Xis – 9.º ANO

Matemática

# CADERNO DE APOIO AO PROFESSOR

PAULA PINTO PEREIRA • PEDRO PIMENTA

- Teste de diagnóstico
- Portefólio
- Resolução de exercícios do manual e do caderno de atividades

Xis

Texto

# ÍNDICE


INTRODUÇÃO ..... 2

APRESENTAÇÃO DO PROJETO ..... 3

- Manual ..... 3
- Caderno de Atividades e Provas Globais ..... 6
- Formulários ..... 8
- Livro de Tarefas ..... 9
- Planos de Aula ..... 10
- Caderno de Apoio ao Professor ..... 10
- Aula Digital ..... 11

TESTE DE DIAGNÓSTICO ..... 12

- Soluções do teste de diagnóstico ..... 17

RESOLUÇÕES ..... 18

- Manual ..... 18
- Caderno de Atividades ..... 57

CONSTRUÇÃO DE UM QUADRANTE ..... 68

# INTRODUÇÃO

De acordo com o novo Programa de Matemática do Ensino Básico e as Metas Curriculares, o projeto *Xis* 9.º ano encerra o 3.º Ciclo, dando continuidade às linhas orientadoras a que nos propusemos no 7.º ano.

É nosso objetivo apoiar os alunos e os professores na sua tarefa:

- através de um Manual cientificamente correto e rigoroso, que está de acordo com o novo Programa;
- incluindo no Manual os conteúdos de transição;
- preparando os alunos para a Prova Final de Ciclo;
- fornecendo aos professores uma grande diversidade de materiais, que poderão ser selecionados em função das especificidades de cada turma.

Este projeto contou com a colaboração de inúmeros profissionais de educação e com o apoio de muitos professores que, voluntariamente, participaram com sugestões e contribuíram para a sua adequação à nossa realidade educativa. Contou ainda com a colaboração da Sociedade Portuguesa de Matemática, que analisou e certificou o manual do professor. A todos agradecemos o seu contributo, essencial para a qualidade do projeto.

Colega, contamos consigo e estamos sempre disponíveis para as suas solicitações.

Paula Pinto Pereira
Pedro Pimenta

# APRESENTAÇÃO DO PROJETO

O projeto *Xis* 9.º ano apresenta os seguintes materiais:

Para o **aluno:**

- Manual
- Caderno de Atividades
- Provas Globais
- 2 formulários
- 2D AULA DIGITAL ALUNO

Para o **professor**:

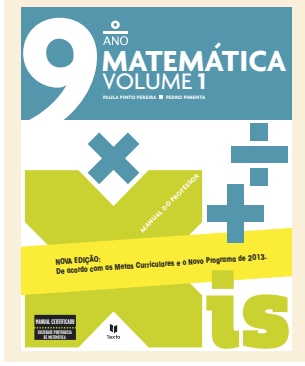
- Livro de Tarefas
- Planos de Aula
- Caderno de Apoio ao Professor
- 2D AULA DIGITAL PROFESSOR

## Manual

O Manual está dividido em dois volumes:

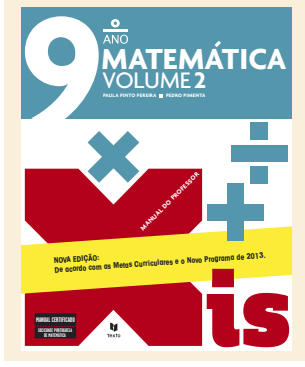
**Volume 1**

- Relação de ordem em IR. Inequações
- Histogramas. Probabilidade
- Proporcionalidade inversa. Funções algébricas. Equações do 2.º grau




**Volume 2**

- Axiomatização das teorias matemáticas
- Lugares geométricos
- Trigonometria
- Medida



A estrutura das unidades em que se divide o Manual é comum a todas elas:

**RECORDA**
Revisão de conteúdos estudados em anos anteriores.

**RECORDA E APLICA**
Com tarefas de aplicação de conteúdos estudados em anos anteriores.

**PÁGINAS DE CONTEÚDOS**
Apresentação dos novos conteúdos.

**APLICA**
A uma página de desenvolvimento de conteúdos corresponde uma página com exercícios de aplicação dos conhecimentos adquiridos ou com uma tarefa relativa a esses conteúdos.

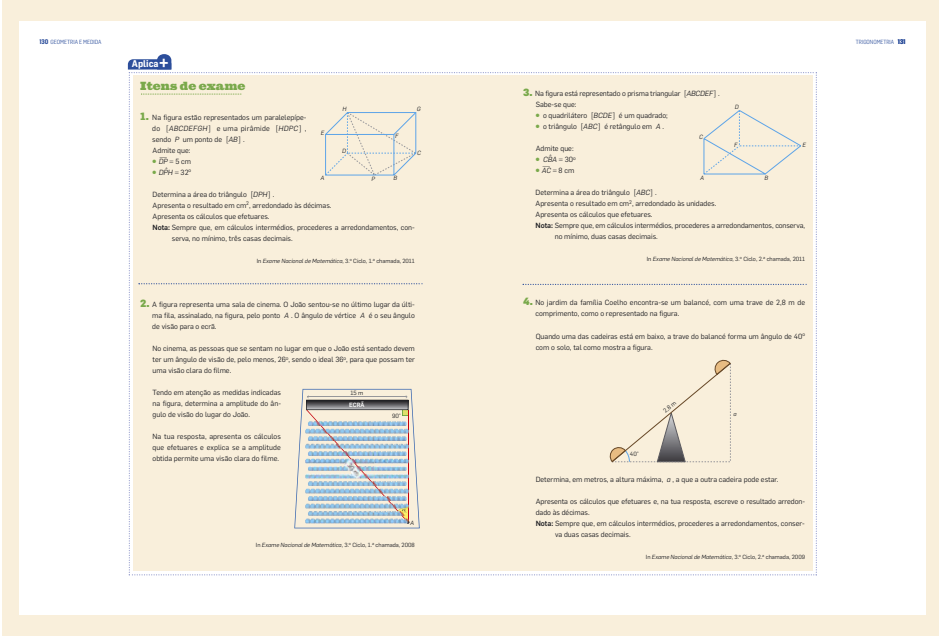
**TAREFAS**
Surgem frequentemente como um ponto de partida para o estudo de novos conteúdos, embora algumas visem a consolidação dos conhecimentos adquiridos.

**SÍNTESE**
Para sistematizar os conceitos mais importantes estudados ao longo da unidade.

**APLICA+**
Mais exercícios de aplicação, subdivididos em itens de seleção, itens de construção e itens de exame.

**TESTE FINAL**
Teste final da unidade. Para os alunos com mais dificuldades, é dada uma «ajuda em caso de SOS».

No final da rubrica Aplica + introduzimos uma secção com **ITENS DE EXAME**, em que incluímos alguns itens de exames nacionais de anos anteriores. O objetivo é ajudar o aluno a preparar-se adequadamente para a Prova Final de Ciclo, fornecendo-lhe exemplos do que poderá vir a encontrar nesta prova que fará no fim do ano letivo.



130 GEOMETRIA E MEDIDA

TRIGONOMETRIA 131

Aplica+

**Itens de exame**

**1.** Na figura estão representados um paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e uma pirâmide $[HDPC]$, sendo $P$ um ponto de $[AB]$.
Admite que:
- $\overline{DP} = 5$ cm
- $D\hat{P}H = 32°$

Determina a área do triângulo $[DPH]$.
Apresenta o resultado em cm², arredondado às décimas.
Apresenta os cálculos que efetuares.
**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

In *Exame Nacional de Matemática*, 3.º Ciclo, 1.ª chamada, 2011

**2.** A figura representa uma sala de cinema. O João sentou-se no último lugar da última fila, assinalado, na figura, pelo ponto $A$. O ângulo de vértice $A$ é o seu ângulo de visão para o ecrã.

No cinema, as pessoas que se sentam no lugar em que o João está sentado devem ter um ângulo de visão de, pelo menos, 26º, sendo o ideal 36º, para que possam ter uma visão clara do filme.

Tendo em atenção as medidas indicadas na figura, determina a amplitude do ângulo de visão do lugar do João.

Na tua resposta, apresenta os cálculos que efetuares e explica se a amplitude obtida permite uma visão clara do filme.

In *Exame Nacional de Matemática*, 3.º Ciclo, 1.ª chamada, 2008

**3.** Na figura está representado o prisma triangular $[ABCDEF]$.
Sabe-se que:
- o quadrilátero $[BCDE]$ é um quadrado;
- o triângulo $[ABC]$ é retângulo em $A$.

Admite que:
- $C\hat{B}A = 30°$
- $\overline{AC} = 8$ cm

Determina a área do triângulo $[ABC]$.
Apresenta o resultado em cm², arredondado às unidades.
Apresenta os cálculos que efetuares.
**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

In *Exame Nacional de Matemática*, 3.º Ciclo, 2.ª chamada, 2011

**4.** No jardim da família Coelho encontra-se um balancé, com uma trave de 2,8 m de comprimento, como o representado na figura.

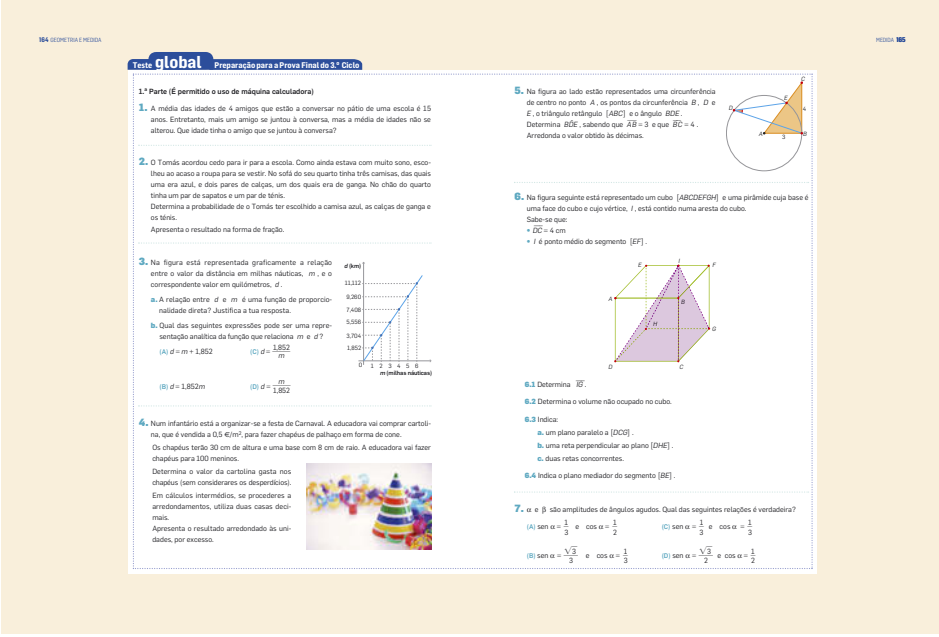
Quando uma das cadeiras está em baixo, a trave do balancé forma um ângulo de 40º com o solo, tal como mostra a figura.

Determina, em metros, a altura máxima, $a$, a que a outra cadeira pode estar.

Apresenta os cálculos que efetuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às décimas.
**Nota:** Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

In *Exame Nacional de Matemática*, 3.º Ciclo, 2.ª chamada, 2009

No final do volume II é proposto um **TESTE GLOBAL**, que permite aos alunos praticar para a Prova Final de Ciclo. Este teste abrange conteúdos lecionados ao longo do 3.º ciclo.



164 GEOMETRIA E MEDIDA

MEDIDA 165

Teste global Preparação para a Prova Final do 3.º Ciclo

**1.ª Parte (É permitido o uso de máquina calculadora)**

**1.** A média das idades de 4 amigos que estão a conversar no pátio de uma escola é 15 anos. Entretanto, mais um amigo se juntou à conversa, mas a média de idades não se alterou. Que idade tinha o amigo que se juntou à conversa?

**2.** O Tomás acordou cedo para ir para a escola. Como ainda estava com muito sono, escolheu ao acaso a roupa para se vestir. No sofá do seu quarto tinha três camisas, das quais uma era azul, e dois pares de calças, um dos quais era de ganga. No chão do quarto tinha um par de sapatos e um par de ténis.
Determina a probabilidade de o Tomás ter escolhido a camisa azul, as calças de ganga e os ténis.
Apresenta o resultado na forma de fração.

**3.** Na figura está representada graficamente a relação entre o valor da distância em milhas náuticas, $m$, e o correspondente valor em quilómetros, $d$.

**a.** A relação entre $d$ e $m$ é uma função de proporcionalidade direta? Justifica a tua resposta.

**b.** Qual das seguintes expressões pode ser uma representação analítica da função que relaciona $m$ e $d$?

(A) $d = m + 1{,}852$ (C) $d = \frac{1{,}852}{m}$

(B) $d = 1{,}852m$ (D) $d = \frac{m}{1{,}852}$

**4.** Num infantário está a organizar-se a festa de Carnaval. A educadora vai comprar cartolina, que é vendida a 0,5 €/m², para fazer chapéus de palhaço em forma de cone.
Os chapéus terão 30 cm de altura e uma base com 8 cm de raio. A educadora vai fazer chapéus para 100 meninos.
Determina o valor da cartolina gasta nos chapéus (sem considerares os desperdícios).
Em cálculos intermédios, se procederes a arredondamentos, utiliza duas casas decimais.
Apresenta o resultado arredondado às unidades, por excesso.

**5.** Na figura ao lado estão representados uma circunferência de centro no ponto $A$, os pontos da circunferência $B$, $D$ e $E$, o triângulo retângulo $[ABC]$ e o ângulo $BDE$.
Determina $B\hat{D}E$, sabendo que $\overline{AB} = 3$ e que $\overline{BC} = 4$.
Arredonda o valor obtido às décimas.

**6.** Na figura seguinte está representado um cubo $[ABCDEFGH]$ e uma pirâmide cuja base é uma face do cubo e cujo vértice, $I$, está contido numa aresta do cubo.
Sabe-se que:
- $\overline{DC} = 4$ cm
- $I$ é ponto médio do segmento $[EF]$.

**6.1** Determina $\overline{IG}$.

**6.2** Determina o volume não ocupado no cubo.

**6.3** Indica:
**a.** um plano paralelo a $[DCG]$.
**b.** uma reta perpendicular ao plano $[DHE]$.
**c.** duas retas concorrentes.

**6.4** Indica o plano mediador do segmento $[BE]$.

**7.** $\alpha$ e $\beta$ são amplitudes de ângulos agudos. Qual das seguintes relações é verdadeira?

(A) $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{3}$ e $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ (C) $\text{sen}\,\alpha = \frac{1}{3}$ e $\cos\alpha = \frac{1}{3}$

(B) $\text{sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ e $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ (D) $\text{sen}\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

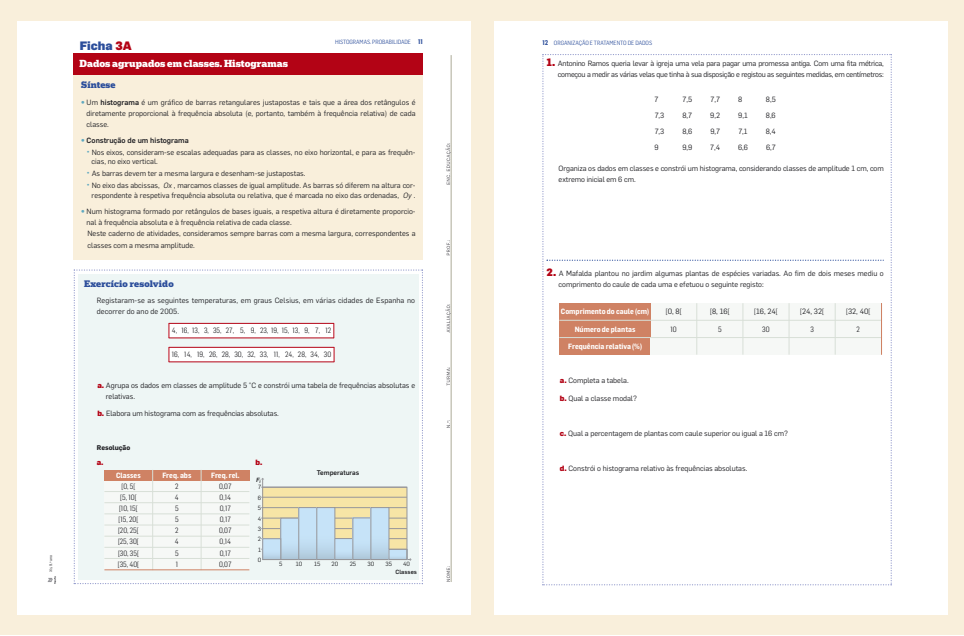
Em seguida, apresentam-se as **SOLUÇÕES** de todos os exercícios/tarefas propostos.

# Caderno de Atividades e Provas Globais

No Caderno de Atividades encontram-se dois tipos de fichas para cada conteúdo: A e B.

## FICHA A

Mais simples, contém uma síntese, um exercício resolvido e exercícios propostos.
Os exercícios desta ficha são, na sua maioria, de aplicação direta.



Ficha 3A — HISTOGRAMAS. PROBABILIDADE 11

**Dados agrupados em classes. Histogramas**

**Síntese**

- Um **histograma** é um gráfico de barras retangulares justapostas e tais que a área dos retângulos é diretamente proporcional à frequência absoluta (e, portanto, também à frequência relativa) de cada classe.
- **Construção de um histograma**
  - Nos eixos, consideram-se escalas adequadas para as classes, no eixo horizontal, e para as frequências, no eixo vertical.
  - As barras devem ter a mesma largura e desenham-se justapostas.
  - No eixo das abcissas, $Ox$, marcamos classes de igual amplitude. As barras só diferem na altura correspondente à respetiva frequência absoluta ou relativa, que é marcada no eixo das ordenadas, $Oy$.
- Num histograma formado por retângulos de bases iguais, a respetiva altura é diretamente proporcional à frequência absoluta e à frequência relativa de cada classe.
  Neste caderno de atividades, consideramos sempre barras com a mesma largura, correspondentes a classes com a mesma amplitude.

**Exercício resolvido**

Registaram-se as seguintes temperaturas, em graus Celsius, em várias cidades de Espanha no decorrer do ano de 2005.

4, 18, 13, 3, 35, 27, 5, 9, 23, 19, 15, 13, 9, 7, 12

16, 14, 19, 26, 28, 30, 32, 33, 11, 24, 28, 34, 30

**a.** Agrupa os dados em classes de amplitude 5 °C e constrói uma tabela de frequências absolutas e relativas.

**b.** Elabora um histograma com as frequências absolutas.

**Resolução**

**a.**

| Classes | Freq. abs | Freq. rel. |
|---|---|---|
| [0, 5[ | 2 | 0,07 |
| [5, 10[ | 4 | 0,14 |
| [10, 15[ | 5 | 0,17 |
| [15, 20[ | 5 | 0,17 |
| [20, 25[ | 2 | 0,07 |
| [25, 30[ | 4 | 0,14 |
| [30, 35[ | 5 | 0,17 |
| [35, 40[ | 1 | 0,07 |

**b.**



12 ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DE DADOS

**1.** Antonino Ramos queria levar à igreja uma vela para pagar uma promessa antiga. Com uma fita métrica, começou a medir as várias velas que tinha à sua disposição e registou as seguintes medidas, em centímetros:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 7 | 7,5 | 7,7 | 8 | 8,5 |
| 7,3 | 8,7 | 9,2 | 9,1 | 8,6 |
| 7,3 | 8,6 | 9,7 | 7,1 | 8,4 |
| 9 | 9,9 | 7,4 | 6,6 | 6,7 |

Organiza os dados em classes e constrói um histograma, considerando classes de amplitude 1 cm, com extremo inicial em 6 cm.

**2.** A Mafalda plantou no jardim algumas plantas de espécies variadas. Ao fim de dois meses mediu o comprimento do caule de cada uma e efetuou o seguinte registo:

| Comprimento do caule (cm) | [0, 8[ | [8, 16[ | [16, 24[ | [24, 32[ | [32, 40[ |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de plantas | 10 | 5 | 30 | 3 | 2 |
| Frequência relativa (%) | | | | | |

**a.** Completa a tabela.

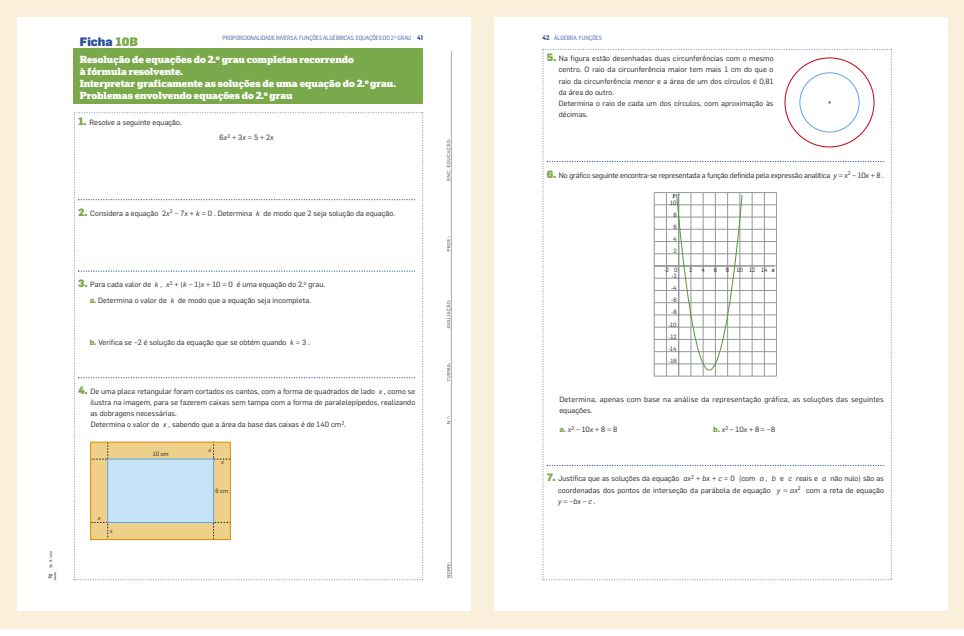
**b.** Qual a classe modal?

**c.** Qual a percentagem de plantas com caule superior ou igual a 16 cm?

**d.** Constrói o histograma relativo às frequências absolutas.

## FICHA B

Constituída por exercícios e problemas mais difíceis, que permitem o desenvolvimento do raciocínio matemático e/ou da comunicação matemática.



Ficha 10B — PROPORCIONALIDADE INVERSA. FUNÇÕES ALGÉBRICAS. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU 43

**Resolução de equações do 2.º grau completas recorrendo à fórmula resolvente.**
**Interpretar graficamente as soluções de uma equação do 2.º grau.**
**Problemas envolvendo equações do 2.º grau**

**1.** Resolve a seguinte equação.

$$6x^2 + 3x = 5 + 2x$$

**2.** Considera a equação $2x^2 - 7x + k = 0$. Determina $k$ de modo que 2 seja solução da equação.

**3.** Para cada valor de $k$, $x^2 + (k-1)x + 10 = 0$ é uma equação do 2.º grau.

**a.** Determina o valor de $k$ de modo que a equação seja incompleta.

**b.** Verifica se $-2$ é solução da equação que se obtém quando $k = 3$.

**4.** De uma placa retangular foram cortados os cantos, com a forma de quadrados de lado $x$, como se ilustra na imagem, para se fazerem caixas sem tampa com a forma de paralelepípedos, realizando as dobragens necessárias.
Determina o valor de $x$, sabendo que a área da base das caixas é de 140 cm².



42 ÁLGEBRA. FUNÇÕES

**5.** Na figura estão desenhadas duas circunferências com o mesmo centro. O raio da circunferência maior tem mais 1 cm do que o raio da circunferência menor e a área de um dos círculos é 0,81 da área do outro.
Determina o raio de cada um dos círculos, com aproximação às décimas.

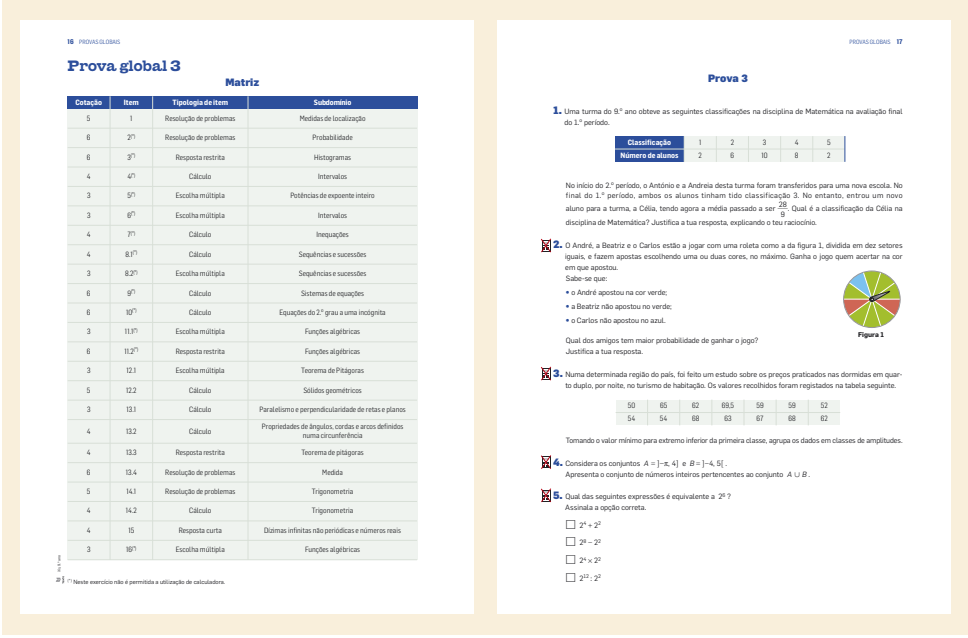
**6.** No gráfico seguinte encontra-se representada a função definida pela expressão analítica $y = x^2 - 10x + 8$.

Determina, apenas com base na análise da representação gráfica, as soluções das seguintes equações.

**a.** $x^2 - 10x + 8 = 8$ **b.** $x^2 - 10x + 8 = -8$

**7.** Justifica que as soluções da equação $ax^2 + bx + c = 0$ (com $a$, $b$ e $c$ reais e $a$ não nulo) são as coordenadas dos pontos de interseção da parábola de equação $y = ax^2$ com a reta de equação $y = -bx - c$.

Tendo em vista a preparação do aluno para a Prova Final de Ciclo, na parte de trás do Caderno de Atividades encontram-se, invertidas, **três provas globais**, com as respetivas matrizes de conteúdos e propostas de resolução.



16 PROVAS GLOBAIS

## Prova global 3

### Matriz

| Cotação | Item | Tipologia de item | Subdomínio |
|---|---|---|---|
| 5 | 1 | Resolução de problemas | Medidas de localização |
| 6 | 2.(1) | Resolução de problemas | Probabilidade |
| 6 | 3.(1) | Resposta restrita | Histogramas |
| 4 | 4.(1) | Cálculo | Intervalos |
| 3 | 5.(1) | Escolha múltipla | Potências de expoente inteiro |
| 3 | 6.(1) | Escolha múltipla | Intervalos |
| 4 | 7.(1) | Cálculo | Inequações |
| 4 | 8.1.(1) | Cálculo | Sequências e sucessões |
| 3 | 8.2.(1) | Escolha múltipla | Sequências e sucessões |
| 6 | 9.(1) | Cálculo | Sistemas de equações |
| 6 | 10.(1) | Cálculo | Equações do 2.º grau a uma incógnita |
| 3 | 11.1.(1) | Escolha múltipla | Funções algébricas |
| 6 | 11.2.(1) | Resposta restrita | Funções algébricas |
| 3 | 12.1 | Escolha múltipla | Teorema de Pitágoras |
| 5 | 12.2 | Cálculo | Sólidos geométricos |
| 3 | 13.1 | Cálculo | Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos |
| 4 | 13.2 | Cálculo | Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência |
| 4 | 13.3 | Resposta restrita | Teorema de pitágoras |
| 6 | 13.4 | Resolução de problemas | Medida |
| 5 | 14.1 | Resolução de problemas | Trigonometria |
| 4 | 14.2 | Cálculo | Trigonometria |
| 4 | 15 | Resposta curta | Dízimas infinitas não periódicas e números reais |
| 3 | 16.(1) | Escolha múltipla | Funções algébricas |

(1) Neste exercício não é permitida a utilização de calculadora.

PROVAS GLOBAIS 17

### Prova 3

**1.** Uma turma do 9.º ano obteve as seguintes classificações na disciplina de Matemática na avaliação final do 1.º período.

| Classificação | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Número de alunos | 2 | 6 | 10 | 8 | 2 |

No início do 2.º período, o António e a Andreia desta turma foram transferidos para uma nova escola. No final do 1.º período, ambos os alunos tinham tido classificação 3. No entanto, entrou um novo aluno para a turma, a Célia, tendo agora a média passado a ser $\frac{28}{9}$. Qual é a classificação da Célia na disciplina de Matemática? Justifica a tua resposta, explicando o teu raciocínio.

**2.** O André, a Beatriz e o Carlos estão a jogar com uma roleta como a da figura 1, dividida em dez setores iguais, e fazem apostas escolhendo uma ou duas cores, no máximo. Ganha o jogo quem acertar na cor em que apostou.
Sabe-se que:
- o André apostou na cor verde;
- a Beatriz não apostou no verde;
- o Carlos não apostou no azul.

Qual dos amigos tem maior probabilidade de ganhar o jogo?
Justifica a tua resposta.

Figura 1

**3.** Numa determinada região do país, foi feito um estudo sobre os preços praticados nas dormidas em quarto duplo, por noite, no turismo de habitação. Os valores recolhidos foram registados na tabela seguinte.

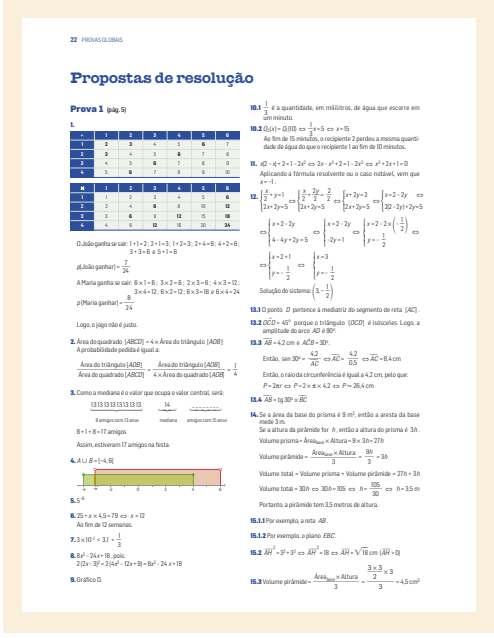
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 50 | 65 | 62 | 69,5 | 59 | 59 | 52 |
| 54 | 54 | 68 | 63 | 67 | 68 | 62 |

Tomando o valor mínimo para extremo inferior da primeira classe, agrupa os dados em classes de amplitudes.

**4.** Considera os conjuntos $A = ]-\pi, 4]$ e $B = ]-4, 5[$.
Apresenta o conjunto de números inteiros pertencentes ao conjunto $A \cup B$.

**5.** Qual das seguintes expressões é equivalente a $2^6$?
Assinala a opção correta.

- ☐ $2^4 + 2^2$
- ☐ $2^8 - 2^2$
- ☐ $2^4 \times 2^2$
- ☐ $2^{12} : 2^2$



22 PROVAS GLOBAIS

## Propostas de resolução

### Prova 1 (pág. 5)

**1.**

| × | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |

| M | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |

O João ganha se sair: $1 \times 1 = 2$; $2 \times 1 = 3$; $1 \times 2 = 3$; $2 \times 4 = 6$; $4 \times 2 = 8$; $3 \times 3 = 6$ e $5 \times 1 = 6$

$p(\text{João ganhar}) = \frac{7}{24}$

A Maria ganha se sair: $6 \times 1 = 6$; $3 \times 2 = 8$; $2 \times 3 = 6$; $4 \times 3 = 12$; $3 \times 4 = 12$; $6 \times 2 = 12$; $6 \times 3 = 18$ e $6 \times 4 = 24$

$p(\text{Maria ganhar}) = \frac{8}{24}$

Logo, o jogo não é justo.

**2.** Área do quadrado $[ABCD] = 4 \times$ Área do triângulo $[AOB]$
A probabilidade pedida é igual a:

$$\frac{\text{Área do triângulo } [AOB]}{\text{Área do quadrado } [ABCD]} = \frac{\text{Área do triângulo } [AOB]}{4 \times \text{Área do quadrado } [AOB]} = \frac{1}{4}$$

**3.** Como a mediana é o valor que ocupa o valor central, será:

$$\underbrace{13\,13\,13\,13\,13\,13\,13\,13}_{\text{8 amigos com 13 anos}}\ \underbrace{14}_{\text{mediana}}\ \underbrace{15\,15\,15\,15\,15\,15\,15\,15}_{\text{amigos com 15 anos}}$$

$8 + 1 + 8 = 17$ amigos

Assim, estiveram 17 amigos na festa.

**4.** $A \cup B = [-4, 6]$



**5.** 5 º

**6.** $25 + x \times 4{,}5 = 79 \Leftrightarrow x = 12$
Ao fim de 12 semanas.

**7.** $3 \times 10^{-1} + \frac{1}{3}$

**8.** $6x^2 - 24x + 18$, pois:
$2(2x - 3)^2 - 2(4x^2 - 12x + 9) = 8x^2 - 24x + 18$

**9.** Gráfico D.

**10.1** $\frac{1}{2}$ é a quantidade, em mililitros, de água que escorre em um minuto.

**10.2** $Q_1(x) = Q_2(10) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 5 \Leftrightarrow x = 15$
Ao fim de 15 minutos, o recipiente 2 perdeu a mesma quantidade de água do que o recipiente 1 ao fim de 10 minutos.

**11.** $x(2 - 0{,}5x) + 2 = 1 - 2x^2 \Leftrightarrow 2x - x^2 + 2 = 1 - 2x^2 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0$
Aplicando a fórmula resolvente ou o caso notável, vem que $x = -1$.

**12.** $\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{2y}{2} = \frac{2}{2} \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2y = 2 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ 2(2 - 2y) + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ 4 - 4y + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2y \\ -2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 2 \times \left(-\frac{1}{2}\right) \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 1 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

Solução do sistema: $\left(3, -\frac{1}{2}\right)$

**13.1** O ponto $D$ pertence à mediatriz do segmento de reta $[AC]$.

**13.2** $O\hat{C}D = 45^\circ$ porque o triângulo $[OCD]$ é isósceles. Logo, a amplitude do arco $AD$ é $90^\circ$.

**13.3** $\overline{AB} = 4{,}2$ cm e $A\hat{C}B = 30^\circ$.
Então, $\operatorname{sen} 30^\circ = \frac{4{,}2}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC} = \frac{4{,}2}{0{,}5} \Leftrightarrow \overline{AC} = 8{,}4$ cm
Então, o raio da circunferência é igual a 4,2 cm, pelo que:
$P = 2\pi r \Leftrightarrow P = 2 \times \pi \times 4{,}2 \Leftrightarrow P \approx 26{,}4$ cm

**13.4** $\overline{AB} = \operatorname{tg} 30^\circ \times \overline{BC}$

**14.** Se a área da base do prisma é 9 $m^2$, então a aresta da base mede 3 m.
Se a altura da pirâmide for $h$, então a altura do prisma é $3h$.
Volume prisma $= \text{Área}_{\text{base}} \times \text{Altura} = 9 \times 3h = 27h$

Volume pirâmide $= \frac{\text{Área}_{\text{base}} \times \text{Altura}}{3} = \frac{9h}{3} = 3h$

Volume total = Volume prisma + Volume pirâmide $= 27h + 3h$

Volume total $= 30h \Leftrightarrow 30h = 105 \Leftrightarrow h = \frac{105}{30} \Leftrightarrow h = 3{,}5$ m

Portanto, a pirâmide tem 3,5 metros de altura.

**15.1.1** Por exemplo, a reta $AB$.

**15.1.2** Por exemplo, o plano $EBC$.

**15.2** $\overline{AH}^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow \overline{AH}^2 = 18 \Leftrightarrow \overline{AH} = \sqrt{18}$ cm $(\overline{AH} > 0)$

**15.3** Volume pirâmide $= \frac{\text{Área}_{\text{base}} \times \text{Altura}}{3} = \frac{3 \times 3}{2} \times 3 = 4{,}5\ cm^3$

# Formulários

Os «Formulários», um por cada volume do manual, contêm o **essencial** da matéria dada e visam ajudar os alunos a sistematizar/recordar os conteúdos estudados. Pretende-se que constituam uma ferramenta útil, fácil de consultar e sempre acessível.

## RELAÇÃO DE ORDEM EM $\mathbb{R}$. INEQUAÇÕES

### Monotonia da adição em $\mathbb{R}$

- Sendo $a$, $b$ e $c$ três números reais quaisquer:

$$a < b \Leftrightarrow a + c < b + c$$

### Monotonia parcial da multiplicação em $\mathbb{R}$

- Sejam $a$, $b$ e $c$ números reais quaisquer:
  - se $c > 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times c < b \times c$;
  - se $c < 0$, $a < b \Leftrightarrow a \times c > b \times c$.

### Enquadramento de $\sqrt{x}$ com um erro inferior a $\frac{1}{n}$ ($x$ positivo e $n$ natural)

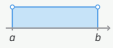
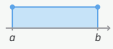
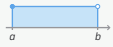
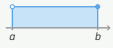
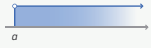
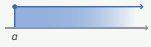
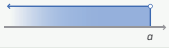
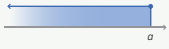
- Sendo $m$ e $m+1$ naturais consecutivos tais que:

$$m^2 < x \times n^2 < (m+1)^2$$

Então:

$$\frac{m}{n} < \sqrt{x} < \frac{m+1}{n}$$

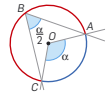
### Intervalos de números reais

| Intervalo | Representação geométrica | Representação em compreensão |
|---|---|---|
| $]a, b[$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$ |
| $[a, b]$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$ |
| $[a, b[$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$ |
| $]a, b]$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$ |
| $]a, +\infty[$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : x > a\}$ |
| $[a, +\infty[$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$ |
| $]-\infty, a[$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : x < a\}$ |
| $]-\infty, a]$ |  | $\{x \in \mathbb{R} : x \leq a\}$ |

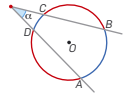
- Uma condição $ax \leq b$, com $a$ e $b$ números reais, é a disjunção da equação $ax = b$ com a inequação $ax < b$.
- À **conjunção** de condições, $\wedge$, corresponde a interseção de conjuntos, $\cap$.
  À **disjunção** de condições, $\vee$, corresponde a reunião de conjuntos, $\cup$.

## CIRCUNFERÊNCIA

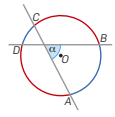
- A amplitude de um arco de circunferência é igual à amplitude do **ângulo ao centro** que lhe corresponde.




- A amplitude de um **ângulo inscrito** numa circunferência é metade da amplitude do respetivo ângulo ao centro e metade da amplitude do arco compreendido entre os seus lados.



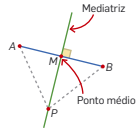

- **Ângulo excêntrico exterior:** $\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$



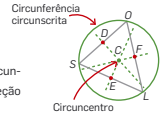

- **Ângulo excêntrico interior:** $\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$

## LUGARES GEOMÉTRICOS

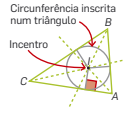
- O lugar geométrico dos pontos à mesma distância de dois pontos fixos é a **mediatriz do segmento de reta** com extremos nesses pontos.



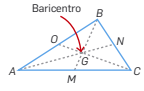

- **Bissetriz de um ângulo:** é o lugar geométrico dos pontos do ângulo equidistantes aos seus lados.




- **Circunferência circunscrita de um triângulo:** circunferência com centro circunscrito (ponto de interseção das mediatrizes dos lados do triângulo).




- **Circunferência inscrita num triângulo:** circunferência com centro no incentro (ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos do triângulo).




- Uma **mediana** é um segmento de reta com extremos no ponto médio de um lado do triângulo e no vértice oposto a esse lado. O ponto de interseção das medianas designa-se por **baricentro**.

- Duas quaisquer **medianas de um triângulo** intersetam-se num ponto a uma distância de cada um dos vértices igual a $\frac{2}{3}$ do comprimento da respetiva mediana.

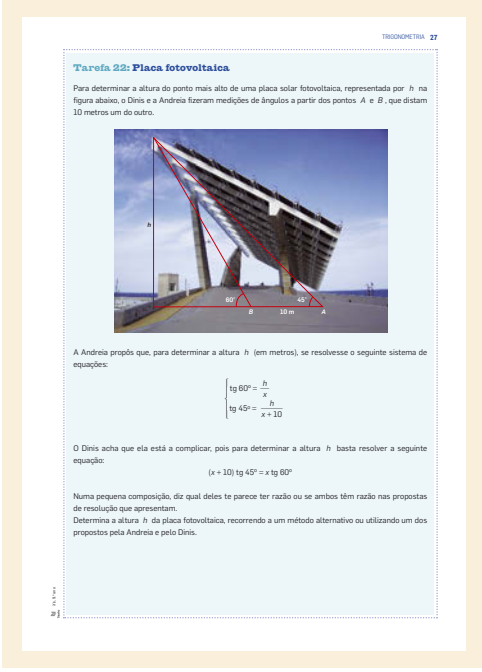
# Livro de Tarefas

O Livro de Tarefas está disponível, também em formato editável, em AULA DIGITAL PROFESSOR.

Contém **23 tarefas** alternativas ou complementares às existentes no Manual, permitindo-lhe selecionar as que mais se ajustem aos ritmos de aprendizagem dos seus alunos.

Nas tarefas selecionadas deu-se ênfase à utilização de *software* de geometria dinâmica e a situações do quotidiano.

No final do livro poderá encontrar, para cada tarefa, um amplo conjunto de sugestões metodológicas e as soluções respetivas.



TRIGONOMETRIA 27

**Tarefa 22: Placa fotovoltaica**

Para determinar a altura do ponto mais alto de uma placa solar fotovoltaica, representada por $h$ na figura abaixo, o Dinis e a Andreia fizeram medições de ângulos a partir dos pontos $A$ e $B$, que distam 10 metros um do outro.



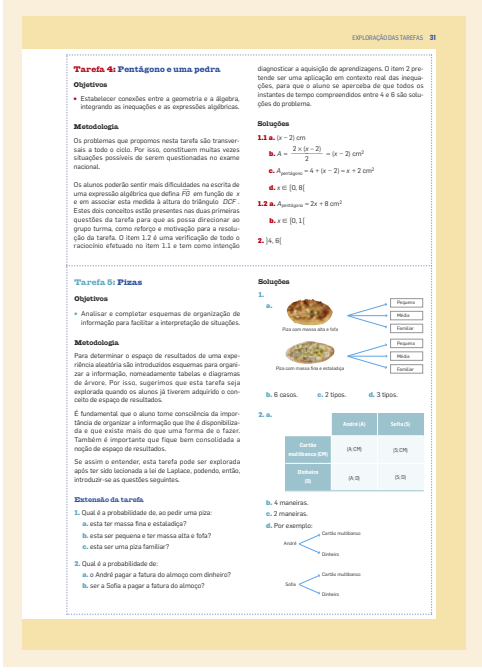
A Andreia propôs que, para determinar a altura $h$ (em metros), se resolvesse o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \text{tg } 60° = \dfrac{h}{x} \\ \text{tg } 45° = \dfrac{h}{x+10} \end{cases}$$

O Dinis acha que ela está a complicar, pois para determinar a altura $h$ basta resolver a seguinte equação:

$$(x + 10) \text{ tg } 45° = x \text{ tg } 60°$$

Numa pequena composição, diz qual deles te parece ter razão ou se ambos têm razão nas propostas de resolução que apresentam.
Determina a altura $h$ da placa fotovoltaica, recorrendo a um método alternativo ou utilizando um dos propostos pela Andreia e pelo Dinis.



EXPLORAÇÃO DAS TAREFAS 31

**Tarefa 4: Pentágono e uma pedra**

**Objetivos**

- Estabelecer conexões entre a geometria e a álgebra, integrando as inequações e as expressões algébricas.

**Metodologia**

Os problemas que propomos nesta tarefa são transversais a todo o ciclo. Por isso, constituem muitas vezes situações possíveis de serem questionadas no exame nacional.

Os alunos poderão sentir mais dificuldades na escrita de uma expressão algébrica que defina $FB$ em função de $x$ e em associar esta medida à altura do triângulo $DCF$. Estes dois conceitos estão presentes nas duas primeiras questões da tarefa para que as possa direcionar ao grupo turma, como reforço e motivação para a resolução da tarefa. O item 1.2 é uma verificação de todo o raciocínio efetuado no item 1.1 e tem como intenção diagnosticar a aquisição de aprendizagens. O item 2 pretende ser uma aplicação em contexto real das inequações, para que o aluno se aperceba de que todos os instantes de tempo compreendidos entre 4 e 6 são soluções do problema.

**Soluções**

**1.1 a.** $(x - 2)$ cm

**b.** $A = \dfrac{2 \times (x-2)}{2} = (x - 2)$ cm²

**c.** $A_{\text{pentágono}} = 4 + (x - 2) = x + 2$ cm²

**d.** $x \in [0, 8[$

**1.2 a.** $A_{\text{pentágono}} = 2x + 8$ cm²

**b.** $x \in [0, 1[$

**2.** $]4, 6[$

**Tarefa 5: Pizas**

**Objetivos**

- Analisar e completar esquemas de organização de informação para facilitar a interpretação de situações.

**Metodologia**

Para determinar o espaço de resultados de uma experiência aleatória são introduzidos esquemas para organizar a informação, nomeadamente tabelas e diagramas de árvore. Por isso, sugerimos que esta tarefa seja explorada quando os alunos já tiverem adquirido o conceito de espaço de resultados.

É fundamental que o aluno tome consciência da importância de organizar a informação que lhe é disponibilizada e que existe mais do que uma forma de o fazer. Também é importante que fique bem consolidada a noção de espaço de resultados.

Se assim o entender, esta tarefa pode ser explorada após ter sido lecionada a lei de Laplace, podendo, então, introduzir-se as questões seguintes.

**Extensão da tarefa**

**1.** Qual é a probabilidade de, ao pedir uma piza:
- **a.** esta ter massa fina e estaladiça?
- **b.** esta ser pequena e ter massa alta e fofa?
- **c.** esta ser uma piza familiar?

**2.** Qual é a probabilidade de:
- **a.** o André pagar a fatura do almoço com dinheiro?
- **b.** ser a Sofia a pagar a fatura do almoço?

**Soluções**

**1.**

**a.**



**b.** 6 casos. **c.** 2 tipos. **d.** 3 tipos.

**2. a.**

| | André (A) | Sofia (S) |
|---|---|---|
| Cartão multibanco (CM) | (A, CM) | (S, CM) |
| Dinheiro (D) | (A, D) | (S, D) |

**b.** 4 maneiras.

**c.** 2 maneiras.

**d.** Por exemplo:

## Planos de Aula

Para o ajudar a articular facilmente o Manual e o vasto conjunto de recursos disponíveis, sugerimos um conjunto de planos de aula.

Estes planos de aula estão disponíveis, também em formato editável, em 20 AULA DIGITAL PROFESSOR. Cada professor poderá assim proceder aos ajustamentos que achar necessários, tendo em consideração a realidade da sua escola e dos seus alunos.

## Caderno de Apoio ao Professor

Neste Caderno de Apoio ao Professor fornece-se um conjunto de materiais auxiliares à prática letiva.

### Teste de diagnóstico

Apresenta-se um teste de diagnóstico para o início do ano letivo. Este permitirá diagnosticar os conhecimentos dos alunos como ponto de partida para o trabalho a desenvolver.

### Resoluções

Apresentam-se nesta secção as resoluções dos exercícios do Manual e das fichas do Caderno de Atividades que consideramos mais difíceis e/ou mais trabalhosos.

Estas resoluções também estão disponíveis em 20 AULA DIGITAL PROFESSOR, podendo ser projetadas na aula sempre que seja oportuno.

# Aula Digital

A **Aula Digital** (CD-ROM e *on-line* em www.x9.te.pt) é uma plataforma educativa que permite ao professor uma fácil exploração do projeto *Xis* 9.º ano utilizando as novas tecnologias em sala de aula, com total articulação entre os recursos digitais e o Manual. Inclui:

- Manual multimédia
- Animações
- Simuladores (em Geogebra)
- Jogos
- *Links* internet
- Testes interativos
- Planos de aula em formato editável
- Tarefas em formato editável
- Resoluções de exercícios do Manual e do Caderno de Atividades para projeção

A Aula Digital permite-lhe **preparar as suas aulas em pouco tempo**, podendo:

- aceder aos Planos de Aula disponíveis em formato editável e planificar as suas aulas de acordo com as características de cada turma;
- utilizar as sequências de recursos digitais feitas de acordo com os Planos de Aula criados para si, que o apoiarão nas suas aulas com recurso a projetor ou quadro interativo;
- personalizar os Planos de Aula com recursos do projeto ou com os seus próprios materiais.

A Aula Digital permite-lhe **avaliar os seus alunos de uma forma fácil**, podendo:

- utilizar os testes pré-definidos ou criá-los à medida da sua turma, a partir de uma base de mais de 200 questões;
- imprimir os testes para distribuir ou projetá-los em sala de aula.

# TESTE DE DIAGNÓSTICO

**NOME:** _____ **TURMA:** _____ **N.º:** _____

## Grupo I

**Nos itens deste grupo, em que são indicadas quatro alternativas de resposta, só uma está correta. Assinala-a.**

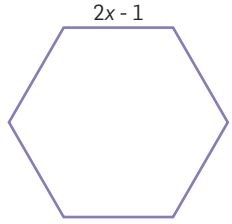
[2] **1.** O conjunto-solução da equação $x^2 + 10 = 19$ é:

**(A)** $\{3\}$ **(B)** $\{-3, 3\}$ **(C)** $\{9\}$ **(D)** $\{-9, 9\}$

[2] **2.** Qual dos números seguintes é igual a 64?

**(A)** $4^{-2}$ **(B)** $2^5$ **(C)** $3^4$ **(D)** $\left(\frac{1}{2}\right)^{-6}$

[2] **3.** De acordo com os dados da figura, indica qual das expressões seguintes pode representar o perímetro do hexágono regular.




**(A)** $(2x-1)^6$ **(C)** $12x-6$

**(B)** $12x+6$ **(D)** $4x^2-1$

[2] **4.** Hoje, o Lourenço recebeu a mesada. Juntamente com o dinheiro que já tinha, ficou com 50 euros. Considerando que $x$ é o dinheiro que o Lourenço tinha, indica qual das seguintes expressões pode representar o valor da mesada que o Lourenço recebeu.

**(A)** $50 + x$ **(B)** $50x$ **(C)** $\frac{50}{x}$ **(D)** $50 - x$

[2] **5.** O perímetro de uma figura é dado pela expressão $P = 2ab + 4$. Em qual das equações seguintes a expressão anterior está resolvida corretamente em ordem a $a$?

**(A)** $a = \frac{P+4}{2b}$ **(B)** $a = \frac{P-4}{2b}$ **(C)** $a = \frac{2 \times (P+4)}{b}$ **(D)** $a = P - \frac{4}{2b}$

[2] **6.** Qual é a medida do comprimento, em centímetros, da hipotenusa de um triângulo retângulo com 30 $cm^2$ de área e cujo comprimento de um dos catetos é igual a 5 cm?

**(A)** 13 cm **(B)** 12 cm **(C)** 5 cm **(D)** 14 cm

## Grupo II

**Nas questões deste grupo apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.**

[7] **1.** Resolve a equação $2(x+1) = x+4$.

[8] **2.** Completa as seguintes igualdades.

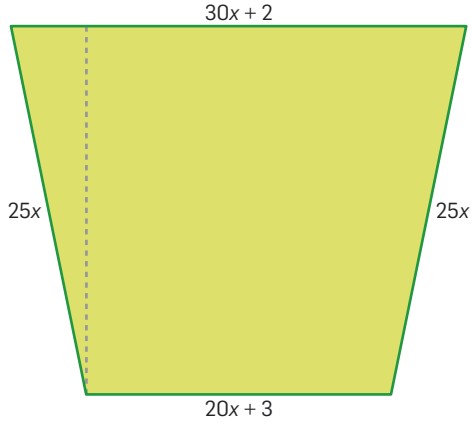
**a.** $(2x+1)^2 = \ldots\ldots + \ldots\ldots + 1$

**b.** $(3x-2)(3x+\ldots\ldots) = \ldots\ldots - 4$

**c.** $(\ldots\ldots - 3)^2 = 4x^2 - \ldots\ldots + 9$

**d.** $(x-\ldots\ldots)(x+\ldots\ldots) = \ldots\ldots - 9$

**3.** A tia Matilde comprou um terreno no Alentejo. A figura seguinte mostra um esquema do terreno da tia Matilde, que tem a forma de um quadrilátero com dois lados paralelos e dois lados oblíquos iguais.




As expressões apresentadas junto a cada lado representam a respetiva medida, em metros. Sabe-se que o terreno tem 2005 m de perímetro.

[2] **a.** Classifica, quanto aos lados, o polígono que representa o terreno.

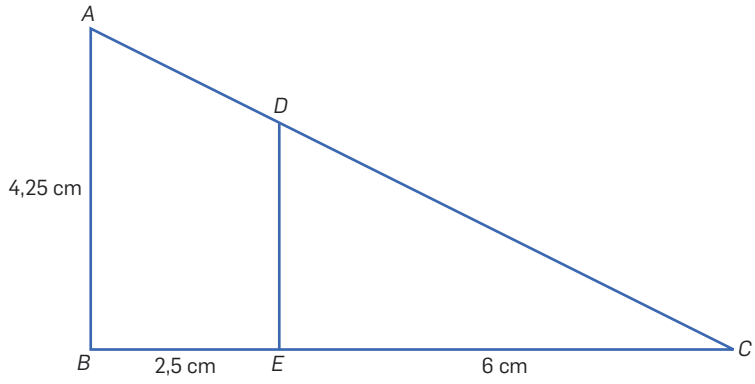
[3] **b.** Escreve uma expressão simplificada do perímetro do terreno.

[4] **c.** Calcula o valor de $x$.

[5] **d.** Calcula a altura do polígono representado na figura, com aproximação às unidades.

[4] **e.** Calcula a área ocupada pelo terreno, aproximada às unidades.

**4.** Observa a seguinte figura, em que $ABC$ e $DEC$ são ângulos retos.




[3] **4.1** Mostra que os triângulos $[ABC]$ e $[ECD]$ são semelhantes.

**4.2** Determina:

[3] **a.** $\overline{DE}$

[4] **b.** $\overline{DC}$ (com arredondamento às décimas)

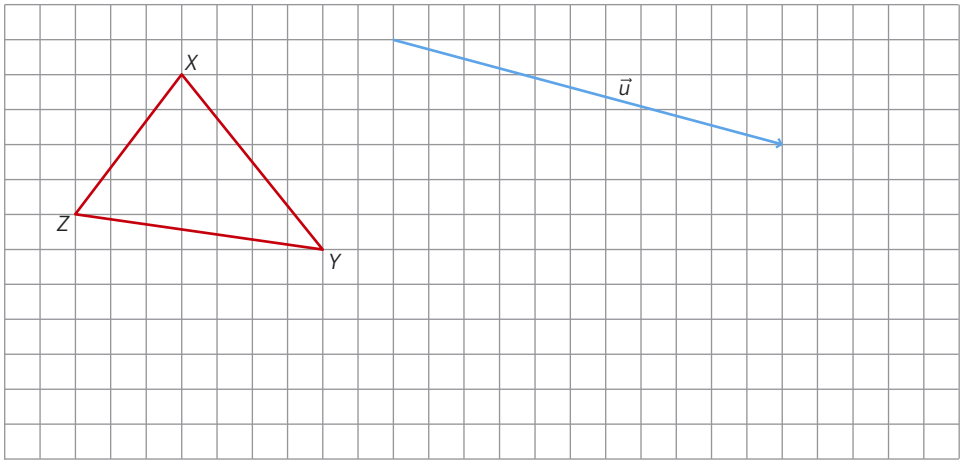
[5] **5.** Calcula o valor da seguinte expressão numérica.

$$\frac{-\frac{7}{4}+\frac{11}{5}}{\frac{19}{14}}$$

[5] **6.** Resolve o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} 2x+y=10 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$$

[5] **7.** Determina a imagem do triângulo $[XYZ]$ na translação associada ao vetor $\vec{u}$.



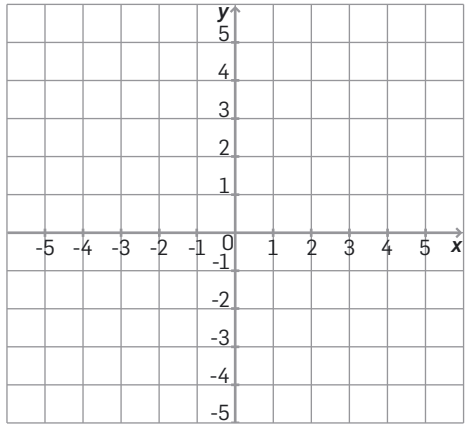

**8.** Seja $f$ uma função definida por $f(x) = 3x - 2$.

[2] **a.** Qual é a imagem de 5 por meio da função $f$?

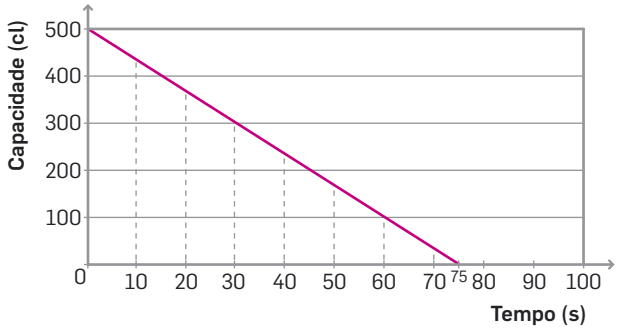
[2] **b.** Resolve a equação $f(x) = 10$.

[4] **c.** Calcula as coordenadas do ponto de interseção do gráfico da função $f$ com o gráfico da função definida por $g(x) = 2x$.

[3] **d.** Representa graficamente a função $f$.



**9.** O gráfico seguinte representa o tempo de esvaziamento de uma vasilha, que se encontrava completamente cheia, em função da sua capacidade.




[1] **a.** Identifica a variável independente e a variável dependente na função representada graficamente.

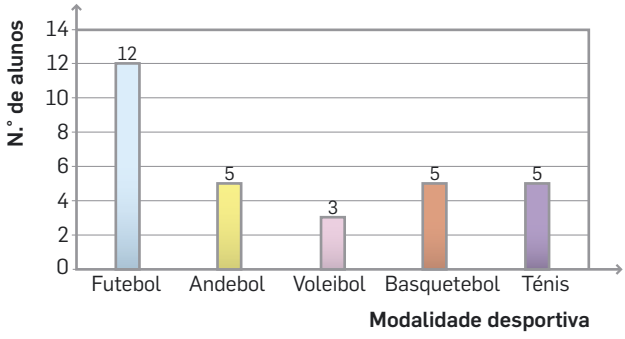
[2] **b.** Qual é a capacidade da vasilha?

[2] **c.** Qual é o volume de água na vasilha 30 segundos após se ter dado início ao seu esvaziamento?

[2] **d.** Quando o volume de água na vasilha é de 100 cl, quanto tempo decorreu após o início do esvaziamento?

[2] **e.** Quanto tempo demorou a vasilha a ficar completamente vazia?

**10.** Observa o gráfico seguinte que representa as modalidades desportivas preferidas pelos alunos de uma turma.




[2] **a.** Quantos alunos tem a turma?

[2] **b.** Que modalidades têm o mesmo número de preferências?

[3] **c.** Que percentagem de alunos prefere futebol?

[3] **d.** Que percentagem de alunos prefere ténis ou basquetebol? Arredonda o valor obtido às unidades.

# SOLUÇÕES DO TESTE DE DIAGNÓSTICO

## Grupo I

**1.** (B)

**2.** (D)

**3.** (C)

**4.** (D)

**5.** (B)

**6.** (A)

## Grupo II

**1.** $x = 2$

**2. a.** $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

**b.** $(3x-2)(3x+2) = 9x^2 - 4$

**c.** $(2x-3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$

**d.** $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$

**3. a.** Trapézio isósceles.

**b.** $100x + 5$

**c.** $x = 20$ m

**d.** $h \approx 459$ m

**e.** $A \approx 230\ 493$ m$^2$

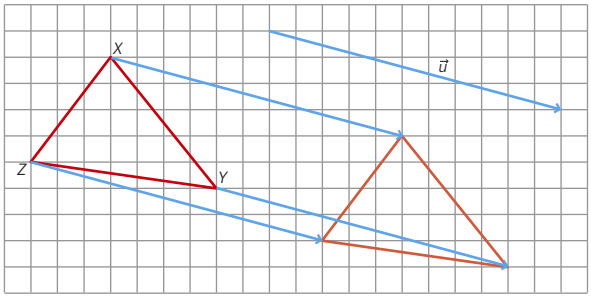
**4.1** Os triângulos são semelhantes porque têm um ângulo comum e um ângulo de amplitude 90º.

**4.2 a.** 3 cm **b.** 6,7 cm

**5.** $\frac{63}{190}$

**6.** (3, 4)

**7.**

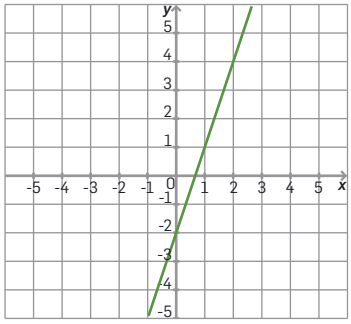



**8. a.** $f(5) = 13$

**b.** $x = 4$

**c.** (2, 4)

**d.**




**9. a.** Variável dependente: capacidade. Variável independente: tempo.

**b.** 500 cl

**c.** 300 cl

**d.** 60 s

**e.** 75 s

**10. a.** 30 alunos.

**b.** Andebol, basquetebol e ténis.

**c.** 40%

**d.** Aproximadamente 33%.

# RESOLUÇÃO DE ALGUNS EXERCÍCIOS DO MANUAL

## VOLUME 1

### RELAÇÃO DE ORDEM EM IR. INEQUAÇÕES

#### PÁG. 19 – APLICA

**23.**

$1{,}41-\frac{1}{100}<\sqrt{2}<1{,}41+\frac{1}{100}\Leftrightarrow\frac{7}{5}<\sqrt{2}<\frac{71}{50}$

$2{,}24-\frac{1}{100}<\sqrt{5}<2{,}24+\frac{1}{100}\Leftrightarrow\frac{223}{100}<\sqrt{2}<\frac{9}{4}$

Portanto:

$\frac{7}{5}\times\frac{223}{100}<\sqrt{2}\times\sqrt{5}<\frac{71}{50}\times\frac{9}{4}\Leftrightarrow\frac{1561}{500}<\sqrt{2}\times\sqrt{5}<\frac{639}{200}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3{,}122<\sqrt{2}\times\sqrt{5}<3{,}195$

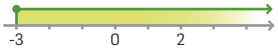
Assim, o erro máximo que se comete é $3{,}195-3{,}16=0{,}035$.

#### PÁG. 23 – APLICA

**35.**

**a.** $]2,+\infty[$

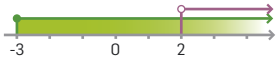
$[-3,+\infty[$




**b.**

Os números reais que pertencem aos dois conjuntos são os números reais do intervalo $]2,+\infty[$.

**c.**




Os números reais que pertencem à união dos dois intervalos são os números reais do intervalo $[-3,+\infty[$.

#### PÁG. 25 – APLICA

**38.** Representemos os dois conjuntos:

A figura correta é a (A).

A figura (B) representa um intervalo fechado, onde $-1$ e 5 fazem parte do intervalo representado; no entanto, não fazem parte da interseção de intervalos apresentada.

A figura (C) representa o conjunto resultante da reunião de intervalos.

#### PÁG. 29 – APLICA

**46.** Massa corporal do Serafim = 56,4 kg

Massa do gato do Tibério = $x$ kg

Massa da pedra = 61,8 kg

Soma das massas do Serafim e do gato = $x+56{,}4$

$x+56{,}4\le 61{,}8\Leftrightarrow x\le 61{,}8-56{,}4\Leftrightarrow x\le 5{,}4$

A massa do gato deverá ser inferior ou igual a 5,4 kg.

**47.** Como o triângulo é equilátero, um dos lados do retângulo mede $x+1$.

Perímetro do retângulo $=2\times5+2\times(x+1)=10+2x+2=12+2x$

Perímetro do triângulo $=3\times(x+1)=3x+3$

$12+2x\ge 3x+3\Leftrightarrow 2x-3x\ge 3-12\Leftrightarrow -x\ge -9\Leftrightarrow x\le 9$

O perímetro do retângulo é igual ou maior do que o perímetro do triângulo para $x\in[0,9]$.

#### PÁG. 31 – APLICA

**51.**

$0\le\frac{2a+3}{6}<6\Leftrightarrow 0\times6\le 2a+3<6\times6\Leftrightarrow 0\le 2a+3<36\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0-3\le 2a<36-3\Leftrightarrow -3\le 2a\le 33\Leftrightarrow\frac{-3}{2}\le a<\frac{33}{2}$

**52.**

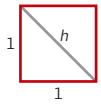
$-10\le 2x+3<0\Leftrightarrow -10-3\le 2x<0-3\Leftrightarrow -13\le 2x<-3\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -\frac{13}{2}\le x<-\frac{3}{2}$

Entre $-\frac{13}{2}$, inclusive, e $-\frac{3}{2}$ há cinco números inteiros: $\{-6,-5,-4,-3,-2\}$

#### PÁG. 37 – APLICA +

**4.**




$h^2=1^2+1^2\Leftrightarrow h^2=1+1\Leftrightarrow h^2=2\Leftrightarrow \underbrace{h=-\sqrt{2}}_{\text{Sem significado}}\vee h=\sqrt{2}$

Perímetro do retângulo $=10\times\sqrt{2}=10\sqrt{2}$

$14{,}14<10\sqrt{2}<14{,}15$

#### PÁG. 42 – APLICA +

**26.**

**a.** $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{4}+1\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{4}+\frac{4}{4}\Leftrightarrow x^2=\frac{5}{4}\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{x=-\sqrt{\frac{5}{4}}}_{\text{Sem significado}}\vee x=\sqrt{\frac{5}{4}}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{5}}{2}$

**b.** $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

O valor exato da abcissa do ponto $P$ é $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

**27.** $x^2=3^2+2^2=9+4\Leftrightarrow x^2=13\Leftrightarrow \underbrace{x=-\sqrt{13}}_{\text{Sem significado}}\vee x=\sqrt{13}$

$\overline{AC}=\overline{BD}=\sqrt{13}$

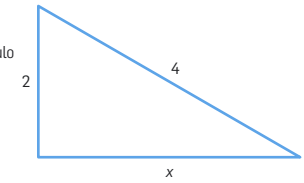
A abcissa do ponto $E$ é $-(\sqrt{13}-1)$ e a abcissa do ponto $F$ é $\sqrt{13}-2$.

## PÁG. 43 – APLICA +

**28.**

**a.** $A_{\text{parte amarela}} = A_{\text{quadrado}} - 2 \times A_{\text{triângulo}}$

$A_{\text{quadrado}} = 4^2 = 16$




$x^2 = 4^2 - 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 16 - 4 \Leftrightarrow x^2 = 12 \Leftrightarrow x = -\sqrt{12} \vee x = \sqrt{12}$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{2 \times \sqrt{12}}{2} = \sqrt{12}$$

$A_{\text{parte amarela}} = 16 - 2 \times \sqrt{12} = 16 - 2\sqrt{3 \times 2^2} = 16 - 2 \times 2\sqrt{3} = 16 - 4\sqrt{3}$

**b.** $1{,}73 < \sqrt{3} < 1{,}74$

$6{,}92 < 4\sqrt{3} > 6{,}96$

$-6{,}92 > -4\sqrt{3} > -6{,}96$

$-6{,}96 < -4\sqrt{3} < -6{,}92$

$9{,}04 < 16 - 4\sqrt{3} < 9{,}08$

**29.** O perímetro, $P$, do triângulo é dado por $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$. Como $\overline{AB} = \overline{AC}$ e $\overline{AB} = 100 + \overline{BC}$, então:

$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AB} = 2\overline{AB} + \overline{BC} = 2(100 + \overline{BC}) + \overline{BC} = 200 + 3\overline{BC}$

Pelo enunciado, $821 < P < 827$.

Assim:

$821 < 200 + 3\overline{BC} < 827 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 821 - 200 < 3\overline{BC} < 827 - 200 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 621 < 3\overline{BC} < 627 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{621}{3} < \overline{BC} < \frac{627}{3} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 207 < \overline{BC} < 209 \Leftrightarrow$

Como $\overline{AB} = 100 + \overline{BC}$, vem:

$100 + 207 < \overline{AB} < 100 + 209 \Leftrightarrow 307 < \overline{AB} < 309$

Assim, $\overline{BC} \in ]207, 209[$ e $\overline{AB} \in ]307, 309[$.

## PÁG. 44 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Alternativa correta $(-\sqrt{27}$ e $\pi)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$-8 \rightarrow$ dízima finita

$-\sqrt{27} \rightarrow$ dízima infinita não periódica

$\frac{3}{7} = 0{,}(428571) \rightarrow$ dízima infinita periódica

$\pi \rightarrow$ dízima infinita não periódica

$\sqrt{81} = 9 \rightarrow$ dízima finita

Opção correta: $-\sqrt{27}$ e $\pi$

**2.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta $(-3)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$-\pi$, $-3$, $-2$, $-1$ e $0$. O menor número inteiro é $-3$.

Opção correta: $-3$.

**3.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta $(\sqrt{3}\,;\ \pi)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$\sqrt[3]{8} = 2 \rightarrow$ dízima finita

$\pi \rightarrow$ dízima infinita não periódica

$\sqrt[3]{27} = 3 \rightarrow$ dízima finita

$\sqrt{3} \rightarrow$ dízima infinita não periódica

Opção correta: $\sqrt{3}\,;\ \pi$.

**4.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente, apresentando um número, na forma pedida, que verifica a condição ..... 5 pontos

Apresenta um número racional, sem ser na forma pedida, que verifica a condição ..... 2 pontos

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

$\sqrt{5} = 2{,}236\,067\,9...$

Assim, um número que está nas condições pedidas é, por exemplo, o $\frac{7}{3} = 2{,}(3)$.

**5.**

**Cotação: 4 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente ($-3$ e $0$) ..... 4 pontos

Apresenta corretamente apenas um dos valores ..... 2 pontos

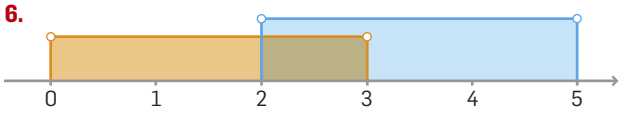
Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

Os números inteiros que pertencem ao intervalo $[-\sqrt{15}\,;\ 0{,}9]$ são: $-3$, $-2$, $-1$ e $0$. Destes, o menor é o $-3$ e o maior é o $0$.

## PÁG. 45 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**6.**




Logo, $]0, 3[\ \ ]2, 5[ = ]0, 5[$.

**7.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinala a opção correta $(\sqrt{2{,}5})$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$\sqrt{25} = 5 \rightarrow$ dízima finita

$\sqrt{2{,}5} \rightarrow$ dízima infinita não periódica

$\sqrt{0{,}25} = \frac{25}{100} = 0{,}5 \rightarrow$ dízima finita

$\sqrt{0{,}0025} = \sqrt{\frac{25}{10\,000}} = 0{,}05 \rightarrow$ dízima finita

Opção correta: $\sqrt{2{,}5}$.

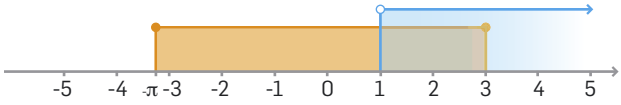
**8.**

**Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinala a opção correta $(]1, 3])$ ..... 5 pontos

**Resolução**




Logo, $[-\pi, 3] \cup ]1, +\infty[ = [1, 3]$.

Opção correta: $]1, 3]$.

**9.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a inequação de denominadores ..... 1 ponto

Isolar, num dos membros, os termos em $x$ ..... 1 ponto

Reduzir os termos semelhantes ..... 1 ponto

Escrever a inequação $x > -\frac{8}{15}$ $\left(\text{ou } -\frac{8}{15} < x\right)$ ..... 2 pontos

Escrever o conjunto-solução na forma de intervalo ..... 1 ponto

**Resolução**

$\frac{1}{3} - 2x < \frac{5}{3} + \frac{x}{2} \Leftrightarrow 2 - 12x < 10 + 3x \Leftrightarrow -12x - 3x < 10 - 2 \Leftrightarrow -15x < 8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 15x > -8 \Leftrightarrow x > -\frac{8}{15}$

Conjunto-solução: $x \in \left]-\frac{8}{15}, +\infty\right[$

**10.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a inequação de parênteses ..... 1 ponto

Desembaraçar a inequação de denominadores ..... 1 ponto

Isolar os termos com variável num dos membros da inequação ..... 1 ponto

Reduzir os termos semelhantes ..... 1 ponto

Obter a condição $x \leq 35$ (ou $35 \geq x$) ..... 1 ponto

Apresentar o conjunto-solução na forma pedida $(]-\infty, 35])$ ..... 1 ponto

**Resolução**

$\frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}(x - 3) \Leftrightarrow \frac{12}{5}x - 4 \geq \frac{5}{2}x - \frac{15}{2} \Leftrightarrow 24x - 40 \geq 25x - 75 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 24x - 25x \geq -75 + 40 \Leftrightarrow -x \geq -35 \Leftrightarrow x \leq 35$

Conjunto-solução: $x \in ]-\infty, 35]$

## PÁG. 46 – TESTE FINAL

**1.** $\sqrt{36} = 6 \rightarrow$ dízima finita

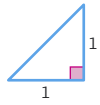
$\sqrt{3{,}6} \rightarrow$ dízima infinita não periódica

$\sqrt{0{,}36} = \sqrt{\frac{36}{100}} = 0{,}6 \rightarrow$ dízima finita

$0{,}0036 = \sqrt{\frac{36}{10\,000}} = 0{,}06 \rightarrow$ dízima finita

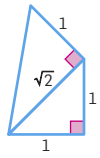
Opção correta: (B).

**2. a.**




$h^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow h^2 = 2 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{2}$

Logo, $h = \sqrt{2}$, pois $h > 0$.




$h^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 \Leftrightarrow h^2 = 2 + 1 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{3}$

Logo, $h = \sqrt{3}$, pois $h > 0$.

A abcissa de $B$ é $-\sqrt{3}$ e a abcissa de $C$ é $\sqrt{3}$.

**b.** Diâmetro $= 2\sqrt{3}$

Raio $= \sqrt{3}$

$A = \pi \times r^2 = \pi \times (\sqrt{3})^2 = \pi \times 3 = \pi \times 3 = (3\pi)\ \text{cm}^2$

**c.** $3\pi\ \text{cm}^2 \approx 9{,}42\ \text{cm}^2$

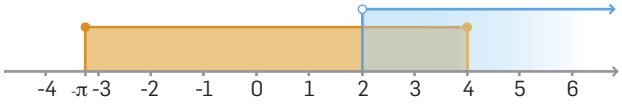
**3.** Sendo $d$ a diagonal da base do reboque, pelo teorema de Pitágoras:

$$d^2 = 2^2 + 6^2 \Leftrightarrow d^2 = 4 + 36 \Leftrightarrow d^2 = 40$$

Como $d > 0$, então $d = \sqrt{40}$, pelo que $6{,}3 < d < 6{,}4$. Logo, o tronco não cabe na base do reboque.

## PÁG. 47 – TESTE FINAL

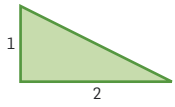
**4.**




Logo, $[-\pi, 4] \quad ]2, +\infty[ = ]2, 4]$.

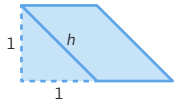
Opção correta: (A).

**5.1**




$h^2 = 1^2 + 2^2 \Leftrightarrow h^2 = 1 + 4 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{5}$. Como $h > 0$, $h = \sqrt{5}$.

$P = 1 + 2 + \sqrt{5} = 3 + \sqrt{5}$ u. c.




$h^2 = 1^2 + 1^2 \Leftrightarrow h^2 = 1 + 1 \Leftrightarrow h = \pm\sqrt{2}$. Como $h > 0$, $h = \sqrt{2}$.

$P = 1 + 1 + \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2 + 2\sqrt{2}$ u. c.

O perímetro do triângulo é superior ao perímetro do paralelogramo.

**5.2** Pela alínea anterior, o perímetro do paralelogramo é $2 + 2\sqrt{2}$. Assim:

$1{,}5 - 0{,}1 < \sqrt{2} < 1{,}5 + 0{,}1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \times 1{,}4 < 2\sqrt{2} < 2 \times 1{,}6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2{,}8 + 2 < 2\sqrt{2} + 2 < 3{,}2 + 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4{,}8 < 2\sqrt{2} + 2 < 5{,}2$

Logo, o erro máximo cometido é $5{,}2 - 5 = 0{,}2$.

**6.**

**a.** $4 - 5x < \frac{1}{2} + \frac{1}{3}x \vee 2(x+3) - 2 > 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{24}{6} - \frac{30x}{6} < \frac{3}{6} + \frac{2}{6}x \vee 2x + 6 - 2 > 5 \Leftrightarrow$

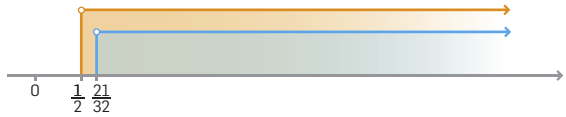
$\Leftrightarrow 24 - 30x < 3 + 2x \vee 2x > 5 - 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -30x - 2x < 3 - 24 \vee 2x > 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -32x < -21 \vee x > \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x > \frac{21}{32} \vee x > \frac{1}{2}$

**b.**




$$\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[ \quad \left]\frac{21}{32}, +\infty\right[ = \left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$$

**c.** 1

**d.** 0

**7.** No triângulo representado, $3x$ é o lado maior. Logo, a solução é $x > 1$, pois, se $x = 1$, então o triângulo é isosceles e se $0 < x < 1$, então o lado maior é $2x + 1$, o que não está de acordo com a figura apresentada.

## HISTOGRAMAS. PROBABILIDADE

## PÁG. 59 – APLICA

**9.** Para cada diagrama, tens de analisar o número de dados em cada folha, pois esse valor corresponde à frequência absoluta no histograma. Assim, o diagrama A corresponde ao histograma III, o diagrama B corresponde ao diagrama I e o diagrama C corresponde ao histograma II.

## PÁG. 63 – APLICA

**14.**

**a.** 36 elementos.

**b.**

| + | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| **2** | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **3** | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| **4** | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **5** | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| **6** | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |

$E = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

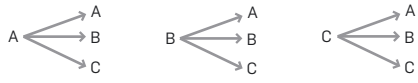
**c.**

| x | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **2** | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| **3** | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| **4** | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| **5** | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| **6** | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |

$E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 30, 36\}$

**15.**

**a.**



**b.** Por observação do diagrama da alínea a., concluímos que se pode ir de uma margem à outra e regressar de nove maneiras diferentes: (A, A); (A, B); (A, C); (B, A); (B, B); (B, C); (C, A); (C, B); (C, C).

**c.** Por observação do diagrama da alínea a., concluímos que se pode ir de uma margem à outra e regressar, sem repetir a ponte, de seis maneiras diferentes: (A, B); (A, C); (B, A); (B, C); (C, A); (C, B).

## PÁG. 65 – APLICA

**19.** Nas oito faces do octaedro existem quatro números pares e quatro números ímpares:

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Os números pares e ímpares são em igual número. Logo, independentemente do facto de nos seis primeiros lançamentos ter saído número par, continua a ser tão provável sair um número par como um número ímpar.

Opção correta: (A).

## PÁG. 69 – APLICA

**24.1** 10 bolas = três bolas brancas + duas bolas pretas + cinco bolas amarelas

**a.** $\frac{3}{10}$ **b.** $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ **c.** $\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ **d.** $\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

**24.2**

**a.** Saindo na 1.ª extração uma bola branca, ficam nove bolas, sendo duas delas brancas.

A probabilidade de sair bola branca na 2.ª extração é, desta forma, $\frac{2}{9}$.

**b.** Saindo na 1.ª extração uma bola amarela, ficam nove bolas, sendo duas pretas.

A probabilidade de sair bola preta na 2.ª extração sabendo que na primeira saiu uma bola amarela é, desta forma, $\frac{2}{9}$.

**c.** Saindo na 1.ª extração uma bola amarela, ficam nove bolas, sendo quatro amarelas (cinco não são amarelas).

A probabilidade de não sair bola amarela na 2.ª extração sabendo que na primeira saiu uma bola amarela é, desta forma, $\frac{5}{9}$.

**25.** Com os dados fornecidos não é possível assegurar que esta afirmação seja completamente verdadeira, apesar de ser possível. O saco pode ter 12 bolas, sendo duas vermelhas, ou 18 bolas, sendo três vermelhas, etc.

**26.** Por exemplo:

**a.** «Sair uma bola verde.»

**b.** $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$ «Sair uma bola amarela.»

**c.** $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ «Sair uma bola vermelha.»

**d.** «Sair uma bola preta.»

**e.** «Sair uma bola vermelha ou verde ou amarela.»

## PÁG. 75 – APLICA

**28.**

**(A)** Falsa. Pela Lei dos Grandes Números, a frequência relativa de um acontecimento tende a estabilizar no valor da probabilidade deste. Nesta situação, a probabilidade da área do setor 1 na roleta A é $\frac{1}{5}$, valor inferior à probabilidade da área do setor 1 na roleta B, que é $\frac{1}{4}$.

**(B)** Falsa. A soma das probabilidades das áreas dos setores pares na roleta A é $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2}{5}$ e na roleta B é $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$. Invocando novamente a Lei dos Grandes Números, concluímos, então, que a soma das frequências relativas dos setores pares na roleta A é inferior à soma das frequências relativas dos setores pares na roleta B.

**(C)** Verdadeira. $0{,}2=\frac{1}{5}$ é a probabilidade de «sair o número 3».

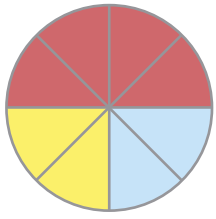
**(D)** Falsa. A probabilidade de sair número par na roleta B é $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=0{,}5$.

**29.** $\frac{1}{40}=\frac{x}{1000} \Leftrightarrow x=\frac{1000}{40} \Leftrightarrow x=25$

Espera-se que o número 10 saia cerca de 25 vezes.

**30.** Por exemplo:

$\frac{1}{8}=0{,}125$ $0{,}125\times 2=0{,}25$ $0{,}125\times 4=0{,}50$



## PÁG. 81 – APLICA +

**7.**

**a.** $E=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

**b.** $A$: Acontecimento composto (formado por mais do que um elemento de $E$).

$B$: Acontecimento impossível (não é formado por nenhum elemento de $E$).

$C$: Acontecimento elementar (formado por um único elemento de $E$).
$D$: Acontecimento certo (formado por todos os elementos de $E$).

**9.** Se a probabilidade de saída de cada número é $\frac{1}{25}$, é de esperar que em 2000 jogadas o número 16 saia cerca de 80 vezes $\left(\frac{2000}{25} = 80\right)$.

## PÁG. 82 – APLICA +

**13.1** Número total de canários – 5
Número de canários verdes – 3
$p(\text{verde}) = \frac{3}{5}$

**13.2**

| | $V_1$ | $V_2$ | $V_3$ | $A_1$ | $A_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $V_1$ | | $(V_1, V_2)$ | $(V_1, V_3)$ | $(V_1, A_1)$ | $(V_1, A_2)$ |
| $V_2$ | $(V_2, V_1)$ | | $(V_2, V_3)$ | $(V_2, A_1)$ | $(V_2, A_2)$ |
| $V_3$ | $(V_3, V_1)$ | $(V_3, V_2)$ | | $(V_3, A_1)$ | $(V_3, A_2)$ |
| $A_1$ | $(A_1, V_1)$ | $(A_1, V_2)$ | $(A_1, V_3)$ | | $(A_1, A_2)$ |
| $A_2$ | $(A_2, V_1)$ | $(A_2, V_2)$ | $(A_2, V_3)$ | $(A_2, A_1)$ | |

**13.3**

**a.** $p = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

**b.** Probabilidade de os dois primeiros canários a sair terem a mesma cor:

| | $V_1$ | $V_2$ | $V_3$ | $A_1$ | $A_2$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $V_1$ | | $(V_1, V_2)$ | $(V_1, V_3)$ | $(V_1, A_1)$ | $(V_1, A_2)$ |
| $V_2$ | $(V_2, V_1)$ | | $(V_2, V_3)$ | $(V_2, A_1)$ | $(V_2, A_2)$ |
| $V_3$ | $(V_3, V_1)$ | $(V_3, V_2)$ | | $(V_3, A_1)$ | $(A_1, A_2)$ |
| $A_1$ | $(A_1, V_1)$ | $(A_1, V_2)$ | $(A_1, V_3)$ | | $(A_1, A_2)$ |
| $A_2$ | $(A_2, V_1)$ | $(A_2, V_2)$ | $(A_2, V_3)$ | $(A_2, A_1)$ | |

$$p = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

## PÁG. 83 – APLICA +

**14.**

**a.**

| | $L$ | $V$ | $C$ | $A_1$ | $A_2$ | $A_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $L$ | | $(L, V)$ | $(L, C)$ | $(L, A_1)$ | $(L, A_2)$ | $(L, A_3)$ |
| $V$ | | | $(V, C)$ | $(V, A_1)$ | $(V, A_2)$ | $(V, A_3)$ |
| $C$ | | | | $(C, A_1)$ | $(C, A_2)$ | $(C, A_3)$ |
| $A_1$ | | | | | $(A_1, A_2)$ | $(A_1, A_3)$ |
| $A_2$ | | | | | | $(A_2, A_3)$ |
| $A_3$ | | | | | | |

**b.** Existem 15 casos possíveis.

**c.** $p = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ (por observação da tabela da alínea a.)

**d.** $p = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$ (por observação da tabela da alínea a.)

**e.** $p = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ (por observação da tabela da alínea a.)

## PÁG. 84 – APLICA +

**16.**

**a.**

| | $P_1$ | $P_2$ | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | | $(P_1, P_2)$ | $(P_1, B_1)$ | $(P_1, B_2)$ |
| $P_2$ | | | $(P_2, B_1)$ | $(P_2, B_2)$ |
| $B_1$ | | | | $(B_1, B_2)$ |
| $B_2$ | | | | |

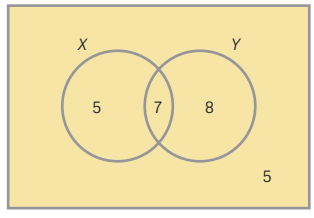
$$p = \frac{1}{6}$$

**b.**

| | $P_1$ | $P_2$ | $B_1$ | $B_2$ |
|---|---|---|---|---|
| $P_1$ | | $(P_1, P_2)$ | $(P_1, B_1)$ | $(P_1, B_2)$ |
| $P_2$ | | | $(P_2, B_1)$ | $(P_2, B_2)$ |
| $B_1$ | | | | $(B_1, B_2)$ |
| $B_2$ | | | | |

$$p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

**18.1** $25 - 5 = 20$ (número de habitações onde foi entregue o jornal X, o jornal Y ou os dois)
$12 + 15 = 27$
$27 - 20 = 7$ (número de habitações onde foram entregues os dois jornais)

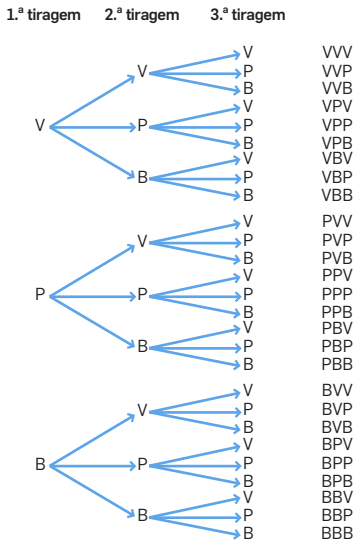



**18.2 a.** $p = \frac{12}{25}$ (por observação do diagrama de 18.1)

**b.** $p = \frac{7}{25}$ (por observação do diagrama de 18.1)

## PÁG. 85 – APLICA +

### 19.1




Do diagrama percebemos que é um problema em que existe um saco com três bolas indistinguíveis ao tato, uma de cor branca, outra de cor preta e outra de cor vermelha.
Fazem-se três extrações seguidas, repondo no saco a bola retirada, antes da extração seguinte.
Existem 27 casos possíveis (por observação do diagrama em árvore).

### 19.2

**a.** Por observação do diagrama em árvore da alínea 19.1, existe apenas um caso favorável: BBB.

$$p = \frac{1}{27}$$

**b.** Pelo menos duas bolas brancas = Duas bolas brancas ou três bolas brancas
Por observação do diagrama em árvore da alínea 19.1, existem os seguintes casos favoráveis: VBB, PBB, BVB, BPB, BBV, BBP, BBB.

$$p = \frac{7}{27}$$

**c.** Por observação do diagrama em árvore da alínea 19.1, todos os casos são favoráveis, exceto o caso PPP (3 bolas pretas).

$$p = \frac{26}{27}$$

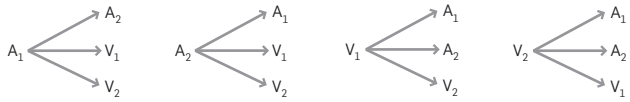
**d.** Por observação do diagrama em árvore da alínea 19.1, os casos favoráveis são todos, exceto o caso VVV.

$p$ (pelo menos uma bola branca ou bola preta) =

$= 1 - p$ (não ter bolas brancas nem pretas) $= 1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$

## PÁG. 86 – APLICA +

### 20.1




**20.2** Por observação do diagrama de 20.1, concluímos que existem 12 casos possíveis: $(A_1, A_2)$, $(A_1, V_1)$, $(A_1, V_2)$, $(A_2, A_1)$, $(A_2, V_1)$, $(A_2, V_2)$, $(V_1, A_1)$, $(V_1, A_2)$, $(V_1, V_2)$, $(V_2, A_1)$, $(V_2, A_2)$, $(V_2, V_1)$.

### 20.3

**a.** Por observação do diagrama de 20.1, existem dois casos favoráveis: $(A_1, A_2)$ e $(A_2, A_1)$.

$$p = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

**b.** Por observação do diagrama de 20.1, existem dois casos favoráveis: $(V_1, V_2)$ e $(V_2, V_1)$.

$$p = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

**c.** Por observação do diagrama de 20.1, existem quatro casos favoráveis: $(A_1, V_1)$, $(A_1, V_2)$, $(A_2, V_1)$ e $(A_2, V_2)$.

$$p = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

**d.** Por observação do diagrama da alínea 17.1, existem oito casos favoráveis: $(A_1, V_1)$, $(A_1, V_2)$, $(A_2, V_1)$, $(A_2, V_2)$, $(V_1, A_1)$, $(V_1, A_2)$, $(V_2, A_1)$ e $(V_2, A_2)$.

$$p = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

**21.** Vamos construir tabelas de dupla entrada, colocando a inicial da cor de quem ganha no quadrado correspondente a cada jogo.

| | | Dado azul (A) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **0** | **0** | **4** | **4** | **4** | **4** |
| Dado branco (B) | **1** | B | B | A | A | A | A |
| | **1** | B | B | A | A | A | A |
| | **1** | B | B | A | A | A | A |
| | **5** | B | B | B | B | B | B |
| | **5** | B | B | B | B | B | B |
| | **5** | B | B | B | B | B | B |

Quem fica com o branco tem maior probabilidade de ganhar. Logo, ganho eu.

| | | Dado vermelho (V) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **2** | **2** | **2** | **2** | **6** | **6** |
| **Dado branco (B)** | **1** | V | V | V | V | V | V |
| | **1** | V | V | V | V | V | V |
| | **1** | V | V | V | V | V | V |
| | **5** | B | B | B | B | V | V |
| | **5** | B | B | B | B | V | V |
| | **5** | B | B | B | B | V | V |

Quem fica com o vermelho tem maior probabilidade de ganhar. Logo, ganho eu.

| | | Dado vermelho (V) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **2** | **2** | **2** | **2** | **6** | **6** |
| **Dado verde (v)** | **3** | v | v | v | v | V | V |
| | **3** | v | v | v | v | V | V |
| | **3** | v | v | v | v | V | V |
| | **3** | v | v | v | v | V | V |
| | **3** | v | v | v | v | V | V |
| | **3** | v | v | v | v | V | V |

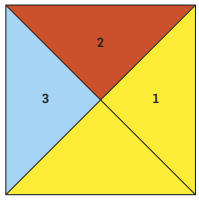
Quem fica com o verde tem maior probabilidade de ganhar. Logo, ganho eu.

| | | Dado azul (A) | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **0** | **0** | **4** | **4** | **4** | **4** |
| **Dado verde (v)** | **3** | v | v | A | A | A | A |
| | **3** | v | v | A | A | A | A |
| | **3** | v | v | A | A | A | A |
| | **3** | v | v | A | A | A | A |
| | **3** | v | v | A | A | A | A |
| | **3** | v | v | A | A | A | A |

Quem fica com o azul tem maior probabilidade de ganhar. Logo, ganho eu.

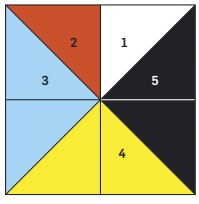
## PÁG. 87 – APLICA +

**22.1**




Dividindo o alvo A em quatro zonas iguais e iguais à zona 2, podemos facilmente concluir que:

$$p(\text{acertar na zona 2}) = \frac{1}{4}$$



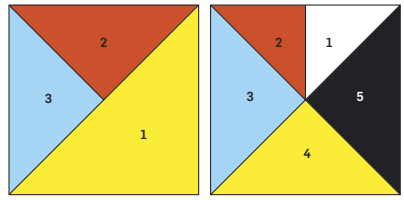

Da mesma forma, dividindo o alvo B em oito zonas iguais e iguais à zona 2, podemos facilmente concluir que:

$$p(\text{acertar na zona 2}) = \frac{1}{8}$$

Da mesma forma, podemos dividir o alvo C em nove zonas iguais e iguais à zona 2.
Concluímos, então, que $p(\text{acertar na zona 2}) = \frac{1}{9}$.

Assim, a probabilidade de ganhar é maior no alvo A.

**22.2 a.**




A zona 3 do alvo A tem precisamente a mesma área da zona 4 do alvo B. Logo, jogando 100 vezes em cada alvo, é igualmente provável obter 40 vezes no 3, no alvo A, como no 4, no alvo B.

**b.** Como a probabilidade de acertar no 4 é $\frac{1}{4}$ e a probabilidade de acertar no 1 é $\frac{1}{8}$, podemos dizer que em 100 jogadas é mais provável acertar 30 vezes no 4 do que acertar 30 vezes no 1.

**c.** Como a probabilidade de acertar no 3 é $\frac{1}{9}$ e a probabilidade de acertar no 8 é $\frac{1}{12}$, podemos dizer que em 100 jogadas é mais provável acertar 5 vezes no 8 do que no 3.

## PÁG. 88 – APLICA +

**23.** $A_{\text{superfície limitada a preto}} = 40\ \text{km}^2$ ; $A_{\text{zona colorida}} = 2^2 = 4\ \text{km}^2$

$A_{\text{zona não colorida}} = A_{\text{superfície limitada a preto}} - A_{\text{zona colorida}} = 40 - 4 = 36\ \text{km}^2$

$$p = \frac{36}{40} = \frac{9}{10}$$

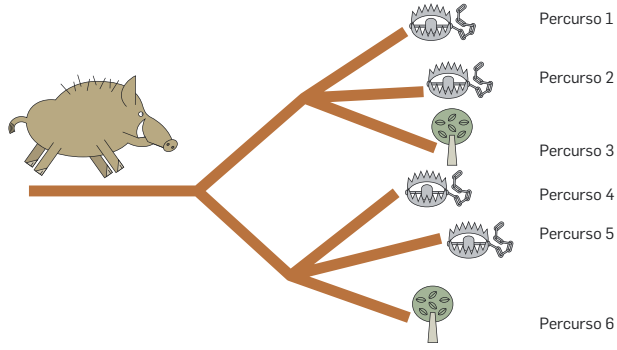
**24.** $A_{\text{toalha}} = 4^2 = 16\ \text{m}^2$ ; $A_{\text{triângulo}} = \frac{4 \times 3}{2} = 6\ \text{m}^2$

$A_{\text{fora do triângulo}} = 16 - 6 = 10\ \text{m}^2$

$$p = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

## PÁG. 89 – APLICA +

**25.** Um javali pretende comer bolotas.




O javali pode seguir seis percursos diferentes.
Se optar apenas pelos percursos 3 ou 6 o javali comerá bolotas.
Se optar por qualquer um dos outros percursos, cairá nas armadilhas.

Logo, $p(\text{comer bolotas}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

## PÁG. 90 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1. Cotação: 4 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responder corretamente $\left(\frac{5}{13}\right)$ ..... 4 pontos

Dar como resposta uma fração própria de numerador 5, diferente de $\frac{5}{13}$

ou

Dar como resposta uma fração própria de denominador 13, diferente de $\frac{5}{13}$ ..... 2 pontos

Dar outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

Número de bolas com um número par superior a 3: 5

Número de bolas no saco: 13

Probabilidade de a Ana tirar uma bola do saco com um número par superior a 3: $\frac{5}{13}$

**2. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta (12) ..... 5 pontos

**Resolução**

Seja $x$ o número de rapazes da turma.

Então: $\frac{x}{x+6}=\frac{2}{3} \Leftrightarrow x=12$

Opção correta: 12.

**3. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente, na forma de fração irredutível $\left(\frac{2}{3}\right)$ ..... 5 pontos

Responde corretamente, na forma de fração não irredutível $\left(\frac{140}{210}\text{ ou equivalente}\right)$ ..... 4 pontos

Responde corretamente, sem ser na forma de fração (0,(6)) ..... 3 pontos

Responde $\frac{70}{210}$ ou $\frac{50}{210}$ ou $\frac{20}{210}$ ou equivalente ..... 1 ponto

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

$p=\frac{140}{210}=\frac{2}{3}$

## PÁG. 91 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**4. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinala a opção correta (6) ..... 5 pontos

**Resolução**

Seja $T$ a jaula do tigre, $P$ a da pantera e $L$ a do leopardo.

As diferentes sequências de lavagem das jaulas são: $TPL$, $TLP$, $PTL$, $PLT$, $LPT$ e $LTP$.

Opção correta: 6.

**5.1 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinala a opção correta $\left(\frac{2}{3}\right)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$p=\frac{2}{3}$

**5.2 Cotação: 5 pontos**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Apresenta uma estratégia que permite determinar corretamente os casos possíveis e responde 6 ..... 5 pontos

Apresenta uma estratégia que permite determinar os casos possíveis, mas não responde ou responde um valor diferente de 6 ..... 3 pontos

Responde 6 sem apresentar uma justificação ..... 1 ponto

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

| Mãe | Pai | Filho |
|---|---|---|
| ↓ | ↓ | ↓ |
| 3 possibilidades | 2 possibilidades | 1 possibilidade |

$3\times2\times1=6$ maneiras diferentes

**6. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente $\left(\frac{1}{4}\right)$ ..... 5 pontos

Responde na forma de fração não irredutível equivalente a $\frac{1}{4}$ ..... 4 pontos

Responde apresentando uma fração com numerador pertencente a $]0, 1000[$ e denominador igual a 1000 ..... 2 pontos

Responde apresentando uma fração com numerador igual a 250 e denominador igual a 450 ..... 2 pontos

**Resolução**

A escola tem 1000 alunos. O número de raparigas que, em média, vai ao cinema mais do que uma vez por mês é 250 (150 + 100).

Então, $p$(bilhete sair a uma rapariga que, em média, vai ao cinema mais do que uma vez por mês) $= \frac{250}{1000} = \frac{1}{4}$.

## PÁG. 92 – TESTE FINAL

**1.** $E = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Opção correta: (D).

**2.1** • Observando o diagrama do enunciado, existem oito ementas diferentes:

- Sopa de números, peixe frito geométrico, doce de ovos estatísticos.
- Sopa de números, peixe frito geométrico, meloa cortada aos cubos.
- Sopa de números, bife com molho de equações, doce de ovos estatísticos.
- Sopa de números, bife com molho de equações, meloa cortada aos cubos.
- Caldo numérico, peixe frito geométrico, doce de ovos estatísticos.
- Caldo numérico, peixe frito geométrico, meloa cortada aos cubos.
- Caldo numérico, bife com molho de equações, doce de ovos estatísticos.
- Caldo numérico, bife com molho de equações, meloa cortada aos cubos.

**2.2**

**a.** Há quatro ementas que incluem peixe frito geométrico (número de casos favoráveis).

De 2.1, sabemos que há oito casos possíveis. Assim, $p = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$.

**b.** Há seis ementas que incluem caldo numérico ou meloa cortada aos cubos (número de casos favoráveis).

De 2.1, sabemos que há oito casos possíveis. Assim, $p = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

**c.** Há duas ementas que incluem sopa de números e doce de ovos estatísticos (número de casos favoráveis).

**d.** De 2.1, sabemos que há oito casos possíveis. Assim, $p = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

**3.** $p$(sair face 10) $= \frac{1}{12} = \frac{80}{960}$

Opção correta: (C).

## PÁG. 93 – TESTE FINAL

**4.**

**a.** Devo colocar dentro do saco 200 bolas pretas (nenhuma bola branca).

**b.** Devo colocar dentro do saco 200 bolas brancas (nenhuma bola preta).

**c.** Mais de 100 bolas pretas e as restantes bolas brancas, por exemplo, 150 bolas pretas e 50 bolas brancas.

**d.** Devo colocar no saco 100 bolas brancas e 100 bolas pretas.

**5.** $p$(sair setor $F$) $= \frac{1}{8}$

**6.** $p$(bola preta) $= 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

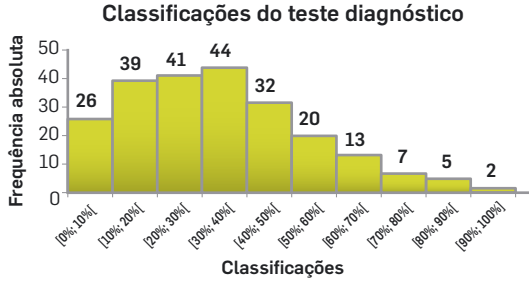
6 bolas ..... $\frac{2}{5}$

$x$ bolas ..... $\frac{3}{5}$

$$x = \frac{6 \times \frac{3}{5}}{\frac{2}{5}} = 9$$

Opção correta: (B).

**7.**




## PROPORCIONALIDADE INVERSA. FUNÇÕES ALGÉBRICAS. EQUAÇÕES DO 2.º GRAU

## PÁG. 103 – APLICA

**3.** A tabela dada pelo professor Andrade não tinha definida a constante de proporcionalidade.

O aluno que preencheu a primeira tabela considerou que a constante de proporcionalidade era 24 e completou a tabela com base nisso.

O aluno que preencheu a segunda tabela considerou que a constante de proporcionalidade era 12 e completou a tabela com base nisso.

Desta forma, apesar de diferentes, ambas as tabelas estão corretas.

## PÁG. 109 – APLICA

**9. a.** $6 \times 4 = 24$

| **Número de pessoas ($p$)** | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Quantia a pagar ($q$)** | 12 | 6 | 4 | 3 | 2,4 | 2 |

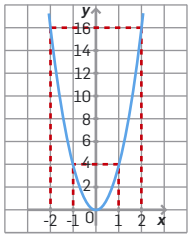
**b.** Sim. A constante de proporcionalidade é 24. A constante representa a quantia paga pela prenda do Diogo (24 euros).

**c.** Como estamos na presença de uma situação de proporcionalidade inversa, a expressão analítica é do tipo $y = \frac{k}{x}$ $(x \neq 0)$. Logo, temos $q = \frac{24}{p}$.

## PÁG. 113 – APLICA

**12.**

**a.**




$4x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$4x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

$4x^2 = 16 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

$4x^2 = -2$ Não tem solução.

**b.** Se $a > 0$, tem duas soluções, se $a < 0$, não tem soluções e se $a = 0$, tem uma solução.

## PÁG. 115 – APLICA

**14.**

**a.** Por observação do gráfico do enunciado:

$b = \frac{1}{2}t^2$, com $t$ a variar entre $-4$ °C e 4 °C

| *t* | *b* |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 1 | 0,5 |
| –1 | 0,5 |
| 2 | 2 |
| –2 | 2 |
| 4 | 8 |
| –4 | 8 |

**b.** Comecemos por representar o número de agentes infeciosos, em centenas:

200 unidades = 2 centenas

Por observação do gráfico, quando $b = 2$, $t = -2$ ou $t = 2$.

Assim, os agentes infeciosos estão sujeitos a $-2$ °C e 2 °C.

**c.** Para exterminar a população de agentes infeciosos devíamos sujeitá-la a 0 °C, pois $b = 0$ para $t = 0$.

**d.** À medida que a temperatura se aproxima dos 0 °C, a população de agentes infeciosos **diminui** e, à medida que se afasta dos 0 °C, a mesma tende a **aumentar**.

## PÁG. 119 – APLICA

**19.**

**a.** $3x^2 + 4x - 4 = 0$

$a = 3$, $b = 4$ e $c = -4$

$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 3 \times (-4) = 16 + 48 = 64 > 0$

A equação é possível e tem duas soluções.

**b.** $2x^2 - 2x + 3 = 0$

$a = 2$, $b = -2$ e $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 4 - 24 = -20 < 0$

A equação é impossível e não tem soluções.

**c.** $x^2 + 6x + 9 = 0$

$a = 1$, $b = 6$ e $c = 9$

$\Delta = b^2 - 4ac = 6^2 - 4 \times 1 \times 9 = 36 - 36 = 0$

A equação é possível e tem uma solução.

**d.** $x^2 - 9 = 0$

$a = 1$, $b = 0$ e $c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \times 1 \times (-9) = 0 + 36 = 36 > 0$

A equação é possível e tem duas soluções.

**e.** $x^2 - 2x + 5 = 0$

$a = 1$, $b = -2$ e $c = 5$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 5 = 4 - 20 = -16 < 0$

A equação é impossível e não tem soluções.

**f.** $x^2 - 6x + 8 = 0$

$a = 1$, $b = -6$ e $c = 8$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 8 = 36 - 32 = 4 > 0$

A equação é possível e tem duas soluções.

**g.** $2x^2 - 7x + 3 = 0$

$a = 2$, $b = -7$ e $c = 3$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \times 2 \times 3 = 49 - 24 = 25 > 0$

A equação é possível e tem duas soluções.

**h.** $2x^2 + 5x + 4 = 0$

$a = 2$, $b = 5$ e $c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \times 2 \times 4 = 25 - 32 = -7 < 0$

A equação é impossível e não tem soluções.

**20.**

**b.** $(3x+1)^2 = 6 \Leftrightarrow (3x)^2 + 2 \times 3x \times 1 + 1^2 = 6 \Leftrightarrow 9x^2 + 6x + 1 - 6 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 9x^2 + 6x - 5 = 0$

**c.** $(2x-3)(x+4) = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 8x - 3x - 12 = 3 \Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 12 - 3 = 0 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x^2 + 5x - 15 = 0$

**d.** $-(-x+2)^2 = 2(x-1) \Leftrightarrow -((-x)^2 + 2 \times (-x) \times 2 + 2^2) = 2x - 2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -x^2 + 4x - 4 = 2x - 2 \Leftrightarrow -x^2 + 4x - 2x - 4 + 2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 2 = 0$

**e.** $\left(\frac{1}{2}x - 1\right)^2 = x - 3 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{2}x \times 1 + 1^2 = x - 3 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x + 1 = x - 3 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - x - x + 1 + 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 = 0$

**21.**

**a.** $x^2 - 5x + 6 = 0$

$a = 1$, $b = -5$, $c = 6$

$x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 6}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5-1}{2} \vee x = \frac{5+1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 3$ C.S. = {2, 3}

**b.** $x^2 - x - 2 = 0$

$a = 1$, $b = -1$, $c = -2$

$x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+8}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 3}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1-3}{2} \vee x = \frac{1+3}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$ C.S. = {–1, 2}

**c.** $9x^2-6x+1=0$

$a=9,\ b=-6,\ c=1$

$9x^2-6x+1 \Leftrightarrow x=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times 9\times 1}}{2\times 9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{36-36}}{18} \Leftrightarrow x=\dfrac{6\pm\sqrt{0}}{18} \Leftrightarrow x=\dfrac{6\pm 0}{18} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{6}{18} \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$ C.S. $=\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

**d.** $2x^2-5x-3=0$

$a=2,\ b=-5,\ c=-3$

$2x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times 2\times(-3)}}{2\times 2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{25+24}}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm\sqrt{49}}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{5\pm 7}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{5-7}{4} \vee x=\dfrac{5+7}{4} \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2} \vee x=3$ C.S. $=\left\{-\dfrac{1}{2}, 3\right\}$

**e.** $x^2-11x+30=0$

$a=1,\ b=-11,\ c=30$

$x^2-11x+30=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-(-11)\pm\sqrt{(-11)^2-4\times 1\times 30}}{2\times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{11\pm\sqrt{121-120}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{11\pm\sqrt{1}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{11\pm 1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{11-1}{2} \vee x=\dfrac{11+1}{2} \Leftrightarrow x=5 \vee x=6$ C.S. $=\{5, 6\}$

**f.** $x^2-32x+220=0$

$a=1,\ b=-32,\ c=220$

$x^2-32x+220=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-(-32)\pm\sqrt{(-32)^2-4\times 1\times 220}}{2\times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{32\pm\sqrt{1024-880}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{32\pm\sqrt{144}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{32\pm 12}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{32-12}{2} \vee x=\dfrac{32+12}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{20}{2} \vee x=\dfrac{44}{2} \Leftrightarrow x=10 \vee x=22$

C.S. $=\{10, 22\}$

**22.** Para que a equação tenha uma só solução $\Delta=b^2-4ac$ terá de ser igual a zero. Então:

$\Delta=b^2-4\times 1\times 4=b^2-16$

$b^2-16=0 \Leftrightarrow b^2=16 \Leftrightarrow b=\pm\sqrt{16} \Leftrightarrow b=-4 \vee b=4$

A equação $x^2+bx+4=0$ tem apenas uma solução para $b=-4$ ou $b=4$.

## PÁG. 121 – APLICA

**25.**

$f(x)=g(x) \Leftrightarrow x^2=-6x-8 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+6x+8=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times 1\times 8}}{2\times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-6\pm 2}{2} \Leftrightarrow x=-4 \vee x=-2$

$f(-4)=(-4)^2=16$

$f(-2)=(-2)^2=4$

Coordenadas: $(-4, 16)$ e $(-2, 4)$

## PÁG. 123 – APLICA

**27.** Pelo teorema de Pitágoras:

$$(x+23)^2+x^2=65^2$$

Resolvendo a equação, determinamos o valor de $x$.

$(x+23)^2+x^2=65^2 \Leftrightarrow x^2+2\times x\times 23+23^2+x^2=4225 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+46x+529+x^2=4225 \Leftrightarrow 2x^2+46x+529-4225=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2+46x-3696=0 \Leftrightarrow x^2+23x-1848=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-23\pm\sqrt{23^2-4\times 1\times(-1848)}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-23\pm\sqrt{529+7392}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-23\pm\sqrt{7921}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-23\pm 89}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-23-89}{2} \vee$

$\vee\ x=\dfrac{-23+89}{2} \Leftrightarrow x=-\dfrac{112}{2} \vee x=\dfrac{66}{2} \Leftrightarrow \underbrace{x=-56}_{\text{Sem significado}} \vee x=33$

$P=(33+23)+33+65=56+33+65=154$ cm

**28.** Idade do João: $x$

Quadrado da idade do João: $x^2$

Dobro do quadrado da idade do João: $2\times x^2$

Quádruplo da sua idade: $4\times x$

$2x^2+4x=96 \Leftrightarrow 2x^2+4x-96=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16-4\times 2\times(-96)}}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{16+768}}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm\sqrt{784}}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{-4\pm 28}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-4-28}{4} \vee x=\dfrac{-4+28}{4} \Leftrightarrow x=\dfrac{-32}{4} \vee x=\dfrac{24}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{x=-8}_{\text{Sem significado}} \vee x=6$

Logo, o João tem seis anos.

**29.** Seja $x$ a largura. Então, o comprimento pode representar-se por $x+20$.

$A_{\text{terreno}}=x(x+20)$

Por outro lado $A_{\text{terreno}}=2400\ \text{m}^2$

Então: $x(x+20)=2400$

Resolvendo a equação, descobrimos o valor de $x$:

$x(x+20)=2400 \Leftrightarrow x^2+20x-2400=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-20\pm\sqrt{20^2-4\times 1\times(-2400)}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-20\pm\sqrt{400+9600}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-20\pm\sqrt{10000}}{2} \Leftrightarrow x=\dfrac{-20\pm 100}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-20-100}{2} \vee x = \frac{-20+100}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-120}{2} \vee x = \frac{80}{2}$

$\Leftrightarrow \underbrace{x=-60}_{\text{Sem significado}} \vee x = 40$

Dimensões do terreno: 40 m de largura e 60 m de comprimento. Nestas condições são necessários exatamente 100 metros de rede para vedar o terreno. Logo, é possível cumprir os requisitos.

## PÁG. 130 – APLICA +

**2. a.** $k = 4 \times 3 = 12$ (constante de proporcionalidade)

$8x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{8} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$

| $x$ | 6 | 2 | 3 | 4 | 8 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 2 | 6 | 4 | 3 | $\frac{3}{2}$ | 1 |

**b.** $k = \frac{1}{2} \times 10 = 5$ (constante de proporcionalidade)

$0{,}5\,x = 5 \Leftrightarrow x = 10$

$0{,}1\,x = 5 \Leftrightarrow x = 50$

$0{,}75\,x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{20}{3}$

$\frac{3}{2}x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$

$5\,x = 5 \Leftrightarrow x = 1$

| $x$ | 0,5 | 0,1 | $\frac{1}{2}$ | 0,75 | $\frac{3}{2}$ | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 10 | 50 | 10 | $\frac{20}{3}$ | $\frac{10}{3}$ | 1 |

## PÁG. 132 – APLICA +

**5.**

**a.** $2 \times 30 = 60$; $3 \times 20 = 60$; $4 \times 15 = 60$; $5 \times 12 = 60$; $6 \times 10 = 60$

Como o produto do número de horas pelo número de dias de trabalho é sempre igual a 60, verificamos que as grandezas «número de horas» e «número de dias» são inversamente proporcionais e a constante de proporcionalidade é 60.

**b.** $d = \frac{60}{h}$

**c.** $d = 8$

$8 = \frac{60}{h} \Leftrightarrow h = \frac{60}{8} \Leftrightarrow h = 7{,}5$

Assim, o pintor teria de trabalhar cerca de 7,5 horas por dia.

**d.** $h = 10$

$d = \frac{60}{10} \Leftrightarrow d = 6$

Logo, a moradia levará seis dias a ser pintada.

## PÁG. 135 – APLICA +

**12.**

**a.** $\underbrace{(x+2)(x+2)}_{\text{Área do }\square} - \underbrace{2x(x+3)}_{\text{Área do }\square} = x^2 + 2x + 2x + 4 - (2x^2 + 6x) =$

$= x^2 + 4x + 4 - 2x^2 - 6x = -x^2 - 2x + 4$ (como queríamos mostrar)

**b.** Área do retângulo = Área do quadrado + 4

$2x(x+3) = (x+2)(x+2) + 4 \Leftrightarrow 2x^2 + 6x = x^2 + 4x + 4 + 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 - x^2 + 6x - 4x - 4 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \times 1 \times (-8)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm 6}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-2-6}{2} \vee x = \frac{-2+6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-8}{2} \vee x = \frac{4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -4 \vee x = 2$

O valor de $x$ que verifica a condição é 2, pois $x > 0$.

**13.** Para que a equação tenha uma só solução, $\Delta = b^2 - 4ac$ terá de ser igual a zero.

Então:

$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times k = 100 - 4k$

$100 - 4k = 0 \Leftrightarrow -4k = -100 \Leftrightarrow 4k = 100 \Leftrightarrow k = \frac{100}{4} \Leftrightarrow k = 25$

A equação $x^2 - 10x + k = 0$ tem apenas uma solução para $k = 25$.

**14.** Para que a equação seja impossível, $\Delta = b^2 - 4ac$ terá de ser inferior a zero.

Então:

$\Delta = 4^2 - 4 \times p \times (-2) = 16 + 8p$

$16 + 8p < 0 \Leftrightarrow 8p < -16 \Leftrightarrow p < -\frac{16}{8} \Leftrightarrow p < -2$

A equação $px^2 + 4x - 2 = 0$ é impossível quando $p$ é inferior a $-2$.

**15.** A equação $x^2 = -\frac{c}{a}$ só é possível se $-\frac{c}{a} > 0$, pois não existe nenhum número que ao quadrado seja negativo.

Para que $-\frac{c}{a} > 0$:

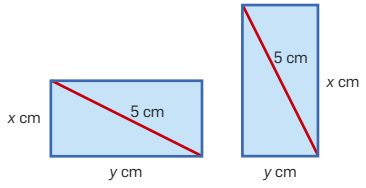
- $c$ terá de ser negativo e $a$ positivo;

ou

- $c$ terá de ser positivo e $a$ negativo.

Sendo assim, a afirmação é falsa, pois $c$ não tem de ser obrigatoriamente inferior a zero.

**16.**




$P = 14$ cm

$P = 2x + 2y$

$\begin{cases} 2x + 2y = 14 \\ x^2 + y^2 = 5^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 7 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

Para que as condições se verifiquem simultaneamente, $x=3$ e $y=4$ ou $x=4$ e $y=3$.

Logo, as dimensões do retângulo são 4 cm de comprimento por 3 cm de largura ou 3 cm de comprimento por 4 cm de largura.

**17.**

**a.** $\overline{BC}^2=\overline{EC}^2-\overline{BE}^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2=(\sqrt{296})^2-10^2 \Leftrightarrow \overline{BC}^2=296-100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{BC}^2=196 \Leftrightarrow \overline{BC}=\pm\sqrt{196} \Leftrightarrow \underbrace{\overline{BC}=-14}_{\text{Sem significado}} \vee \overline{BC}=14$

**b.** $(BC^2)+10^2=(\sqrt{296})^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (BC)^2=296-100 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (BC)^2=196 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow BC=\pm\sqrt{196} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow BC=-14 \vee BC=14$

## PÁG. 136 – APLICA +

**18.**

**a.** $V=\dfrac{240}{T}$

**b.**

$30\times T_1=240 \Leftrightarrow T_1=\dfrac{240}{30} \Leftrightarrow T_1=8$

$V_2\times 4=240 \Leftrightarrow V_2=\dfrac{240}{4} \Leftrightarrow V_2=60$

$2V_2\times T_3=240 \Leftrightarrow 2\times 60\ T_3=240 \Leftrightarrow T_3=\dfrac{240}{120} \Leftrightarrow T_3=2$

**c.**

$V\times T=240 \Leftrightarrow T=\dfrac{240}{V}$

**19.**

**a.** Atendendo a que a função é de proporcionalidade inversa, $b\times a=k$ e $(b-1)\times 3a=k$.

Portanto:

$b\times a=(b-1)\times 3a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b\times a=3ab-3a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b\times a-3ab=-3a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b(a-3a)=-3a \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b=\dfrac{-3a}{-2a} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow b=\dfrac{3}{2}$

**b.** $b\times a=k \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\times 4=k \Leftrightarrow k=6$

Logo, $f(x)=\dfrac{6}{x}$.

## PÁG. 137 – APLICA +

**20.**

**a.** $t=\dfrac{D}{i}$, $i=5$, $D=350$

$t=\dfrac{350}{5}=70$

Logo, o Miguel pode estar exposto ao sol 70 minutos.

**b.** $t=\dfrac{D}{i}$, $i=5$, $t=40$

$40=\dfrac{D}{5} \Leftrightarrow D=40\times 5 \Leftrightarrow D=200$

Assim, o valor de $D$ para o tipo de pele da Maria é 200.

**c.** $t=\dfrac{D}{i}$, $D=200$, $t=50$

$50=\dfrac{200}{i} \Leftrightarrow i=\dfrac{200}{50} \Leftrightarrow i=4$

Nessa altura, o índice de radiação era 4.

**d.** Tempo máximo de exposição ao sol para o Miguel (minutos):

$t=\dfrac{350}{2}=175$; $t=\dfrac{350}{4}=87{,}5$; $t=\dfrac{350}{8}=43{,}75$; $t=\dfrac{350}{10}=35$

Tempo máximo de exposição ao sol para a Maria (minutos):

$t=\dfrac{200}{2}=100$; $t=\dfrac{200}{4}=50$; $t=\dfrac{200}{8}=25$; $t=\dfrac{200}{10}=20$

| ***i*** | 2 | 4 | 8 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| **Tempo máximo de exposição ao sol para o Miguel (minutos)** | 175 | 87,5 | 43,75 | 35 |
| **Tempo máximo de exposição ao sol para a Maria (minutos)** | 100 | 50 | 25 | 20 |

## PÁG. 138 – APLICA +

**21.**

**a.** $c=0{,}04$ km

$n\times 0{,}04=1{,}6 \Leftrightarrow n=40$

O número total de cabinas em utilização é 40.

**b.** 1 hora = 60 minutos

$\dfrac{6{,}4\text{ km}}{60\text{ min}}=\dfrac{1{,}6\text{ km}}{x} \Leftrightarrow x=\dfrac{60\times 1{,}6}{6{,}4} \Leftrightarrow x=15$

Uma cabina demora 15 minutos a percorrer os 1600 metros que constituem o percurso do Jardim Botânico ao Monte.

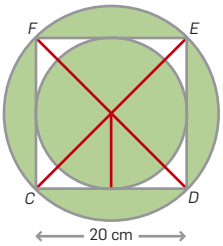
**c.** $40\times c=3 \Leftrightarrow c=0{,}075$ km

0,075 km = 75 m

A distância entre duas cabinas consecutivas seria de 75 metros.

## PÁG. 139 – APLICA +

**22.**




**22.1**

**a.** $r = \frac{20}{2} = 10$ cm

$A = 3{,}14 \times 10^2 = 314$ cm$^2$

**b.** $h^2 = 20^2 + 20^2 \Leftrightarrow h^2 = 800 \Leftrightarrow \underbrace{h = -\sqrt{800}}_{\text{Sem significado}} \vee h = \sqrt{800}$

Logo, $h \approx 28{,}28$ cm.

**c.** $r_{\text{círculo maior}} = \left(\frac{\sqrt{800}}{2}\right)$ cm

$$A = 3{,}14 \times \left(\frac{\sqrt{800}}{2}\right)^2 = 3{,}14 \times \frac{800}{4} = 200 \times 3{,}14 \approx 628 \text{ cm}^2$$

**22.2** $A_{\text{região verde}} = A_{\text{círculo menor}} + (A_{\text{círculo maior}} - A_{\text{quadrado}})$

$A_{\text{região verde}} = 314 + (628 - 20^2) = 314 + 628 - 400 \approx 542$ cm$^2$

**22.3**

**a.** $\frac{A_{\text{círculo maior}}}{A_{\text{círculo menor}}} = \frac{628}{314} = 2$

**b.** $\frac{r_{\text{círculo maior}}}{r_{\text{círculo menor}}} = \frac{\frac{\sqrt{800}}{2}}{10} = \frac{\sqrt{800}}{20} = \frac{\sqrt{800}}{\sqrt{400}} = \sqrt{\frac{800}{400}} = \sqrt{2}$

**22.4**

**a.** Seja $r$ o raio do círculo menor.

Pela alínea anterior: $r_{\text{círculo maior}} = \sqrt{2} \times r$

$A_{\text{círculo maior}} = \pi \times (\sqrt{2} \times r)^2 = \pi \times 2 \times r^2 = 2\pi r^2$

**b.** Gráfico 1:

Repare-se que $(4, 200)$ é um ponto do gráfico 2.

Utilizando a expressão analítica determinada em a., quando $x = 4$, $y = 4 \times \pi \times 4^2 \approx 100{,}5$, o que não está de acordo com o gráfico.

Deste modo, o gráfico 2 é excluído.

## PÁG. 140 – APLICA +

**23.**

**a.** Na figura 1, pois o eixo das ordenadas constitui o eixo de simetria das parábolas, cujo vértice é no ponto de coordenadas $(0, 0)$.

**b.** Quanto maior for o valor de $a$ em valor absoluto ($|a|$), mais «fechada» é a parábola, isto é, mais próxima está do eixo das ordenadas.

Logo:

$$f(x) = x^2,\ g(x) = 2x^2,\ h(x) = 3x^2,\ i(x) = 6x^2$$

## PÁG. 141 – APLICA +

**24.**

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x \Leftrightarrow \frac{x^2}{64} + 12 = x \Leftrightarrow \frac{x^2}{64} + \frac{768}{64} = \frac{64x}{64} \Leftrightarrow x^2 + 768 = 64x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 64x + 768 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-64) \pm \sqrt{4096 - 4 \times 1 \times 768}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{64 \pm \sqrt{4096 - 3072}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{64 \pm \sqrt{1024}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{64 \pm 32}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{64 - 32}{2} \vee x = \frac{64 + 32}{2} \Leftrightarrow x = \frac{32}{2} \vee x = \frac{96}{2} \Leftrightarrow x = 16 \vee x = 48$$

O bando pode ser constituído por 16 ou por 48 macacos.

**25.**

**25.1 a.** $d = 100 - 4{,}9 \times 1^2 \Leftrightarrow d = 100 - 4{,}9 \Leftrightarrow d = 95{,}1$

Está a uma distância de 95,1 metros do chão.

**b.** No momento em que é largada a cadeira, esta está a 100 metros do chão:

$$d = 100 - 4{,}9 \times 0^2 \Leftrightarrow d = 100$$

$100 - 95{,}1 = 4{,}9$

Já percorreu 4,9 metros.

**25.2** Representa a distância a que se encontra a cadeira do chão quando é largada.

**25.3** A cadeira está em «queda livre» a partir do momento em que é largada do alto da torre até ao momento em que começa a travagem.

Como a travagem começa a 30 metros do chão, fazemos:

$$100 - 4{,}9t^2 = 30 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 = 30 - 100 \Leftrightarrow -4{,}9t^2 = -70 \Leftrightarrow 4{,}9t^2 = 70 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t^2 = \frac{70}{4{,}9} \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{\frac{70}{4{,}9}} \Leftrightarrow t \approx 3{,}8 \vee \underbrace{t \approx -3{,}8}_{\text{Sem significado}}$$

A cadeira está em «queda livre» durante, aproximadamente, 3,8 segundos.

## PÁG. 142 – APLICA +

**26. a.** $t = 0$

$a(0) = 30 - 5 \times 0^2 \Leftrightarrow a(0) = 30$

A pedra caiu de uma altura de 30 metros.

**b.** $t = 2$

$a(2) = 30 - 5 \times 2^2 \Leftrightarrow a(2) = 10$

Passados dois segundos, a pedra estava a uma altura de 10 metros.

**c.** $a(t) = 20 \Leftrightarrow 30 - 5t^2 = 20 \Leftrightarrow -5t^2 = 20 - 30 \Leftrightarrow -5t^2 = -10 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 5t^2 = 10 \Leftrightarrow t^2 = \frac{10}{5} \Leftrightarrow t^2 = 2 \Leftrightarrow t = \pm\sqrt{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t \approx 1{,}41 \vee \underbrace{t \approx -1{,}41}_{\text{Sem significado}}$$

A pedra passou à frente da D. Alzira passados, aproximadamente, 1,41 segundos.

**d.** $a(t)=0 \Leftrightarrow 30-5t^2=0 \Leftrightarrow -5t^2=-30 \Leftrightarrow 5t^2=30 \Leftrightarrow t^2=\frac{30}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t^2=6 \Leftrightarrow t=\pm\sqrt{6} \Leftrightarrow t\approx 2{,}45 \vee \underbrace{t\approx -2{,}45}_{\text{Sem significado}}$

Até cair no solo decorreram aproximadamente 2,45 segundos.

**27.** $a(d)=0 \Leftrightarrow 0{,}5d-0{,}01d^2=0 \Leftrightarrow d(0{,}5-0{,}01d)=0 \Leftrightarrow$

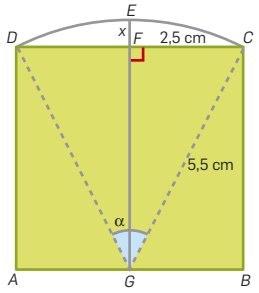
$\Leftrightarrow d=0 \vee 0{,}5-0{,}01d=0 \Leftrightarrow d=0 \vee 0{,}01d=0{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow d=0 \vee d=\frac{0{,}5}{0{,}01} \Leftrightarrow d=0 \vee d=50$

A bola atingiu uma distância, na horizontal, de 50 m.

## PÁG. 143 – APLICA +

**28.**




**a.** $\overline{EG}=5{,}5$ cm, pois o segmento de reta $EG$ é um raio da circunferência.

$$\overline{FG}=5{,}5-x$$

**b.** $\overline{FG}^2=\overline{GC}^2-\overline{FC}^2 \Leftrightarrow \overline{FG}^2=5{,}5^2-2{,}5^2 \Leftrightarrow \overline{FG}^2=30{,}25-6{,}25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{FG}^2=24 \Leftrightarrow \overline{FG}=\pm\sqrt{24} \Leftrightarrow \overline{FG}\approx 4{,}9 \vee \underbrace{\overline{FG}\approx -4{,}9}_{\text{Sem significado}}$

$x\approx 5{,}5-4{,}9=0{,}6$ cm

**c.** $A_{\text{retângulo}}=(2{,}5\times 2)\times 4{,}9=24{,}5\text{ cm}^2$

**d.** $A_{\text{setor circular }\alpha}=\frac{\pi\times 5{,}5^2\times 54}{360}\approx 14{,}3\text{ cm}^2$

**e.** $A_{\text{figura}}=A_{\text{setor circular }\alpha}+2\times A_{\text{triângulo }ADG}$

$A_{\text{figura}}\approx 14{,}3+2\times\left(\frac{2{,}5\times 4{,}9}{2}\right)\approx 26{,}5\text{ cm}^2$

## PÁG. 144 – APLICA +

**29.** Seja $x$ a medida do raio da circunferência inscrita.
Então $2x$ é a medida do lado do quadrado.

$A_{\text{parte colorida}}=A_{\text{quadrado}}-A_{\text{círculo}}$
$A_{\text{parte colorida}}=(2x)^2-\pi x^2=4x^2-\pi x^2$
$A_{\text{parte colorida}}=32\text{ cm}^2$

$4x^2-\pi x^2=32 \Leftrightarrow (4-\pi)x^2=32 \Leftrightarrow x^2=\frac{32}{4-\pi} \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\frac{32}{4-\pi}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{32}{4-\pi}} \vee \underbrace{x=-\sqrt{\frac{32}{4-\pi}}}_{\text{Sem significado}}$

Seja $r$ o raio da circunferência maior. Então, pelo teorema de Pitágoras:

$$r^2=x^2+x^2=2x^2\text{, ou seja, } r^2=2\left(\frac{32}{4-\pi}\right)=\frac{64}{4-\pi}$$

Tomando a raiz quadrada positiva, tendo em conta o contexto:

$$r=\sqrt{\frac{64}{4-\pi}}=\frac{8}{\sqrt{4-\pi}}$$

Assim, o perímetro pretendido é $P=2\pi r=2\pi\frac{8}{\sqrt{4-\pi}}=\frac{16\pi}{\sqrt{4-\pi}}$.

**30.**

**a.** Cada um dos amigos cumprimenta os outros quatro, logo $5\times 4=20$.
Temos, no entanto, de considerar só metade, pois o indivíduo $x$ cumprimentar o indivíduo $y$ é o mesmo que o indivíduo $y$ cumprimentar o indivíduo $x$.
Serão dados, desta forma, 10 apertos de mão.

**b.**

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

O indivíduo $n$, quando chega, tem que distribuir $n-1$ apertos de mão, o que justifica o facto de se ter $n(n-1)$ na expressão. A razão pela qual se divide por dois é porque duas pessoas só se cumprimentam uma única vez.

**c.**

$$\frac{18(18-1)}{2}=\frac{18\times 17}{2}=153$$

Foram dados 153 apertos de mão.

**d.** $\frac{n(n-1)}{2}=210 \Leftrightarrow n^2-n=420 \Leftrightarrow n^2-n-420=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 1\times(-420)}}{2} \Leftrightarrow n=\frac{1\pm\sqrt{1+1680}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n=\frac{1\pm\sqrt{1681}}{2} \Leftrightarrow n=\frac{1\pm 41}{2} \Leftrightarrow n=\frac{1-41}{2} \vee n=\frac{1+41}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{n=-20}_{\text{Sem significado}} \vee n=21$

Juntaram-se, para festejar, 21 amigos.

## PÁG. 145 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1.1 Cotação: 4 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

| | |
|---|---|
| Responder corretamente $\left(\frac{36}{60}\text{ ou equivalente}\right)$ | 4 pontos |
| Responder $y=0{,}6x$ (ou equivalente) | 2 pontos |
| Responder $\frac{60}{36}$ ou equivalente | 2 pontos |
| Dar outra resposta | 0 pontos |

**Resolução**

O gráfico que corresponde a uma situação de proporcionalidade direta é a reta (o ponto $(0, 0)$ pertence a esta reta).

Constante de proporcionalidade direta: $\frac{36}{60} = 0{,}6$

A constante de proporcionalidade da função de proporcionalidade direta é $0{,}6$.

**1.2 Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Concluir que o Carlos introduziu 19 litros de gasolina no depósito ..... 2 pontos

Calcular a quantia paga pelo Carlos (**ver nota**) ..... 4 pontos

Determinar o preço de cada litro com o desconto (1,406) ..... 2 pontos

Determinar a quantia paga (26,71 ou 26,71 euros) ..... 2 pontos

ou

Determinar a quantia paga sem o desconto (28,12) ..... 2 pontos

Determinar a quantia paga (26,71 ou 26,71 euros) ..... 2 pontos

**Nota:** Caso o examinando tenha concluído que o Carlos introduziu 36 litros de gasolina no depósito, mantém-se a pontuação prevista nesta etapa.

**Resolução**

O Carlos colocou 19 litros de gasolina no seu carro. Sem o desconto, o Carlos gastaria 28,12 euros ($19 \times 1{,}48 = 28{,}12$).

Como o desconto é de 5%, o Carlos gastou 25,71 euros ($28{,}12 \times 0{,}95 = 26{,}714$).

O Carlos pagou pelo abastecimento 26,71 euros.

**2. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta (Tabela C) ..... 5 pontos

**Resolução**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ***a*** | 5 | 10 | 15 | 20 |
| ***b*** | 6 | 3 | 2 | 1,5 |

A tabela C é a única onde existe constante de proporcionalidade inversa:

$$5 \times 6 = 30\,,\ 10 \times 3 = 30\,,\ 15 \times 2 = 30\,,\ 20 \times 1{,}5 = 30$$

Opção correta: Tabela C.

## PÁG. 146 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**3.1 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente (40 ou 40 mg) ..... 5 pontos

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

Por leitura do gráfico, a massa é de 40 miligramas.

**3.2 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde corretamente (60) ..... 5 pontos

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

$k = 1 \times 60 = 60$

**3.3 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinala a opção correta $\left(m = \frac{60}{t}\right)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

Opção correta: $m = \frac{60}{t}$

**4.1 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde os dias 11 e 14 de fevereiro ..... 5 pontos

Responde apenas um dos dias ..... 3 pontos

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

1 euro valia 0,90 libras nos dias 11 e 14 de fevereiro.

**4.2 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Responde 89 ou 89 libras ..... 5 pontos

Dá outra resposta ..... 0 pontos

**Resolução**

100 euros equivalem a $100 \times 0{,}89 = 89$ libras.

**4.3 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Alternativa correta $\left(E = \frac{10}{9} L\right)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

No dia 11, um euro correspondia a 0,90 libras.

$0{,}90 = \frac{90}{100} = \frac{9}{10}$

Portanto: $L = \frac{9}{10} E \Leftrightarrow E = \frac{10}{9} L$

## PÁG. 147 – APLICA +

**5.** $\frac{72}{x}$ representa o número de horas necessárias para a máquina B fabricar todos os tapetes encomendados.

**6.1** A função $f$ é uma função de proporcionalidade inversa, pois está definida por $f(x)=\frac{10}{x}$, sendo 10 a constante de proporcionalidade.

Assim, um ponto que pertença ao gráfico de $f$ satisfaz $f(x)\times x=10$.

Logo, o único ponto que satisfaz esta condição é o ponto de coordenadas $\left(20, \frac{1}{2}\right)$, pois

$20\times\frac{1}{2}=10$.

Opção correta: (D).

**6.2** O ponto $P$ pertence ao gráfico de $f$, pelo que $y=\frac{10}{5}=2$. Logo, as coordenadas de $P$ são $(5, 2)$. O ponto $P$ também pertence ao gráfico de $g$ (que é uma função de proporcionalidade direta e, portanto, da forma $g(x)=kx$). Determinemos $k$, substituindo $x$ e $y$ pelas coordenadas do ponto $P$:

$$2=k\times 5 \Leftrightarrow k=\frac{2}{5}$$

Logo, $g(x)=\frac{2}{5}x$.

**6.3** Seja $x$ a abcissa do ponto $B$. Como $[OABC]$ é um quadrado, a ordenada de $B$ também é $x$. Assim:

$$x\times x=10 \Leftrightarrow x^2=10 \Leftrightarrow x=\sqrt{10} \quad (x>0)$$

Portanto, o lado do quadrado mede $\sqrt{10}$.

## PÁG. 148 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**7. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Podem ser utilizados vários processos para responder a este item, como por exemplo:

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 2 pontos

Substituir corretamente, na fórmula resolvente, $a$, $b$ e $c$ pelos respetivos valores **(ver nota 1)** ..... 2 pontos

Escrever as soluções da equação, $-1$ e $\frac{1}{5}$ **(ver nota 2)** ..... 2 pontos

**Notas:**

**1.** Se o examinando substituir corretamente apenas os valores de dois coeficientes na fórmula resolvente deve, nesta etapa, ser atribuído 1 ponto.

**2.** Se o examinando escrever apenas uma das soluções da equação deve, nesta etapa, ser atribuído 1 ponto.

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Verificar que $-1$ é solução ..... 2 pontos

Verificar que $\frac{1}{5}$ é solução ..... 2 pontos

Referir que uma equação do 2.º grau não tem mais do que duas soluções ..... 2 pontos

**Resolução**

$$4(x^2+x)=1-x^2 \Leftrightarrow 4x^2+4x=1-x^2 \Leftrightarrow 4x^2+4x+x^2-1=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x^2+4x-1=0 \Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times 5\times(-1)}}{2\times 5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{10} \Leftrightarrow x=\frac{-4+6}{10} \vee x=\frac{-4-6}{10} \Leftrightarrow x=\frac{2}{10} \vee x=-\frac{10}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{5} \vee x=-1$$

**8. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 1 ponto

Obter uma equação equivalente à dada, na forma $ax^2+bx+c=0$ ..... 1 ponto

Substituir corretamente, na fórmula resolvente, $a$, $b$ e $c$ pelos respetivos valores ..... 2 pontos

Determinar as soluções da equação $\left(-1 \text{ e } \frac{1}{2}\right)$ **(ver nota)** ..... 2 pontos

**Nota:** Se o examinando obtiver apenas uma das soluções da equação, a pontuação máxima a atribuir nesta etapa é 1 ponto.

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Verificar que $-1$ é solução ..... 2 pontos

Verificar que $-\frac{1}{2}$ é solução ..... 2 pontos

Referir que uma equação do 2.º grau não tem mais do que duas soluções ..... 2 pontos

**Resolução**

$$x(-2x-3)=1 \Leftrightarrow -2x^2-3x=1 \Leftrightarrow -2x^2-3x-1=0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-(-3)\pm\sqrt{(-3)^2-4\times(-2)\times(-1)}}{2\times(-2)} \Leftrightarrow x=\frac{3\pm\sqrt{1}}{-4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{3+1}{-4} \vee x=\frac{3-1}{-4} \Leftrightarrow x=-1 \vee x=-\frac{1}{2}$$

**9. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 1 ponto

Obter uma equação equivalente, na forma $ax^2+bx+c=0$ ..... 1 ponto

Identificar os valores de $a$, $b$ e $c$ ..... 1 ponto

Substituir, na fórmula resolvente, $a$, $b$ e $c$ pelos respetivos valores ..... 1 ponto

Determinar as soluções da equação (−1 e 6) (**ver notas 1** e **2**) ..... 2 pontos

**Notas:**

**1.** Se o examinando obtiver apenas uma das soluções, a pontuação máxima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**2.** Se o examinando, por erros cometidos em etapas anteriores, resolver uma equação do 1.º grau, a pontuação a atribuir a esta etapa deve ser 0 pontos.

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 1 ponto

Obter uma equação equivalente, na forma $ax^2+bx+c=0$ ..... 1 ponto

Verificar que −1 é solução da equação ..... 1 ponto

Verificar que 6 é solução da equação ..... 1 ponto

Referir que uma equação do 2.º grau não tem mais do que duas soluções ..... 2 pontos

**Resolução**

$(x+3)^2-3=2x^2+x \Leftrightarrow x^2+6x+9-3=2x^2+x \Leftrightarrow -x^2+5x+6=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-5\pm\sqrt{49}}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-5\pm 7}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-5+7}{-2} \vee x=\frac{-5-7}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-1 \vee x=6$

**10. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta $(a^4\times a^2)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

Opção correta: $a^4\times a^2$

**11.** Se $\overline{OA}=a$ e $\overline{BA}=3$, então $\overline{OB}=a-3$. Assim, a área do quadrado de lado $[OB]$ é dada por:

$\overline{OB}\times\overline{OB}=(a-3)\times(a-3)=(a-3)^2=a^2-6a+9$

Opção correta: (B).

## PÁG. 149 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**12. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta $(-2x+1)$ ..... 5 pontos

**Resolução**

$(x-1)^2-x^2=x^2-2x+1-x^2=-2x+1$

Opção correta: (D)

**13. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 1 ponto

Obter uma equação equivalente, na forma $ax^2+bx+c=0$ ..... 1 ponto

Identificar os valores de $a$, $b$ e $c$ ..... 1 ponto

Substituir, na fórmula resolvente, $a$, $b$ e $c$ pelos respetivos valores ..... 1 ponto

Determinar as soluções da equação $\left(-\frac{6}{5} \text{ e } 1\right)$ (**ver notas 1** e **2**) ..... 2 pontos

**Notas**:

**1.** Se o examinando obtiver apenas uma das soluções, a pontuação máxima a atribuir a esta etapa é 1 ponto.

**2.** Se o examinando, por erros cometidos em etapas anteriores, resolver uma equação do 1.º grau, a pontuação a atribuir a esta etapa deve ser 0 pontos.

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Desembaraçar a equação de parênteses ..... 1 ponto

Obter uma equação equivalente, na forma $ax^2+bx+c=0$ ..... 1 ponto

Verificar que $-\frac{6}{5}$ é solução da equação ..... 1 ponto

Verificar que 1 é solução da equação ..... 1 ponto

Referir que uma equação do 2.º grau não tem mais do que duas soluções ..... 2 pontos

**Resolução**

$x(x-1)+2x=6-4x^2 \Leftrightarrow x^2-x+2x-6+4x^2=0 \Leftrightarrow 5x^2+x-6=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times5\times(-6)}}{2\times5} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{121}}{10} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1+11}{10} \vee x=\frac{-1-11}{10} \Leftrightarrow x=1 \vee x=-\frac{6}{5}$

**14.**

$x=4x^2-\frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x^2-x-\frac{1}{2}=0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{1-4\times4\times\left(-\frac{1}{2}\right)}}{2\times4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1\pm\sqrt{9}}{8}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1+3}{8}\vee x=\frac{1-3}{8}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\vee x=-\frac{1}{4}$$

$$\text{C.S.}=\left\{-\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right\}$$

**15.1** Como o gráfico de $g$ é uma reta que passa na origem do referencial, então a função $g$ é uma função de proporcionalidade direta e é da forma $g(x)=ax$. Assim, eliminamos as opções C e D.

Por outro lado, o ponto $P$, de abcissa 2, pertence ao gráfico de $f$, pelo que a sua ordenada é:

$$y=-2\times2^2=-8$$

Como o ponto $P$ pertence também ao gráfico da função $g$, então:

$$-8=a\times2\Leftrightarrow a=-4$$

Logo, a função $g$ é definida por $(x)=-4x$.

Opção correta: (B).

**15.2**

$$-2x^2=4-3(x+1)\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x^2=4-3x-3\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x^2-4+3x+3=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x^2+3x-1=0\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{3^2-4\times(-2)\times(-1)}}{2\times(-2)}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm\sqrt{9-8}}{-4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-3\pm1}{-4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{-3+1}{-4}\vee x=\frac{-3-1}{-4}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\vee x=1$$

$$\text{C.S.}=\left\{\frac{1}{2},1\right\}$$

## PÁG. 150 – TESTE FINAL

**1.** $k=3\times4=12$

Opção correta: (C).

**2.**

**a.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***a*** | 1,5 | 1,8 | 2,5 |
| ***b*** | 60 | 50 | 36 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| ***a*** | 3 | 1,8 | 10,8 |
| ***b*** | 27 | 45 | 7,5 |

**b.** Tabela 1: $b=\frac{90}{a}$

Tabela 2: $b=\frac{81}{a}$

**3.** É uma hipérbole.

Opção correta: (D).

**4.** $k=1\times2=2$

Opção correta: (C).

**5.**

**a.** Estamos perante uma situação de proporcionalidade inversa.

$k=24\times2=48$

Dias $\rightarrow d$

Horas $\rightarrow h$

$$d=\frac{48}{h}$$

$$d=\frac{48}{3}=16$$

A tapeçaria estará pronta ao fim de 16 dias.

**b.** $\frac{48}{h}=8\Leftrightarrow h=\frac{48}{8}\Leftrightarrow h=6$

Teria de trabalhar seis horas.

**c.** $k=48$. Representa o número de horas de trabalho necessárias para fazer a peça de tapeçaria.

## PÁG. 151 – TESTE FINAL

**6.** $6x^2+x=5\Leftrightarrow 6x^2+x-5=0$

$\Delta=1^2-4\times6\times(-5)=1+120=121$

Opção correta: (B).

**7.**

**a.** $x^2+4x+3=0$

$a=1;\ b=4;\ c=3$

$\Delta=4^2-4\times1\times3=16-12=4>0$

A equação tem duas soluções.

**b.** $-x^2+3x-4=0$

$a=-1;\ b=3;\ c=-4$

$\Delta=3^2-4\times(-1)\times(-4)=9-16=-7<0$

A equação não tem soluções.

**c.** $-3x^2+12x-12=0$

$a=-3;\ b=12;\ c=-12$

$\Delta=12^2-4\times(-3)\times(-12)=144-144=0$

A equação tem uma solução.

**8.**

$2x^2 - x - 3 = 0$

$x = \frac{3}{2}$

$2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{3}{2} - 3 = 0$

$\frac{9}{2} - \frac{3}{2} - 3 = 0$

$\frac{6}{2} - 3 = 0$

$3 - 3 = 0$

$0 = 0$

Logo, verifica-se que $\frac{3}{2}$ é solução da equação.

**9.** $2(x-3)^2 = 0 \Leftrightarrow 2(x^2 - 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 12x + 18 = 0$

Opção correta: (C).

**10.**

**a.** $2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-5) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$

C.S. = {0, 5}

**b.** $x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \vee x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$

C.S. = {−3, 3}

**c.** $-3x^2 + 1 = -5x^2 + 51 \Leftrightarrow -3x^2 + 5x^2 = 51 - 1 \Leftrightarrow 2x^2 = 50 \Leftrightarrow x^2 = \frac{50}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5$

C.S. = {−5, 5}

**d.** $4x^2 - 20x + 25 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \times 4 \times 25}}{2 \times 4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 400}}{8} \Leftrightarrow x = \frac{20 \pm 0}{8} \Leftrightarrow x = \frac{20}{8} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$

C.S. = $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

**11.** Para que a equação tenha apenas uma solução, $\Delta = 0$.

$\Delta = (1-k)^2 - 4 \times 1 \times 4 = 1 - 2k + k^2 - 16 = k^2 - 2k - 15$

$k^2 - 2k - 15 = 0 \Leftrightarrow k = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-15)}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow k = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} \Leftrightarrow k = \frac{2 \pm \sqrt{64}}{2} \Leftrightarrow k = \frac{2 \pm 8}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow k = 5 \vee k = -3$

A equação tem apenas uma solução se $k = -3$ ou $k = 5$.

**12.** $(x+2) \times 2x - x^2 = 60 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x - x^2 = 60 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-60)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 240}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{256}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 16}{2} \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -10$

Logo, $x = 6$ m, pois $x > 0$.

$x + 2 = 6 + 2 = 8$ m; $2x = 2 \times 6 = 12$ m

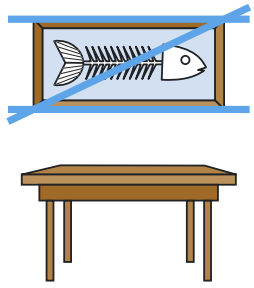
O painel inicial tinha 12 m de comprimento e 8 m de largura.

## VOLUME 2

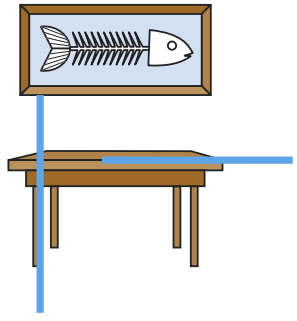
## AXIOMATIZAÇÃO DAS TEORIAS MATEMÁTICAS

### PÁG. 21 – APLICA

**19.** Na figura podemos observar retas complanares paralelas em vários sítios. Por exemplo, podemos considerar um plano a superfície do quadro e neste podemos encontrar duas retas paralelas. Da mesma forma, também aqui podemos encontrar retas complanares concorrentes. Podemos também, de forma análoga, encontrar retas complanares paralelas e concorrentes na superfície que corresponde ao tampo da mesa.



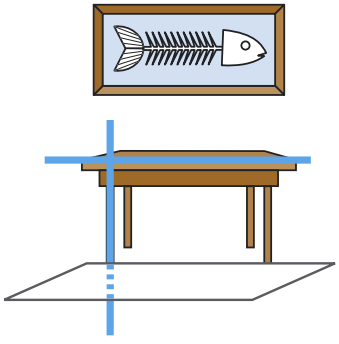
Duas retas não complanares poderão ser encontradas, por exemplo, numa perna da mesa e no seu tampo. A figura seguinte ilustra esta situação.



No tampo da mesa podemos, por exemplo, encontrar retas paralelas ao chão. Podemos também considerar a perna da mesa como sendo uma reta concorrente com o chão ou com o tampo da mesa.

Podemos encontrar no tampo da mesa retas que estão contidas no plano representado pelo tampo.

O chão e o tampo da mesa podem ser considerados planos paralelos.



## PÁG. 35 – TESTE FINAL

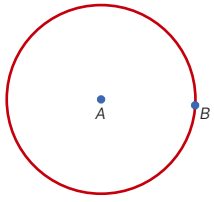
**3. B.** Na opção A, os planos são estritamente paralelos, pelo que a interseção é o ponto vazio.
Na opção C, dois dos planos são coincidentes, o que contraria o enunciado (no enunciado é dito que são concorrentes).
Na opção D, dois dos planos são estritamente paralelos, o que, mais uma vez, contraria o enunciado.

**4. B.** A mediatriz do segmento $[BC]$ é uma reta que é perpendicular a este segmento e que passa no ponto $A$. Uma reta nestas condições não passa pelo ponto $I$, o que torna falsa a opção A. A opção C é falsa porque o ponto médio do segmento $[BC]$ é o ponto $A$. A opção D é falsa porque, por exemplo, o ponto $G$ está mais próximo de $C$ do que de $A$.

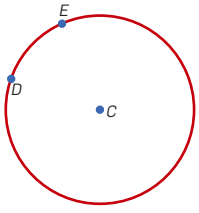
# LUGARES GEOMÉTRICOS

## PÁG. 45 – APLICA

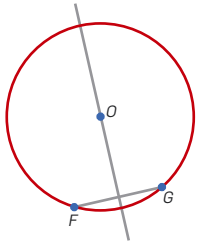
**3. a.** Basta colocar a ponta seca do compasso em $A$ e fazer passar o bico do lápis em $B$.



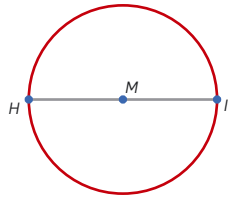

**b.** Começa por colocar-se a ponta seca do compasso em $C$ e o bico do lápis em qualquer ponto do arco.



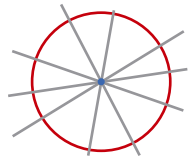

**c.** Começa por traçar-se a mediatriz de $[FG]$. O centro da circunferência deve ser um ponto (qualquer) da mediatriz de $[FG]$. A ponta seca do compasso deverá ser colocada nesse ponto $(O)$ e o bico do lápis no ponto $F$ ou $G$.




**d.** Começa por marcar-se o ponto médio do segmento de reta $[HI]$ (ponto $M$). O centro deve estar no ponto $M$. Para tal, a ponta seca do compasso deverá ser colocada no ponto $M$ e o bico do lápis no ponto $H$ ou $I$.



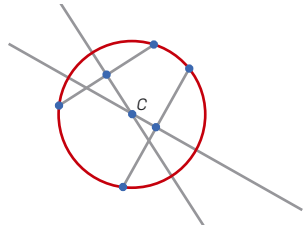

**4.** Uma circunferência tem infinitos diâmetros e cada reta que contém um diâmetro divide-a em duas figuras congruentes, simétricas. Assim, as retas que contêm os diâmetros são eixos de simetria.



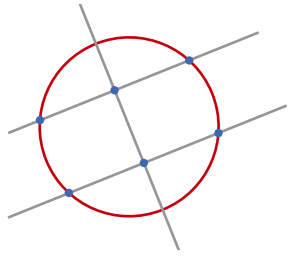
## PÁG. 49 – APLICA

**10.**

**a.** Para se encontrar o centro da circunferência, podemos começar por marcar os pontos médios de cada corda e as respetivas mediatrizes. Como ambas passam no centro, o centro da circunferência é a interseção das mediatrizes.




**b.** Como as cordas são paralelas, as retas perpendiculares que passam pelos respetivos pontos médios coincidem, pelo que o centro não fica determinado.



## PÁG. 51 – APLICA

**15.**

**a.** $AB // CD$ porque o quadrilátero é um trapézio. $[AD]$ e $[BC]$ são cordas correspondentes compreendidas entre retas paralelas. Logo, $\overline{AD} = \overline{BC}$, pelo que o trapézio é isósceles.

**b.** Por exemplo, pode-se desenhar a perpendicular a $AB$ que passa por $O$.

## PÁG. 53 – APLICA

**18.**

**a.** Ao arco $AC$ corresponde o ângulo ao centro $COA$ ($COA$ e $DOB$ representam o mesmo ângulo ao centro). Ao arco $DB$ corresponde o ângulo ao centro $DOB$ ($COA$ e $DOB$ representam o mesmo ângulo ao centro). Logo, os arcos correspondem ao mesmo ângulo ao centro e, como tal, têm a mesma amplitude.

**b.** Não. Só por observação, é fácil verificar que o arco $BD$ é mais comprido do que o arco $AC$.

**c.** Para os arcos serem congruentes têm de ter a mesma amplitude e o mesmo comprimento. Tratando-se de arcos com a mesma amplitude mas de circunferências com raios diferentes, o comprimento é, necessariamente, diferente.

**d.** O arco menor é o arco $AC$ e o arco maior é o arco $CEA$. A soma das amplitudes dos dois arcos correspondentes a uma corda é sempre $360^o$.

## PÁG. 57 – APLICA

**21.** O arco $ADC$ corresponde ao ângulo inscrito $ABC$. Então, a amplitude do arco $ADC$ é o dobro da amplitude do ângulo $ABC$. Assim, $\widehat{ADC} = 105^o \times 2 = 210^o$.

O segmento de reta $BD$ é um diâmetro da circunferência. Logo, os ângulos $BAD$ e $DCB$ estão inscritos numa semicircunferência e são, por este facto, retos.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é $360^\circ$, temos:

$$C\hat{D}A = 360^o - (105^o + 90^o + 90^o) = 75^o$$

**22.** $C\hat{A}B = 2 \times 39^o = 78^o$, pois é um ângulo ao centro correspondente ao ângulo inscrito $CDB$.

$C\hat{E}B = 39^o$ e $C\hat{F}B = 39^o$, pois os ângulos $CEB$, $CFB$ e $CDB$ são ângulos inscritos num mesmo arco, o arco $BC$, e, como tal, têm a mesma amplitude.

$F\hat{A}C = 180^o - C\hat{A}B = 180^o - 78^o = 102^o$

$F\hat{C}A = 180^o - C\hat{F}B - F\hat{A}C = 180^o - 39^o - 102^o = 39^o$

$\widehat{FC} = 102^o$, pois é o arco correspondente ao ângulo ao centro $FAC$.

$\widehat{CB} = 78^o$, pois é o arco correspondente ao ângulo ao centro $CAB$.

$\widehat{CEB} = 360^o - \widehat{CB} = 360^o - 78^o = 282^o$

**23.**

**a.** Estando inscritos no mesmo arco, a amplitude de cada um dos ângulos é metade da amplitude desse arco. Logo, os ângulos têm a mesma amplitude.

**b.** Uma semicircunferência é delimitada por um arco de $180^o$ (e por um diâmetro). Como a amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência é metade da amplitude do arco correspondente, podemos afirmar que a amplitude do ângulo é metade de $180^o$, isto é, $90^o$.

Logo, qualquer ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.

## PÁG. 61 – APLICA

**28.**

**a.** Na figura temos dois ângulos excêntricos que são verticalmente opostos, de amplitude $120^o$.

$$120^o = \frac{\beta + 44^o}{2} \Leftrightarrow 120^o \times 2 = \beta + 44^o \Leftrightarrow 240^o = \beta + 44^o \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 240^o - 44^o = \beta \Leftrightarrow 196^o = \beta$$

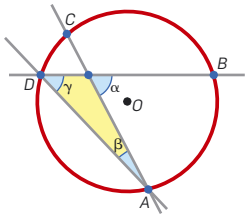
**b.** O ângulo excêntrico representado na figura tem $28^o$ de amplitude.

$$28^o = \frac{\beta - 31^o}{2} \Leftrightarrow 28^o \times 2 = \beta - 31^o \Leftrightarrow 56^o = \beta - 31^o \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 56^o + 31^o = \beta \Leftrightarrow 87^o = \beta$$

**29.** Traçamos a corda $AC$, definindo assim os ângulos inscritos de amplitudes $\beta$ e $\gamma$.

Num triângulo, a amplitude de um ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes.

Considerando o triângulo colorido, temos $\alpha = \beta + \gamma$.

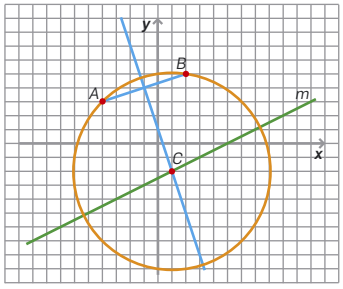



Como $\beta$ e $\gamma$ são amplitudes de ângulos inscritos, $\beta = \frac{\widehat{CD}}{2}$ e $\gamma = \frac{\widehat{AB}}{2}$.

Assim, $\alpha = \frac{\widehat{CD}}{2} + \frac{\widehat{AB}}{2} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$, como queríamos demonstrar.

## PÁG. 67 – APLICA

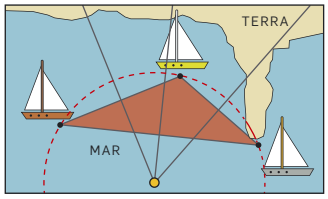
**38.** Deve começar-se por traçar a mediatriz do segmento $[AB]$. A circunferência tem centro no ponto $C$, ponto de interseção da mediatriz com a reta $m$. Coloca-se a ponta seca do compasso em $C$ e abre-se até $A$ ou $B$.




## PÁG. 69 – APLICA

**41.** Para desenhar a circunferência que circunscreve o triângulo com vértices nos três barcos, começamos por desenhar o triângulo. Depois, traçam-se as mediatrizes de dois dos lados do

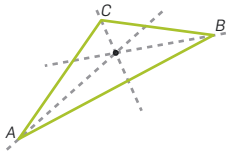
triângulo. A interseção das mediatrizes é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo. O farol pode localizar-se em qualquer ponto do arco da circunferência representado a traço contínuo vermelho.



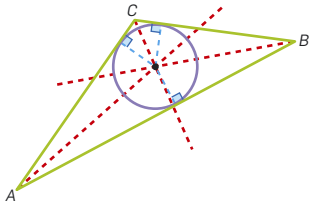

## PÁG. 73 – APLICA

**45.**

**a.**




**b.**




Ao desenhar a circunferência de centro no incentro (ponto de interseção das bissetrizes dos lados do triângulo) e tangente a um dos lados do triângulo obtém-se a circunferência inscrita no triângulo.

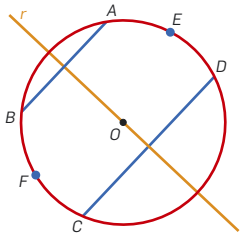
Conclusão:
Uma circunferência inscrita num triângulo é uma circunferência cujo centro é o incentro do triângulo e que é tangente aos lados do triângulo.

## PÁG. 83 – APLICA +

**2.**

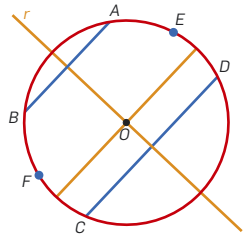
**a.** Com o compasso, pode medir-se a distância de $A$ a $E$ e marcá-la a partir de $B$.
A corda $EF$ é paralela às cordas $AB$ e $CD$, pois arcos compreendidos entre retas paralelas secantes a uma circunferência são congruentes.

**b.** Basta traçar a perpendicular a uma das cordas que passa no centro.




**c.** É o arco $FCD$.

**d.** O diâmetro é um segmento da reta paralelo a $[AB]$ que passa em $O$.




**e.** $P = 2 \times \pi \times 2 = 4\pi \approx 12{,}57$

$360^\circ - 76^\circ = 284^\circ$

$$\frac{360^\circ}{4\pi} = \frac{284^\circ}{x} \Leftrightarrow x = \frac{4\pi \times 284^\circ}{360^\circ} \Leftrightarrow x \approx 9{,}91$$

Comprimento do arco maior: $AB \approx 9{,}91$.

## PÁG. 84 – APLICA +

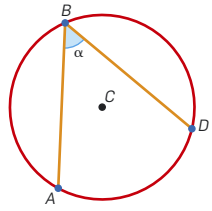
**5.** $\beta = 360^\circ - \overset{\frown}{AD}$

$\overset{\frown}{AD} = 2\alpha$

$\beta = 360^\circ - 2\alpha \Leftrightarrow 2\alpha = 360^\circ - \beta \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = \frac{360^\circ}{2} - \frac{\beta}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \alpha = 180^\circ - \frac{\beta}{2}$, como queríamos demonstrar




**6.** Se os arcos são congruentes, têm $60^\circ$ de amplitude.

**Primeira figura:**
Os ângulos agudos são ângulos inscritos correspondentes a arcos de $120^\circ$ de amplitude, logo têm $60^\circ$ de amplitude $\left(\frac{120^\circ}{2}\right)$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é $360^\circ$, os ângulos obtusos têm $120^\circ$ de amplitude $\left(360^\circ - 2 \times 60^\circ = 240^\circ;\ \frac{240^\circ}{2} = 120^\circ\right)$.

**Segunda figura:**
Os ângulos obtusos são ângulos inscritos correspondentes a arcos de $240^\circ$ de amplitude, logo, têm $120^\circ$ de amplitude $\left(\frac{240^\circ}{2}\right)$.

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um quadrilátero é $360^\circ$, os ângulos agudos têm $60^\circ$ de amplitude $\left(360^\circ - 2 \times 120^\circ = 120^\circ;\ \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ\right)$.

## PÁG. 85 – APLICA +

**8.** $B\hat{O}A = C\hat{O}D = \overset{\frown}{CD} = 32^\circ$

$O\hat{A}B = 90^\circ$ pois se $AB$ é tangente à circunferência em $A$, forma um ângulo reto com a reta que contém o diâmetro da circunferência e que passa por $A$.

$O\hat{B}A = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

**9.**

**a.** Se $\overset{\frown}{CB} = 98^\circ$, $C\hat{O}B = 98^\circ$

Os arcos $DC$ e $AB$ são arcos compreendidos entre retas paralelas secantes a uma circunferência e, como tal, são congruentes. Podemos, então, dizer que os ângulos ao centro $COD$ e $AOB$ têm a mesma amplitude.

Então, $C\hat{O}D = A\hat{O}B = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ$.

**b.** $BOC$ é isósceles, pois $\overline{OB} = \overline{OC}$. Esta igualdade verifica-se, pois $[OB]$ e $[OC]$ são raios da circunferência.

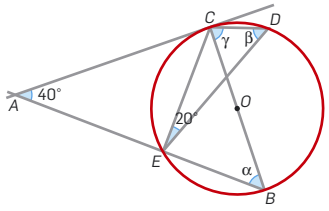
**c.** $C\hat{O}B = 98^\circ$

Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é $180^\circ$:

$$O\hat{C}B = O\hat{B}C = \frac{180^\circ - 98^\circ}{2} = 41^\circ$$

**10.** Comecemos por identificar alguns pontos da figura.

Como $C$ é um ponto de tangência, a reta $AC$ forma um ângulo reto com a reta $CB$. Logo $A\hat{C}B = 90^\circ$.




Como a soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é $180^\circ$, $\alpha = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$.

O ângulo de amplitude $\beta$ é um ângulo inscrito na circunferência e corresponde ao mesmo arco que o ângulo de amplitude $\alpha$. Logo $\beta = 50^\circ$.

$$\overset{\frown}{CE} = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$$

Como o ângulo em $A$ é um ângulo excêntrico exterior:

$$40^\circ = \frac{\overset{\frown}{CB} - 100}{2} \Leftrightarrow \overset{\frown}{CB} = 180^\circ$$

$$\overset{\frown}{DB} = \overset{\frown}{CB} - \overset{\frown}{CD} \Leftrightarrow \overset{\frown}{DB} = 180^\circ - (2 \times 20^\circ) \Leftrightarrow \overset{\frown}{DB} = 140^\circ$$

Logo, $\gamma = 70^\circ$.

## PÁG. 87 – APLICA +

**19.**

**a.** $\overset{\frown}{DE} = 60^\circ$, pois arcos compreendidos entre retas paralelas secantes a uma circunferência são congruentes.

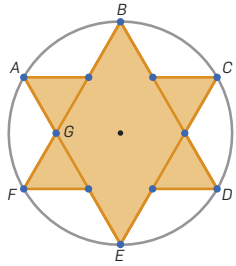
**b.** $\overset{\frown}{EDF} = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$ e $\overset{\frown}{FC} = 60^\circ$, logo $\overset{\frown}{DC} = 210^\circ - 120^\circ = 90^\circ$.

**c.** $C\hat{F}E = D\hat{E}F = \frac{90^\circ + 60^\circ}{2} = \frac{150^\circ}{2} = 75^\circ$

$E\hat{D}C = F\hat{C}D = \frac{60^\circ + 150^\circ}{2} = \frac{210^\circ}{2} = 105^\circ$

## PÁG. 90 – APLICA +

**31.** Os vértices da circunferência dividem-na em seis arcos iguais.




Cada arco tem de amplitude $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$.

$A\hat{E}C = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

$A\hat{G}F = B\hat{G}E = \frac{360^\circ - 2 \times 60^\circ}{2} = 120^\circ$

$360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$

As amplitudes dos ângulos do polígono são $60^\circ$ e $240^\circ$.

**32.**

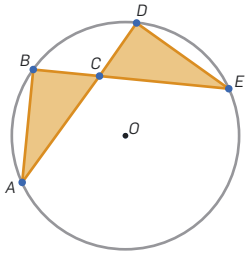
**a.** São congruentes pelo critério ALA (a arcos iguais correspondem cordas iguais; ângulos inscritos em arcos iguais).

**b.** $360^\circ - 3 \times 55^\circ = 195^\circ$

$A\hat{B}C = \frac{195^\circ}{2} = 97{,}5^\circ$ ; $B\hat{A}C = \frac{55^\circ}{2} = 27{,}5^\circ$

$B\hat{C}A = 180^\circ - (97{,}5^\circ + 27{,}5^\circ) = 55^\circ$

As amplitudes dos ângulos internos do triângulo são $55^\circ$, $97{,}5^\circ$ e $27{,}5^\circ$.




## PÁG. 91 – APLICA +

**33.**

**a.** Os arcos têm a mesma amplitude porque dizem respeito ao mesmo ângulo ao centro. No entanto, não são congruentes porque pertencem a circunferências com raios diferentes e, como tal, tem comprimentos diferentes.

**b.** A amplitude dos arcos é $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$;

$P = 2 \times 3{,}14 \times 2{,}1 = 13{,}188$

$\frac{13{,}188}{6} = 2{,}198$

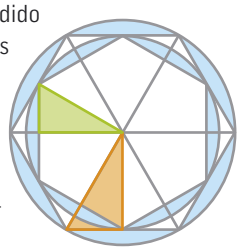
$P = 2 \times 3{,}14 \times 2{,}4 = 15{,}072$

$\frac{15{,}072}{6} = 2{,}512$

Os comprimentos dos arcos são 2,198 e 2,512.

**c.** $A_{colorida} = (A_{círculo\ maior} - A_{hexágono\ maior}) + (A_{círculo\ menor} - A_{hexágono\ menor})$

Cada um dos hexágonos pode ser dividido em seis triângulos equiláteros de lados iguais aos raios das circunferências.



Para determinar a área dos hexágonos, precisamos de obter o comprimento dos seus apótemas. Tendo em conta os triângulos retângulos realçados na figura e aplicando o teorema de Pitágoras:

- Determinação do apótema do hexágono maior (triângulo cor de laranja):

$$a^2 + \left(\frac{2{,}4}{2}\right)^2 = 2{,}4^2 \Leftrightarrow a^2 + 1{,}2^2 = 5{,}76 \Leftrightarrow a^2 = 5{,}76 - 1{,}44 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 4{,}32 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{4{,}32}$$

Como o comprimento deve ser positivo, temos $a \approx 2{,}1$ unidades de comprimento. Logo:

$$A_{hexágono\ maior} = \frac{P \times a}{2} = \frac{(6 \times 2{,}4) \times 2{,}1}{2} = 15{,}1 \text{ unidades de área}$$

- Determinação do apótema do hexágono menor (triângulo verde):

$$a^2 + \left(\frac{2{,}1}{2}\right)^2 = 2{,}1^2 \Leftrightarrow a^2 + 1{,}05^2 = 4{,}41 \Leftrightarrow a^2 = 4{,}41 - 1{,}1025 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a^2 = 3{,}3075 \Leftrightarrow a = \pm\sqrt{3{,}3075}$$

Como o comprimento deve ser positivo, temos $a \approx 1{,}8$ unidades de comprimento.

Logo:

$$A_{hexágono\ menor} = \frac{P \times a}{2} = \frac{(6 \times 2{,}1) \times 1{,}8}{2} = 11{,}3 \text{ unidades de área}$$

$$A_{círculo\ maior} = 3{,}14 \times 2{,}4^2 = 18{,}1 \text{ unidades de área}$$

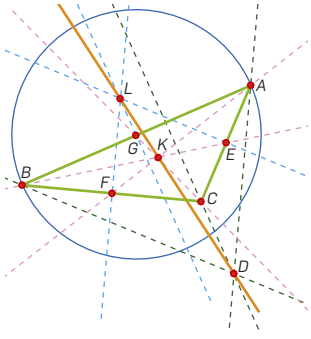
$$A_{círculo\ menor} = 3{,}14 \times 2{,}1^2 = 13{,}8 \text{ unidades de área}$$

$$A_{colorida} = (18{,}1 - 15{,}1) + (13{,}8 - 11{,}3) = 5{,}5 \text{ unidades de área}$$

**36.1**

**a.** $E$, $F$ e $G$.
**b.** $FL$, $EL$ e $GL$.
**c.** $GC$, $FA$ e $FE$.
**d.** $BD$, $CD$ e $DA$.
**e.** $K$
**f.** $D$
**g.** $L$
**h.** $KL$ (ou $KD$ ou $LD$)

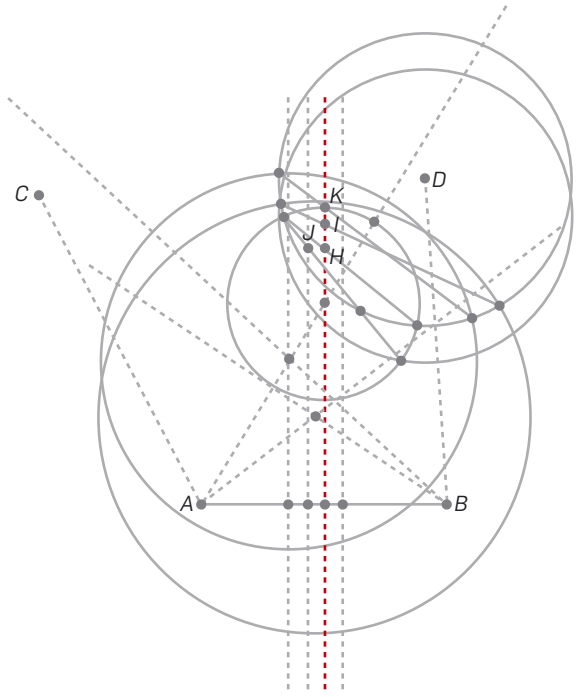
**36.2** Para desenhar a circunferência circunscrita em $ABC$ é necessário determinar o circuncentro (ponto de interseção das mediatrizes dos lados).



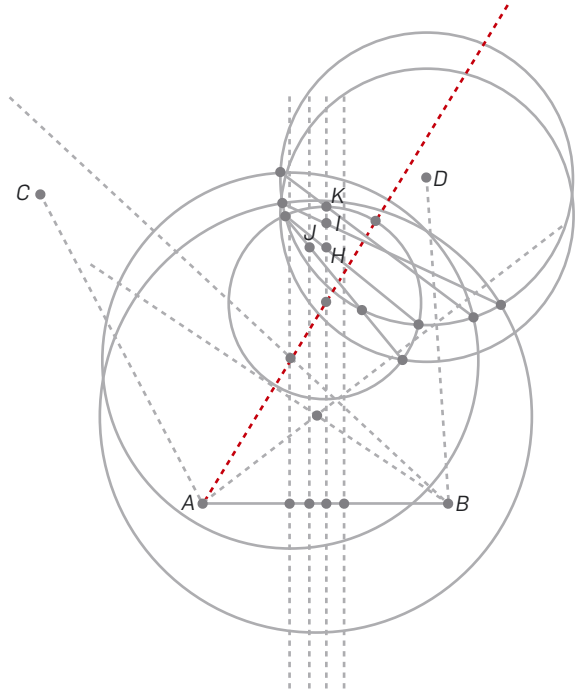

## PÁG. 92 – APLICA +

**37.**

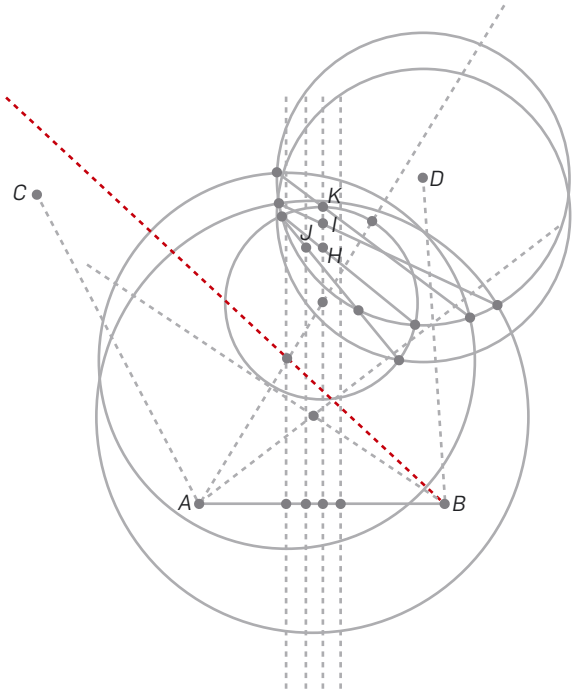
**1.** Traça a mediatriz do segmento de reta que une os pontos $A$ e $B$:



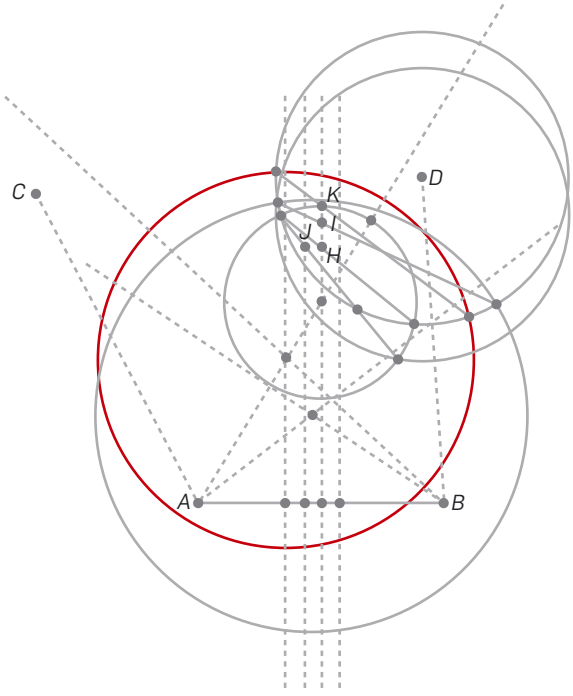

**2.** Assinala a bissetriz do ângulo $CAB$:



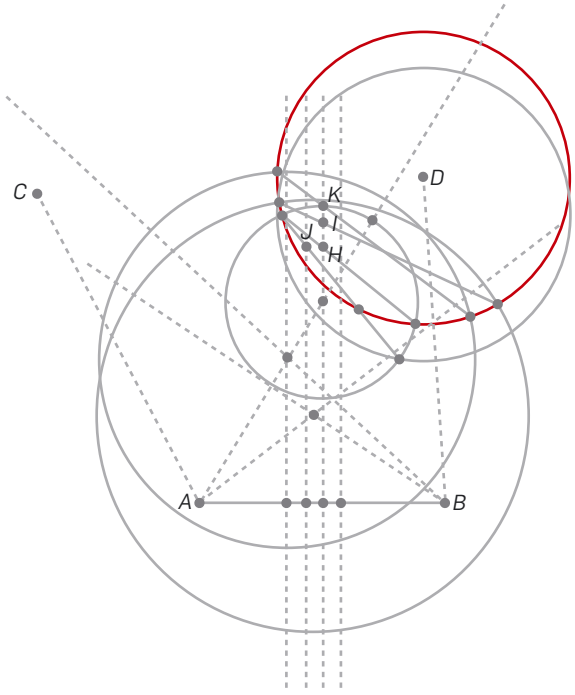
**3.** Assinala a bissetriz do ângulo *ABD* :



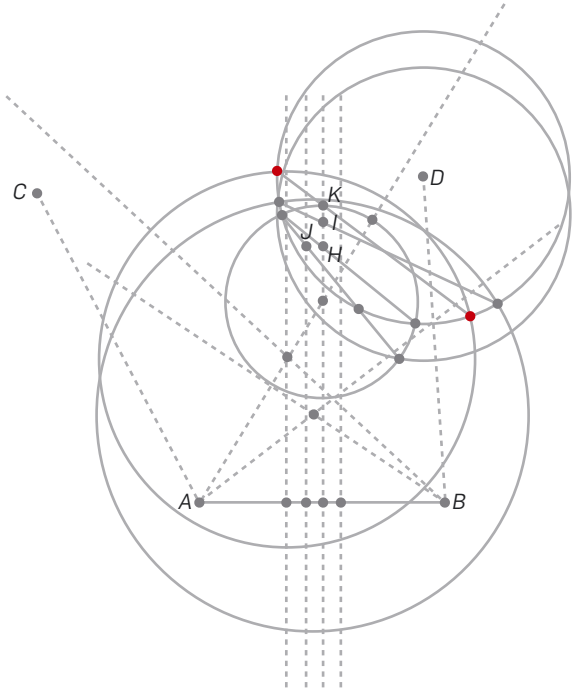

**4.** Desenha a circunferência de raio desconhecido com centro na interseção das duas bissetrizes:



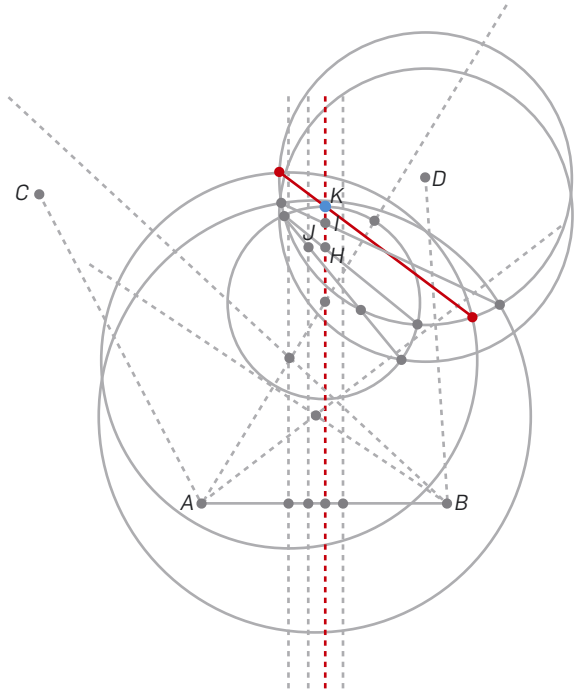

**5.** Desenha a circunferência de raio desconhecido e centro no ponto *D* :




**6.** Assinala os pontos de interseção das duas circunferências e une-os por um segmento de reta:



**7.** O tesouro ficará escondido no ponto de interseção desse segmento com a mediatriz do segmento $[AB]$:




## PÁG. 93 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1.**

**1.1 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta (O ponto $O$ pertence à mediatriz do segmento $[BC]$) ..... 5 pontos

**Resolução**

Opção correta: O ponto $O$ pertence à mediatriz do segmento $[BC]$.

**1.2 Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Determinar a amplitude do arco $DC$ (80º) ..... 4 pontos

Determinar a amplitude do arco $AC$ (100º) ..... 2 pontos

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Determinar a amplitude do ângulo $ADC$ (50º) ..... 2 pontos

Determinar a amplitude do arco $AC$ (100º) ..... 4 pontos

**Resolução**

O arco $DC$ tem de amplitude 80º porque é o arco compreendido entre os lados do ângulo inscrito $CAD$. Como o arco $AD$ tem de amplitude 180º, então a amplitude do arco $AC$ é 100º (180 – 80 = 100).

**2.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

Desenhar corretamente a mediatriz do segmento $[AB]$ e uma circunferência (ou arcos de circunferência) com centro no ponto $A$ (ou no ponto $B$) e raio igual ao dobro de $\overline{AB}$, e assinalar corretamente o conjunto pedido.

ou

Desenhar corretamente duas circunferências (ou arcos de circunferência), uma com centro no ponto $A$ e outra com centro no ponto $B$, com raio igual ao dobro de $\overline{AB}$, e assinalar corretamente o conjunto pedido. ..... 6 pontos

Desenhar corretamente a mediatriz do segmento $[AB]$ e uma circunferência (ou arcos de circunferência) com centro no ponto $A$ (ou no ponto $B$) e raio igual ao dobro de $\overline{AB}$, mas não assinalar o conjunto pedido, ou assinalar um conjunto de pontos que não é o correto.

ou

Desenhar corretamente duas circunferências (ou arcos de circunferência), uma com centro no ponto $A$ e outra com centro no ponto $B$, com raio igual ao dobro de $\overline{AB}$, mas não assinalar o conjunto pedido, ou assinalar um conjunto de pontos que não é o correto ..... 3 pontos

Desenhar corretamente apenas a mediatriz do segmento $[AB]$

ou

Desenhar corretamente apenas uma circunferência (ou arco de circunferência) com centro no ponto $A$ (ou no ponto $B$) e raio igual ao dobro de $\overline{AB}$ ..... 2 pontos

Dar outra resposta ..... 0 pontos

**Notas**:

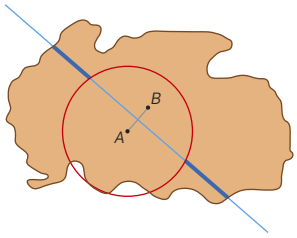
**1.** Não se exige que o examinando exclua os pontos que distam exatamente 10 km de $A$ e de $B$.

**2.** Considera-se que a mediatriz de $[AB]$ está corretamente desenhada se o ponto de interseção da reta traçada com o segmento de reta $[AB]$ estiver a uma distância não superior a 0,1 cm do ponto médio de $[AB]$ e se o ângulo que essa reta faz com o segmento estiver compreendido entre 85º e 90º.

**3.** Considera-se que as circunferências de raio $2\overline{AB}$ estão corretamente desenhadas se o raio estiver compreendido entre $1{,}9\overline{AB}$ e $2{,}1\overline{AB}$.

**Resolução**

A distância entre $A$ e $B$ corresponde a 5 km.
O raio da circunferência será o dobro desta distância.
A circunferência apresentada tem centro em $A$, mas também poderia ser com centro em $B$.
A região pretendida encontra-se na figura a traço azul grosso.




## PÁG. 94 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**3. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Determinar a amplitude do ângulo $ACB$ ..... 3 pontos
Determinar a amplitude do arco $QP$ ..... 2 pontos
Obter a amplitude do arco $PCQ$ (254 ou 254°) ..... 1 ponto

**Resolução**

Como a soma das amplitude dos ângulos internos de um triângulo é 180°, vem:

$$D\hat{A}E + A\hat{C}B + C\hat{B}A = 180° \Leftrightarrow 37° + A\hat{C}B + 90° = 180° \Leftrightarrow A\hat{C}B = 53°$$

Como $PCQ$ é um ângulo inscrito à circunferência definida pelos pontos $P$, $C$ e $Q$, então o arco $PQ$ mede $2 \times 53° = 106°$ (arco correspondente ao ângulo inscrito $PCQ$), pelo que o arco $PCQ$ mede $360° - 106° = 254°$.

**4.1. Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta (70°) ..... 5 pontos

**Resolução**

O arco $AC$ é o arco correspondente ao ângulo ao centro $AOC$, pelo que mede 140°. O ângulo $ABC$ é um ângulo inscrito cujo arco correspondente é $AC$. Logo, $A\hat{B}C = \frac{140°}{2} = 70°$.
Opção correta: (B).

**4.2 Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever $O\hat{C}D + C\hat{D}O + D\hat{O}C = 180°$ (ou equivalente) (ver nota) ..... 2 pontos
Reconhecer que o ângulo $OCD$ é reto ..... 1 ponto
Determinar a amplitude do ângulo $CDO$ ..... 1 ponto
Determinar a amplitude do ângulo $ADC$ ..... 1 ponto
Obter a amplitude do ângulo $ADE$ (140 ou 140°) ..... 1 ponto

**Nota:**
Se, através da resolução apresentada, for evidente que o aluno utilizou desta igualdade, ainda que não a tenha explicitado, esta etapa deve ser considerada como cumprida.

**Resolução**

$O\hat{C}D + C\hat{D}O + D\hat{O}C = 180°$
O ângulo $OCD$ é um ângulo reto, pois a reta $CD$ é tangente à circunferência no ponto $C$.
Assim, $90° + C\hat{D}O + 70° = 180° \Leftrightarrow C\hat{D}O = 20°$.
Portanto, $C\hat{D}A = 40°$, donde $A\hat{D}E = 180° - 40° = 140°$.

## PÁG. 95 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**5.1 Cotação: 4 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:
Responde «circunferência de centro $A$ e raio 1,6 cm» (ou equivalente) ..... 4 pontos
Responde «circunferência de centro $A$» ou responde «circunferência de raio 1,6 cm» ou responde «círculo de centro $A$ e raio 1,6 cm» ..... 3 pontos
Responde «círculo de centro $A$» ou responde «círculo de raio 1,6 cm» ou responde «circunferência» ..... 2 pontos

**Resolução**

Circunferência de centro $A$ e raio 1,6 cm.

**5.2 Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:
Escrever $\text{tg } 65° = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}}$ ..... 1 ponto
Escrever $\overline{BP} = 1{,}6 \times \text{tg } 65°$ ..... 1 ponto
Obter $\overline{BP}$ (3,4 cm ou 3,4) ..... 2 pontos

**Resolução**

$\text{tg } 65° = \frac{\overline{BP}}{\overline{AP}} \Leftrightarrow \overline{BP} = 1{,}6 \times \text{tg } 65° \Leftrightarrow \overline{BP} \approx 3{,}4$
Logo, o segmento $[BP]$ mede aproximadamente 3,4 cm.

**6 Cotação: 5 pontos**

**Critérios de classificação**

Assinalar a opção correta (80°) ..... 5 pontos

**Resolução**

$A\hat{C}D + C\hat{D}A + D\hat{A}C = 180° \Leftrightarrow D\hat{A}C = 180° - 50° - 90° = 40°$
Logo, o arco $BC$ (arco correspondente ao ângulo inscrito $DAC$) mede $2 \times 40° = 80°$.
Opção correta: (C).

## PÁG. 96 – TESTE FINAL

**1.**

**a.** Sendo o triângulo $OAC$ equilátero, a amplitude dos seus ângulos internos é 60º.
$C\hat{O}A = 60º$
Logo, $A\hat{O}F = 180º - 60º = 120º$.
Como $\overset{\frown}{FA} = A\hat{O}F$, então $\overset{\frown}{FA} = 120º$.

**b.** Da alínea anterior sabemos que $C\hat{O}A = 60^\circ$. Sendo $OA$ um raio da circunferência e $t$ uma reta tangente à circunferência:
$O\hat{A}B = 90^\circ$
$A\hat{B}O = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

**c.** $\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{EF}$, pois arcos compreendidos entre retas paralelas têm a mesma amplitude.

**d.** É um triângulo retângulo, pois o ângulo $CDF$ é reto, uma vez que está inscrito numa semicircunferência.

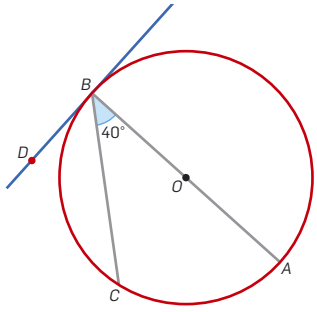
**e.** $A\hat{O}F = 120^\circ$
$\frac{360^\circ}{120^\circ} = 3$
O círculo é dividido em três setores circulares como o referido.
$\text{Área} = \frac{\pi \times r^2}{3}$
$\text{Área} = \frac{\pi \times 1^2}{3} = \frac{3{,}14}{3} \approx 1 \text{ u. a.}$

**2.**

**a.** $A\hat{C}B = 90^\circ$
$C\hat{A}B = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$
O ângulo $CAB$ é um ângulo inscrito na circunferência.
O ângulo ao centro correspondente é $C\hat{O}B = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$.
Como $C\hat{O}B = \overset{\frown}{BC}$, então $\overset{\frown}{BC} = 100^\circ$.

**b.** As retas $OB$ e $BD$ são perpendiculares, pois a reta que contém o raio da circunferência é perpendicular à reta tangente.
Desta forma:

$$D\hat{B}C = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$



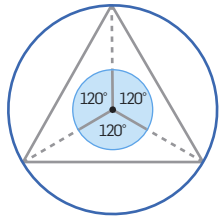

## PÁG. 97 – TESTE FINAL

**3.**

**a.** A reta $AB$ é perpendicular ao raio $OA$, pois uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio referente ao ponto de tangência.

**b.** $\overset{\frown}{AF} = 60^\circ$
Como $\overset{\frown}{AF} = 3\overset{\frown}{CE}$, $\overset{\frown}{CE} = \frac{60^\circ}{3} = 20^\circ$.
Como $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{EF}$, $x + x + 60^\circ + 20^\circ = 360^\circ \Leftrightarrow 2x = 360^\circ - 60^\circ - 20^\circ \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x = 280^\circ \Leftrightarrow x = \frac{280^\circ}{2} = 140^\circ$
$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{EF} = 140^\circ$
$\overset{\frown}{CEF} = 140^\circ + 20^\circ = 160^\circ$
$A\hat{D}F$ é a amplitude de um ângulo excêntrico exterior.
Logo, $A\hat{D}F = \frac{\overset{\frown}{AF} - \overset{\frown}{CE}}{2} = \frac{60^\circ - 20^\circ}{2} = 20^\circ$
Dois dos lados do triângulo $OAC$ são raios da circunferência, logo, o triângulo é isósceles e, por isso, os ângulos $CAO$ e $OCA$ têm a mesma amplitude.
$\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{EF} = 140^\circ$
Logo, $A\hat{O}C = 140^\circ$.
Então, $C\hat{A}O = O\hat{C}A = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$.
$O\hat{A}B = 90^\circ$
$C\hat{A}B = O\hat{A}B - C\hat{A}O = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$

**4.** $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$




**5.** A afirmação falsa é a (B). $DC$ não é uma altura do triângulo, pois não é perpendicular à base.

**6.1.**

**a.** Soma das amplitudes dos ângulos internos:

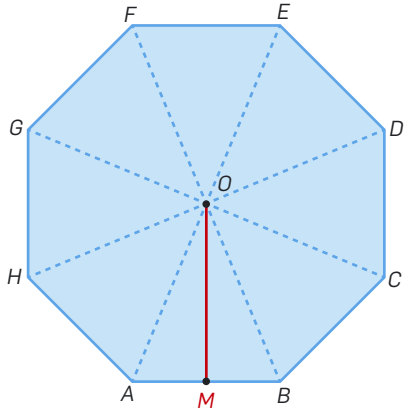
$$(n-2) \times 180^\circ = (8-2) \times 180^\circ = 1080^\circ$$

Soma das amplitudes dos ângulos externos: $360^\circ$

**b.** Dividimos a soma das amplitudes dos ângulos internos ($1080^\circ$) pelo número de ângulos internos (8):

$$\frac{1080^\circ}{8} = 135^\circ$$

**6.2** Tracemos a mediana do triângulo $[OAB]$ relativamente à base $[AB]$:




sendo $M$ o ponto médio do segmento $[AB]$.
Como a mediana traçada é perpendicular à base, então a mediana coincide com a altura do triângulo $[OAB]$ relativamente à base $[AB]$.

**6.3** É no hexágono regular, pois os seis triângulos que o constituem são equiláteros.

## TRIGONOMETRIA

### PÁG. 109 – APLICA

**7.**

**a.** Pela Fórmula Fundamental da Trigonometria, $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$.

Como $\cos\alpha = \frac{4}{5}$:

$$\text{sen}^2\alpha + \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{25-16}{25} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{9}{25} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\frac{3}{5}$$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo, $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5}$.

**b.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{15}{20} \Leftrightarrow \text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$

**8. a.** Sabe-se que $\text{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$.

$$\left(\frac{15}{8}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{225}{64} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{225+64}{64} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{289}{64} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{64\times 1}{289} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{64}{289} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{64}{289}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{8}{17}$$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo, $\cos\alpha = \frac{8}{17}$.

**b.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} \Leftrightarrow \frac{15}{8} = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\frac{8}{17}} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{15}{8}\times\frac{8}{17} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{15}{17}$

**9.** $\text{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 1^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 2 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo, $\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Como $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$, então:

$$1 = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{sen}\,\alpha + \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

### PÁG. 111 – APLICA

**13.** $\text{sen}\,\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$

$\cos\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$

$\text{tg}\,\alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

Os comprimentos dos lados do triângulo são, como é óbvio, valores superiores a zero. O quociente de dois valores superiores a zero é ainda um valor superior a zero.

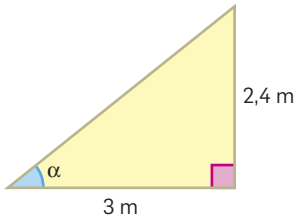
Logo, $\text{sen}\,\alpha > 0$; $\cos\alpha > 0$ e $\text{tg}\,\alpha > 0$.

Como $\overline{AC} > \overline{BC}$, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} < 1$, logo, $\text{sen}\,\alpha < 1$.

Como $\overline{AC} > \overline{AB}$, $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} < 1$, logo, $\cos\alpha < 1$.

### PÁG. 115 – APLICA

**16.** 40 cm = 0,4 m  2,8 – 0,4 = 2,4 m




$\text{tg}\,\alpha = \frac{2,4}{3} = 0,8$

$\alpha = \text{tg}^{-1}(0,8) \approx 39^\circ$

### PÁG. 123 – APLICA +

**9.** $\text{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow 5 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{5}}$

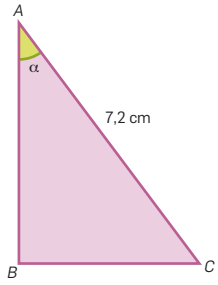
Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo, $\cos\alpha = \sqrt{\frac{1}{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

### PÁG. 124 – APLICA +

**10.** $\text{sen}\,31^\circ = \frac{3}{h} \Leftrightarrow h = \frac{3}{\text{sen}\,31^\circ}$

$\overline{AE} = 2\times\frac{3}{\text{sen}\,31^\circ} \approx 11,65$ metros

**11.** $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\text{Cateto oposto}}{\text{Cateto adjacente}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$




Logo:

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \overline{BC} = \frac{2}{3}\,\overline{AB}$$

$$\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = 7{,}2^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 + \left(\frac{2}{3}\overline{AB}\right)^2 = 7{,}2^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 + \frac{4}{9}\overline{AB}^2 = 51{,}84 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{9\overline{AB}^2 + 4\overline{AB}^2}{9} = 51{,}84 \Leftrightarrow 13\overline{AB}^2 = 466{,}56 \Leftrightarrow \overline{AB}^2 = \frac{466{,}56}{13} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = -\sqrt{\frac{466{,}56}{13}} \vee \overline{AB} = \sqrt{\frac{466{,}56}{13}}$$

Como $\overline{AB} > 0$, logo $\overline{AB} \approx 6$ cm.

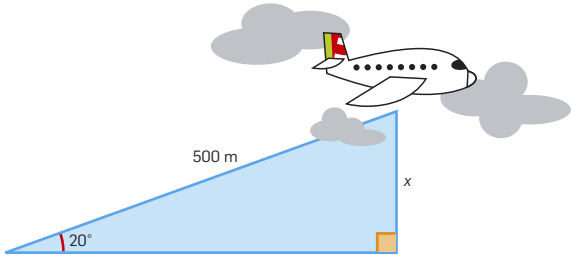
Como $\overline{BC} = \frac{2}{3}\overline{AB}$, então, $\overline{BC} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ cm.

**12.** Seja $V\hat{O}A = \alpha$ e $O\hat{A}B = \beta$.

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \alpha \approx 31^\circ$$

$$\text{tg}\,\beta = \frac{5}{3} \Rightarrow \beta \approx 59^\circ$$

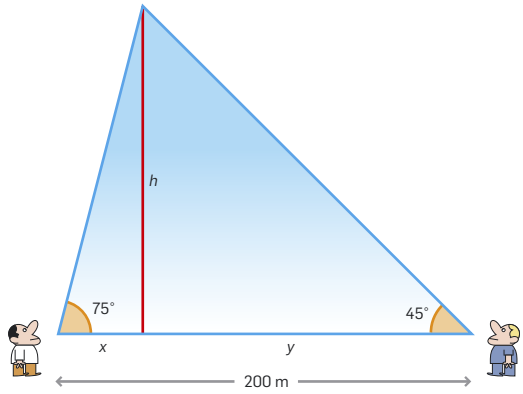
**13.** $\text{sen}\,20^\circ = \dfrac{x}{500} \Leftrightarrow x = 500 \times \text{sen}\,20^\circ \Leftrightarrow x \approx 171$ m




O avião encontra-se aproximadamente a 171 metros do chão.

## PÁG. 125 – APLICA +

**14.**




$$\text{tg}\,75^\circ = \frac{h}{x} \Leftrightarrow x = \frac{h}{\text{tg}\,75^\circ}$$

$$\text{tg}\,45^\circ = \frac{h}{y} \Leftrightarrow y = \frac{h}{\text{tg}\,45^\circ}$$

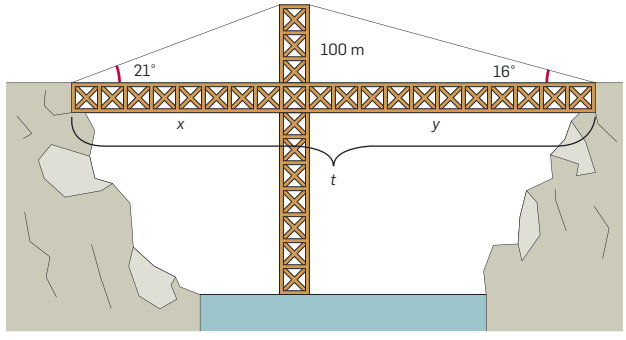
Como $x + y = 200$:

$$\frac{h}{\text{tg}\,75^\circ} + \frac{h}{\text{tg}\,45^\circ} = 200 \Leftrightarrow \frac{h \times \text{tg}\,45^\circ + h \times \text{tg}\,75^\circ}{\text{tg}\,75^\circ\,\text{tg}\,45^\circ} = 200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{h(\text{tg}\,45^\circ + \text{tg}\,75^\circ)}{\text{tg}\,75^\circ\,\text{tg}\,45^\circ} = 200 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow h = \frac{200 \times \text{tg}\,45^\circ \times \text{tg}\,75^\circ}{\text{tg}\,45^\circ + \text{tg}\,75^\circ} \Leftrightarrow h \approx 158 \text{ m}$$

**15.**




$$\text{tg}\,21^\circ = \frac{100}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100}{\text{tg}\,21^\circ}$$

$$\text{tg}\,16^\circ = \frac{100}{y} \Leftrightarrow y = \frac{100}{\text{tg}\,16^\circ}$$

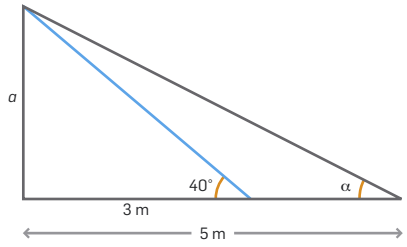
Como $t = x + y$:

$$t = \frac{100}{\text{tg}\,21^\circ} + \frac{100}{\text{tg}\,16^\circ} \approx 609 \text{ m}$$

## PÁG. 126 – APLICA +

**16.**

**a.**




$\text{tg } 40^\circ = \frac{a}{3} \Leftrightarrow a = 3 \times \text{tg } 40^\circ \Leftrightarrow a \approx 2{,}5 \text{ m}$

**b.** $\text{tg } \alpha = \frac{2{,}5}{5} \Leftrightarrow \text{tg } \alpha = 0{,}5$

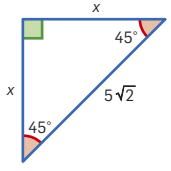
$\alpha = \text{tg}^{-1}(0{,}5) \approx 27^\circ$

## PÁG. 127 – APLICA +

**17.**

**1.ª situação (dois degraus)**

$\frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$




A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é 180°.

Logo, a amplitude do ângulo interno do triângulo em falta é 45°.

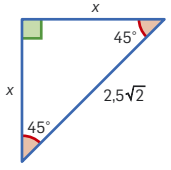
Como a ângulos iguais se opõem lados iguais, os catetos têm a mesma medida de comprimento, designada por $x$.

$\cos 45^\circ = \frac{x}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2} \times \cos 45^\circ \Leftrightarrow x = 5 \text{ dm}$

Quantidade de madeira necessária $= 4 \times 5 = 20$ dm

**2.ª situação (quatro degraus)**

$\frac{10\sqrt{2}}{4} = 2{,}5\sqrt{2}$

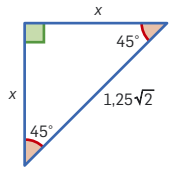



$\cos 45^\circ = \frac{x}{2{,}5\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = 2{,}25\sqrt{2} \times \cos 45^\circ \Leftrightarrow x = 2{,}5 \text{ dm}$

Quantidade de madeira necessária $= 8 \times 2{,}5 = 20$ dm

**3.ª situação (oito degraus)**

$\frac{10\sqrt{2}}{8} = 1{,}25\sqrt{2}$




$\cos 45^\circ = \frac{x}{1{,}25\sqrt{2}} \Leftrightarrow x = 1{,}25\sqrt{2} \times \cos 45^\circ \Leftrightarrow x = 1{,}25 \text{ dm}$

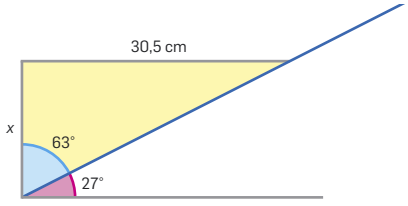
Quantidade de madeira necessária $= 16 \times 1{,}25 = 20$ dm

Em todas as situações, a quantidade de madeira necessária é sempre a mesma.

É indiferente a escolha do António.

## PÁG. 128 – APLICA +

**18.**




$\text{tg } 63^\circ = \frac{30{,}5}{x} \Leftrightarrow x = \frac{30{,}5}{\text{tg } 63^\circ} \Leftrightarrow x \approx 15{,}5 \text{ cm (altura das escadas)}$

A profundidade das escadas, sendo de 30,5 cm, é superior a 28 cm, como exige o Decreto-Lei.

A altura das escadas é de aproximadamente 15,5 cm, valor inferior a 18 cm, como é exigido.

Sendo os 26 degraus todos iguais, então as suas dimensões são constantes.

Prova-se assim que as escadarias da Casa da Música satisfazem as normas indicadas pelo Decreto-Lei.

## PÁG. 129 – APLICA +

**19.**

**a.** $\cos \beta = \frac{6}{20} \Leftrightarrow \cos \beta = 0{,}3 \Rightarrow \beta \approx 72{,}54^\circ \approx 73^\circ$

**b.** $\text{tg } 72{,}54^\circ \approx \frac{h}{6} \Leftrightarrow h = 6 \times \text{tg } 72{,}54^\circ \Leftrightarrow h \approx 19 \text{ cm}$

**c.** $V \approx \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 19 \approx 716 \text{ cm}^3$

## PÁG. 130 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever $\text{tg } 32^\circ = \frac{\overline{DH}}{5}$ (ou equivalente) ..... 3 pontos

Determinar $\overline{DH}$ ..... 2 pontos

Determinar a área do triângulo $[DPH]$ (7,8 ou 7,8 cm$^2$) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever $\cos 32^\circ = \frac{5}{\overline{HP}}$ (ou equivalente) ..... 2 pontos

Determinar $\overline{HP}$ ..... 1 ponto

Escrever $\overline{HP}^2 = \overline{DP}^2 + \overline{DH}^2$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Determinar $\overline{DH}$ ..... 1 ponto

Determinar a área do triângulo $[DPH]$ (7,8 ou 7,8 cm$^2$) ..... 1 ponto

**Resolução**

Consideremos o triângulo $[DHP]$. Então:

$$\text{tg } 32^\circ = \frac{\overline{DH}}{5} \Leftrightarrow \overline{DH} = 5 \times \text{tg } 32^\circ$$

$$A_{[DHP]} = \frac{5 \times 5\text{tg } 32^\circ}{2} \Leftrightarrow A_{[DHP]} \approx 7{,}8$$

A área do triângulo $[DPH]$ é aproximadamente igual a 7,8 cm$^2$.

**2.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Estabelecer a igualdade $\text{sen } \alpha = \frac{15}{30}$ ..... 2 pontos

Determinar $\alpha = 30^\circ$ ..... 2 pontos

Justificar que a amplitude do ângulo $\alpha$ se encontra dentro do intervalo de valores que permite uma visão clara do filme ..... 2 pontos

**Resolução**

$\text{sen } \alpha = \frac{15}{30}$

Recorrendo à função $\text{sen}^{-1}$ da calculadora obtém-se $\alpha = 30^\circ$.

O ângulo de visão do lugar do João é de 30º, o que permite uma visão clara do filme.

## PÁG. 131 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**3.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.

**1.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever a igualdade $\text{tg } 30^\circ = \frac{8}{\overline{AB}}$ (ou equivalente) ..... 3 pontos

Determinar $\overline{AB}$ ..... 2 pontos

Calcular a área do triângulo $ABC$ (55 ou 55 cm$^2$) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Escrever $\text{sen } 30^\circ = \frac{8}{\overline{CB}}$ ou $\cos 60^\circ = \frac{8}{\overline{CB}}$ (ou equivalente) ... 2 pontos

Determinar $\overline{CB}$ ..... 1 ponto

Escrever $\overline{CB}^2 = \overline{CA}^2 + \overline{AB}^2$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Determinar $\overline{AB}$ ..... 1 ponto

Calcular a área do triângulo $[ABC]$ (55 ou 55 cm$^2$) ..... 1 ponto

**Resolução**

Consideremos o triângulo $ABC$. Então:

$$\text{tg } 30^\circ = \frac{8}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{8}{\text{tg } 30^\circ}$$

$$A_{[ABC]} = \frac{\frac{8}{\text{tg } 30^\circ} \times 8}{2} \Leftrightarrow A_{[ABC]} \approx 55$$

A área do triângulo $[ABC]$ é aproximadamente igual a 55 cm$^2$.

**4.**

**Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Estabelecer a igualdade $\text{sen } 40^\circ = \frac{a}{2{,}8}$ ..... 3 pontos

Determinar $a = 1{,}8$ ..... 3 pontos

**Resolução**

$\text{sen } 40^\circ = \frac{a}{2{,}8} \Leftrightarrow a = 2{,}8 \times \text{sen } 40^\circ \Leftrightarrow a \approx 1{,}8$

A altura máxima a que a outra cadeira pode estar é de cerca de 1,8 metros.

## PÁG. 132 – TESTE FINAL

**1.**

**a.** Para ser retângulo em $B$ tem de verificar o teorema de Pitágoras:

$$12^2 + 5^2 = 13^2$$
$$144 + 25 = 169$$
$$169 = 169$$

Logo, o triângulo é retângulo em $B$.

**b.** $\text{sen } \alpha = \frac{5}{13}$ ; $\cos \alpha = \frac{12}{13}$ ; $\text{tg } \alpha = \frac{5}{12}$

**2.** Opção correta: (A).

O seno e cosseno são iguais em ângulos complementares.

**3.** $\text{sen}\,\alpha = \frac{50}{75} \Rightarrow \alpha \approx 42^\circ$

**4.**

**a.** O triângulo $CBD$ é retângulo em $B$, pois um ângulo inscrito numa semicircunferência é um ângulo reto.

**b.** Se o triângulo é isósceles, os seus dois ângulos são iguais e os lados também.

$x^2 + x^2 = 20^2 \Leftrightarrow 2x^2 = 400 \Leftrightarrow x^2 = 200 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{200} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \pm\sqrt{10^2 \times 2} \Leftrightarrow x = \pm 10\sqrt{2}$

$\overline{CB} = 10\sqrt{2}$

**c.** $\alpha = 180^\circ - 90 - \alpha \Leftrightarrow 2\alpha = 90^\circ \Leftrightarrow \alpha = 45^\circ$

## PÁG. 133 – TESTE FINAL

**5.**

**a.** $\text{sen}^2\,\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\text{sen}^2\,\alpha + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\,\alpha = 1 - \frac{1}{9} \Leftrightarrow \text{sen}^2\,\alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo, $\text{sen}\,\alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

**b.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$

$$\text{tg}\,\alpha = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{3}}{\frac{1}{3}} = 2\sqrt{2}$$

**6.** $\text{tg}\,50^\circ = \frac{\overline{AB}}{100} \Leftrightarrow \overline{AB} = 100 \times \text{tg}\,50^\circ \Leftrightarrow \overline{AB} \approx 119{,}18\text{ m}$

$\text{tg}\,13^\circ = \frac{\overline{BC}}{100} \Leftrightarrow \overline{BC} = 100 \times \text{tg}\,13^\circ \Leftrightarrow \overline{BC} \approx 23{,}09\text{ m}$

$119{,}18 + 23{,}09 \approx 142\text{ m}$

A altura da torre é aproximadamente 142 metros.

**7.** Sendo $h$ a distância do topo do farol à água:

$\text{tg}\,50^\circ = \frac{h}{100} \Leftrightarrow h = \text{tg}\,50^\circ \times 100 \Leftrightarrow h \approx 119{,}18\text{ m}$

Sendo $d$ a distância de $B$ ao vértice do ângulo reto:

$\text{tg}\,35^\circ = \frac{119{,}18}{d} \Leftrightarrow d = \frac{119{,}18}{\text{tg}\,35^\circ} \Leftrightarrow d \approx 170{,}21\text{ m}$

$170{,}21 - 100 \approx 70\text{ m}$

Assim, a distância que separa os mergulhadores é aproximadamente 70 m.

# MEDIDA

## PÁG. 143 – APLICA

**10.** Seja $P$ o centro da circunferência circunscrita ao pentágono $[ABCDE]$.

Designando por $V$ o volume da pirâmide pentagonal $[ABCDEF]$ e por $V_1$, $V_2$, $V_3$, $V_4$ e $V_5$, respetivamente o volume das pirâmides triangulares $[ABPF]$, $[BCPF]$, $[CDPF]$, $[DEPF]$ e $[EAPF]$, tem-se:

$$V = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5$$

Por outro lado, $V_1 = \frac{A_{[ABP]} \times h}{3}$, $V_2 = \frac{A_{[BCP]} \times h}{3}$, $V_3 = \frac{A_{[CDP]} \times h}{3}$, $V_4 = \frac{A_{[DEP]} \times h}{3}$, $V_5 = \frac{A_{[EAP]} \times h}{3}$, onde $h$ designa a distância do ponto $F$ ao plano que contém $A$, $B$, $C$, $D$ e $E$, sendo a altura comum das pirâmides triangulares relativamente às bases $[ABP]$, $[BCP]$, $[CDP]$, $[DEP]$ e $[EAP]$. Assim,

$$V = \frac{A_{[ABP]} \times h}{3} + \frac{A_{[BCP]} \times h}{3} + \frac{A_{[CDP]} \times h}{3} + \frac{A_{[DEP]} \times h}{3} + \frac{A_{[EAP]} \times h}{3} =$$

$$= \frac{(A_{[ABP]} + A_{[BCP]} + A_{[CDP]} + A_{[DEP]} + A_{[EAP]} \times h}{3} = \frac{A_{[ABCDE]} \times h}{3}$$

## PÁG. 145 – APLICA

**14.** $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

Diâmetro = 1 cm ; raio = 0,5 cm

$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \times \pi \times 0{,}5^3 \approx 0{,}5236\text{ cm}^3$

Como são 100 esferas, vem: $100 \times 0{,}5236 = 52{,}36 = 52{,}4\text{ cm}^3$

## PÁG. 147 – APLICA

**17.**

**a.** $A_{\text{círculo}} = \pi \times r^2$

Se $A_{\text{círculo}} = \pi$, então $r = 1\text{ m}$.

**b.** **(A)** Verdadeira. Metade da amplitude corresponde a metade da área.

**(B)** Falsa. Ocupa $\frac{\pi}{8}\text{ m}^2$.

**(C)** Verdadeira. Um setor de 90º é a quarta parte do círculo.

**(D)** Verdadeira. Um setor nestas condições corresponde ao próprio círculo.

**(E)** Falsa. Ocupa $4\pi\text{ m}^2$.

**(F)** Verdadeira. Uma semicircunferência tem metade do comprimento da circunferência $\left(\frac{2\pi \times 1}{2} = \pi\text{ m}\right)$.

**(G)** Falsa. Um quarto de circunferência tem uma quarta parte do comprimento da circunferência $\left(\frac{2\pi \times 1}{4} = \frac{\pi}{2}\text{ m}\right)$.

## PÁG. 149 – APLICA

**20.** A área total da superfície de um cone é igual a:

Área do setor circular de raio $g$ + Área do círculo de raio $r$

Área do círculo de raio $r = \pi \times r^2$

Para determinarmos a área do setor circular de raio $g$, iremos recorrer a uma regra de três simples:

Se, em vez de um setor circular de raio $g$, tivéssemos um círculo com o mesmo raio, o seu perímetro seria dado por $2\pi g$ e a sua área seria dada por $\pi g^2$. Assim:

$$2\pi g \text{ ..... } \pi g^2$$
$$2\pi r \text{ ..... } A_{\text{setor circular}}$$

Donde:

$$A_{\text{setor circular}} = \frac{2\pi r \times \pi g^2}{2\pi g} = \pi r g$$

Assim, a área total da superfície de um cone é dada por:

$$\pi r g + \pi r^2$$

## PÁG. 156 – APLICA +

**7.** $A_{\text{superfície}} = 6 \times A_{\text{face}}$

$6 \times A_{\text{face}} = 96 \Leftrightarrow A_{\text{face}} = \frac{96}{6} \Leftrightarrow A_{\text{face}} = 16 \text{ cm}^2$

Assim, $a = \sqrt{16} = 4$ cm e $r = 2$ cm.

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 2^3 \approx 33{,}5 \text{ m}^3$$

**9.** $V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$\frac{4}{3}\pi r^3 = 33{,}5 \Leftrightarrow 4\pi r^3 = 100{,}5 \Leftrightarrow r^3 = \frac{100{,}5}{4\pi} \Leftrightarrow r^3 \approx 8 \Leftrightarrow r = 2$

O raio deve ser, aproximadamente, 2 m.

## PÁG. 157 – APLICA+

**10.** Para determinar o número de voltas, determina-se o perímetro de cada roda e, em seguida, calcula-se o quociente entre a distância a percorrer e o perímetro.

$P = 2 \times \pi \times 25 = 50\pi \approx 157{,}1 \text{ cm} = 1{,}571 \text{ m}$

$$\frac{3000}{1{,}571} \approx 1910 \text{ voltas}$$

$P = 2 \times \pi \times 30 = 60\pi \approx 188{,}5 \text{ cm} = 1{,}885 \text{ m}$

$$\frac{3000}{1{,}885} \approx 1592 \text{ voltas}$$

$P = 2 \times \pi \times 35 = 70\pi \approx 219{,}9 \text{ cm} = 2{,}199 \text{ m}$

$$\frac{3000}{2{,}199} \approx 1364 \text{ voltas}$$

Quanto maior é o raio da roda da bicicleta, menor é o número de voltas necessárias para efetuar determinado percurso.

**11.** Para determinar a área percorrida temos de determinar o produto do perímetro da base por 10 e, em seguida, multiplicar por 80 (largura do cilindro).

Diâmetro = 40 cm

Raio = 20 cm

$P_{\text{base}} = 2 \times \pi \times 20 = 40\pi \approx 125{,}66$ cm

Dando 10 voltas completas, temos: $125{,}66 \times 10 = 1256{,}6$ cm

Área percorrida $= 1256{,}6 \times 80 = 100\,528 \text{ cm}^2 \approx 10 \text{ m}^2$

**12.** Como a aresta do cubo é 12 cm, o diâmetro de cada esfera é 6 cm e, consequentemente, o raio é 3.

O volume ocupado pelas esferas é igual à capacidade do recipiente cilíndrico que se encheu com a água que transbordou.

$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 \approx 113{,}1 \text{ cm}^3$

Como são oito esferas, faz-se: $113{,}1 \times 8 = 904{,}8 \text{ cm}^3$.

Logo, o volume do recipiente cilíndrico é $904{,}8 \text{ cm}^3$.

Por outro lado, $V_{\text{recipiente}} = \pi \times 3^2 \times h$.

Então, $\pi \times 3^2 \times h = 904{,}8 \Leftrightarrow h = \frac{904{,}8}{\pi \times 3^2} \Leftrightarrow h \approx 32$.

A altura do copo é 32 cm.

## PÁG. 159 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**1.1 Cotação: 6 pontos**

### Critérios de classificação

Este item pode ser resolvido por, pelo menos, dois processos.
A classificação deve ser atribuída de acordo com as etapas apresentadas.

**1.º Processo**

Calcular o valor do paralelepípedo $[ACDEFGIJ]$ ..... 2 pontos
Calcular a área do triângulo $[ABC]$ ..... 2 pontos
Calcular o volume do prisma $[ABCIGH]$ ..... 1 ponto
Obter o volume total do sólido ($2025 \text{ cm}^3$ ou 2025) ..... 1 ponto

**2.º Processo**

Calcular a área do retângulo $[ACDE]$ ..... 1 ponto
Calcular a área do triângulo $[ABC]$ ..... 2 pontos
Calcular a área do pentágono $[ABCDE]$ ..... 1 ponto
Obter o volume total do sólido ($2025 \text{ cm}^3$ ou 2025) ..... 2 pontos

### Resolução

$V_{\text{paralelepípedo}\,[ACDEFGIJ]} = \overline{ED} \times \overline{DJ} \times \overline{CD} = 15 \times 15 \times 6 = 1350$

$A_{\text{triângulo}\,[ABC]} = \frac{15 \times 6}{2} = 45$

$V_{\text{prisma}\,[ABCIGH]} = A_{\text{triângulo}\,[ABC]} \times \overline{CI} = 45 \times 15 = 675$

$V_{\text{total}} = V_{\text{paralelepípedo}}\,[ACDEFGIJ] + V_{\text{prisma}}\,[ABCIGH] = 1350 + 675 =$
$= 2025$

Logo, o volume total é $2025 \text{ cm}^3$.

**1.2 Cotação: 4 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com os seguintes níveis de desempenho:

| Níveis | Níveis | Pontuação |
|---|---|---|
| **2** | Responde «*BH*» ou «*DJ*» ou «*EF*» ou «*DE*» ou «*FJ*» ou «*DF*» ou «*EJ*» | 4 |
| **1** | Identifica dois pontos que definem uma das retas referidas no nível 2, mas utiliza simbologia incorreta do ponto de vista formal | 3 |

**Resolução**

Por exemplo, a reta $BH$.

## PÁG. 160 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**2. Cotação: 4 pontos**

**Resolução**

$V = A_{base} \times h$

$$V' = \frac{A_{base} \times \frac{h}{4}}{3}$$

$$\frac{V'}{V} = \frac{A_{base} \times \frac{h}{4}}{\frac{3}{A_{base} \times h}} = \frac{\frac{A_{base} \times h}{4}}{\frac{3}{A_{base} \times h}} = \frac{\frac{A_{base} \times h}{12}}{A_{base} \times h} =$$

$$= \frac{A_{base} \times h}{12} \times \frac{1}{A_{base} \times h} = \frac{1}{12}$$

**3. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Reconhecer que o volume pedido é igual à diferença entre o volume do cilindro e o volume do cubo (ver nota) ..... 1 ponto

Calcular o volume do cilindro ..... 2 pontos

Calcular o volume do cubo ..... 1 ponto

Obter o valor pedido (255 ou 255 cm$^3$) ..... 2 pontos

**Nota:** Se o aluno não explicitar esta etapa mas se, através da resolução apresentada, for evidente que a considerou, esta deve ser considerada como cumprida.

**Resolução**

O volume pedido é igual à diferença entre o volume do cilindro e o volume do cubo, pois o volume do cubo corresponde ao volume de água que transbordou.

$V_{cilindro} = A_{base} \times h = \pi \times 5^2 \times 6 = 150\pi$

$V_{cubo} = \text{aresta}^3 = 6^3 = 216$

$V_{cilindro} - V_{cubo} = 150\pi - 216 \approx 255$

Logo, o volume do líquido que ficou no recipiente é 255 cm$^3$.

## PÁG. 161 – ITENS DE EXAME – APLICA +

**4.**

**Resolução**

Volume de uma esfera em função de $r$: $\frac{4}{3}\pi r^3$

Volume das três esferas em função de $r$: $4\pi r r^3$

Volume da caixa não ocupado pelas esferas em função de $r$:

Volume da caixa – Volume das três esferas em função de $r = (\pi r^2 \times 6r) - 4\pi r^3 = 2\pi r^3$

Assim,

$$\frac{1}{2} \times 4\pi r^3 = 2\pi r^3$$

**5. Cotação: 6 pontos**

**Critérios de classificação**

A classificação deve ser atribuída de acordo com as seguintes etapas:

Concluir que o volume do cilindro é dado por $12 \times h$, sendo $h$ a altura do cilindro ..... 1 ponto

Concluir que o volume do cone é dado por $\frac{12 \times h}{3}$, sendo $h$ a altura do cone ..... 1 ponto

Escrever a equação $12 \times h + \frac{12 \times h}{3} = 34$ (ou equivalente) ..... 1 ponto

Determinar o valor de $h$ ..... 2 pontos

Apresentar o valor de $h$ na forma pedida (2,125 ou 2,125 m) ..... 1 ponto

**Resolução**

$V_{cilindro} = A_{base} \times h = 12 \times h$, sendo $h$ a altura do cilindro

$V_{cone} = \frac{A_{base} \times h}{3} = \frac{12 \times h}{3}$, sendo $h$ a altura do cone

$V_{cilindro} + V_{cone} = 34 \Leftrightarrow 12 \times h + \frac{12 \times h}{3} = 34 \Leftrightarrow 36h + 12h = 102 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 48h = 102 \Leftrightarrow h = 2{,}125$

Logo, a altura do cilindro é 2,125 m.

## PÁG. 162 – TESTE FINAL

**1.** A altura de um cone é a distância do vértice ao plano que contém a base. Sendo assim, como os vértices estão contidos no mesmo plano, então têm a mesma altura.

**2.** $\text{sen } 75° = \frac{x}{37} \Leftrightarrow x = 37 \times \text{sen } 75° \Leftrightarrow x \approx 36$

A torre tem aproximadamente 36 metros de altura.

**3.** $V_{cilindro} = A_{base} \times \text{altura} = \pi \times 4^2 \times 8 = 128\pi \approx 402$

$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi \approx 268$

Logo, o cilindro tem um volume aproximadamente igual a 402 cm$^3$ e a esfera tem um volume aproximadamente igual a 268 cm$^3$.

## PÁG. 163 – TESTE FINAL

**4.** A área total do cone é dada por $\pi rg + \pi r^2$. Assim,

$\pi rg + \pi r^2 = 7536 \Leftrightarrow \pi \times 30 \times g + \pi \times 30^2 = 7536 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 30\pi g = 7536 - 900\pi \Leftrightarrow g = \dfrac{7536 - 900\pi}{30\pi} \Leftrightarrow g \approx 50$

Opção correta: (C).

**5.** Área do círculo não ocupada = Área do círculo – Área do hexágono

$A_{\text{círculo}} = \pi r^2 = \pi \times 3^2 = 9\pi$

Cálculo do apótema (pelo teorema de Pitágoras):

$3^2 = ap^2 + 1{,}5^2 \Leftrightarrow ap^2 = 9 - 2{,}25 \Leftrightarrow ap = \sqrt{6{,}75} \Leftrightarrow ap \approx 2{,}6 \quad (ap > 0)$

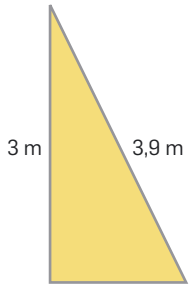
$A_{\text{hexágono}} = \dfrac{P}{2} \times ap = \dfrac{3 \times 6}{2} \times 2{,}6 = 23{,}4$

Área do círculo não ocupada = $9\pi - 23{,}4 \approx 4{,}9$

Logo, a área não ocupada pelo círculo é aproximadamente igual a 4,9 unidades de área.

**6.1**

**a.**




$x^2 = 3{,}9^2 - 3^2 \Leftrightarrow x^2 = 15{,}21 - 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 6{,}21 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \underbrace{h = \left(-\sqrt{6{,}21}\right)}_{\text{Sem significado físico}} \vee h = \sqrt{6{,}21}$

$h \approx 2{,}5\text{ m}$

**b.** $A = \pi \times 2{,}5^2 \approx 19{,}509\text{ m}^2$

**c.** $V = \dfrac{A_{\text{base}} \times h}{3}$

$V = \dfrac{19{,}635 \times 3}{3} = 19{,}635\text{ m}^3$

**6.2** O poste e a haste são perpendiculares.

## PÁG. 164 – TESTE GLOBAL

**1.** Sejam $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$ e $x_5$ as idades dos cinco amigos.

$\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 15 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 60$

Quando mais um amigo (idade $x_5$) se juntou à conversa:

$\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5}{5} = 15 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 75 \Leftrightarrow 60 + x_5 = 75 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x_5 = 15$

Logo, o amigo que se juntou à conversa tinha 15 anos.

**2.** Casos possíveis: $\underbrace{3}_{\text{Há três camisas à escolha}} \times \underbrace{2}_{\text{Há duas calças à escolha}} \times \underbrace{2}_{\text{Há dois tipos de calçado à escolha}} = 12$

Casos favoráveis: 1 (só há uma situação em que a camisa é azul, as calças são de ganga e o calçado são os ténis).

Assim:

$P = \dfrac{\text{N.º casos favoráveis}}{\text{N.º casos possíveis}} = \dfrac{1}{12}$

**3.**

**a.** Sim, porque a função é representada graficamente por uma semirreta não vertical com origem na origem do referencial.

**b.** Como se trata de uma situação de proporcionalidade direta, $\dfrac{d}{m}$ = constante. Assim, a constante de proporcionalidade é 1,852, ou seja, $\dfrac{d}{m} = 1{,}852$. Logo, a expressão que pode ser uma representação gráfica da função é $d = 1{,}852\,m$.

**4.** $A_{\text{lateral do cone}} = \pi \times r$

$g^2 = 30^2 + 8^2 \Leftrightarrow g^2 = 900 + 64 \Leftrightarrow g^2 = 964 \Leftrightarrow g = \pm\sqrt{964} \Leftrightarrow g \approx 31{,}05$

$A_{\text{lateral do cone}} = \pi \times r \times g$

$A_{\text{lateral do cone}} = \pi \times 8 \times 31{,}05 \approx 780{,}37\text{ cm}^2$

$780{,}37\text{ cm}^2 = 0{,}078037\text{ m}^2$

$0{,}078037 \times 100 = 7{,}8037$

$7{,}8037 \times 0{,}5 \approx 4$ E

## PÁG. 165 – TESTE FINAL

**5.** $tg\,C\hat{A}B = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow C\hat{A}B = tg^{-1}\left(\dfrac{4}{3}\right) \Leftrightarrow C\hat{A}B \approx 53{,}1°$

Logo, o arco correspondente ao ângulo ao centro $CAB$ é $EB$ e mede 53,1°. Desta forma, o ângulo inscrito $BDE$ de arco $EB$ mede $\dfrac{53{,}1°}{2} \approx 26{,}6°$.

**6.1** Pelo teorema de Pitágoras:

$\overline{IG}^2 = \overline{IF}^2 + \overline{FG}^2$

$\Leftrightarrow \overline{IG}^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{IG}^2 = 20 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{IG} = \sqrt{20} \Leftrightarrow \quad (\overline{IG} > 0)$

$\Leftrightarrow \overline{IG} = 2\sqrt{5}\text{ cm}$

**6.2**

Volume não ocupado = volume do cubo – volume da pirâmide

$V_{\text{cubo}} = a^3 = 4^3 = 64$

$V_{\text{pirâmide}} = \dfrac{A_{\text{base}} \times v_{\text{altura}}}{3} = \dfrac{4 \times 4 \times 4}{3} = \dfrac{64}{3}$

$V_{\text{não ocupado}} = 64 - \dfrac{64}{3} = \dfrac{128}{3}$

**6.3**

**a.** Por exemplo, $[ABF]$.

**b.** Por exemplo, $CD$.

**c.** Por exemplo, $DI$ e $CI$.

**6.4** $DAF$

## PÁG. 166 – TESTE GLOBAL

**8.** $\dfrac{1}{16} = \dfrac{1}{4^2} = \dfrac{1}{(2^2)^2} = \dfrac{1}{2^4} = 2^{-4}$

Opção correta: (B).

**9.** $A = [-\pi, 4] \cap \,]2, +\infty[\, = ]2, 4]$

Opção correta: (A).

**10.** $\underset{(\times 3)}{\frac{x-1}{2}} > -\underset{(\times 2)}{\frac{1}{3}}x + \underset{(\times 6)}{\frac{1}{1}} \Leftrightarrow \frac{3x-3}{6} > -\frac{2x}{6} + \frac{6}{6} \Leftrightarrow 3x - 3 > -2x + 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x + 2x > 6 + 3 \Leftrightarrow 5x > 9 \Leftrightarrow x > \frac{9}{5} \quad x \in \left]\frac{9}{5}, +\infty\right[$

**11.**

$x \rightarrow$ preço de cada quilograma de peixe

$4x \rightarrow$ preço de quatro quilogramas de peixe

$y \rightarrow$ preço de cada quilograma de carne

$2y \rightarrow$ preço de dois quilogramas de carne

$4x + 2y \rightarrow$ preço de quatro quilogramas de peixe e de dois quilogramas de carne

$4x + 2y = 34 \rightarrow$ quatro quilogramas de peixe e dois quilogramas de carne custam 34 euros

$6x \rightarrow$ preço de seis quilogramas de peixe

$4y \rightarrow$ preço de quatro quilogramas de carne

$6x + 4y \rightarrow$ preço de seis quilogramas de peixe e de quatro quilogramas de carne

$6x + 4y = 58 \rightarrow$ seis quilogramas de peixe e quatro quilogramas de carne custam 58 euros

$$\begin{cases} 4x + 2y = 34 \\ 6x + 4y = 58 \end{cases}$$

**12.**

$x^2 - 5 = 2(x - 1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 2x - 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 5 - 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{2 - 4}{2} \vee x = \frac{2 + 4}{2} \Leftrightarrow$

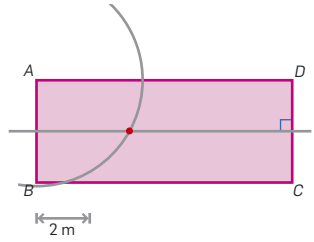
$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$

C.S. $= \{-1, 3\}$

## PÁG. 167 – TESTE GLOBAL

**13.** Se ao ponto $C$ aplicarmos o vetor $\overrightarrow{AF}$, obtemos o ponto $D$.

**14.**




Traçar uma circunferência de centro $A$ e raio 4.
Traçar a mediatriz de $CD$.
O ponto que representa a localização do ponto de luz é o ponto de interseção da mediatriz com a circunferência.

# RESOLUÇÃO DE ALGUNS EXERCÍCIOS DAS FICHAS DO CADERNO DE ATIVIDADES

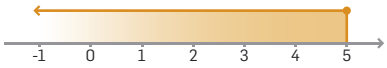
## FICHA 1B – PÁG. 5

**3.** $-2<k<3 \Leftrightarrow -2\times 3<3k<3\times 3 \Leftrightarrow -6<3k<9 \Leftrightarrow -6-1<3k-1<9-1 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow -7<3k-1<8$

## FICHA 2A – PÁG. 8

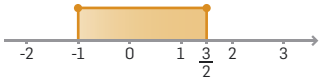
**1.**

**a.**




**b.**

**c.**




**2.**

**a.** $[0, 4[$

**b.** $]\pi, +\infty[$

**c.** $]-\infty, -4]$

**3.**

**a.** $x+1>-5 \Leftrightarrow x>-6$ $\qquad x \in ]-6, +\infty[$

**b.** $-x-1 \leq 2x-6 \Leftrightarrow -x-2x \leq -6+1 \Leftrightarrow -3x \leq -5 \Leftrightarrow 3x \geq 5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{5}{3}$

$x \in \left[\frac{5}{3}, +\infty\right[$

**c.** $-2(x-1)<\frac{2}{5} \Leftrightarrow -2x+2<\frac{2}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -10x+10<2 \Leftrightarrow -10x<2-10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -10x<-8 \Leftrightarrow 10x>8 \Leftrightarrow$

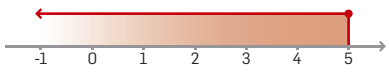
$\Leftrightarrow x>\frac{8}{10} \Leftrightarrow x>\frac{4}{5}$

$x \in \left]\frac{4}{5}, +\infty\right[$

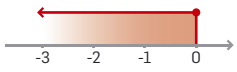
## FICHA 2B – PÁG. 9

**1.**

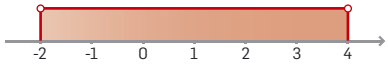
**a.**



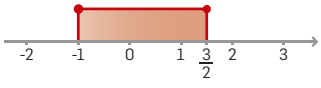

**b.**




**c.**

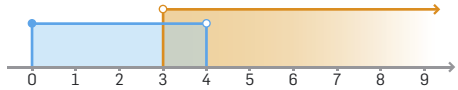



**d.**



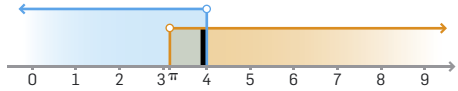

**2.**

**a.**




$[0, +\infty[$

**b.**

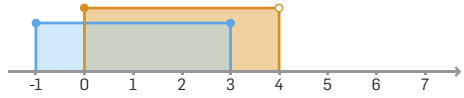



$]\pi, 4[$

**3.** Opção correta: (B).

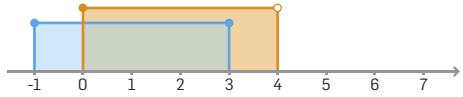
**4.**

**a.**




$A \quad B = [-1, 4[$

**b.**




$A \quad B = [0, 3]$

**5.**

**a.** $\frac{x+1}{2}>-5+\frac{x}{3} \wedge -2(-x-5)<-\frac{1}{5}(x+1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x+3>-30+2x \wedge 2x+10<-\frac{1}{5}x-\frac{1}{5} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x-2x>-30-3 \wedge 10x+50<-x-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x>-33 \wedge 10x+x<-1-50 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x>-33 \wedge 11x<-51 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x>-33 \wedge x<\frac{-51}{11}$

$x \in \left]-33, -\frac{51}{11}\right[$

**b.** $\frac{2x-1}{3}-\frac{2+x}{6} \leq -(5-x) \vee 4x-\frac{1}{2}<-\frac{3}{5}+\frac{1}{10}x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x-2-(2+x) \leq -30+6x \vee 40x-5<-6+x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x-2-2-x \leq -30+6x \vee 40x-x<-6+5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x-x-6x \leq -30+2+2 \vee 39x<-1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3x \leq -26 \vee x<-\frac{1}{39} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \geq \frac{26}{3} \vee x<-\frac{1}{39}$

$x \in \left]-\infty, -\frac{1}{39}\right[ \cup \left[\frac{26}{3}, +\infty\right[$

## FICHA 4A – PÁG. 16

**1.**

**I.** Retirar ao acaso uma carta de um baralho – **Experiência aleatória**.

**II.** Dar um grito numa zona montanhosa e aguardar para ouvir o eco – **Experiência determinística**.

**III.** Prever se daqui a dois meses a esta hora estará a nevar em Lisboa – **Experiência aleatória**.

Opção correta: (D).

**2.** $A$ : «Tirar um cromo e este estar identificado com um número maior do que 5.»

$A = \{6, 7, 8\}$

$A$ é um acontecimento composto.

Opção correta: (B).

**3.**

| 1.ª tira | 2.ª tira | 3.ª tira | 4.ª tira |
|---|---|---|---|
| Amarelo<br>Azul<br>Verde<br>Vermelho | Só é possível pintar com as três cores que ainda não foram utilizadas. Por exemplo, se foi utilizado o amarelo, só posso utilizar azul, verde ou o vermelho. | Só é possível pintar com as duas cores que ainda não foram utilizadas. Por exemplo, se foi utilizado o amarelo e o azul, só posso utilizar o verde ou vermelho. | Só é possível pintar com a única cor que ainda não foi utilizada. Por exemplo, se foi utilizado o amarelo, o azul e o verde, só posso utilizar o vermelho. |
| **4 possibilidades** | **3 possibilidades** | **2 possibilidades** | **1 possibilidade** |

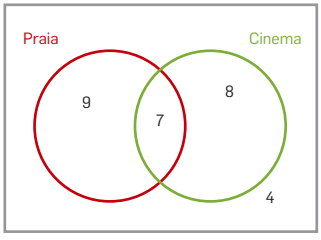
$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

O Guilherme pode pintar o painel de 24 maneiras diferentes.

**4.** $28 - 4 = 24$

$15 + 16 = 31$

$31 - 24 = 7$




## FICHA 4B – PÁG. 17

**1.**

**a.**

| | **–2** | **–1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **–2** | (–2, –2) | (–2, –1) | (–2, 0) | (–2, 1) | (–2, 2) | (–2, 3) |
| **–1** | (–1, –2) | (–1, –1) | (–1, 0) | (–1, 1) | (–1, 2) | (–1, 3) |
| **0** | (0, –2) | (0, –1) | (0, 0) | (0, 1) | (0, 2) | (0, 3) |
| **1** | (1, –2) | (1, –1) | (1, 0) | (1, 1) | (1, 2) | (1, 3) |
| **2** | (2, –2) | (2, –1) | (2, 0) | (2, 1) | (2, 2) | (2, 3) |
| **3** | (3, –2) | (3, –1) | (3, 0) | (3, 1) | (3, 2) | (3, 3) |

**b.**

| + | **–2** | **–1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **–2** | –4 | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 |
| **–1** | –3 | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 |
| **0** | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| **1** | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **2** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| **3** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

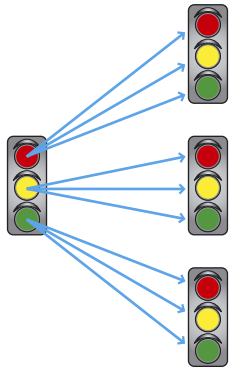
$E = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**c.**

| × | **–2** | **–1** | **0** | **1** | **2** | **3** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **–2** | 4 | 2 | 0 | –2 | –4 | –6 |
| **–1** | 2 | 1 | 0 | –1 | –2 | –3 |
| **0** | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | –2 | –1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| **2** | –4 | –2 | 0 | 2 | 4 | 6 |
| **3** | –6 | –3 | 0 | 3 | 6 | 9 |

$E = \{-6, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 6, 9\}$

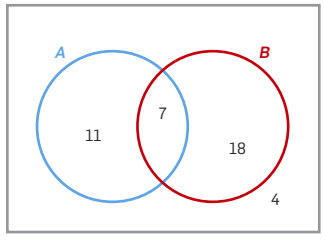
**2.**



O espaço de resultados é constituído por nove elementos.

**3.**

**3.1**




$40 - 4 = 36$

$18 + 25 = 43$

$43 - 36 = 7$

**3.2**

**a.** $A \quad B \rightarrow 7$ elementos

**b.** $A \quad B \rightarrow 36$ elementos

**c.** $\bar{A} \quad (A \quad B) \rightarrow 22 + 7 = 29$ elementos

**4.** $A$ : «Retirar uma carta com numeração inferior a 5.»

$A = \{2, 3, 4\}$

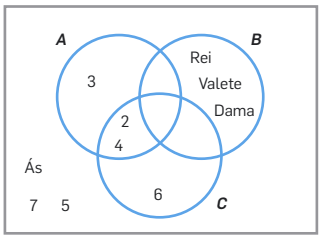
$B$ : «Retirar uma carta com uma figura.»

$B = \{\text{rei, dama, valete}\}$

$C$ : «Retirar uma carta com um número par.»

$C = \{2, 4, 6\}$

**4.1**




**4.2**

**a.** $A \quad B = \{\ \}$

**b.** $A \quad C = \{2, 4\}$

**c.** $A \quad C = \{2, 3, 4, 6\}$

**d.** $B \quad C =$ {rei, dama, valete, 2, 4, 6}

**e.** $\overline{C} =$ {3, 5, 7, rei, dama, valete, às}

## FICHA 5A – PÁG. 20

**1.**

| N.º de componentes eletrónicos | N.º de componentes eletrónicos com defeito | Frequência relativa |
|---|---|---|
| 100 | 23 | $\frac{23}{100} = 0{,}23$ |
| 500 | 110 | $\frac{110}{500} = 0{,}22$ |
| 1000 | 215 | $\frac{215}{1000} = 0{,}215$ |
| 2000 | 422 | $\frac{422}{2000} = 0{,}211$ |
| 3000 | 600 | $\frac{600}{3000} = 0{,}2$ |
| 4000 | 800 | $\frac{800}{4000} = 0{,}2$ |

A probabilidade estimada de no 7.º dia se retirar ao acaso um componente e este ter defeito é 0,2 ou 20%.

**2.**

**a.** $p = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ **b.** $p = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ **c.** $p = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

**3.**

**3.1**

**a.** $p = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$ **b.** $p = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$ **c.** $p = 0$ **d.** $p = \frac{33}{40}$

**3.2** O resultado não é possível, pois a probabilidade de um acontecimento é sempre um valor inferior ou igual a 1.

Como $\frac{42}{40}$ é um valor superior a 1, a afirmação da Marta é falsa.

**3.3**

**a.** $p = \frac{24}{39} = \frac{8}{13}$ **b.** $p = \frac{8}{39}$ **c.** $p = \frac{7}{39}$

## FICHA 5B – PÁG. 21

**1.**

**a.** $p = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$

**b.** Opção correta: (A).
É tão provável ficar voltada para cima uma face com um número par como uma face com um número ímpar.

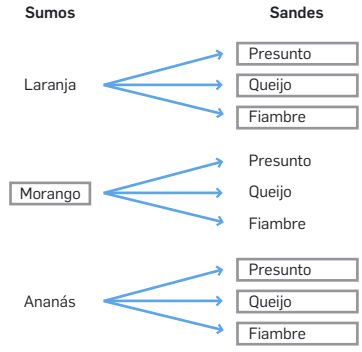
**2.** Opção correta: (A).
Ir ao cinema pelo menos duas vezes por mês é o acontecimento com maior frequência relativa.

**3.** $p = \frac{135}{140} = \frac{27}{28} \approx 96\%$

**4.** Opção correta: (B).

**5.**

**5.1**




A Maria pode lanchar de nove maneiras diferentes.

**5.2**

**a.** $p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ **c.** $p = \frac{2}{9}$

**b.** $p = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ **d.** $p = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

## FICHA 6A – PÁG. 24

**2.**

**a.** $4 \times 20 = 80$

| Tempo gasto (horas) | 4 | 8 | 16 | 20 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| Velocidade média (km/h) | 20 | 10 | 5 | 4 | 2 |

**b.** Constante de proporcionalidade $= 4 \times 20 = 80$. Representa a distância, em quilómetros, percorrida pelo ciclista.

**3.** $y = \frac{6}{x}$

Se $y = 2$, temos $2 = \frac{6}{x}$.

Logo, $x = \frac{6}{2} = 3$.

Opção correta: (B).

## FICHA 6B – PÁG. 25

**2.** Opção correta: (B).
O preço do camarote.

**4.**

**a.** $A = 200\ cm^2$

$c \times l = 200$

$c = 20$

$20 \times l = 200 \Leftrightarrow l = \frac{200}{20} = 10$

A largura deverá ser 10 cm.

**b.** $l = 5$

$c \times 5 = 200 \Leftrightarrow c = \frac{200}{5} = 40$

O comprimento deverá ser 40 cm.

**c.** O comprimento e a largura de retângulos com a mesma área são grandezas inversamente proporcionais, pois, independentemente dos valores de $c$ e $l$, $c \times l$ = constante.

A constante de proporcionalidade inversa representa a área de um cartão.

**5.** Opção correta: (B).

$k = 300$

## FICHA 7B – PÁG. 29

**2.**

| Número de fatias ($n$) | 10 | 8 | 5 | 4 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| Massa das fatias ($m$), em quilogramas | 0,100 | 0,125 | 0,200 | 0,250 | 0,500 |

**a.** A constante de proporcionalidade inversa representa a massa da piza, em quilogramas.

**b.** $k = 10 \times 0{,}100 = 1{,}000$

$m = \frac{1}{n}$

**c.** $m = \frac{1}{20} = 0{,}05$

A massa que corresponderia a cada uma delas seria 0,05 kg.

**3.**

**a.**

| Área ($m^2$) | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 |
|---|---|---|---|---|
| Pressão ($N/m^2$) | 3000 | 1500 | 1000 | 750 |

$0{,}01 \times 3000 = 30$ $\quad$ $0{,}03 \times 1000 = 30$

$0{,}02 \times 1500 = 30$ $\quad$ $0{,}04 \times 750 = 30$

Existe proporcionalidade inversa porque o produto das duas grandezas é constante.

**b.** O valor da constante de proporcionalidade inversa é 30.

Representa a força que a pedra exerce sobre a areia (peso).

**4.**

**a.**

| Caudal da torneira (em litros/hora) | 2000 | 1500 |
|---|---|---|
| Tempo de enchimento (em horas) | $x$ | $x+2$ |

$2000 \times x = 1500 \times (x + 2) \Leftrightarrow 2000x = 1500x + 3000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 500x = 3000 \Leftrightarrow x = 6$

$x + 2 = 6 + 2 = 8$

São necessárias 8 horas para encher o reservatório se o caudal da torneira for de 1500 litros/hora.

**b.** A constante de proporcionalidade inversa é 12 000 e representa a capacidade do tanque.

## FICHA 8A – PÁG. 32

**1.**

$f(x) = -3x^2 \rightarrow$ Concavidade voltada para baixo

$g(x) = 9x^2 \rightarrow$ Concavidade voltada para cima

$h(x) = -x^2 \rightarrow$ Concavidade voltada para baixo

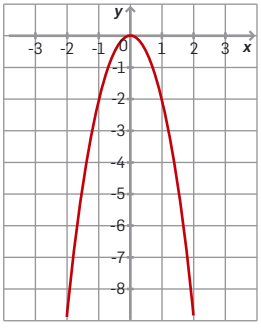
$i(x) = \frac{1}{3}x^2 \rightarrow$ Concavidade voltada para cima

**2.**

**a.**

| $x$ | −2 | −1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | −8 | −2 | 0 | −2 | −8 |

**b.**




**c.** $y = -2 \times 3^2 = -18$

A imagem do objeto 3 é −18.

**d.** $y = -2x^2$

$-32 = -2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 4$

Os objetos que têm por imagem −32 são −4 e 4.

## FICHA 8B – PÁG. 33

**1.** As opções (B) e (C) são eliminadas, pois os seus gráficos são parábolas com a concavidade voltada para baixo (o coeficiente de $x^2$ é negativo).

Quando $x = 1$, $y = 4$, então a opção correta é a (D).

**2.**

**a.** −2 é a imagem dos objetos −2 e 2.

**b.** $y = -\frac{1}{2}x^2$ $\quad$ **c.** $x = 0$

**d.** (0, 0)

**e.** $y = -\frac{1}{2} \times 5^2 = -\frac{25}{2}$

A imagem do objeto 5 é $-\frac{25}{2}$.

**f.** $-\frac{1}{2}x^2 = -50 \Leftrightarrow x^2 = 100 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{100} \Leftrightarrow x = -10 \vee x = 10$

Os objetos que têm por imagem −50 são −10 e 10.

**3.**

**a.** A altura é de 8 metros.

**b.** A distância é de 16 metros.

**c.** A expressão analítica que pode representar a parábola que constitui a concavidade do depósito é $i(x) = \frac{1}{8}x^2$ – opção (D).

**4.**

**a.** O António estava a 3 metros do chão.

**b.** A altura máxima atingida foi 4 metros.

**c.** O avião caiu 3 segundos após o lançamento.

## FICHA 9A – PÁG. 36

**1.**

**a.** $x^2 - 36 = 0 \Leftrightarrow (x-6)(x+6) = 0 \Leftrightarrow x - 6 = 0 \vee x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -6$

C.S. = {−6, 6}

**b.** $4x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow 2x(2x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x = 0 \vee 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{0}{2} \vee 2x = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$

C.S. = $\left\{0, \frac{1}{2}\right\}$

**c.** $15x^2 - 30 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2} \Leftrightarrow x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{2}$

C.S. = $\left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}$

**d.** $10x^2 - 490 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 49 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 49 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{49} \Leftrightarrow x = -7 \vee x = 7$

C.S. = {−7, 7}

**e.** $2x^2 - 7x = -8x + x^2 \Leftrightarrow 2x^2 - x^2 - 7x + 8x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

C.S. = {−1, 0}

**f.** $3x^2 - 9x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(x-3) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 3$

C.S. = {0, 3}

**2.**

**a.** $6x^2 = x + 4 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 4 = 0$

**b.** $2x^2 - 4x = 3x^2 - 5 \Leftrightarrow 2x^2 - 3x^2 - 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 4x + 5 = 0$

**c.** $4x^2 + 5 = -4 + 3x \Leftrightarrow 4x^2 - 3x + 5 + 4 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 3x + 9 = 0$

**d.** $3x^2 - 5 = 2x^2 - 3x + 1 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x^2 + 3x - 5 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 6 = 0$

**e.** $4x - 1 = 3x^2 + 7x \Leftrightarrow -3x^2 + 4x - 7x - 1 = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 3x - 1 = 0$

**3.**

**a.** $(3x+6)^2 = 9x^2 + 36x + 36$

**b.** $\left(\frac{x}{3} + 5\right)^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{10x}{3} + 25$

**c.** $(6x+1)(6x-1) = 36x^2 - 1$

**d.** $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$

**e.** $(-x+1)^2 = x^2 - 2x + 1$

**f.** $(y-7)(y+7) = y^2 - 49$

**4.** O erro está assinalado a vermelho.

$$x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ 2xb = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ b = \frac{8x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = 2 \end{cases}$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+2)^2 = 0 \Leftrightarrow (x+2)(x+2) = 0$$

Aplicando a lei do anulamento do produto, vem:

$x + 2 = 0 \vee x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = -2$ C.S. = {−2}

Resolução correta:

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ 2xb = 8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{——} \\ b = \frac{8x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = 4 \end{cases}$$

$$x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x+4)^2 = 0 \Leftrightarrow (x+4)(x+4) = 0$$

Aplicando a lei do anulamento do produto, vem:

$x + 4 = 0 \vee x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = -4$ C.S. = {−4}

## FICHA 9B – PÁG. 37

**1.**

**a.** $4x^2 = 2$ é possível

$4x^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = \frac{2}{4} \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\sqrt{\frac{1}{2}} \vee x = \sqrt{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{\sqrt{2}} \vee x = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow$

C.S. = $\left\{-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right\}$

**b.** $x^2 + 100 = 0$ é impossível

Não existe nenhum número que ao quadrado e adicionado a 100 dê zero.

**c.** $2x^2 + 2x = 0$ é possível

$2x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x+1) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1$

C.S. = {−1, 0}

**d.** $49 + x^2 = 0$ é impossível

Não existe nenhum número que elevado a dois e adicionado a 49 dê zero.

**e.** $36 - x^2 = 0$ é possível

$36 - x^2 = 0 \Leftrightarrow -x^2 = -36 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 = 36 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{36} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -6 \vee x = 6$

C.S. = {−6, 6}

**f.** $3x - 2x^2 = 0$ é possível

$3x - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow x(3 - 2x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{2}$ C.S. $= \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$

**2.**

**a.** $(x - 2)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1$

C.S. $= \{-1, 2\}$

**b.** $(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x - 4) = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x - 4 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 4$

C.S. $= \{4\}$

**c.** $(x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 1) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \vee x + 1 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = -1$

C.S. $= \{-1\}$

**d.** $(x + 3)(x - 1) = 0 \Leftrightarrow x + 3 = 0 \vee x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 1$

C.S. $= \{-3, 1\}$

**e.** $(x - 10)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 10)(x - 10) = 0 \Leftrightarrow x - 10 = 0 \vee x - 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 10 \vee x = 10$

C.S. $= \{10\}$

**f.** $(x - 9)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 9)(x - 9) = 0 \Leftrightarrow x - 9 = 0 \vee x - 9 = 0 \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 9$

C.S. $= \{9\}$

**3.**

**a.** $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ 2xb = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = \frac{4x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = 2 \end{cases}$$

$(x + 2)^2 = x^2 + 4x + 4$

$x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = 1 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 2 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x + 2 = -1 \vee x + 2 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$ C.S. $= \{-3, -1\}$

Equação possível e determinada.

**b.** $x^2 - 6x + 8 = 0$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = -6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ 2xb = -6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = \frac{-6x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = -3 \end{cases}$$

$(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 1 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x - 3 = -1 \vee x - 3 = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$ C.S. $= \{2, 4\}$

Equação possível e determinada.

**c.** $16x^2 = 40x - 9 \Leftrightarrow 16x^2 - 40x + 9 = 0$

$$\begin{cases} a = 4x \\ 2ab = -40x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x \\ 2 \times 4\,x\,b = -40x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x \\ 8xb = -40x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x \\ b = \frac{-40x}{8x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4x \\ b = -5 \end{cases}$$

$(4x - 5)^2 = 16x^2 - 40x + 25$

$16x^2 - 40x + 9 = 0 \Leftrightarrow 16x^2 - 40x + 25 = 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (4x - 5)^2 = 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x - 5 = \pm\sqrt{16} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x - 5 = -4 \vee 4x - 5 = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{1}{4} \vee x = \frac{9}{4}$ C.S. $= \left\{\frac{1}{4}, \frac{9}{4}\right\}$

Equação possível e determinada.

**d.** $49x^2 - 14x = 8 \Leftrightarrow 49x^2 - 14x - 8 = 0$

$$\begin{cases} a = 7x \\ 2ab = -14x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7x \\ 2 \times 7xb = -14x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{———} \\ b = \frac{-14x}{14x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7x \\ b = -1 \end{cases}$$

$(7x - 1)^2 = 49x^2 - 14x + 1$

$49x^2 - 14x - 8 = 0 \Leftrightarrow 49x^2 - 14x - 8 + 9 = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 49x^2 - 14x + 1 = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (7x - 1)^2 = 9 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7x - 1 = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7x - 1 = -3 \vee 7x - 1 = 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 7x = -2 \vee 7x = 4 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{7} \vee x = \frac{4}{7}$ C.S. $= \left\{-\frac{2}{7}, \frac{4}{7}\right\}$

Equação possível e determinada.

**4.**

**a.** $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ 2xb = 4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = \frac{4x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = 2 \end{cases}$$

$x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$

$(x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \vee x + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = -2$

C.S. $= \{-2\}$

**b.** $x^2 - 8x + 16 = 0$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = -8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ 2xb = -8x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = -\frac{8x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = -4 \end{cases}$$

$x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$

$(x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \vee x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 4$ C.S. $= \{4\}$

**c.** $x^2 + 3x + 2 = 0$

$$\begin{cases} a = x \\ 2ab = 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ 2xb = 3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = \frac{3x}{2x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = x \\ b = \frac{3}{2} = 1{,}5 \end{cases}$$

$(x + 1{,}5)^2 = x^2 + 3x + 2{,}25$

$x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x + 2{,}25 = 0{,}25 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 1{,}5 = \pm\sqrt{0{,}25} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x + 1{,}5 = -0{,}5 \vee x + 1{,}5 = 0{,}5 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = -1$ C.S. $= \{-2, -1\}$

**5.**

$-x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$ C.S. $= \{-1, 2\}$

$x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 0$ C.S. $= \{-3, 0\}$

## FICHA 10A – PÁG. 40

**1.**

**a.** $x^2+2x+1=0$

$\Delta=2^2-4\times1\times1=4-4=0$

A equação tem uma solução.

**b.** $x^2+4x+4=8 \Leftrightarrow x^2+4x+4-8=0 \Leftrightarrow x^2+4x-4=0$

$\Delta=4^2-4\times1\times(-4)=16+16=32$

A equação tem duas soluções.

**c.** $7x^2+2x+3=0$

$\Delta=2^2-4\times7\times3=4-84=-80$

A equação não tem soluções.

**d.** $-6x^2+2x-4=0$

$\Delta=2^2-4\times(-6)\times(-4)=4-96=-92$

A equação não tem soluções.

**2.**

**a.** $x^2-6x+8=0$

$\Delta=(-6)^2-4\times1\times8=36-32=4$

$x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{6\pm2}{2} \Leftrightarrow x=\frac{6-2}{2} \vee x=\frac{6+2}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=2 \vee x=4$

C.S. = {2, 4}

**b.** $-x^2+7x-6=0$

$\Delta=7^2-4\times(-1)\times(-6)=49-24=25$

$x=\frac{-7\pm\sqrt{25}}{2\times(-1)} \Leftrightarrow x=\frac{-7\pm5}{-2} \Leftrightarrow x=\frac{-12}{-2} \vee x=\frac{-2}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=6 \vee x=1$ C.S. = {1, 6}

**c.** $x^2-8x+15=0$

$\Delta=(-8)^2-4\times1\times15=64-60=4$

$x=\frac{-(-8)\pm\sqrt{4}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{8\pm2}{2} \Leftrightarrow x=\frac{6}{2} \vee x=\frac{10}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=3 \vee x=5$ C.S. = {3, 5}

**d.** $-3x^2+2x-1=0$

$\Delta=2^2-4\times(-3)\times(-1)=4-12=-8$

A equação não tem soluções.

**e.** $-\frac{1}{3}x^2-\frac{1}{2}x-\frac{9}{1}=\frac{0}{1} \Leftrightarrow -\frac{2}{6}x^2-\frac{3}{6}x-\frac{54}{6}=\frac{0}{6} \Leftrightarrow -2x^2-3x-54=0$

$\Delta=(-3)^2-4\times(-2)\times(-54)=9-432=-423$

A equação não tem soluções.

**f.** $(x-1)^2-3(x-1)=0 \Leftrightarrow x^2-2x+1-3x+3=0 \Leftrightarrow x^2-5x+4=0$

$\Delta=(-5)^2-4\times1\times4=25-16=9$

$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{5\pm3}{2} \Leftrightarrow x=\frac{2}{2} \vee x=\frac{8}{2} \Leftrightarrow x=1 \vee x=4$

C.S. = {1, 4}

## FICHA 10B – PÁG. 41

**1.** $6x^2+3x=5+2x \Leftrightarrow 6x^2+3x-2x-5=0 \Leftrightarrow 6x^2+x-5=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times6\times(-5)}}{2\times6} \Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{121}}{12} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm11}{12} \Leftrightarrow x=-\frac{12}{12} \vee x=\frac{10}{12} \Leftrightarrow x=-1 \vee x=\frac{5}{6}$

C.S. = $\left\{-1, \frac{5}{6}\right\}$

**2.** $2x^2-7x+k=0$

$2\times2^2-7\times2+k=0 \Leftrightarrow 8-14+k=0 \Leftrightarrow -6+k=0 \Leftrightarrow k=6$

**3.**

**a.** $x^2+(k-1)x+10=0$

Para a equação ser incompleta:

$k-1=0 \Leftrightarrow k=1$

**b.** $k=3$

$x^2+2x+10=0$

$x=-2$

$(-2)^2+2\times(-2)+10=0$

$4-4+10=0$

$10=0$ Falso

Logo, −2 não é solução da equação.

**4.** $(10+2x)(6+2x)=140 \Leftrightarrow 60+20x+12x+4x^2=140 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4x^2+32x+60-140=0 \Leftrightarrow 4x^2+32x-80=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2+8x-20=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4\times1\times(-20)}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{64+80}}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{-8\pm\sqrt{144}}{2} \Leftrightarrow x=\frac{-8\pm12}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-\frac{20}{2} \vee x=\frac{4}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=-10 \vee x=2$

Logo, como $x>0$, $x=2$.

**5.** $R_{\text{circunf. menor}}=x$

$R_{\text{circunf. maior}}=x+1$

$A_{\text{círculo menor}}=0{,}81\times A_{\text{círculo maior}}$

$\pi\times x^2=0{,}81\times\pi\times(x+1)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=0{,}81\times(x^2+2x+1) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2=0{,}81x^2+1{,}62x+0{,}81 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-0{,}81x^2-1{,}62x-0{,}81=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0{,}19x^2-1{,}62x-0{,}81=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 19x^2-162x-81=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{162\pm\sqrt{26\,244-4\times19\times(-81)}}{38} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\frac{162\pm\sqrt{26\,244+6156}}{38} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{162 \pm \sqrt{32\,400}}{38} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{162 \pm 180}{38} \Leftrightarrow \underbrace{x = -\dfrac{18}{38}}_{\text{Sem significado}} \vee x = \dfrac{342}{38} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 9$

$R_{\text{circunf. menor}} = 9$

$R_{\text{circunf. maior}} = 10$

**6.** $y = x^2 - 10x + 8$

$x^2 - 10x + 8 = 8 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 10$

$x^2 - 10x + 8 = -8 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 8$

## FICHA 12A – PÁG. 48

**1.**

**a.** Ponto $A$.

**b.** Os segmentos de reta $[EB]$ ou $[FB]$.

**c.** Os segmentos de reta $[AB]$ ou $[AF]$.

**d.** Os segmentos de reta $[FB]$.

**e.** Os pontos $E$, $B$ ou $F$.

**f.** Os pontos $C$, $A$ ou $D$.

**g.** Uma reta que passa em $B$.

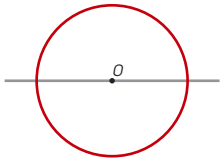
**h.** Por exemplo, a reta $EB$.

**i.** A reta $GH$.

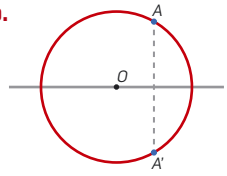
**j.** Por exemplo, os arcos $EF$, $BF$, $BE$.

**2.**

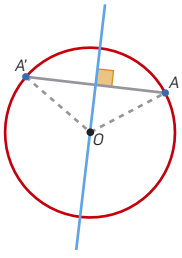
**a.**




**b.**



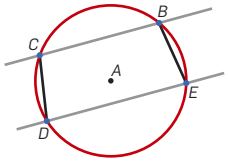

**c.** Uma circunferência tem infinitos eixos de simetria: qualquer reta que passe no centro da circunferência é um eixo de simetria.




**3.**

**a.** Arcos compreendidos entre retas paralelas secantes à circunferência são congruentes. Por isso, $\overline{CD}$ e $\overline{BE}$ são congruentes.

**b.**




$\overline{CD} = \overline{EB}$

**4.**

**a.** O segmento de reta $AB$ é perpendicular à reta $BF$, pois uma reta tangente a uma circunferência é perpendicular ao raio no ponto de tangência. Logo, o triângulo $ABF$ é retângulo em $B$.

**b.** A reta $AE$ é perpendicular à reta $CD$, pois qualquer reta que contenha o centro de uma circunferência e o ponto médio de uma corda é perpendicular a essa corda.

**c.** A reta $AE$ é um eixo de simetria da circunferência, pois contém um diâmetro da circunferência.

**d.** O ponto $C$ é o simétrico de $D$ relativamente a $AE$, pois $AE$ é um eixo de simetria e o segmento de reta $[CD]$ é perpendicular à reta $AE$.

## FICHA 12B – PÁG. 49

**1.**

**a.** Pontos da circunferência: $B$, $C$, $D$ e $E$.

**b.** Pontos interiores à circunferência: $A$ e $F$.

**c.** Raios da circunferência: segmentos $[AB]$, $[AC]$ e $[AE]$.

**d.** Cordas da circunferência: segmentos $[BC]$, $[ED]$, $[CD]$ e $[DE]$.

**e.** Diâmetro da circunferência: segmento $[CE]$.

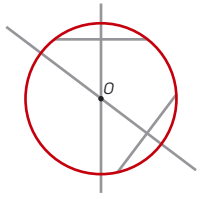
**2.** 1.º – Traça-se uma corda.

2.º – Desenha-se a mediatriz dessa corda.

3.º – Traça-se outra corda.

4.º – Desenha-se a mediatriz dessa outra corda.

A interseção das duas mediatrizes é o centro da circunferência (identificado com a letra $O$).




**3.**

**a.** Pontos $A$, $G$, $B$ e $F$.

**b.** Pontos $A$, $B$, $C$, $D$, $E$, $F$ e $G$.

**c.** Pontos $B$ e $F$.

**d.** Pontos $C$ e $D$.

**e.** Pontos $B$, $C$, $D$, $E$ e $F$.

**4.**

**a.** $x = 90^\circ$, pois $BC$ é tangente à circunferência em $B$ e $AB$ é um raio da circunferência.

$y = 180^\circ - (50^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$

**b.** $z = 90^\circ$, pois os ângulos de amplitudes $z$ e $x$ são ângulos de lados paralelos.

**c.** Os segmentos de reta $[BG]$ e $[DE]$ são cordas que têm o mesmo comprimento, pois estão compreendidas entre retas paralelas. $BDEG$ é, desta forma, um trapézio isósceles.

## FICHA 13A – PÁG. 52

**1.**

**a.** $\overset{\frown}{CDE} = 116^\circ \times 2 = 232^\circ$

$360^\circ - 232^\circ = 128^\circ$

$\overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{EB} = 180^\circ - 128^\circ = 52^\circ$

$\overset{\frown}{BC} = 128^\circ - 52^\circ = 76^\circ$

**b.** $C\hat{D}E = B\hat{E}D = \frac{128^\circ}{2} = 64^\circ$

$B\hat{C}D = 116^\circ$

**2.** O ângulo $CDB$ é reto porque é um ângulo inscrito numa semicircunferência.

O ângulo $FDA$ é reto porque $FD$ é tangente ao raio $DA$ no ponto $D$.

O ângulo $EDA$ é reto porque é suplementar a $FDA$.

**3.** $B\hat{C}E = \frac{114^\circ}{2} = 57^\circ$

$180^\circ - (57^\circ + 31^\circ) = 92^\circ$

$x = 92^\circ$

$\overset{\frown}{CD} = 2 \times 31^\circ = 62^\circ$

$\overset{\frown}{CB} = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$

$y = \frac{\overset{\frown}{CD}}{2} = \frac{118^\circ}{2} = 59^\circ$

## FICHA 13B – PÁG. 53

**1.**

**1.1** $B\hat{D}A = A\hat{C}B$, pois $BDA$ e $ACB$ são ângulos inscritos no mesmo arco.

**1.2**

**a.** $B\hat{D}A = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$

**b.** $\overset{\frown}{AB} = B\hat{O}A = 100^\circ$

**c.** $\overset{\frown}{ADB} = 360^\circ - 100^\circ = 260^\circ$

**2.**

**a.** $x = \frac{151^\circ + 51^\circ}{2} = \frac{202^\circ}{2} = 101^\circ$

**b.** $x = \frac{114^\circ - 42^\circ}{2} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$

**3.1**

**a.** $O\hat{A}B = 36^\circ$ (Num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais)

$B\hat{O}A = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$

$\overset{\frown}{AB} = B\hat{O}A = 108^\circ$

**b.** $C\hat{O}B = 2 \times C\hat{D}B = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$

**c.** $\overset{\frown}{AD} = 360^\circ - (107^\circ + 40^\circ + 108^\circ) = 105^\circ$

**4.** $C\hat{O}D = 360^\circ - (15^\circ + 108^\circ + 99^\circ + 30^\circ) = 108^\circ$

$G\hat{A}F = \frac{108^\circ + 15^\circ}{2} = 61{,}5^\circ$

$G\hat{F}A = \frac{99^\circ - 15^\circ}{2} = 42^\circ$

$F\hat{G}A = 180^\circ - (61{,}5^\circ + 42^\circ) = 76{,}5^\circ$

**5.**

$B\hat{C}A = \frac{(180^\circ - 49^\circ) - 49^\circ}{2} = \frac{180^\circ - 2 \times 49^\circ}{2} = 41^\circ$

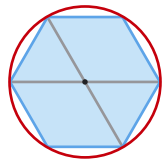
$C\hat{B}A = 180^\circ - 41^\circ - 49^\circ = 90^\circ$

Logo, $CB$ é tangente à circunferência no ponto $B$.

## FICHA 14A – PÁG. 56

**1.**

**a.** Basta traçar duas diagonais que unam um vértice do hexágono ao vértice oposto. O ponto de interseção das duas diagonais desenhadas é o centro da circunferência. Com a ponta seca do compasso no centro e o bico do lápis num dos vértices, define-se o raio com que se traça a circunferência.



**2.**

**a.** $\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ Os arcos têm $72^\circ$ de amplitude.

**b.** $D\hat{C}E = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$

$D\hat{E}C = 36^\circ$ (Num triângulo, a lados iguais opõem-se ângulos iguais)

$C\hat{D}E = 180^\circ - 2 \times 36^\circ = 108^\circ$

Cada ângulo interno do pentágono tem de amplitude $108^\circ$.

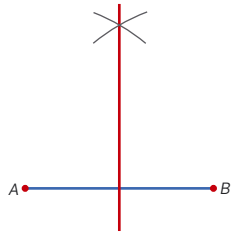
**c.** $E\hat{D}C = 108^\circ$; $D\hat{E}C = D\hat{C}E = 36^\circ$

$108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$

$A\hat{E}C = E\hat{C}B = 72^\circ$; $C\hat{B}A = E\hat{A}B = 108^\circ$

**3.**

**a.** Traçar a mediatriz de $AB$ (reta perpendicular que passa no ponto médio).




**b.** $E\hat{D}C = 108^\circ$; $D\hat{E}C = D\hat{C}E = 36^\circ$

$108^\circ - 36^\circ = 72^\circ$

$A\hat{E}C = E\hat{C}B = 72^\circ$; $C\hat{B}A = E\hat{A}B = 108^\circ$

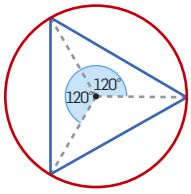
## RESOLUÇÃO DE ALGUNS EXERCÍCIOS DAS FICHAS DO CADERNO DE ATIVIDADES

### FICHA 14B – PÁG. 57

**1.** $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$

A partir do centro marcam-se três ângulos de 120º.

Unem-se os pontos de interseção dos lados dos ângulos com a circunferência.




**2.** $C\hat{B}A = \frac{198^\circ}{2} = 99^\circ$

$D\hat{C}B = D\hat{A}B = 90^\circ$ (ângulos inscritos numa semicircunferência)

$C\hat{D}A = 360^\circ - (99^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 81^\circ$

### FICHA 15A – PÁG. 60

**1.**

| Razão entre os comprimentos dos lados | |
|---|---|
| $\frac{\text{Cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$ | $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ |
| $\frac{\text{Cateto adjacente ao ângulo } \alpha}{\text{Hipotenusa}}$ | $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$ |
| $\frac{\text{Cateto oposto ao ângulo } \alpha}{\text{Cateto adjacente ao ângulo } \alpha}$ | $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ |

**2.**

**a.** $\text{sen}\,\alpha = \frac{3}{5}$ $\quad \cos\alpha = \frac{4}{5}$ $\quad \text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$

$\text{sen}\,\beta = \frac{4}{5}$ $\quad \cos\beta = \frac{3}{5}$ $\quad \text{tg}\,\beta = \frac{4}{3}$

**b.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36{,}9^\circ$

$\text{tg}\,\beta = \frac{4}{3} \Rightarrow \beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53{,}1^\circ$

**3.** $\text{sen}\,\beta = \frac{14}{20} \Leftrightarrow \text{sen}\,\beta = \frac{7}{10} \Rightarrow \beta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{7}{10}\right) \approx 44^\circ$

**4.** $\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\text{sen}^2\alpha + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha + \frac{1}{4} = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{4}{4} - \frac{1}{4} \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{3}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{3}{4}}$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo:

$$\text{sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

### FICHA 15B – PÁG. 61

**1.**

**a.** $\cos\alpha = \frac{6}{\sqrt{85}}$

**b.** $\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\text{sen}^2\alpha + \frac{36}{85} = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{85}{85} - \frac{36}{85} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{49}{85} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{49}{85}}$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo:

$$\text{sen}\,\alpha = \frac{7}{\sqrt{85}}$$

**c.** Como $\text{sen}\,\alpha = \frac{7}{\sqrt{85}}$, então $\overline{BC} = 7$.

Logo, $\text{tg}\,\beta = \frac{6}{7}$.

**d.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{7}{6} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{7}{6}\right) \Leftrightarrow \alpha \approx 49^\circ$

$\text{tg}\,\beta = \frac{6}{7} \Rightarrow \beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{6}{7}\right) \Leftrightarrow \beta \approx 41^\circ$

**2.**

**a.** $\text{sen}\,\alpha = \frac{7}{14} \Rightarrow \alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$

**b.** $\text{tg}\,\beta = \frac{6}{9} \Leftrightarrow \text{tg}\,\beta = \frac{2}{3} \Rightarrow \beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \approx 34^\circ$

**3.** $\text{sen}\,30^\circ = \frac{10}{x} \Leftrightarrow x = \frac{10}{\text{sen}\,30^\circ} \Leftrightarrow x = 20\text{ m}$

A distância percorrida pelo milhafre foi de 20 metros.

**4.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{3{,}3}{4} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{3{,}3}{4}\right) \approx 39{,}5^\circ$

**5.**

**a.** $\cos\alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$

$\text{sen}^2\alpha + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha + \frac{2}{4} = 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha + \frac{1}{2} = 1 \Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = 1 - \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \text{sen}^2\alpha = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo:

$$\text{sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

**b.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{\text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha}$ $\qquad \text{tg}\,\alpha = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = 1$

**6.**

**a.** $\text{tg}\,\alpha = \frac{5}{3}$

$$1 + \frac{1}{\text{tg}^2\,\alpha} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha}$$

$$1 + \frac{1}{\left(\frac{5}{3}\right)^2} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{1}{\frac{25}{9}} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 1 + \frac{9}{25} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha} \Leftrightarrow \frac{25}{25} + \frac{9}{25} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{34}{25} = \frac{1}{\text{sen}^2\,\alpha} \Leftrightarrow \text{sen}^2\,\alpha = \frac{25}{34} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \pm\sqrt{\frac{25}{34}}$$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo:

$$\text{sen}\,\alpha = \sqrt{\frac{25}{34}} = \frac{5}{\sqrt{34}}$$

**b.** $\text{tg}^2\,\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$

$$\left(\frac{5}{3}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{25}{9} + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{25}{9} + \frac{9}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow \frac{34}{9} = \frac{1}{\cos^2\alpha} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos^2\alpha = \frac{9}{34} \Leftrightarrow \cos\alpha = \pm\sqrt{\frac{9}{34}}$$

Como $\alpha$ é a amplitude de um ângulo agudo:

$$\cos\alpha = \sqrt{\frac{9}{34}} = \frac{3}{\sqrt{34}}$$

## FICHA 16A – PÁG. 63

**1.** $\text{sen}\,46^\circ \approx \frac{x}{7{,}23} \Leftrightarrow x \approx 7{,}23 \times \text{sen}\,46^\circ \Leftrightarrow x \approx 5{,}20$

Cateto oposto ao ângulo de $46^\circ \approx 5{,}20$

$\cos 46^\circ \approx \frac{y}{7{,}23} \Leftrightarrow y \approx 7{,}23 \times \cos 46^\circ \Leftrightarrow y \approx 5{,}02$

Cateto adjacente a ângulo de $46^\circ \approx 5{,}02$

$\text{tg}\,A\hat{C}B \approx \frac{5{,}02}{5{,}20} \Rightarrow A\hat{C}B \approx \text{tg}^{-1}\left(\frac{5{,}02}{5{,}20}\right) \approx 44^\circ$

**2.**

**a.** $\text{sen}\,30^\circ = \frac{x}{2} \Leftrightarrow x = 2 \times \text{sen}\,30^\circ \Leftrightarrow x = 1\text{ m}$

$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 60^\circ$

**b.** $\text{tg}\,60^\circ = \frac{\text{altura}}{1} \Leftrightarrow \text{altura} = \text{tg}\,60^\circ \Leftrightarrow \text{altura} \approx 1{,}73\text{ m}$

**3.** $\text{sen}\,40^\circ \approx \frac{5{,}5}{x} \Leftrightarrow x \approx \frac{5{,}5}{\text{sen}\,40^\circ} \Leftrightarrow x \approx 8{,}56\text{ m}$

$\text{sen}\,70^\circ \approx \frac{5{,}5}{y} \Leftrightarrow y \approx \frac{5{,}5}{\text{sen}\,70^\circ} \Leftrightarrow y \approx 5{,}85\text{ m}$

$8{,}56 + 5{,}85 = 14{,}41\text{ m}$

## FICHA 16B – PÁG. 65

**1.** $\frac{1}{4} \times 8 = \frac{8}{4} = 2$

$\frac{3}{4} \times 8 = \frac{24}{4} = 6$

$\text{sen}\,\alpha = \frac{2}{6} \Leftrightarrow \text{sen}\,\alpha = \frac{1}{3} \Rightarrow \alpha = \text{sen}^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) \approx 19^\circ$

**2.** $\text{tg}\,45^\circ = \frac{368}{x} \Leftrightarrow x = \frac{368}{\text{tg}\,45^\circ}$

$\text{tg}\,60^\circ = \frac{368}{y} \Leftrightarrow y = \frac{368}{\text{tg}\,60^\circ}$

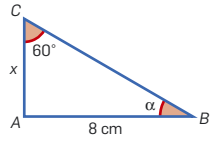
Distância entre os dois amigos = $x + y$

$x + y = \frac{368}{\text{tg}\,45^\circ} + \frac{368}{\text{tg}\,60^\circ} \approx 580$

Os dois amigos encontravam-se a uma distância de aproximadamente 580 m.

**3.**

**a.**




$\text{tg}\,60^\circ = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = \frac{8}{\text{tg}\,60^\circ} \Leftrightarrow x \approx 4{,}62$

$\text{tg}\,\alpha = \frac{4{,}62}{8} \Rightarrow \alpha = \text{tg}^{-1}\left(\frac{4{,}62}{8}\right) \approx 30^\circ$

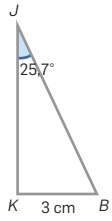
**b.** $A = \frac{8 \times 4{,}62}{2} \approx 18\text{ cm}^2$

**c.** $V = A_{\text{base}} \times h \Leftrightarrow V = 18 \times 12 = 216\text{ cm}^3$

**4.**

**a.** $\frac{360^\circ}{7} \approx 51{,}4^\circ$

**b.**




$\text{tg}\,25{,}7^\circ = \frac{3}{\overline{JK}} \Leftrightarrow \overline{JK} = \frac{3}{\text{tg}\,25{,}7^\circ} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \overline{JK} \approx 6{,}2\text{ cm}$

**c.** $A = \frac{P}{2} \times ap$ $\qquad A = \frac{6 \times 7}{2} \times 6{,}2 = 130{,}2\text{ cm}^2$

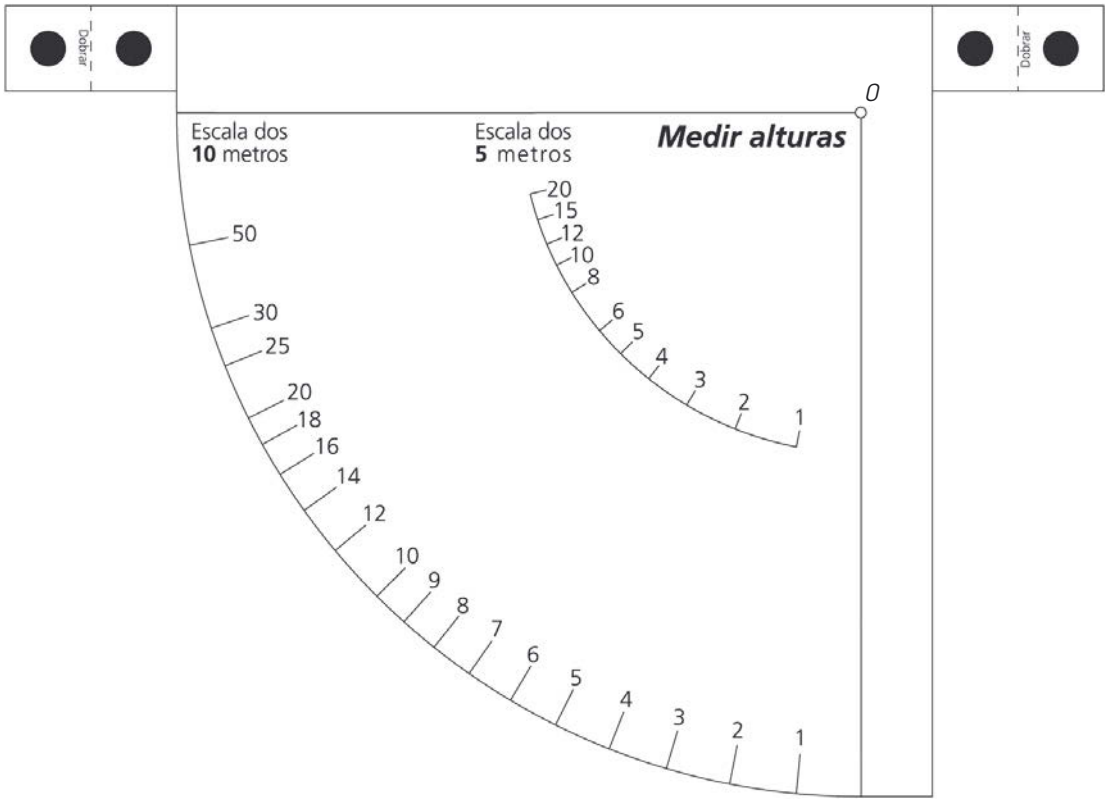
## CONSTRUÇÃO DE UM QUADRANTE

Cola esta folha numa cartolina e recorta-a segundo a figura.

Perfura os círculos a negro, efetua as dobragens assinaladas na figura e faz passar por esses círculos uma palhinha comprida, de forma a teres onde segurar o quadrante.

Perfura o cartão no ponto correspondente a *O*. Faz passar por este ponto o fio de pesca com a chumbada na ponta. Fixa o fio com um nó.

O teu quadrante está construído.



CADERNO DE APOIO AO PROFESSOR

XIS – 9.º ANO Matemática

LeYa
www.leya.com

Texto
www.texto.pt

9 781111 128203

acordo ortográfico

MEDIA BOOKS™