

Exame Nacional de 2010 – 1.ª chamada

Cotações

5

1. A Teresa tem três irmãs: a Maria, a Inês e a Joana.

A Teresa vai escolher, ao acaso, uma das irmãs para ir com ela a um arraial no próximo fim-de-semana. A Teresa vai escolher, também ao acaso, se vai ao arraial no próximo sábado ou no próximo domingo.

Qual é a probabilidade de a Teresa escolher ir ao arraial no sábado com a Maria?

Assinala a opção correcta.

☐ $\frac{1}{2}$

☐ $\frac{1}{3}$

☐ $\frac{1}{5}$

☐ $\frac{1}{6}$

2. A comissão organizadora de um arraial fez 250 rifas para um sorteio.

Apenas uma dessas rifas é premiada. As rifas foram todas vendidas. A Alice comprou algumas rifas. Sabe-se que a probabilidade de a Alice ganhar o prémio é $\frac{1}{25}$.

Quantas rifas comprou a Alice?

Assinala a opção correcta.

☐ 25

☐ 10

☐ 5

☐ 1

3. A Figura 1 é uma fotografia de vasos com manjericos.



Fig. 1

O gráfico da Figura 2 mostra o número de vasos com manjericos vendidos num arraial, nos dias 11, 12 e 13 de Junho.

Número de vasos com manjericos vendidos
nos dias 11, 12 e 13 de Junho

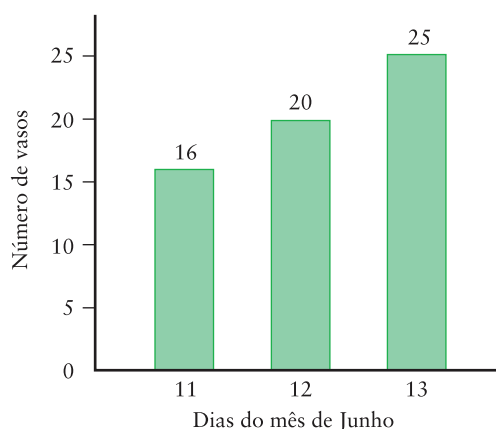


Fig. 2

O número médio de vasos com manjericos vendidos por dia, nesse arraial, nos primeiros dez dias do mês de Junho, foi igual a 3.

Qual foi o número médio de vasos com manjericos vendidos por dia, nesse arraial, nos primeiros treze dias de Junho?

Assinala a opção correcta.

☐ 5

☐ 6

☐ 7

☐ 8

Exame Nacional de 2010 – 1.ª chamada

Cotações

5

4. Num arraial, a Beatriz comprou um saco com mais de 60 rebuçados.

Quando os contou dois a dois, não sobrou nenhum. O mesmo aconteceu quando os contou cinco a cinco, mas, quando os contou três a três, sobraram dois.

Qual é o menor número de rebuçados que o saco pode ter?

Mostra como chegaste à tua resposta.

5. Qual das opções seguintes apresenta um número irracional?

5

Assinala a opção correcta.

☐ $\sqrt{25}$

☐ $\sqrt{2,5}$

☐ $\sqrt{0,25}$

☐ $\sqrt{0,0025}$

6. Considera o conjunto:

5

$$C = [-\pi, 3] \cap]1, +\infty[$$

Qual dos conjuntos seguintes é igual a C ?

Assinala a opção correcta.

☐ $]1, 3]$

☐ $[-\pi, +\infty[$

☐ $[-\pi, 3]$

☐ $[-\pi, 1]$

7. Numa banca de um arraial, estão à venda caixas com bolos tradicionais. Existem caixas com três bolos e existem caixas com quatro bolos.

6

Sabe-se ainda que:

- as caixas vazias têm todas a mesma massa;
- os bolos têm, também, todos a mesma massa;
- uma caixa com quatro bolos tem uma massa de 310 gramas;
- duas caixas, cada uma com três bolos, têm uma massa total de 470 gramas.

Qual é a massa, em gramas, de cada caixa vazia?

Mostra como chegaste à tua resposta.

8. Resolve a inequação seguinte:

6

$$\frac{1}{3} - 2x < \frac{5}{3} + \frac{x}{2}$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de um intervalo de números reais.

Apresenta os cálculos que efectuaste.

9. Resolve a equação seguinte:

6

$$x(x - 3) + 2x = 6$$

Apresenta os cálculos que efectuaste.

- 10.** O Carlos e o irmão, o Daniel, vão trabalhar num arraial, em bancas diferentes. Por essa tarefa, receberão uma certa quantia, que depende somente do tempo de trabalho.

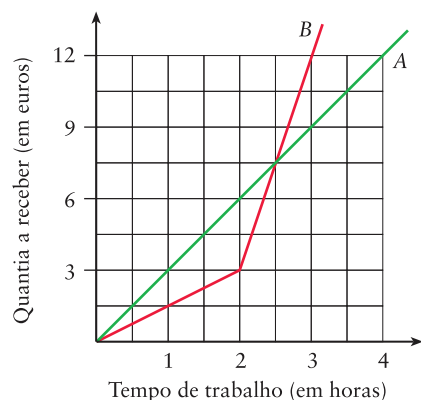


Fig. 3

Na Figura 3, estão representadas graficamente duas funções que relacionam o tempo de trabalho, em horas, do Carlos e do Daniel com a quantia a receber por cada um deles, em euros. Um dos irmãos vai receber de acordo com a proporcionalidade representada no gráfico *A* e o outro irmão vai receber de acordo com o gráfico *B*.

- 10.1.** Considera o irmão que vai receber de acordo com a proporcionalidade representada no gráfico *A*.

5

Que quantia receberá, se trabalhar seis horas?

Resposta: _____

- 10.2.** Se os dois irmãos trabalharem três horas, o Carlos receberá mais do que o Daniel. Qual dos gráficos (*A* ou *B*) representa a relação entre o tempo de trabalho do Carlos e a quantia que ele receberá por esse trabalho?

5

Resposta: _____

- 10.3.** A Laura também vai trabalhar no arraial.

5

Como mora longe, receberá 3 euros para o bilhete de autocarro, de ida e volta, e 1,5 euros por cada hora de trabalho.

Constrói, a lápis, no referencial da Figura 4, o gráfico que estabelece a quantia a receber pela Laura, em função do tempo de trabalho, para valores do tempo de trabalho compreendidos entre 1 hora e 4 horas (inclusive).

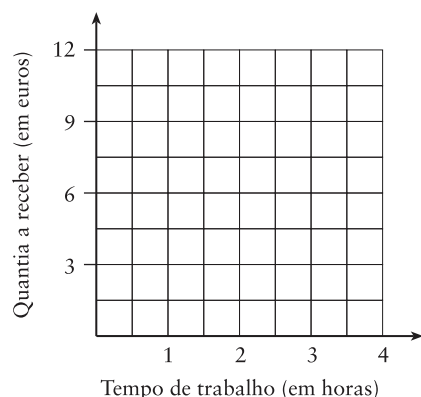


Fig. 4

Exame Nacional de 2010 – 1.ª chamada

Cotações

5

11. Os comprimentos dos lados de um triângulo podem ser 10 cm , 12 cm e 23 cm ?

Justifica a tua resposta.

12. Na Figura 5, está representada uma circunferência de centro O , na qual está inscrito um rectângulo $[ABCD]$.

A figura não está desenhada à escala.

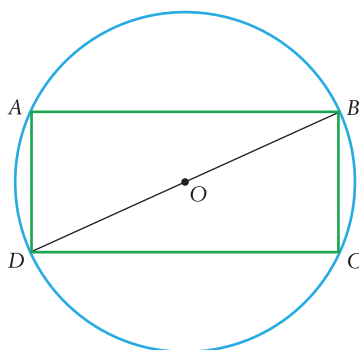


Fig. 5

Sabe-se que:

- $\widehat{BDA} = 70^\circ$
- $\overline{AB} = 4,35$ cm

- 12.1. Qual é a amplitude, em graus, do arco AB ?

5

Resposta: _____

- 12.2. Quantos eixos de simetria tem o rectângulo $[ABCD]$?

5

Resposta: _____

- 12.3. Qual é o comprimento, em cm , do diâmetro $[BD]$ da circunferência?

5

Apresenta os cálculos que efectuaste.

Escreve o resultado arredondado às centésimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

13. A Figura 6 é uma fotografia de uma caixa de chocolates que o Manuel fez para vender num arraial.

A Figura 7 representa um modelo geométrico dessa caixa.

Relativamente à Figura 7, sabe-se que:

- $[ABCDEFGH]$ é um prisma quadrangular regular;
- $[EFGHI]$ é uma pirâmide quadrangular regular, de altura $\overline{IJ}$.

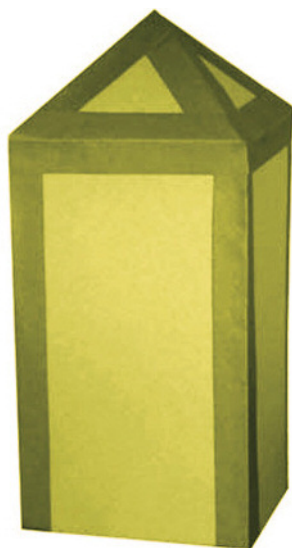


Fig. 6

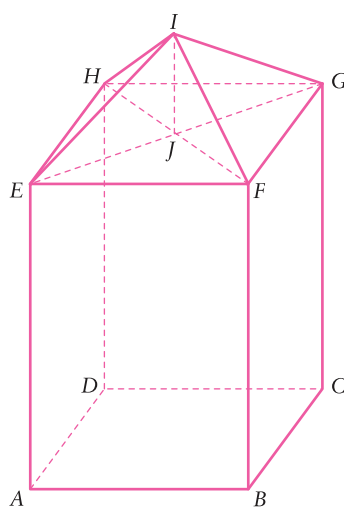


Fig. 7

- 13.1. Qual é a posição da recta HG relativamente ao plano ABF ?

5

Assinala a opção correcta.

- ☐ Concorrente perpendicular
- ☐ Concorrente oblíqua
- ☐ Estritamente paralela
- ☐ Contida no plano

- 13.2. Determina o volume, em cm^3 , do sólido representado na Figura 7, sabendo que:

6

$$\overline{AB} = 13 \text{ cm} ; \quad \overline{BF} = 19 \text{ cm} ; \quad \overline{IJ} = 6 \text{ cm} .$$

Apresenta os cálculos que efectuaste.

14. Na Figura 8, está um esquema de uma zona de um arraial, no qual se assinalam:

- um ponto C , que representa o centro de um coreto;
- um ponto T , que representa uma torneira para fornecimento de água;
- um ponto P , que representa um poste de iluminação.

A Catarina e o João vão trabalhar nesse arraial, em duas bancas diferentes.

O centro de cada uma dessas bancas verifica as duas condições seguintes:

- situa-se a 6 metros do centro do coreto;
- está a igual distância da torneira e do poste.

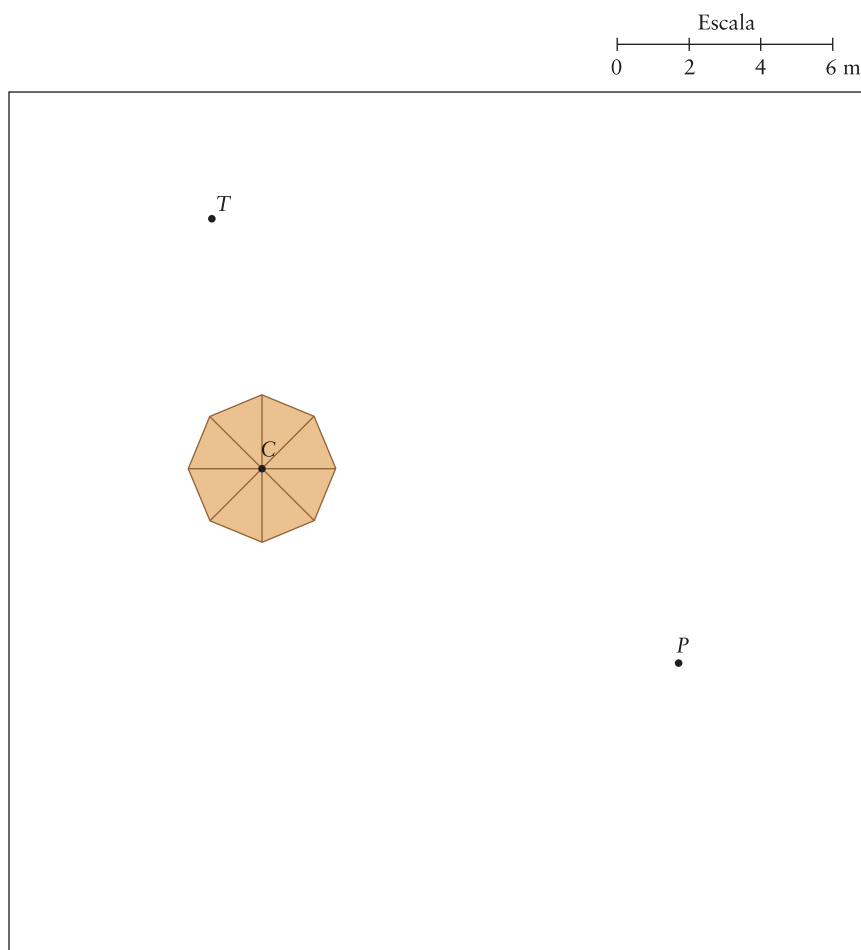


Fig. 8

Desenha a lápis, na Figura 8, uma construção geométrica rigorosa que te permita assinalar, no esquema, os pontos correspondentes às localizações dos centros das bancas onde vão trabalhar a Catarina e o João.

Assinala esses pontos com as letras A e B .

Nota – Não apagues as linhas auxiliares.

Sugestão de Resolução

1.
 Número de casos possíveis: 6
 Número de casos favoráveis: 1
 Resposta: $\frac{1}{6}$.

2. $\frac{1}{25} = \frac{10}{250}$ A Alice comprou 10 rifas.

3. $\frac{10 \times 3 + 16 + 20 + 25}{13} = \frac{30 + 16 + 20 + 25}{13} = 7$

Resposta: 7.

4. • Comprou um número par de rebuçados (2 a 2, não sobrou nenhum).

Comprou um múltiplo de cinco (5 a 5, não sobrou nenhum).

Logo, o número termina em zero, por ser múltiplo de 2 e 5.

• Vamos procurar o algoritmo das dezenas de modo a que o número dividido por 3 dê resto 2. Esse algoritmo pode ser 7, 8 ou 9, uma vez que o número pedido é superior a 60.

Será 70?

$70 : 3 = 23 \times 3 + 1$

Não é 70. O resto da divisão de 70 por 3 é 1.

Vejamos se é 80.

$80 : 3 = 26 \times 3 + 2$

A resposta está encontrada: o menor número de rebuçados que a Beatriz pode ter comprado é 80.

5. $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{2,5} = 1,58\ldots$ ← dízima infinita não periódica

$\sqrt{0,25} = 0,5$; $\sqrt{0,0025} = 0,05$

Um número irracional é representado por uma dízima infinita não periódica.

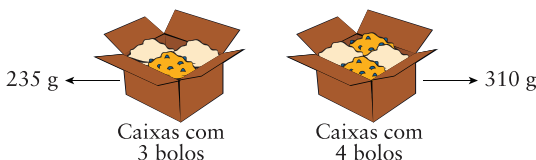
Resposta: $\sqrt{2,5}$.

6. $C =]-\infty, 3] \cap]1, +\infty[=]1, 3]$.



Resposta: $]1, 3]$.

7. 1.º processo (processo aritmético).



Uma caixa com 4 bolos tem a massa de 310 g.

Duas caixas, com três bolos cada uma, tem 470 g de massa: $470 : 2 = 235$.

Uma caixa com 3 bolos tem a massa de 235 g.

$310 - 235 = 75$ g

↳ Massa da caixa + 4 bolos
 ↳ Massa da caixa + 3 bolos

Logo, 75 g é a massa de um bolo.

$75 \times 3 = 225$ é a massa de três bolos.

$235 - 225 = 10$ g

↳ Massa de 3 bolos
 ↳ Massa da caixa + 3 bolos

Logo, 10 g é a massa da caixa vazia.

Resposta: A massa da caixa vazia é 10 g.

2.º processo (processo algébrico).

Sejam: c = massa da caixa

b = massa de um bolo

$\begin{cases} c + 4b = 310 \\ 2c + 6b = 470 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4b \\ 2(310 - 4b) + 6b = 470 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4b \\ 620 - 8b + 6b = 470 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4b \\ -2b = 470 - 620 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4b \\ -2b = -150 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4b \\ b = 75 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 310 - 4 \times 75 \\ b = 75 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 10 \\ b = 75 \end{cases}$

Resposta: A massa da caixa vazia é 10 g.

8. $\frac{1}{3} - \frac{2x}{1} < \frac{5}{3} + \frac{x}{2} \Leftrightarrow$
 (2) (6) (2) (3)

$\Leftrightarrow 2 - 12x < 10 + 3x \Leftrightarrow -12x - 3x < 10 - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -15x < 8 \Leftrightarrow 15x > -8$

$\Leftrightarrow x > -\frac{8}{15} \quad S = \left] -\frac{8}{15}, +\infty \right[$

9. $x(x-3) + 2x = 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1+5}{2} \vee x = \frac{1-5}{2} \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -2$

$S = \{-2, 3\}$.

10.

10.1 Da leitura do gráfico conclui-se que por 1 hora recebe 3 euros.

Como se trata de um gráfico de uma função de proporcionalidade directa, tem-se:

1 h — 3 €

6 h — 18 €

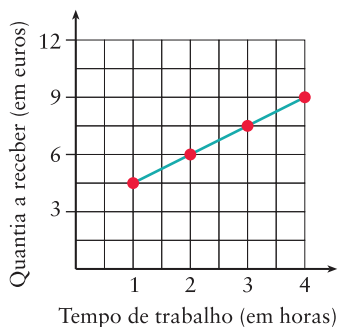
Resposta: Por seis horas de trabalho vai receber 18 euros.

10.2 O gráfico B corresponde ao Carlos, pois a imagem de 3 da função representada pelo gráfico A é 9 e a imagem de 3 pela função representada pelo gráfico B é 12.

Como $12 > 9$, o gráfico B corresponde ao Carlos.

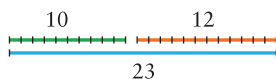
- 10.3 Pretendemos representar graficamente a função f , definida por

$$f(x) = 3 + 1,5x, \quad 1 \leq x \leq 4.$$



$$f(1) = 4,5 \quad f(2) = 6 \quad f(3) = 7,5 \quad f(4) = 9$$

11. 10 cm; 12 cm e 23 cm.



Não é possível. $10 + 12 < 23$.

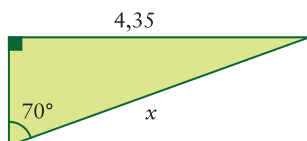
Em qualquer triângulo a soma dos comprimentos de dois lados é maior do que o comprimento do terceiro lado.

- 12.

12.1 $2 \times 70^\circ = 140^\circ$.

12.2 O retângulo tem dois eixos de simetria.

- 12.3



$$\sin 70^\circ = \frac{4,35}{x} \Leftrightarrow x \times \sin 70^\circ = 4,35 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4,35}{\sin 70^\circ} \Leftrightarrow x = \frac{4,35}{0,9397} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 4,6291\dots$$

Resposta: $x = 4,63$ cm.

- 13.

13.1 Estritamente paralela.

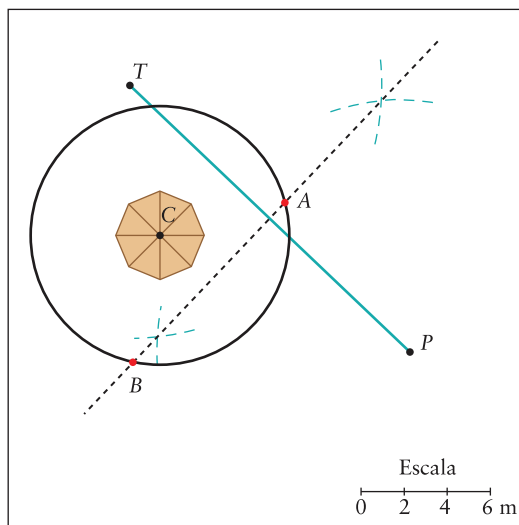
13.2 Volume do prisma: $(13 \times 13 \times 19) \text{ cm}^3 = 3211 \text{ cm}^3$

Volume da pirâmide: $\frac{1}{3} (13 \times 13 \times 6) \text{ cm}^3 = 338 \text{ cm}^3$

$$3211 + 338 = 3549$$

Resposta: 3549 cm^3 .

14. (redução de 60%)



1.º De acordo com a escala, desenha-se uma circunferência de centro C e com 6 m de raio.

2.º Desenha-se a mediatriz do segmento de recta definido pelos pontos P e T .

3.º Assinalam-se os pontos A e B .