

Caderno 1:

(É permitido o uso de calculadora.)

O teste é constituído por dois cadernos (Caderno 1 e Caderno 2).

Utiliza apenas caneta ou esferográfica, de tinta azul ou preta.

É permitido o uso de calculadora no Caderno 1.

Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.

Para cada resposta, identifica o item.

Apresenta as tuas respostas de forma legível.

Apresenta apenas uma resposta para cada item.

O teste inclui um formulário e uma tabela trigonométrica.

As cotações dos itens de cada caderno encontram-se no final do respetivo caderno.

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Áreas

Losango: $\frac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\frac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: $Área\ da\ base \times Altura$

Pirâmide e cone: $\frac{Área\ da\ base \times Altura}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Seja x o número de quilómetros percorridos pelos pneus do tipo D.

A média é dada por:

$$\frac{40\,185 + 45\,200 + 43\,528 + 39\,857 + x + 38\,726}{6} = \frac{207\,496 + x}{6}$$

Sabe-se que:

$$\frac{207\,496 + x}{6} > 41\,250 \quad \wedge \quad \frac{207\,496 + x}{6} < 41\,255$$

$$\Leftrightarrow 207\,496 + x > 247\,500 \quad \wedge \quad 207\,496 + x < 247\,530$$

$$\Leftrightarrow x > 40\,004 \quad \wedge \quad x < 40\,034$$

Resposta: A distância percorrida pelos pneus do tipo D foi superior a 40 004 km e inferior a 40 034 km.

2. O triângulo $[CDE]$ é retângulo em E .

$$\overline{CD} = 8 \text{ cm}$$

$$\text{Seja } \overline{CE} = x.$$

$$x^2 + x^2 = 8^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 64 \Leftrightarrow x^2 = 32.$$

$$\text{Daqui resulta que } x = \sqrt{32}.$$

$$\overline{EC} = \overline{ED} = \sqrt{32}$$

O comprimento do arco AB é igual a metade do comprimento da circunferência de raio 2, ou seja,

$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r = 2\pi$$

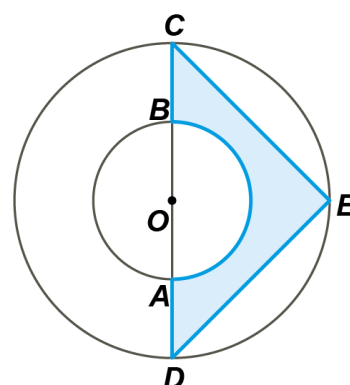
. O comprimento do arco AB é igual a 2π .

$$\text{. } \overline{BC} = \overline{AD} = 4 - 2 = 2$$

O perímetro, em cm, da região sombreada é dado por: $2 + 2\pi + 2 + \sqrt{32} + \sqrt{32}$

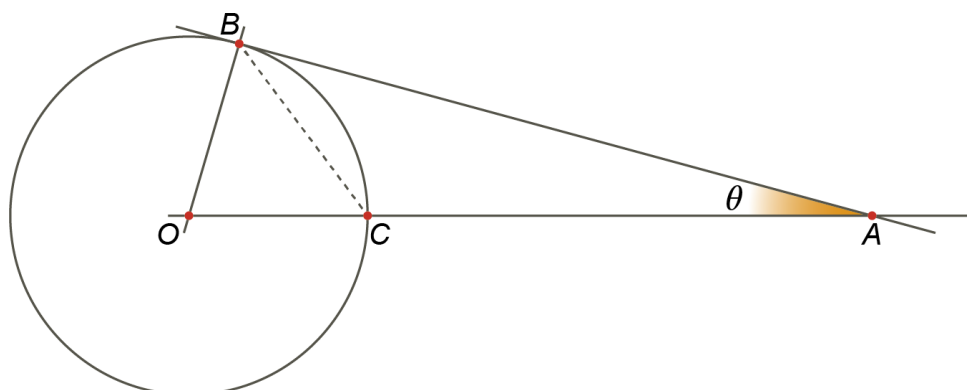
Simplificando, tem-se: $4 + 2\pi + 2\sqrt{32} \approx 21,59689$

O valor arredondado às centésimas é 21,60 cm.



Resposta: Perímetro da região sombreada é 21,60 cm.

3.1.



O triângulo $[ABO]$ é retângulo em B .

$$\sin \theta = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}, \text{ ou seja, } \overline{OA} = \frac{4}{\sin 22^\circ}.$$

$$\overline{AC} = \overline{OA} - 4, \text{ ou seja, } \overline{AC} = \frac{4}{\sin 22^\circ} - 4$$

$$\overline{AC} \approx 6,7$$

Resposta: O valor de $\overline{AC}$, arredondado às décimas, é 6,7.

3.2.

$$\widehat{CB} = \widehat{COB} = \frac{360}{5} = 72$$

$$\theta + 72 + 90 = 180 \Leftrightarrow \theta = 18$$

$$\theta = 18^\circ$$

Resposta: Opção correta é: **(B)** 18°

4. Sendo f uma função de proporcionalidade inversa, tem-se: $b \times \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \times 6$.

$$b \times \frac{b}{2} = \frac{1}{2} \times 6 \Leftrightarrow b^2 = 6. \text{ Como } b > 0, \text{ conclui-se que } b = \sqrt{6}.$$

Resposta: Opção correta é: **(D)** $\sqrt{6}$

5.

$$\overline{OB} = \frac{7,8}{2} = 3,9$$

$$\overline{RD} = \frac{5,2}{2} = 2,6$$

Os triângulos $[VRD]$ e $[VOB]$ são semelhantes.
Então, tem-se:

$$\frac{\overline{OB}}{\overline{RD}} = \frac{\overline{VO}}{\overline{VR}}, \text{ ou seja, } \frac{3,9}{2,6} = \frac{27}{\overline{VR}}.$$

$$\text{Daqui resulta que: } \overline{VR} = \frac{2,6 \times 27}{3,9} = 18$$

. Seja V_1 o volume do cone em que $[CD]$ é diâmetro da base e a altura é $\overline{VR} = 18$ cm :

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 18 = 6\pi \times 2,6^2 = 40,56\pi.$$

$$V_1 = 40,56\pi \text{ cm}^3$$

. Seja V_2 o volume do cone em que $[AB]$ é diâmetro da base e a altura é $\overline{VO} = 27$ cm :

$$V_2 = \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times 27 = 9\pi \times 3,9^2 = 136,89\pi.$$

$$V_2 = 136,89\pi \text{ cm}^3$$

. Seja V_3 o volume da semiesfera de diâmetro $[AB]$.

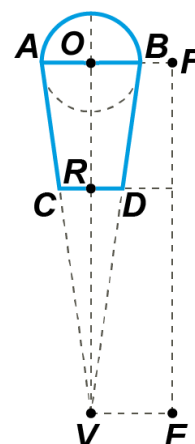
$$V_3 = \frac{1}{2} \left(\frac{4}{3} \pi r^3 \right) = \frac{2}{3} \pi \times 3,9^3 = 30,42\pi$$

Seja V o volume total do sólido que representa o copo.

$$V = (V_2 - V_1) + V_3 = 96,33\pi + 30,42\pi = 126,75\pi$$

$$\text{Capacidade do copo: } 126,75\pi \text{ ml} = 12,675\pi \text{ cl} \approx 40 \text{ cl}$$

Resposta: Capacidade do copo, em cl, arredondada às unidades é 40.



FIM (Caderno 1)

Item						
Cotações (em pontos)						
1.	2.	3.1	3.2	4.	5.	Total
10	10	10	5	5	10	50

Caderno 2:

(Não é permitido o uso de calculadora.)

6. O número 20^7 , em notação científica, tem a seguinte representação: $1,28 \times 10^9$.

Sabe-se que $20^8 = k \times 10^9$, com $k \in]a, b[$, sendo a e b números inteiros consecutivos.

Vamos determinar os valores de a e de b .

$$20^8 = 20 \times 20^7 = 20 \times (1,28 \times 10^9) = (20 \times 1,28) \times 10^9 = 25,6 \times 10^9$$

Se $20^8 = k \times 10^9$, então $k = 25,6$.

$$k \in]25, 26[$$

Resposta: $a = 25$ e $b = 26$

$$7. \quad 1 - \frac{x}{2} < 3 \left(x - \frac{1}{4} \right)$$

$$1 - \frac{x}{2} < 3 \left(x - \frac{1}{4} \right) \Leftrightarrow 1 - \frac{x}{2} < 3x - \frac{3}{4} \Leftrightarrow 4 - 2x < 12x - 3 \Leftrightarrow 14x > 7 \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}.$$

$$\text{Resposta: } x \in \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$$

8.1. Se $x = 3$:

$$P(3, f(3)).$$

$$f(3) = 2 \times 3^2 = 18$$

$P(3, 18)$. Daqui resulta que $C(3 + 18, 18)$, ou seja, $C(21, 18)$.

Resposta: A opção correta é **(C)** $(21, 18)$.

8.2. Expressão da área do quadrado: $(2x^2)^2$, ou seja, $4x^4$

Expressão da área do triângulo: $\frac{2x \times 2x^2}{2}$, ou seja, $2x^3$.

Como $4x^4 + 2x^3 = 2x^3(2x + 1)$, a opção correta é a **(A)**.

Resposta: Opção correta **(A)** $2x^3(2x + 1)$

8.3. $B(x + 2x^2, 0)$

$$x + 2x^2 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 + x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 80}}{4} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\frac{5}{2}.$$

Como $x > 0$, tem-se $x = 2$.

Se $x = 2$, então $P(2, f(2))$, ou seja, $P(2, 8)$.

Resposta: $P(2, 8)$

9. Coordenadas do ponto A

$$A(4, f(4)).$$

$$f(4) = \frac{4^2}{2} = 8$$

$$A(4, 8).$$

A função g é definida por uma expressão do tipo $g(x) = \frac{k}{x}$.

O ponto A pertence ao gráfico de g , então $g(4) = 8$, ou seja, $\frac{k}{4} = 8$. Daqui resulta que $k = 32$.

$$\text{Assim, } g(x) = \frac{32}{x}.$$

$$g(6) = \frac{32}{6} = \frac{16}{3}$$

Resposta: Opção correta (B) $\frac{16}{3}$

10.1. A razão da redução é $\frac{1}{2}$. Então, a razão entre os volumes é igual a $\left(\frac{1}{2}\right)^3$, ou

seja, $\frac{1}{8}$.

Assim, o volume do cilindro passa de 800 cm^3 para 100 cm^3 .

Resposta: Opção correta é (A) 100

10.2. A reta AB é paralela ao plano HIJ (que contém a base do prisma).
No entanto a reta AB não é paralela à reta IJ do plano HIJ .

FIM (Caderno 2)

Item								
Cotações (em pontos)								
6.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	9.	10.1.	10.2.	Total
6	8	5	5	10	5	5	6	50