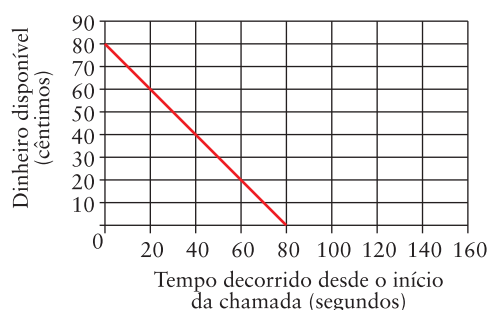
Após ter iniciado uma chamada para a rede A, o dinheiro disponível foi diminuindo, até ser gasto na sua totalidade.

Qual dos quatro gráficos que se seguem representa esta situação?

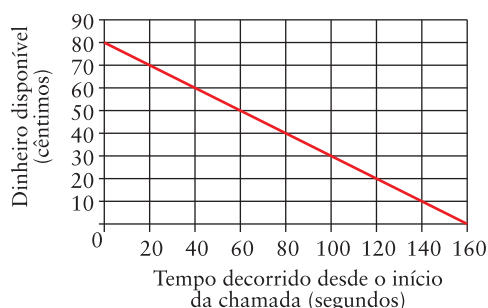
☐ Gráfico A



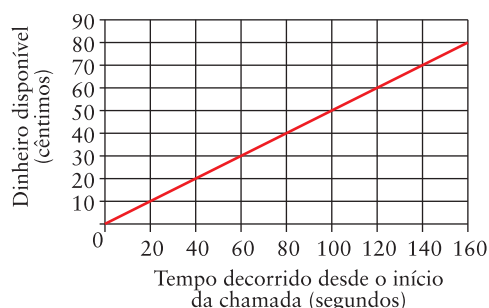
☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D



Exame Nacional de 2007 – 2.ª chamada

8.2. Ontem, o Paulo só efectuou chamadas do seu telemóvel para as redes A e B .

8

A soma dos tempos de duração dessas chamadas foi de 60 segundos e, no total, o Paulo gastou 35 cêntimos.

Qual foi o tempo total de duração das chamadas efectuadas pelo Paulo, para a rede A ?

Apresenta todos os cálculos que efectuares e, na tua resposta, indica a unidade.

9. Escreve um número, compreendido entre 5000 e 5999 que seja simultaneamente divisível por 2 e por 3.

5

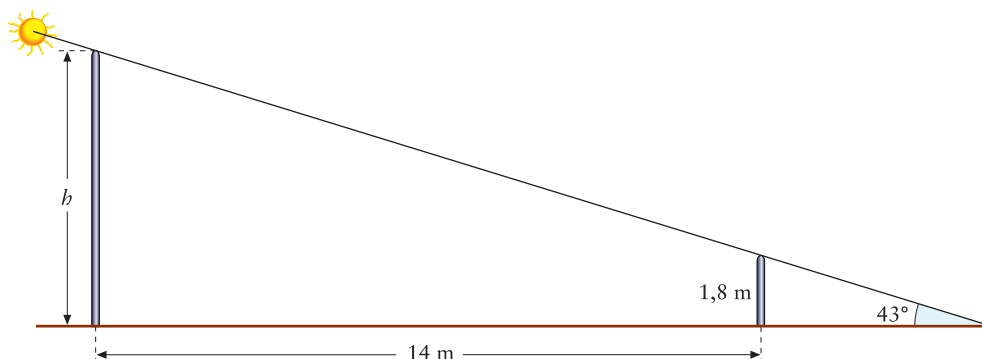
10. Para determinar a altura (h) de uma antena cilíndrica, o Paulo aplicou o que aprendeu nas aulas de Matemática, porque não conseguia chegar ao ponto mais alto dessa antena.

7

No momento em que a amplitude do ângulo que os raios solares faziam com o chão era de 43° , a sombra da antena estava projectada sobre um terreno irregular e, por isso, não podia ser medida.

Nesse instante, o Paulo colocou uma vara perpendicularmente ao chão, de forma que as extremidades das sombras da vara e da antena coincidissem. A vara, com 1,8 m de altura, estava a 14 m de distância da antena.

Na figura que se segue, que não está desenhada à escala, podes ver um esquema que pretende ilustrar a situação descrita.



Qual é a altura (h) da antena?

Na tua resposta, indica o resultado arredondado às unidades e a unidade de medida.

Apresenta todos os cálculos que efectuares.

Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

Exame Nacional de 2007 – 2.ª chamada

11. Resolve a seguinte inequação:

8

$$x + \frac{1 - 2x}{3} \leq \frac{x}{2}$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais.

12. Qual dos quatro números que se seguem é o menor?

5

☐ $\left(\frac{1}{9}\right)^2$

☐ $\frac{1}{\sqrt{9}}$

☐ $\frac{1}{\frac{9}{2}}$

☐ $\frac{2}{\frac{1}{9}}$

13. Sejam A , B e C três pontos distintos de uma circunferência em que o arco AB tem 180° de amplitude.

6

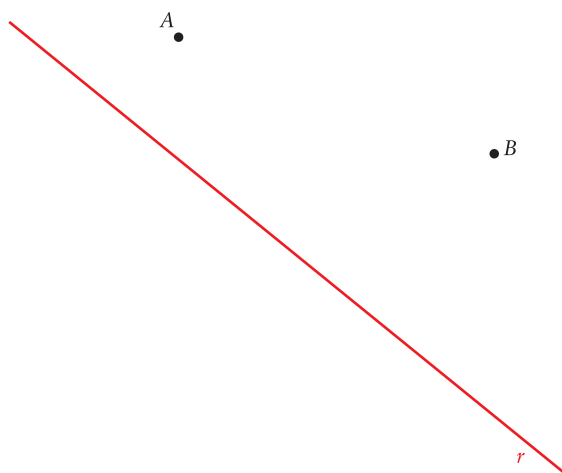
Justifica a seguinte afirmação:

«O triângulo $[ABC]$ não é equilátero.»

14. Recorrendo a material de desenho e de medição, **constrói, a lápis**, a circunferência cujo centro é um ponto da recta r e que passa pelos pontos A e B .

6

Não apagues as linhas auxiliares que traçares para construíres a circunferência.



Sugestão de Resolução

1. Constrói-se uma tabela de dupla entrada para auxiliar na contagem do número de casos favoráveis:

Adição	1	2	3	4	5	6
-1	0	1	2	3	4	5
-2	-1	0	1	2	3	4
-3	-2	-1	0	1	2	3
-4	-3	-2	-1	0	1	2
-5	-4	-3	-2	-1	0	1
-6	-5	-4	-3	-2	-1	0

Existem 15 casos favoráveis e 36 casos possíveis.

A probabilidade de o Paulo obter uma soma negativa é dada pelo quociente do número de casos favoráveis pelo número de casos possíveis. Assim, a probabilidade pedida é $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$.

2.

2.1 0,2 ;

2.2 A área de um triângulo é dada por:

$$A = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}.$$

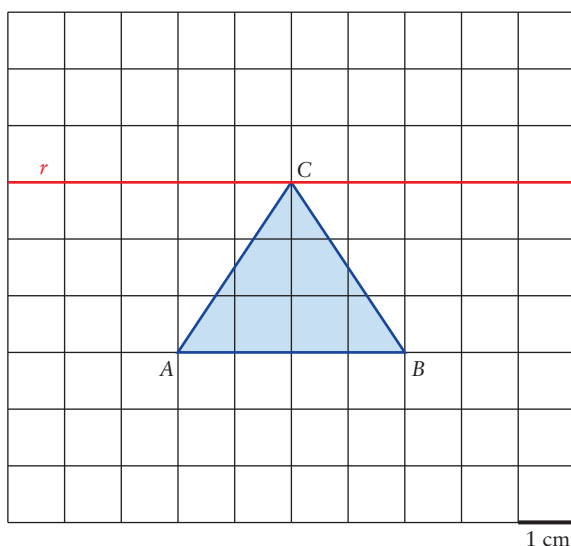
Seja h a medida da altura (em cm), temos:

$$A = \frac{4 \times h}{2}$$

$$6 = \frac{4 \times h}{2}$$

$$12 = 4h$$

$$h = 3$$



Portanto, o vértice C do triângulo $[ABC]$ pode ser um ponto qualquer da recta r .

3. O valor do desconto obtido pelo Paulo na compra do telemóvel foi 15 euros, pois

$$75 \times 0,2 = 15.$$

Do enunciado sabe-se que o valor do desconto obtido pelo João é igual ao do Paulo, isto é, 15 €.

Representando por x o valor inicial do telemóvel que o João comprou e sabendo que obteve um desconto de 15%, que, como vimos, corresponde a 15 euros, temos que:

$$0,15x = 15 \Leftrightarrow x = 100$$

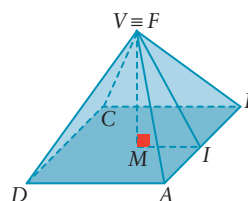
Assim, o custo do telemóvel que o João comprou, sem o desconto de 15%, era de 100 euros.

4. Se x aumenta para o dobro, então y diminui para metade.

5.

5.1 A figura tem quatro eixos de simetria, são eles as rectas: AC , BD , FH e EG .

5.2



O sólido obtido a partir da planificação dada na figura é uma pirâmide quadrangular regular cuja base é $[ABCD]$. O ponto M é o centro do quadrado $[ABCD]$ e $[VM]$ é a altura da pirâmide e I o ponto médio de $[AB]$.

Assim, temos que:

$$\overline{MI} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ e } \overline{VI} = 5 \text{ (altura do triângulo } [ABF] \text{ relativa à base } [AB]).$$

Como o triângulo $[VMI]$ é rectângulo em M , pelo Teorema de Pitágoras, vem que:

$$\overline{VI}^2 = \overline{VM}^2 + \overline{MI}^2$$

$$5^2 = \overline{VM}^2 + 3^2$$

$$\overline{VM}^2 = 5^2 - 3^2$$

$$\overline{VM}^2 = 16$$

$$\overline{VM} = 4 \text{ pois } \overline{VM} > 0$$

A altura da pirâmide é 4.

6. Os números inteiros relativos que pertencem o intervalo dado são:

$$-3, -2, -1 \text{ e } 0.$$

7. Adiciona-se o número de chamadas feitas ontem por todos os alunos da turma e divide-se esse resultado pelo número total de alunos da turma.

8.

8.1 Gráfico C

Sugestão de Resolução

- 8.2 x – designa o tempo de duração, em segundos, de chamadas para a rede A ;
 y – designa o tempo de duração, em segundos, de chamadas para a rede B .

Assim, temos:

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 0,5x + 0,6y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - y \\ 0,5(60 - y) + 0,6y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - y \\ 30 - 0,5y + 0,6y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 60 - y \\ 0,1y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 50 \end{cases}$$

O tempo total de duração das chamadas efectuadas pelo Paulo, para a rede A foi de 10 segundos.

9. • Um número é divisível por 2 se e só se for par, ou seja, se o seu algarismo das unidades é 0, 2, 4, 6 ou 8 .
 • Um número é divisível por 3 se e só se a soma dos seus dígitos é um múltiplo de 3 .
 Assim, e por exemplo, 5004 é uma resposta correcta uma vez que verifica as duas condições anteriores.

10. $\operatorname{tg} 43^\circ = \frac{1,8}{x} \Leftrightarrow x = \frac{1,8}{\operatorname{tg} 43^\circ} \Leftrightarrow x = 1,93$ (2 c. d.)

Como os triângulos representados na figura são semelhantes (têm dois ângulos geometricamente iguais), vem que:

$$\frac{h}{1,8} = \frac{14 + 1,93}{1,93}$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{1,8 \times (14 + 1,93)}{1,93}$$

$$\Leftrightarrow h = 14,86$$
 (2 c. d.)

A altura da antena é de, aproximadamente, 15 metros.

11. $[2, +\infty[$.

12. $\left(\frac{1}{9}\right)^2$.

13. O ângulo ACB está inscrito no arco AB e, por isso, tem 90° de amplitude. O triângulo $[ABC]$ não pode ser equilátero, porque num triângulo equilátero os ângulos internos são todos geometricamente iguais e têm 60° de amplitude.

14. O centro da circunferência pedida é o ponto O que corresponde à intersecção da recta r com a mediatriz de $[AB]$. A medida do raio da circunferência pedida é igual a OA ou OB .

