

Exame Nacional de 2011 – 1.ª chamada

Cotações

4

1. Um saco contém bolas indistinguíveis ao tacto.

Em cada uma das bolas está inscrito um número.

A tabela seguinte apresenta a distribuição dos números inscritos nas bolas que se encontram no saco.

N.º inscrito na bola	1	2	3	4	5	6
N.º de bolas	3	3	1	2	1	3

A Ana tira, ao acaso, uma bola do saco.

Qual é a probabilidade de nessa bola estar inscrito um número par superior a 3 ?

Resposta: _____

2. Uma certa turma do 9.º ano é constituída por rapazes e por raparigas.

5

Nessa turma há seis raparigas.

Sabe-se que, escolhendo ao acaso um dos alunos da turma, a probabilidade de esse aluno ser rapaz é $\frac{2}{3}$.

Quantos rapazes há nessa turma?

Assinala a opção correcta.

☐ 6

☐ 9

☐ 12

☐ 15

3. A Beatriz tem quatro irmãos.

6

A média das alturas dos quatro irmãos da Beatriz é 1,25 metros.

A altura da Beatriz é 1,23 metros.

Qual é, em metros, a média das alturas dos cinco irmãos?

Mostra como chegaste à tua resposta.

4. Considera o conjunto $A = [-\sqrt{5}, 1[$.

4

Escreve **todos** os números pertencentes ao conjunto $A \cap \mathbb{Z}$.

($\mathbb{Z}$ designa o conjunto dos números inteiros relativos.)

Resposta: _____

5. Seja a um número natural.

5

Qual das expressões seguintes é equivalente a a^6 ?

Assinala a opção correcta.

☐ $a^4 + a^2$

☐ $a^8 - a^2$

☐ $a^4 \times a^2$

☐ $a^{12} : a^2$

6. Quando ia para a escola, a Catarina encontrou uma caixa de fósforos.

A Catarina verificou que a caixa continha menos de cinquenta fósforos.

Num intervalo das aulas, a Catarina entreteve-se a construir figuras geométricas com os fósforos da caixa e verificou que:

- quando os separou em grupos de três, para construir triângulos, não sobrou qualquer fósforo;
- quando os separou em grupos de cinco, para construir pentágonos, também não sobrou qualquer fósforo;
- quando os separou em grupos de quatro, para construir quadrados, sobrou um fósforo.

Quantos fósforos continha a caixa quando a Catarina a encontrou?

Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Qual das expressões seguintes é equivalente a $(x - 1)^2 - x^2$?

Assinala a opção correcta.

☐ $- 1$

☐ 1

☐ $- 2x - 1$

☐ $- 2x + 1$

8. Na Figura 1, está representado um aquário que tem a forma de um paralelepípedo.

Tal como a figura ilustra, o aquário tem uma régua numa das suas arestas e está dividido por uma placa, até metade da sua altura.

Num determinado instante, uma torneira começa a deitar água no aquário, como se mostra na figura.

A quantidade de água que sai da torneira, por unidade de tempo, é constante.

O aquário está inicialmente vazio e o processo termina quando o aquário fica cheio de água.

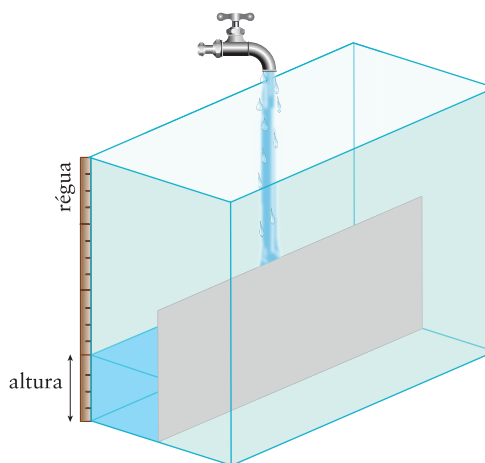


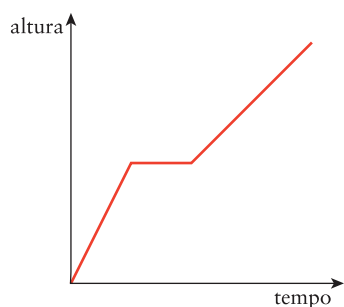
Fig. 1

Em qual dos gráficos seguintes pode estar representada a relação entre o tempo decorrido desde que a torneira começou a deitar água e a altura que a água atinge na régua?

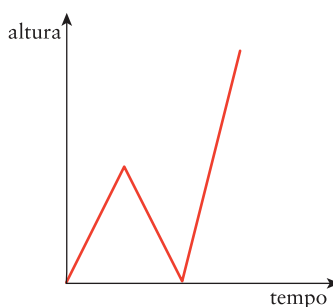
Exame Nacional de 2011 – 1.ª chamada

Cotações

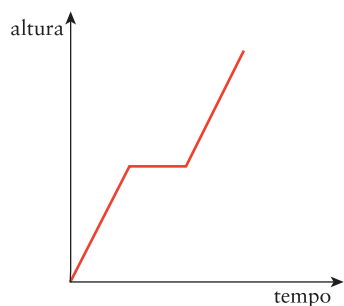
Assinala a opção correcta.



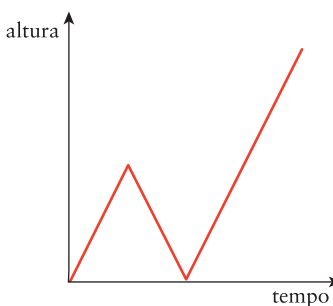
☐ Gráfico A



☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D

9. O Daniel vai abastecer o depósito do seu automóvel.

Admite que o número, L , de litros de gasolina que o Daniel introduz no depósito em t minutos é dado por $L = 33t$.

- 9.1. O depósito do automóvel do Daniel tem 71 litros de capacidade.

4

Quando o Daniel vai abastecer o depósito, o computador de bordo indica que o depósito ainda tem 5 litros de gasolina.

Quantos minutos vai demorar o Daniel a encher o depósito, se nunca interromper o abastecimento?

Resposta: _____

- 9.2. A relação entre L e t é uma relação de proporcionalidade directa, sendo 33 a constante de proporcionalidade.

6

Explica o significado desta constante, no contexto do problema.

10. Resolve a equação seguinte.

6

$$x(x - 1) + 2x = 6 - 4x^2$$

Apresenta os cálculos que efectuares.

11. Considera o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} \frac{x+y}{3} = 1 \\ x+3y = 8 \end{cases}$$

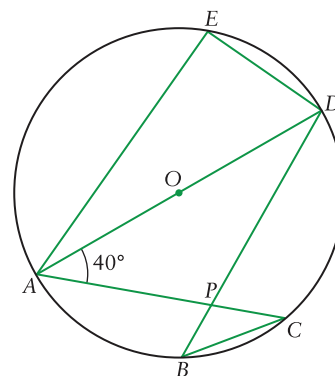
Qual é o par ordenado (x, y) que é solução deste sistema?

Apresenta os cálculos que efectuares.

12. Na Figura 2, está representada uma circunferência de centro no ponto O .

Sabe-se que:

- os pontos A, B, C, D e E pertencem à circunferência;
- $[AD]$ é um diâmetro da circunferência;
- o ponto P é o ponto de intersecção dos segmentos de recta $[AC]$ e $[BD]$;
- $\widehat{CAD} = 40^\circ$.



A figura não está desenhada à escala.

- 12.1. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

5

Assinala a opção correcta.

- ☐ O ponto O pertence à mediatriz do segmento $[AP]$.
- ☐ O ponto O pertence à mediatriz do segmento $[BC]$.
- ☐ O ponto B pertence à mediatriz do segmento $[BC]$.
- ☐ O ponto B pertence à mediatriz do segmento $[AP]$.

- 12.2. Qual é a amplitude, em graus, do arco AC ?

6

Mostra como chegaste à tua resposta.

12.3. Relativamente ao triângulo rectângulo $[AED]$, admite que:

- $\overline{AE} = 6,8$ cm
- $\overline{DE} = 3,2$ cm

Determina o perímetro da circunferência representada na Figura 2.

Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

13. A Figura 3 é uma fotografia de uma choupana.

6

A Figura 4 representa um modelo geométrico dessa choupana. O modelo não está desenhado à escala.



Fig. 3

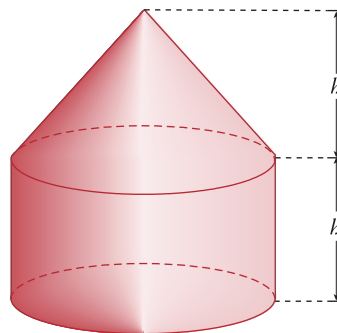


Fig. 4

O modelo representado na Figura 4 é um sólido que pode ser decomposto num cilindro e num cone.

Sabe-se ainda que:

- a base superior do cilindro coincide com a base do cone;
- a altura do cilindro é igual à altura do cone;
- a área da base do cilindro é 12 m^2 ;
- o volume total do sólido é 34 m^3 .

Determina a altura do cilindro.

Apresenta o resultado em metros, na forma de dízima.

Apresenta os cálculos que efectuares.

14. Na Figura 5, estão representados um paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e uma pirâmide $[HDPC]$, sendo P um ponto de $[AB]$.

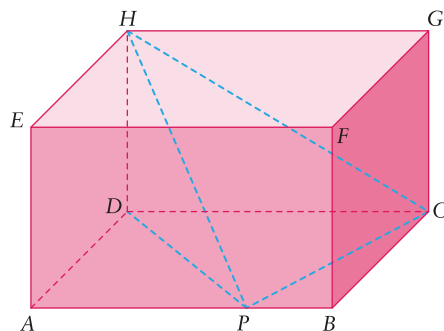


Fig. 5

- 14.1. Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

5

Assinala a opção correcta.

- ☐ As rectas DP e BC são concorrentes.
- ☐ As rectas DP e BC são não coplanares.
- ☐ As rectas AB e HG são concorrentes.
- ☐ As rectas AB e HG são não coplanares.

- 14.2. Admite que:

6

- $\overline{DP} = 5 \text{ cm}$
- $\hat{DPH} = 32^\circ$

Determina a área do triângulo $[DPH]$.

Apresenta o resultado em cm^2 , arredondado às décimas.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

- 14.3. Admite agora que o volume da pirâmide $[HDPC]$ é igual a 10 cm^3 .

4

Qual é o volume, em cm^3 , do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$?

Resposta: _____

Sugestão de Resolução

1. Número de casos possíveis = 13 ($3 + 3 + 1 + 2 + 1 + 3 = 13$)

Número de casos favoráveis = 5 ($2 + 3 = 5$)

A probabilidade pedida é $\frac{5}{13}$.

2. A probabilidade de escolher um rapaz é

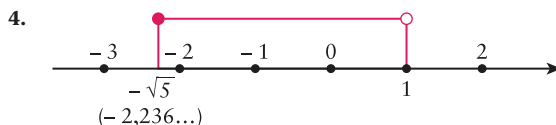
$$\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3} = 2 \times \frac{6}{18} = \frac{12}{18}.$$

Logo, a turma tem 12 rapazes.

Opção correcta: 12.

3. $\frac{1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,23}{5} = 1,246$

A média das alturas dos cinco irmãos é 1,246 metros.



Os números pedidos são: -2 , -1 e 0 .

5. Opção correcta: $a^4 \times a^2$.

6. Os múltiplos de 3 e de 5 são múltiplos de 15.

Múltiplos de 15 menores do que 50: 15, 30 e 45.

$$15 = 4 \times 3 + 3; 30 = 4 \times 7 + 2; 45 = 4 \times 11 + 1$$

A caixa continha 45 fósforos.

7. $(x-1)^2 - x^2 = x^2 - 2x + 1 - x^2 = -2x + 1$

Opção correcta: $-2x + 1$.

8. Opção correcta: gráfico A.

- 9.

9.1. $71 - 5 = 66$

$$33t = 66 \Leftrightarrow t = \frac{66}{33} \Leftrightarrow t = 2$$

O Daniel vai demorar 2 minutos a encher o depósito.

- 9.2. Significa que, ao abastecer, o Daniel introduz 33 litros de gasolina por minuto.

10. $x(x-1) + 2x = 6 - 4x^2 \Leftrightarrow x^2 - x + 2x = 6 - 4x^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 5x^2 + x - 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 5 \times (-6)}}{2 \times 5} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 - 11}{10} \vee x = \frac{-1 + 11}{10} \Leftrightarrow x = -\frac{6}{5} \vee x = 1$$

$$S = \left\{ -\frac{6}{5}, 1 \right\}$$

11. $\begin{cases} \frac{x+y}{3} = 1 \\ 2x+3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 3 \\ 2x+3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3-y \\ 2(3-y) + 3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3-y \\ 6-2y+3y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3-2 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

A solução do sistema é $(x, y) = (1, 2)$.

- 12.

- 12.1. Opção correcta: "O ponto O pertence à mediatriz do segmento $[BC]$ ".

- 12.2. O arco DC tem de amplitude 80° , porque é o arco correspondente a um ângulo inscrito de amplitude 40° . Como o arco AD tem de amplitude 180° e $180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$, a amplitude do arco AC é igual a 100° .

- 12.3. O perímetro da circunferência é dado por: $P = \pi d$, sendo d o diâmetro da circunferência.

$$d = \overline{AD} \text{ e } \overline{AD}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{DE}^2$$

$$d^2 = 6,8^2 + 3,2^2 \Leftrightarrow d^2 = 56,48$$

$$\text{Logo, } d = \sqrt{56,48} \text{ e } P = \pi \times \sqrt{56,48} \approx 23,6$$

O perímetro da circunferência é, aproximadamente, 23,6 cm.

13. $V_{\text{cilindro}} = \text{Área da base} \times \text{altura}$ e

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{altura}$$

$$V_{\text{sólido}} = 34 \Leftrightarrow 12 \times h + \frac{1}{3} \times 12 \times h = 34 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12h + 4h = 34 \Leftrightarrow 16h = 34 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{34}{16} \Leftrightarrow h = 2,125$$

O cilindro tem 2,125 metros de altura.

- 14.

- 14.1. As rectas DP e BC pertencem ao plano ABC e não são paralelas.

Opção correcta: "As rectas DP e BC são concorrentes."

- 14.2. O triângulo $[DHP]$ é rectângulo.

$$\text{tg}(32^\circ) = \frac{\overline{DH}}{5} \Leftrightarrow \overline{DH} = 5 \text{ tg}(32^\circ)$$

$$A_{\text{triângulo } [DPH]} = \frac{5 \times 5 \text{ tg}(32^\circ)}{2} \approx 7,8$$

A área do triângulo $[DPH]$ é, aproximadamente, 7,8 cm².

- 14.3. O volume de um prisma é igual ao triplo do volume de uma pirâmide com a mesma base e a mesma altura. Neste caso, a área da base do prisma é igual ao dobro da área da base da pirâmide.

$$\text{Logo, } V_{\text{prisma}} = 6 \times V_{\text{pirâmide}} = 6 \times 10 = 60.$$

O volume do paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ é 60 cm³.