

Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

Cotações

1. A mãe, o pai e o filho mais velho da família Coelho ganharam três automóveis num concurso televisivo: um cinzento, um branco e um preto.

Todos queriam o automóvel preto, por isso decidiram distribuir aleatoriamente os três automóveis.

- 1.1. Qual é a probabilidade de o automóvel preto **não** ser atribuído à mãe?

5

Assinala a alternativa correcta.

☐ $\frac{1}{3}$

☐ $\frac{2}{3}$

☐ $\frac{1}{6}$

☐ $\frac{5}{6}$

- 1.2. De quantas maneiras diferentes podem ser distribuídos os automóveis, um por cada um dos três elementos da família?

5

Mostra como chegaste à tua resposta.

2. A tabela seguinte representa os consumos de gasolina, em litros, de um automóvel da família Coelho, no primeiro trimestre do ano.

5

	Janeiro	Fevereiro	Março
Consumo de gasolina (em litros)	170	150	160

Supõe que o consumo médio, por mês, nos 4 primeiros meses do ano foi igual ao dos 3 primeiros meses.

Qual foi, em litros, o consumo de gasolina do automóvel, no mês de Abril?

Mostra como chegaste à tua resposta.

3. Qual é o máximo divisor comum de quaisquer dois números naturais diferentes, sendo um múltiplo do outro?

5

Assinala a alternativa correcta.

☐ O produto desses dois números.

☐ O menor desses dois números.

☐ O quociente desses dois números.

☐ O maior desses dois números.

Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

4. Uma empresa de automóveis decidiu oferecer 364 bilhetes de entrada para uma feira de veículos todo-o-terreno. No primeiro dia da feira, ofereceu onze bilhetes, no segundo dia ofereceu onze bilhetes e assim sucessivamente, até ter apenas um bilhete.

5

Quantos dias a empresa precisou para ficar só com um bilhete?

Mostra como chegaste à tua resposta.

5. Considera o conjunto $A = [\sqrt{2}, +\infty[$.

5

Qual dos seguintes números pertence ao conjunto A ?

Assinala a alternativa correcta.

☐ $1,4 \times 10^{-2}$

☐ $1,4 \times 10^{-1}$

☐ $1,4 \times 10^0$

☐ $1,4 \times 10$

6. Resolve a inequação seguinte:

5

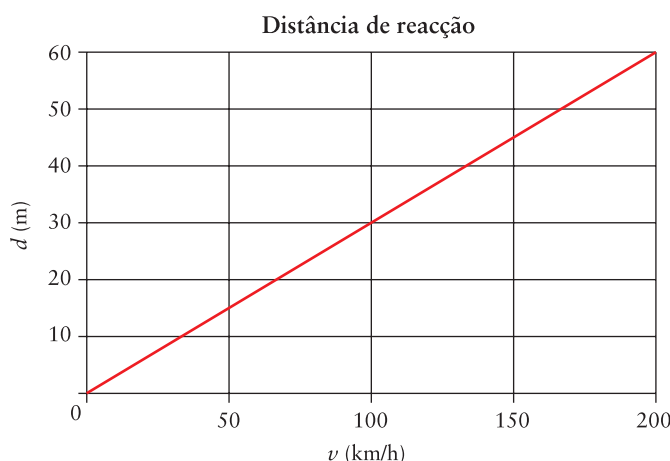
$$\frac{x+1}{3} \leq 2x$$

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o conjunto-solução na forma de intervalo de números reais.

7. A **distância de reacção** é a distância percorrida por um automóvel, desde que o condutor avista um obstáculo até ao momento em que começa a travar.

A distância de reacção depende, entre outros factores, da velocidade a que o automóvel circula.

Em determinadas circunstâncias, a relação entre distância de reacção, d , em metros, e velocidade, v , em km/h, pode ser traduzida pelo gráfico seguinte.



Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

- 7.1. De acordo com o gráfico, a que velocidade circula um automóvel se a distância de reacção for de 60 metros? 5

Resposta: _____

- 7.2. Qual das seguintes expressões representa a relação entre a distância de reacção (d) e a velocidade a que um automóvel circula (v), apresentada no gráfico? 5

Assinala a alternativa correcta.

☐ $d = \frac{10}{3}v$

☐ $d = \frac{100}{3}v$

☐ $d = \frac{3}{100}v$

☐ $d = \frac{3}{10}v$

8. A tabela seguinte relaciona o ângulo de visão com a velocidade de condução. 5

Ângulo de visão (em graus)	100	75	45	30
Velocidade de condução (em km/h)	40	70	100	130

Quanto maior é a velocidade a que se conduz, mais reduzido é o ângulo de visão.

Justifica que a velocidade de condução não é inversamente proporcional ao ângulo de visão.

9. Na praceta onde mora a família Coelho, estão estacionados automóveis e motos. 6

Cada automóvel tem 4 rodas e cada moto tem 2 rodas.

O número de automóveis é o triplo do número das motos e, ao todo, há 70 rodas na praceta.

Determina quantos automóveis e quantas motos estão estacionados na praceta.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

10. Resolve a equação seguinte:

6

$$6x^2 + 2x = 5 + x$$

Apresenta os cálculos que efectuares.

11. No jardim da família Coelho, encontra-se um balancé, com uma trave de 2,8 m de comprimento, como o representado na figura 1.

6

Quando uma das cadeiras está em baixo, a trave do balancé forma um ângulo de 40° com o solo, tal como mostra a figura 1.

Determina, em metros, a altura máxima, a , a que a outra cadeira pode estar.

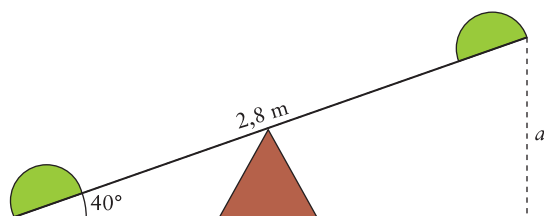


Fig. 1

Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.

Nota: Sempre que nos cálculos intermédios procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

12. A família Coelho pretende instalar, no jardim da sua casa, um sistema de rega, utilizando aspersores.

6

O alcance dos aspersores é a distância que a água atinge, medida a partir do aspersor.

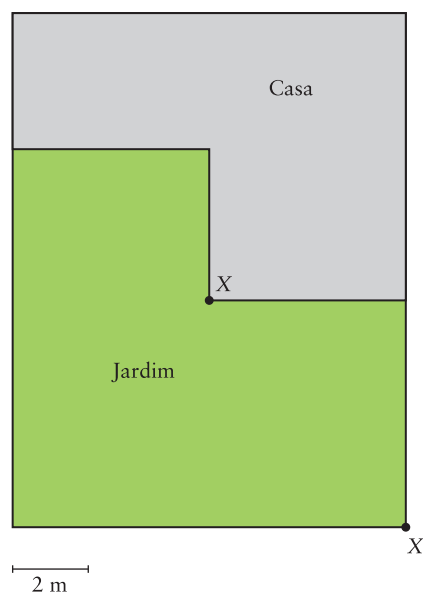
Ângulo de dispersão			
Bico 90°	Bico 180°	Bico 270°	Bico 360°
			
Alcance: 5 m			

A família Coelho comprou dois aspersores de 5 m de alcance: um com «bico 90° » e um com «bico 270° »; colocou-os no jardim, nos pontos assinalados com X, de forma a regar a maior área possível.

Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

Sombreia a lápis, na planta, a área do jardim que vai ser regada, **simultaneamente**, pelos dois aspersores.

Utiliza material de desenho e de medição.



13. A família Coelho vai mandar fazer floreiras em cimento. A figura 2 é um esquema dessas floreiras: a região mais clara é a parte de cimento e a mais escura é a cavidade que vai ficar com terra, para as flores.

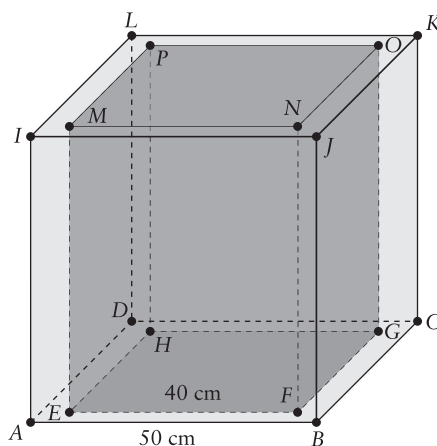


Fig. 2

O modelo geométrico das floreiras tem a forma de um cubo com 50 cm de aresta.

A cavidade que vai ficar com a terra tem a forma de um prisma quadrangular recto, com a mesma altura da floreira e 40 cm de aresta da base.

Exame Nacional de 2009 – 2.ª chamada

- 13.1.** Determina, em centímetros cúbicos, o volume da parte de cimento da floreira. 6

Apresenta os cálculos que efectuares.

- 13.2.** Utilizando as letras da figura, identifica uma recta perpendicular ao plano que contém a base da floreira. 5

Resposta: _____

- 14.** Na figura 3, sabe-se que:

- o diâmetro $[BD]$ é perpendicular ao diâmetro $[AC]$;
- $[OHDE]$ e $[OFBG]$ são quadrados geometricamente iguais;
- o ponto O é o centro do círculo;
- $\overline{OC} = 2 \text{ cm}$.

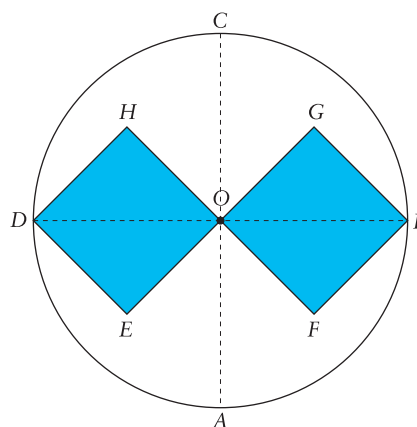


Fig. 3

- 14.1.** Escreve, em graus, a amplitude do ângulo ACB . 5

Resposta: _____

- 14.2.** De entre as transformações geométricas indicadas nas alternativas seguintes, assinala a que não completa correctamente a afirmação que se segue. 5

O quadrado $[OHDE]$ é a imagem do quadrado $[OFBG]$, através da transformação geométrica definida por uma:

- ☐ rotação de centro no ponto O e amplitude 180° .
- ☐ rotação de centro no ponto O e amplitude -180° .
- ☐ simetria axial de eixo AC .
- ☐ simetria axial de eixo DB .

- 14.3.** Determina o valor exacto, em centímetros, da medida do lado do quadrado $[OFBG]$. 5

Apresenta os cálculos que efectuares.

Sugestão de Resolução

1.

1.1 N.º de casos favoráveis: 2 (cinzento ou branco)

N.º de casos possíveis: 3.

Resposta: $\frac{2}{3}$ ou

Probabilidade do carro preto ser atribuído à mãe: $\frac{1}{3}$.

Probabilidade do carro preto não ser atribuído à mãe: $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

1.2 Por exemplo

	Mãe	Pai	Filho
1. ^a	branco	cinzento	preto
2. ^a	branco	preto	cinzento
3. ^a	cinzento	preto	branco
4. ^a	cinzento	branco	preto
5. ^a	preto	cinzento	branco
6. ^a	preto	branco	cinzento

Resposta: Os automóveis podem ser distribuídos de seis maneiras diferentes.

2. Cálculo da média dos três primeiros meses.

$$\frac{170 + 150 + 160}{3} = 160$$

Para os três primeiros meses a média foi de 160 litros.

Como nos quatro primeiros meses a média foi mantida, no mês de Abril o consumo foi de 160 litros.

Verificação:

$$\frac{170 + 150 + 160 + 160}{4} = 160 \text{ ou } \frac{170 + 150 + 160}{3} = 160$$

$$160 \times 4 = 640$$

$$640 - 170 - 150 - 160 = 160.$$

Resposta: O consumo do mês de Abril é de 160.

3. Resposta: O menor desses dois números.

$$4. \quad 364 \begin{array}{r} 11 \\ 034 \quad 33 \\ 01 \end{array} \quad 364 = 11 \times 33 + 1$$

$$\text{ou } 364 - 11n = 1 \Leftrightarrow -11n = -363$$

$$\Leftrightarrow n = \frac{363}{11} \Leftrightarrow n = 33$$

Resposta: A empresa precisou de 33 dias.

$$5. \quad \sqrt{2} \approx 1,4142\dots$$

Resposta: $1,4 \times 10$.

$$6. \quad \frac{x+1}{3} \leq 2x \Leftrightarrow x+1 \leq 6x \Leftrightarrow x-6x \leq -1 \Leftrightarrow \Leftrightarrow -5x \leq -1 \Leftrightarrow 5x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{5}$$

Resposta: $\left[\frac{1}{5}, +\infty\right)$.

7.

$$7.1 \quad 200 \text{ km/h}$$

$$7.2 \quad d = \frac{3}{10} v$$

8. O produto do ângulo de visão (em graus) pela velocidade de condução (em km/h) seria constante, se as duas variáveis fossem inversamente proporcionais. Tem-se que:

$$100 \times 40 = 4000; \quad 75 \times 70 = 5250;$$

$$45 \times 100 = 4500; \quad 30 \times 130 = 3900$$

Como os produtos não são iguais, as variáveis não são inversamente proporcionais.

9. x = número de automóveis

y = número de motos

$4x$ = número de rodas dos automóveis

$2y$ = número de rodas das motos

$$\begin{cases} 4x + 2y = 70 \\ x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y + 2y = 70 \\ x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 14y = 70 \\ x = 3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = 15 \end{cases}$$

Resposta: Na praça estão estacionados 15 automóveis e 5 motos.

ou

N.º de motos	N.º de automóveis	N.º de rodas
1	3	$2 \times 1 + 3 \times 4 = 14$
...	...	...
3	9	$2 \times 3 + 4 \times 9 = 6 + 36 = 42$
4	12	$2 \times 4 + 4 \times 12 = 8 + 48 = 56$
5	15	$2 \times 5 + 4 \times 15 = 10 + 60 = 70$

Resposta: 5 motos e 15 automóveis.

$$10. \quad 6x^2 + 2x = 5 + x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x^2 + 2x - x - 5 = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + x - 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 6 \times (-5)}}{2 \times 6} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 11}{12} \Leftrightarrow x = \frac{-1 + 11}{12} \vee x = \frac{-1 - 11}{12} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10}{12} \vee x = \frac{-12}{12} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \vee x = -1$$

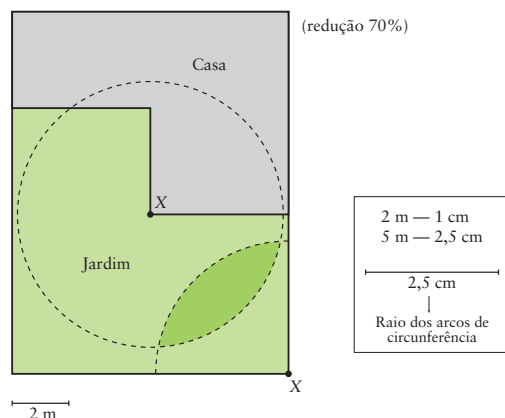
Resposta: As soluções são -1 e $\frac{5}{6}$ ou $S = \left\{-1, \frac{5}{6}\right\}$.

$$11. \quad \sin 40^\circ = \frac{a}{2,8}$$

$$0,6428 = \frac{a}{2,8} \Leftrightarrow a = 2,8 \times 0,6428 \Leftrightarrow a = 1,79984$$

Resposta: 1,8 m.

12.



13.

$$13.1 \quad \text{Volume do cubo: } 50^3 \text{ cm}^3 = 125\,000 \text{ cm}^3$$

$$\text{Volume do prisma: } (40 \times 40 \times 50) \text{ cm}^3 = 80\,000 \text{ cm}^3$$

Volume da parte de cimento:

$$(125\,000 - 80\,000) \text{ cm}^3 = 45\,000 \text{ cm}^3$$

Resposta: 45 000 cm³

13.2 Por exemplo: KC (ou ME ou NF)

14.

$$14.1 \quad \hat{ACB} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

14.2 Simetria axial de eixo DB.

$$14.3 \quad x^2 + x^2 = 2^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 = 2;$$

$$x = \sqrt{2} \text{ cm pois } x > 0.$$

Resposta: $x = \sqrt{2} \text{ cm}$.