

Exame Nacional de 2011 – 2.ª chamada

Cotações

1. A Beatriz e o Carlos abasteceram os seus carros de gasolina.

A determinada altura, o Carlos interrompeu o abastecimento para verificar quanto dinheiro trazia na carteira. Em seguida, retomou o abastecimento.

Na Figura 1, estão representadas graficamente duas funções que dão o número de litros de gasolina introduzida por cada um no depósito do seu carro, t segundos depois de ter iniciado o respectivo abastecimento.

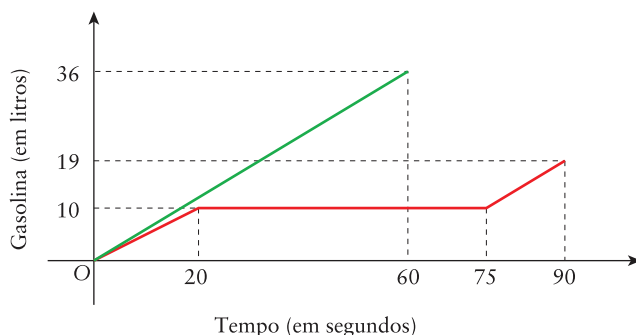


Fig. 1

- 1.1. Uma das funções representadas graficamente na Figura 1 é uma função de proporcionalidade directa. 4

Qual é a constante de proporcionalidade dessa função?

Resposta: _____

- 1.2. Determina quanto pagou o Carlos no final do abastecimento, sabendo que o preço de cada litro de gasolina é 1,480 euros e que beneficiou de um desconto de 5%. 6

Apresenta o resultado em euros, com duas casas decimais.

Mostra como chegaste à tua resposta.

2. Resolve a inequação seguinte. 6

$$\frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}(x - 3)$$

Apresenta o conjunto-solução na forma de um intervalo de números reais.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2011 – 2.ª chamada

Cotações

6

3. Resolve a equação seguinte.

$$(x + 3)^2 - 3 = 2x^2 + x$$

Apresenta os cálculos que efectuares.

4. Em cada uma das opções seguintes está uma tabela que relaciona os valores de duas grandezas, a e b .

5

Qual das tabelas seguintes traduz uma relação de proporcionalidade inversa entre as grandezas a e b ?

Assinala a opção correcta.

☐ Tabela A

a	5	10	15	20
b	10	20	30	40

☐ Tabela B

a	5	10	15	20
b	25	20	15	10

☐ Tabela C

a	5	10	15	20
b	6	3	2	1,5

☐ Tabela D

a	5	10	15	20
b	10	10	10	10

5. Considera o sistema de equações $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x = 1 - y \end{cases}$.

5

Em qual das opções seguintes está um sistema equivalente a este sistema?

Assinala a opção correcta.

☐ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

☐ $\begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$

Exame Nacional de 2011 – 2.ª chamada

Cotações

6. Na Figura 2, estão representados os três primeiros termos de uma sequência de conjuntos de bolas que segue a lei de formação sugerida na figura.

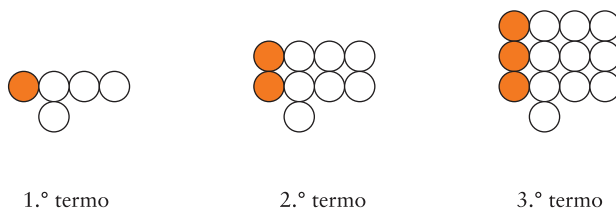


Fig. 2

- 6.1. Quantas bolas são necessárias para construir o 7.º termo da sequência?

4

Resposta: _____

- 6.2. Quantas bolas brancas tem o termo da sequência que tem um total de 493 bolas?

6

Mostra como chegaste à tua resposta.

7. Qual é o menor número inteiro que pertence ao intervalo $[-\pi, 0]$?

5

Assinala a opção correcta.

☐ - 4

☐ $-\pi$

☐ - 3

☐ 0

8. Considera todos os números naturais de 1 a 50 .

4

Escolhe-se, ao acaso, um desses números.

Qual é a probabilidade de o número escolhido ser simultaneamente divisível por 2 , por 3 e por 5 ?

Resposta: _____

9. Foi realizado um questionário acerca do número de livros que cada um dos alunos de uma turma tinha lido nas férias. Todos os alunos da turma responderam ao questionário.

O professor de Matemática pediu ao António que construísse um gráfico de barras relativo aos resultados do questionário.

Na Figura 3, está o gráfico construído pelo António.

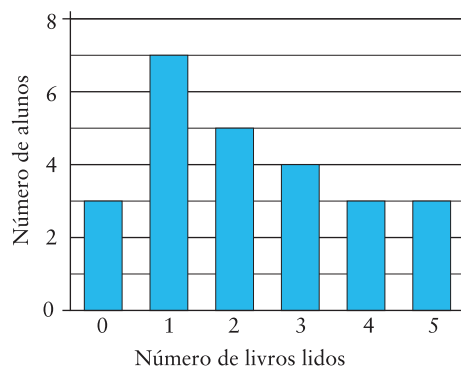


Fig. 3

9.1. Quantos livros leu, em média, cada aluno dessa turma, de acordo com os dados apresentados no gráfico?

6

Mostra como chegaste à tua resposta.

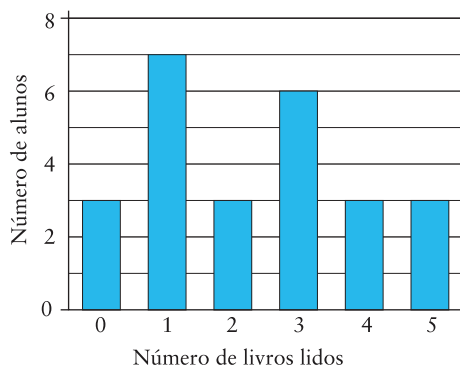
9.2. O gráfico que o António construiu não está de acordo com os dados recolhidos, pois alguns dos alunos que ele considerou como tendo lido dois livros tinham, na realidade, lido três livros.

5

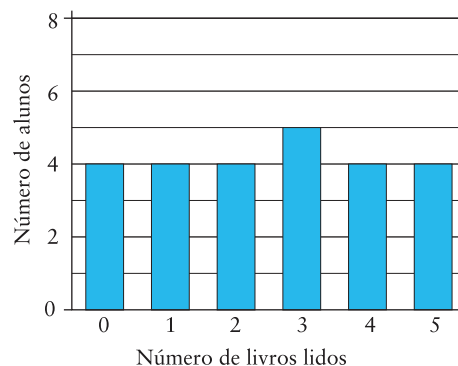
Qual dos seguintes gráficos pode traduzir correctamente os resultados do questionário, sabendo que a mediana do número de livros lidos nas férias pelos alunos da turma é igual a 3?

Assinala a opção correcta.

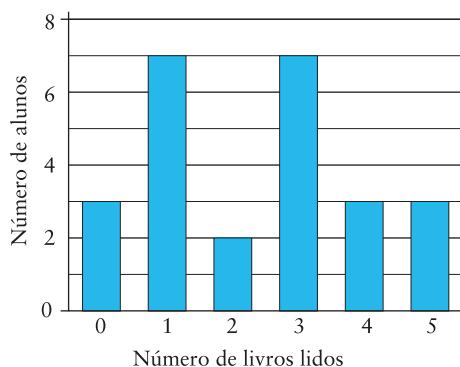
☐ Gráfico A



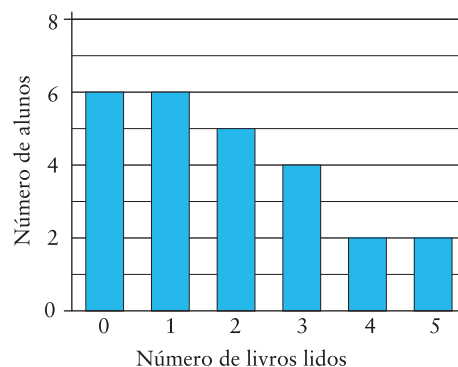
☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D



10. A Figura 4 é uma fotografia de uma casa típica da ilha da Madeira.

A Figura 5 representa um modelo geométrico dessa casa. O modelo não está desenhado à escala.



Fig. 4

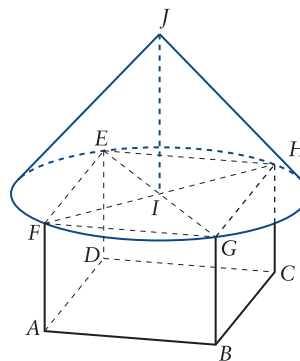


Fig. 5

O modelo representado na Figura 5 é um sólido que pode ser decomposto num prisma quadrangular regular $[ABCDEFGH]$ e num cone de vértice J .

Sabe-se ainda que:

- o quadrado $[EFGH]$, base superior do prisma, está inscrito na base do cone;
- o diâmetro da base do cone é igual à diagonal das bases do prisma;
- $\overline{AB} = 4 \text{ m}$;
- $\overline{IJ} = 3 \text{ m}$;
- o volume total do sólido é 57 m^3 .

Determina a altura do prisma.

Apresenta o resultado em metros, arredondado às unidades.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

11. Na Figura 6, está representada uma circunferência.

A figura não está desenhada à escala.

Sabe-se que:

- os pontos A , B , C e D pertencem à circunferência;
- o ponto P é o ponto de intersecção das cordas $[AC]$ e $[BD]$;
- a amplitude do arco BC é 80° ;
- a amplitude do ângulo DPC é 85° .

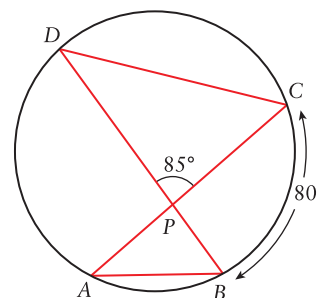


Fig. 6

11.1. Determina a amplitude, em graus, do ângulo DBA .

Apresenta os cálculos que efectuares.

Exame Nacional de 2011 – 2.ª chamada

Cotações

5

11.2. Os triângulos $[ABP]$ e $[DCP]$ são semelhantes. Admite que:

- $\overline{DP} = 2 \overline{AP}$;
- a área do triângulo $[ABP]$ é 6 cm^2 .

Qual é a área, em cm^2 , do triângulo $[DCP]$? Assinala a opção correcta.

☐ 12

☐ 18

☐ 24

☐ 30

12. Na Figura 7, está representado o prisma triangular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- o quadrilátero $[BCDE]$ é um quadrado;
- o triângulo $[ABC]$ é rectângulo em A .

12.1. Usa as letras da figura para identificares duas rectas que sejam concorrentes não perpendiculares.

Resposta: _____

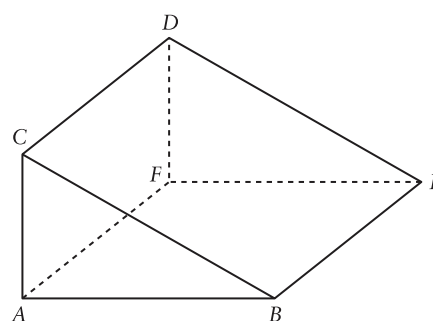
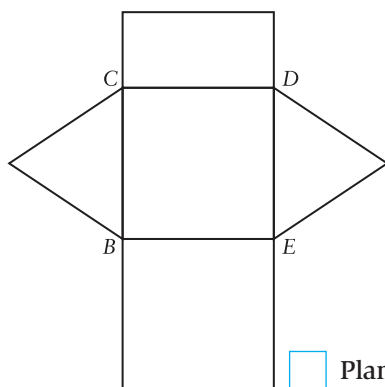


Fig. 7

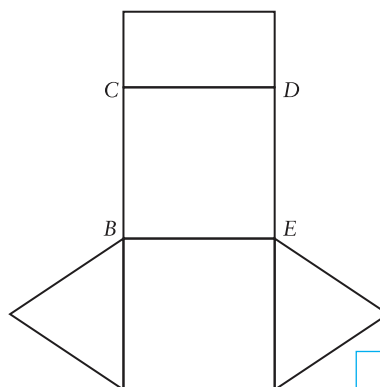
4

12.2. Qual das opções seguintes apresenta uma planificação reduzida do prisma $[ABCDEF]$? Assinala a opção correcta.

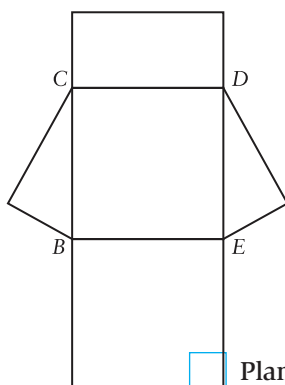
5



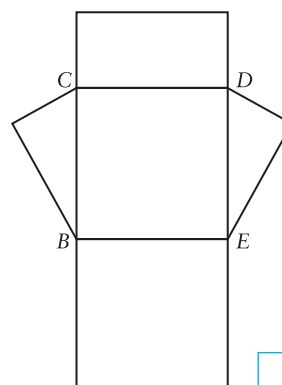
☐ Planificação A



☐ Planificação B



☐ Planificação C



☐ Planificação D

12.3. Admite agora que:

- $\hat{CBA} = 30^\circ$;
- $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$.

Determina a área do triângulo $[ABC]$.

Apresenta o resultado em cm^2 , arredondado às unidades.

Apresenta os cálculos que efectuares.

Nota – Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

13. A Figura 8 representa um mapa de uma zona onde vai ser instalada uma estação de recolha de lixo.

6

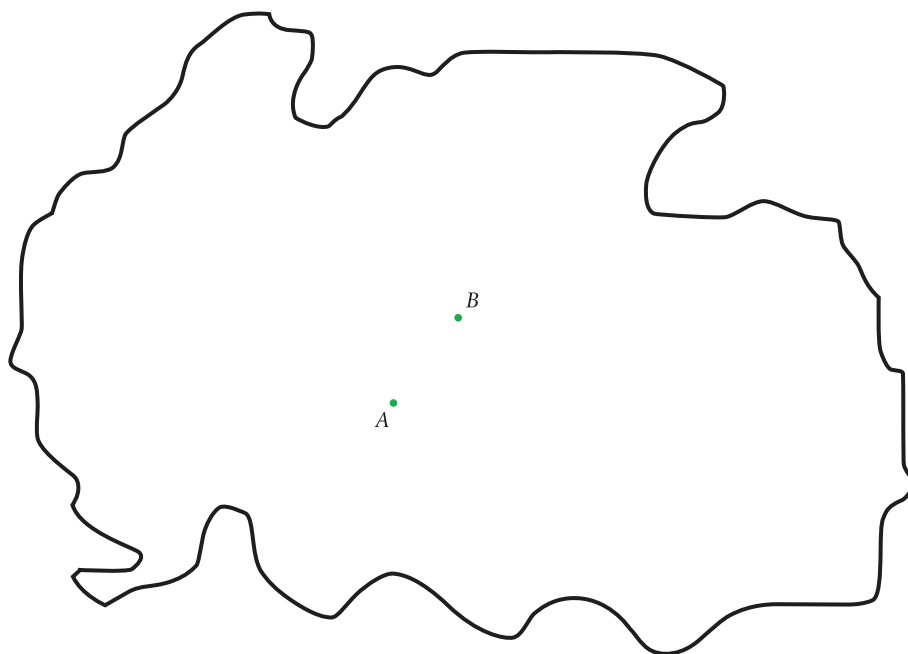


Fig. 8

Na figura, os pontos A e B representam duas localidades que distam 5 km uma da outra.

A referida estação vai ser instalada num local que deve obedecer às seguintes condições:

- ficar à mesma distância das duas localidades;
- ficar a mais de 10 km de cada uma das localidades.

Desenha a lápis, no mapa da Figura 8, uma construção geométrica rigorosa que te permita assinalar o conjunto dos pontos correspondentes aos locais onde pode ser instalada a estação de recolha de lixo.

Assinala no mapa, a caneta ou a esferográfica, esse conjunto de pontos.

Nota – Não apagues as linhas auxiliares.

Sugestão de Resolução

1.

$$1.1. \frac{36}{60} = \frac{3}{5} = 0,6$$

A constante de proporcionalidade pedida é $\frac{36}{60}$ ou $\frac{3}{5}$ ou 0,6.

$$1.2. 10 + 9 = 19; 19 \times 1,480 = 28,12;$$

$$28,12 \times 95\% = 26,714 \approx 26,71$$

O Carlos pagou 26,71 euros.

$$2. \frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}(x - 3) \Leftrightarrow \frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}x - \frac{15}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 24x - 40 \geq 25x - 75 \Leftrightarrow 24x - 25x \geq -75 + 40 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x \geq -35 \Leftrightarrow x \leq 35$$

$$S =]-\infty, 35]$$

$$3. (x + 3)^2 - 3 = 2x^2 + x \Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 - 3 = 2x^2 + x$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-1) \times (-6)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 - 7}{-2} \vee x = \frac{-5 + 7}{-2} \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -1$$

$$S = \{-1, 6\}$$

$$4. 5 \times 6 = 10 \times 3 = 15 \times 2 = 20 \times 1,5 = 30$$

Opção correcta: Tabela C.

$$5. \begin{cases} 1 - (-1) = 2 & V \\ 2 \times 1 = 1 - (-1) & V \end{cases}$$

Opção correcta: $\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}$

6.

$$6.1. 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, \dots$$

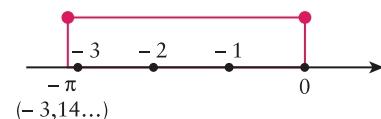
São necessárias 29 bolas.

$$6.2. 4n + 1 = 493 \Leftrightarrow 4n = 492 \Leftrightarrow n = 123$$

$$493 - 123 = 370$$

Tem 370 bolas brancas.

7.



Opção correcta: -3.

$$8. \text{Número de casos possíveis} = 50;$$

$$\text{Número de casos favoráveis} = 1 \quad (30);$$

A probabilidade pedida é $\frac{1}{50}$.

9.

$$9.1. \frac{3 \times 0 + 7 \times 1 + 5 \times 2 + 4 \times 3 + 3 \times 4 + 3 \times 5}{3 + 7 + 5 + 4 + 3 + 3} = \frac{56}{25} = 2,24$$

Cada aluno leu, em média, 2,24 livros nas férias.

$$9.2. \text{Opção correcta: Gráfico C.}$$

$$10. V_{\text{sólido}} = V_{\text{prisma}} + V_{\text{cone}}$$

$$\overline{EG}^2 = \overline{FG}^2 + \overline{GH}^2$$

$$\overline{EG}^2 = 4^2 + 4^2 \Leftrightarrow \overline{EG}^2 = 32$$

$$\text{Logo, } \overline{EG} = \sqrt{32} \text{ e } V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{\sqrt{32}}{2}\right)^2 \times 3 = 8\pi$$

$$V_{\text{sólido}} = 57 \Leftrightarrow 4^2 \times h + 8\pi = 57 \Leftrightarrow 16h = 57 - 8\pi$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{57 - 8\pi}{16}$$

Logo, $h \approx 2$.

O prisma tem, aproximadamente, 2 m de altura.

11.

11.1. O ângulo BAC mede 40° porque é um ângulo inscrito que corresponde a um arco de amplitude 80° . O ângulo APB tem amplitude 85° porque ângulos verticalmente opostos são congruentes.

Logo, o ângulo DBA tem de amplitude 55° ($180^\circ - 40^\circ - 85^\circ = 55^\circ$).

$$11.2. A_{[DCP]} = 2^2 \times A_{[ABP]}$$

$$A_{[DCP]} = 4 \times 6 = 24$$

Opção correcta: 24

12.

12.1. Por exemplo: as rectas AB e BC .

12.2. Opção correcta: Planificação D.

$$12.3. \text{tg}(30^\circ) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}};$$

$$\text{tg}(30^\circ) = \frac{8}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{8}{\text{tg}(30^\circ)};$$

$$A_{[ABC]} = \frac{8 \times \frac{8}{\text{tg}(30^\circ)}}{2} \approx 55$$

A área do triângulo $[ABC]$ é aproximadamente igual a 55 cm^2 .

13. (redução a 60%)

