

Exame Nacional de 2010 – 2.ª chamada

Cotações

5

1. Pediu-se a 210 pessoas, cada uma delas dona de um cão e de um gato, que respondessem à seguinte questão:

«Como classifica a relação entre o seu cão e o seu gato?»

Havia três opções de resposta: «Boa», «Indiferente» e «Agressiva».

A Tabela 1 apresenta os totais de cada uma das opções de resposta.

Tabela 1

Relação entre o cão e o gato	Boa	Indiferente	Agressiva
Totais	140	50	20

Escolhida ao acaso uma das pessoas entrevistadas, qual é a probabilidade de essa pessoa ter respondido que a relação entre o seu cão e o seu gato é boa?

Escreve a tua resposta na forma de fracção irredutível.

Resposta: _____

2. Um tratador de animais de um jardim zoológico é responsável pela limpeza de três jaulas: a de um tigre, a de uma pantera e a de um leopardo.

5

O tratador tem de lavar a jaula de cada um destes animais uma vez por dia.

De quantas maneiras diferentes pode o tratador realizar a sequência da lavagem das três jaulas?

Assinala a opção correcta.

☐ 2

☐ 3

☐ 4

☐ 6

3. Registou-se o número de macacos de um jardim zoológico, com 5, 6, 7 e 8 anos de idade.

5

A Tabela 2, onde não está indicado o número de macacos com 7 anos de idade, foi construída com base nesse registo.

Tabela 2

Idade dos macacos (em anos)	5	6	7	8
Número de macacos	3	4	...	2

A mediana das idades destes animais é 6,5.

Determina o número de macacos com 7 anos de idade.

Mostra como chegaste à tua resposta.

Exame Nacional de 2010 – 2.ª chamada

Cotações

5

4. Qual das opções seguintes apresenta dois números irracionais?

Assinala a opção correcta.

☐ $\sqrt[3]{8} ; \pi$

☐ $\sqrt[3]{8} ; \sqrt[3]{27}$

☐ $\sqrt{3} ; \sqrt[3]{27}$

☐ $\sqrt{3} ; \pi$

5. Uma loja de um jardim zoológico oferece, diariamente, à Liga dos Animais do Zoo, 6% do seu lucro. 5

No final de um certo dia, a Liga dos Animais do Zoo recebeu 15 euros dessa loja.

Qual foi o lucro da loja nesse dia?

Assinala a opção correcta.

☐ 50 euros

☐ 90 euros

☐ 250 euros

☐ 350 euros

6. Escreve, na forma de uma fracção, em que o numerador e o denominador sejam números naturais, um número, x , que verifique a condição seguinte: 5

$$\sqrt{5} < x < 2,5$$

Resposta: _____

7. Considera o sistema seguinte: 5

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$$

Qual dos pares ordenados (x, y) seguintes é solução do sistema?

Assinala a opção correcta.

☐ $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

☐ $(0, 1)$

☐ $(0, 4)$

☐ $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

8. Administrou-se um medicamento a um chimpanzé doente.

Uma hora depois, mediu-se a massa, em miligramas, de medicamento existente no sangue do chimpanzé. Repetiu-se, de meia em meia hora, essa medição.

Cada um dos pontos representados no referencial da Figura 1 corresponde a uma medição.

Observando esses pontos, podemos saber a massa, m , em miligramas, de medicamento existente no sangue do chimpanzé, em cada um dos instantes em que as medições foram feitas.

No referencial, t designa o tempo, em horas, decorrido desde o instante em que se administrou o medicamento.

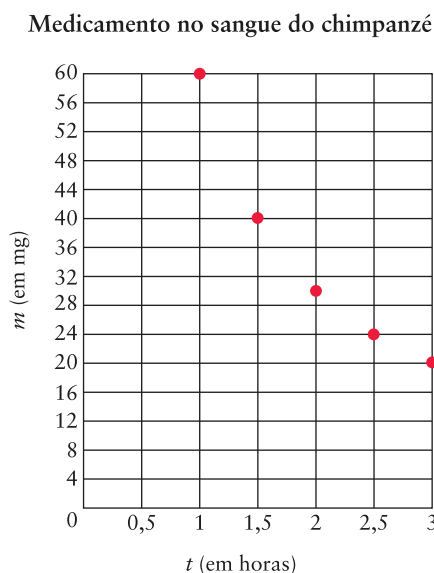


Fig. 1

- 8.1. Qual é a massa, em miligramas, de medicamento no sangue do chimpanzé uma hora e meia depois da sua administração? 5

Resposta: _____

- 8.2. Tal como os valores obtidos nas medições sugerem, tem-se que, para $1 \leq t \leq 3$, a massa de medicamento existente no sangue do chimpanzé e o tempo são grandezas inversamente proporcionais. 5

Qual é, nestas condições, a constante de proporcionalidade?

Resposta: _____

- 8.3. Qual das expressões seguintes relaciona, para $1 \leq t \leq 3$, as variáveis m e t ? 5

Assinala a opção correcta.

☐ $m = \frac{60}{t}$

☐ $m = \frac{120}{t}$

☐ $m = 60t$

☐ $m = 120t$

9. Resolve a equação seguinte:

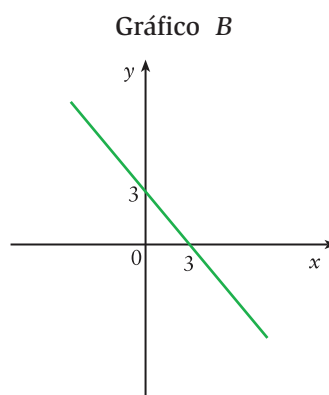
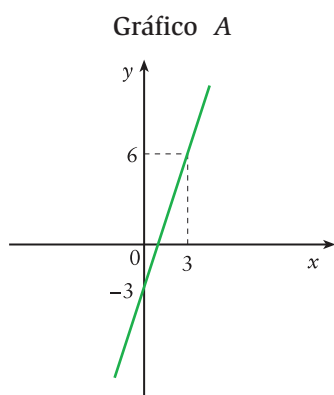
$$x(-2x - 3) = 1$$

Apresenta os cálculos que efectuaste.

10. Considera a função definida por $f(x) = x + 3$.

Nem o gráfico A nem o gráfico B representam a função f .

Apresenta uma razão que te permita garantir que o gráfico A não representa a função f e uma razão que te permita garantir que o gráfico B não representa a função f .



11. Relativamente à Figura 2, sabe-se que:

- $[ACEG]$ é um quadrado de lado 4 e centro O ;
- os pontos B , D , F e H são os pontos médios dos lados do quadrado $[ACEG]$;
- os vértices do quadrado $[ACEG]$ são os centros das circunferências representadas na figura;
- o raio de cada uma das circunferências é 2;
- o ponto I pertence à circunferência de centro no ponto A ;
- o ponto A pertence ao segmento de recta $[IO]$.

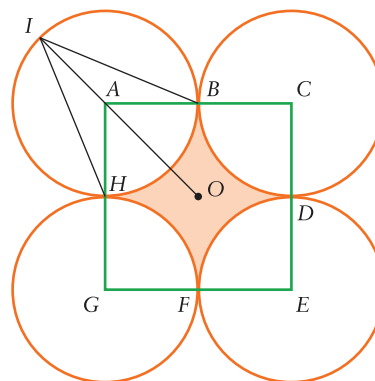


Fig. 2

- 11.1. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo BIH ?

Resposta: _____

- 11.2. Determina a área da região sombreada.

Apresenta os cálculos que efectuaste.

Escreve o resultado arredondado às décimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

11.3. Determina o comprimento de $[IO]$.

Apresenta os cálculos que efectuaste.

Escreve o resultado arredondado às décimas.

Nota – Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

12. Na Figura 3, podes observar um comedouro de um camelo.

A Figura 4 representa um modelo geométrico desse comedouro. Este modelo não está desenhado à escala.

Relativamente à Figura 4, sabe-se que:

- $[ABCDI]$ é uma pirâmide recta de base rectangular;
- $[ABCDEFGH]$ é um tronco de pirâmide de bases rectangulares e paralelas.



Fig. 3

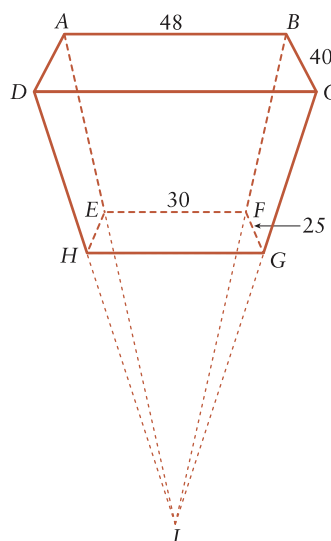


Fig. 4

12.1. Qual é a posição da recta AI relativamente ao plano EFG ?

5

Assinala a opção correcta.

☐ Concorrente perpendicular

☐ Concorrente oblíqua

☐ Estritamente paralela

☐ Contida no plano

12.2. Determina o volume, em cm^3 , do tronco de pirâmide representado na Figura 4, sabendo que:

6

• $\overline{AB} = 48 \text{ cm}$, $\overline{BC} = 40 \text{ cm}$, $\overline{EF} = 30 \text{ cm}$ e $\overline{FG} = 25 \text{ cm}$

• a altura da pirâmide $[ABCDI]$ é 80 cm e a altura do tronco de pirâmide é 30 cm .

Apresenta os cálculos que efectuaste.

Nota – Nos cálculos intermédios utiliza sempre valores exactos.

12.3. A Figura 5 mostra um comedouro de um camelo.

Imaginou-se um triângulo rectângulo $[ABC]$, em que o cateto $[AB]$ representa o suporte do comedouro e o cateto $[BC]$ representa a sombra desse suporte.

A Figura 6 é um esquema desse triângulo. O esquema não está desenhado à escala.

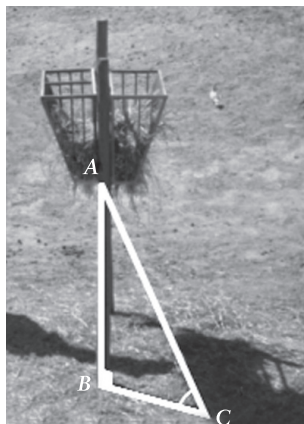


Fig. 5

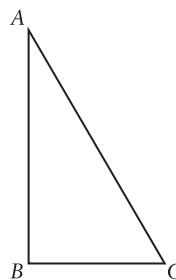


Fig. 6

Sabe-se que: $\overline{AB} = 1,26 \text{ m}$ e $\overline{BC} = 0,6 \text{ m}$.

Qual é a amplitude, em graus, do ângulo ACB ?

Escreve o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

13. A Figura 7 representa um mapa de um jardim zoológico onde estão assinalados os locais de residência de alguns animais.

6

O jardim zoológico vai receber um casal de coalas.

O local de residência dos coalas, no jardim zoológico, verifica as duas condições seguintes:

- fica à mesma distância da Árvore das Aves Exóticas e do Lago das Focas;
- a sua distância à Aldeia dos Macacos é igual à distância entre o Reptilário e a Encosta dos Felinos.

Desenha a lápis, no mapa da Figura 7, uma construção geométrica que te permita assinalar o ponto correspondente ao local de residência dos coalas.

Assinala esse ponto com a letra C.

Nota – Não apagues as linhas auxiliares.



Fig. 7

Sugestão de Resolução

1. Casos possíveis: $140 + 50 + 20 = 210$

Casos favoráveis: 140

$$\frac{140}{210} = \frac{14}{21} = \frac{2}{3}$$

Resposta: $\frac{2}{3}$.

2. Tigre (T) Pantera (P) Leopardo (L)

TPL TLP PTL PLT LTP LPT

Resposta: 6.

3. Se a mediana é 6,5 é porque os dois valores centrais eram 6 e 7.

1.º passo: 5 5 5 6 6 6 6 7 8 8

Escreve-se a lista dos dados conhecidos

2.º passo: 5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8

Completa-se a lista de modo que 6 e 7 sejam os dois valores centrais da lista de dados.

Resposta: Cinco macacos.

4. $\sqrt[3]{8} = 2$; π .

Um número racional e um número irracional.

$$\sqrt[3]{8} = 2; \sqrt[3]{27} = 3.$$

Dois números racionais.

$$\sqrt{3} = 2; \sqrt[3]{27} = 3.$$

$\sqrt{3}$ é irracional e $\sqrt[3]{27}$ é racional.

$$\sqrt{3}; \pi.$$

Dois números irracionais.

Resposta: $\sqrt{3}$; π

5. 6% do lucro é igual a 15 euros.

$$\frac{6}{100} = \frac{60}{1000}$$

1.º processo

Seja x o lucro. $6\% = 0,06$

$$0,06x = 15 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 15 : 0,06 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 250$$

Resposta: 250 euros.

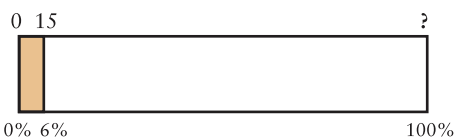
2.º processo

$$6\% \text{ — } 15$$

$$100\% \text{ — } x \quad x = \frac{15 \times 100}{6} \Leftrightarrow x = 250$$

Resposta: 250 euros.

3.º processo



$\frac{6}{100}$ do todo são 15 euros.

$\frac{1}{100}$ do todo são $\frac{15}{6}$ euros.

O todo é $\left(100 \times \frac{15}{6}\right)$ euros = $\frac{100 \times 15}{6} = 250$ euros.

6. $\sqrt{5}$ 2,5

Por exemplo: $2,3 = \frac{23}{10}$.

Resposta: Por exemplo: $\frac{23}{10}$.

7.
$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 4x + \frac{y}{2} = 2 \end{cases}$$

1.º processo Resolver o sistema:

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 8x + y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 8x + 1 - 2x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - 2x \\ 6x = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Resposta: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

2.º processo Substituir (x, y) por $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$:

$$\begin{cases} 2 \times \frac{1}{2} + 0 = 1 \\ 4 \times \frac{1}{2} + \frac{0}{2} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ 2 = 2 \end{cases} \text{ Afirmações verdadeiras.}$$

Resposta: $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

- 8.

8.1 Resposta: 40 mg.

8.2 $1 \rightarrow 60$

A imagem do objecto 1 é 60, logo:

$$m \times t = 60 \Leftrightarrow m = \frac{60}{t}$$

A constante é 60.

8.3 Resposta: $m = \frac{60}{t}$.

9. $x(-2x - 3) = 1 \Leftrightarrow -2x^2 - 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x = \frac{+3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-2) \times (-1)}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{3 \pm 1}{-4} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = -\frac{1}{2}$$

Resposta: C.S. = $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$.

10. $f(x) = x + 3$

Gráfico A

A imagem de 3 é 6; $f(3) = 3 + 3 = 6$

A imagem de 0 é -3; $f(0) = 0 + 3 = 3$

Pela função f , a imagem de 0 é 3.

No gráfico A, a imagem de 0 é -3.

Portanto, o gráfico A não corresponde ao gráfico da função f .

Gráfico B

A imagem de 3 é 0 e $f(3) = 6$.

Portanto, o gráfico B não corresponde ao gráfico de função f .

11.

11.1 Consideremos o ângulo BIH como sendo o ângulo HIB .

Este ângulo é um ângulo inscrito na circunferência de centro A .

O arco HB tem de amplitude $\frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$.

Logo, a amplitude do ângulo HIB é 45° . ($90 : 2 = 45$).

11.2 Trata-se da área do quadrado $[ACEG]$ menos a área de um círculo.

Área do quadrado $= 4^2 = 16$

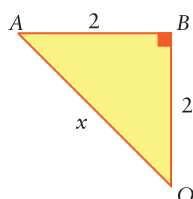
Área do círculo $= \pi \times 2^2 = 4\pi$

Considerando $\pi = 3,141\,59$, vem

$16 - 4\pi = 16 - 4 \times 3,141\,59 = 3,433\,64$

Resposta: $3,4\text{ cm}^2$.

11.3 $\overline{IO} = \overline{IA} + \overline{AO}$



$$x^2 = 2^2 + 2^2$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{IO} = 2 + 2\sqrt{2} \approx 4,8\text{ cm}$$

Resposta: $4,8\text{ cm}$.

12.

12.1 Concorrente oblíqua.

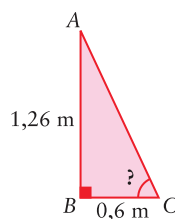
12.2 Volume da pirâmide $[ABCDI] = \frac{1}{3} \times 48 \times 40 \times 80 = 51\,200$

Volume da pirâmide $[EHGFI] = \frac{1}{3} \times 30 \times 25 \times 50 = 12\,500$

Volume pedido $\rightarrow 51\,200 - 12\,500 = 38\,700$.

Resposta: $38\,700\text{ cm}^3$.

12.3

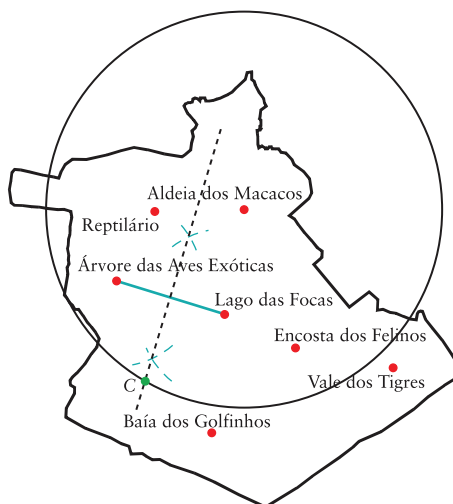


$$\tan \hat{ACB} = \frac{1,26}{0,6} = 2,1$$

Na tabela, o valor mais próximo de 2,1 é 2,1445.

Resposta: 65° .

13.



- desenhar a mediatriz do segmento de recta de extremos nos pontos correspondentes à Árvore das Aves Exóticas e ao Lago das Focas;
- desenhar a circunferência (ou arco de circunferência contido no interior do mapa) de centro no ponto correspondente à Aldeia dos Macacos e raio igual à distância entre os pontos correspondentes ao Reptilário e à Encosta dos Felinos;
- assinalar o ponto de intersecção da mediatriz com a circunferência situado dentro do mapa.