

9

9.
ANO

MATEMÁTICA

PROVAS GLOBAIS

NOVA EDIÇÃO:
De acordo com as Metas Curriculares e o Novo Programa de 2013.

LeYa
www.leya.com


Texto
www.texto.pt

ISBN 978-972-47-5279-2



Introdução

Apresentam-se em seguida três provas com conteúdos de 7.º, 8.º e 9.º anos. Sugerimos que as utilizes no final do ano letivo, como forma de testar os conteúdos que aprendeste ao longo do 3.º ciclo.

Cada prova é cotada para 100 pontos.

Os itens propostos podem envolver a mobilização de conteúdos relativos a mais do que um dos temas do programa. Em alguns deles, assinalados com o ícone , é proibida a utilização de calculadora.

Os itens estão organizados, tendencialmente, segundo quatro domínios temáticos: Organização e tratamento de dados, Números e operações, Álgebra e Geometria.

Cada prova pode incluir dois tipos de itens: itens de seleção e itens de construção. Consideram-se itens de seleção as questões de escolha múltipla e itens de construção as questões que envolvam cálculo, composição, construção geométrica e resolução de problemas.

Nos itens de resposta curta, a resposta pode resumir-se, por exemplo, a uma palavra, a uma expressão, a uma frase ou a um número. Nos itens de construção deverão ser apresentados todos os passos da resolução, tais como os cálculos efetuados ou as construções geométricas realizadas que justifiquem o raciocínio utilizado, bem como a resposta final.

Apresentam-se, ainda, um formulário e uma tabela trigonométrica que poderás consultar para resolver as provas.

Índice

Formulário	3
Tabela trigonométrica	4
Prova global 1	5
Prova global 2	11
Prova global 3	16
Propostas de resolução	22

Formulário

Números

Valor aproximado de π (pi): 3,14159

Geometria

Perímetro do círculo: $2\pi r$, sendo r o raio do círculo

Áreas

Paralelogramo: Base $\times$ Altura

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Superfície esférica: $4\pi r^2$, sendo r o raio da esfera

Volumes

Prisma e cilindro: Área da base $\times$ Altura

Pirâmide e cone: $\frac{\text{Área da base} \times \text{Altura}}{3}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$, sendo r o raio da esfera

Álgebra

Fórmula resolvente de uma equação do 2.º grau da forma $ax^2 + bx + c = 0$:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Trigonometria

Fórmula fundamental: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

Relação da tangente com o seno e o cosseno: $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$

Tabela trigonométrica

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
1	0,0175	0,9998	0,0175
2	0,0349	0,9994	0,0349
3	0,0523	0,9986	0,0524
4	0,0698	0,9976	0,0699
5	0,0872	0,9962	0,0875
6	0,1045	0,9945	0,1051
7	0,1219	0,9925	0,1228
8	0,1392	0,9903	0,1405
9	0,1564	0,9877	0,1584
10	0,1736	0,9848	0,1763
11	0,1908	0,9816	0,1944
12	0,2079	0,9781	0,2126
13	0,2250	0,9744	0,2309
14	0,2419	0,9703	0,2493
15	0,2588	0,9659	0,2679
16	0,2756	0,9613	0,2867
17	0,2924	0,9563	0,3057
18	0,3090	0,9511	0,3249
19	0,3256	0,9455	0,3443
20	0,3420	0,9397	0,3640
21	0,3584	0,9336	0,3839
22	0,3746	0,9272	0,4040
23	0,3907	0,9205	0,4245
24	0,4067	0,9135	0,4452
25	0,4226	0,9063	0,4663
26	0,4384	0,8988	0,4877
27	0,4540	0,8910	0,5095
28	0,4695	0,8829	0,5317
29	0,4848	0,8746	0,5543
30	0,5000	0,8660	0,5774
31	0,5150	0,8572	0,6009
32	0,5299	0,8480	0,6249
33	0,5446	0,8387	0,6494
34	0,5592	0,8290	0,6745
35	0,5736	0,8192	0,7002
36	0,5878	0,8090	0,7265
37	0,6018	0,7986	0,7536
38	0,6157	0,7880	0,7813
39	0,6293	0,7771	0,8098
40	0,6428	0,7660	0,8391
41	0,6561	0,7547	0,8693
42	0,6691	0,7431	0,9004
43	0,6820	0,7314	0,9325
44	0,6947	0,7193	0,9657
45	0,7071	0,7071	1,0000

Graus	Seno	Cosseno	Tangente
46	0,7193	0,6947	1,0355
47	0,7314	0,6820	1,0724
48	0,7431	0,6691	1,1106
49	0,7547	0,6561	1,1504
50	0,7660	0,6428	1,1918
51	0,7771	0,6293	1,2349
52	0,7880	0,6157	1,2799
53	0,7986	0,6018	1,3270
54	0,8090	0,5878	1,3764
55	0,8192	0,5736	1,4281
56	0,8290	0,5592	1,4826
57	0,8387	0,5446	1,5399
58	0,8480	0,5299	1,6003
59	0,8572	0,5150	1,6643
60	0,8660	0,5000	1,7321
61	0,8746	0,4848	1,8040
62	0,8829	0,4695	1,8807
63	0,8910	0,4540	1,9626
64	0,8988	0,4384	2,0503
65	0,9063	0,4226	2,1445
66	0,9135	0,4067	2,2460
67	0,9205	0,3907	2,3559
68	0,9272	0,3746	2,4751
69	0,9336	0,3584	2,6051
70	0,9397	0,3420	2,7475
71	0,9455	0,3256	2,9042
72	0,9511	0,3090	3,0777
73	0,9563	0,2924	3,2709
74	0,9613	0,2756	3,4874
75	0,9659	0,2588	3,7321
76	0,9703	0,2419	4,0108
77	0,9744	0,2250	4,3315
78	0,9781	0,2079	4,7046
79	0,9816	0,1908	5,1446
80	0,9848	0,1736	5,6713
81	0,9877	0,1564	6,3138
82	0,9903	0,1392	7,1154
83	0,9925	0,1219	8,1443
84	0,9945	0,1045	9,5144
85	0,9962	0,0872	11,4301
86	0,9976	0,0698	14,3007
87	0,9986	0,0523	19,0811
88	0,9994	0,0349	28,6363
89	0,9998	0,0175	57,2900

Prova global 1

Matriz

Cotação	Item	Tipologia de item	Subdomínio
7	1 ^(*)	Composição	Probabilidades
4	2 ^(*)	Resposta curta	Probabilidades
5	3 ^(*)	Cálculo	Medidas de localização
4	4 ^(*)	Cálculo	Intervalos
3	5 ^(*)	Escolha múltipla	Potências de expoente inteiro
6	6	Resolução de problemas	Sequências e sucessões
6	7 ^(*)	Resposta curta	Dízimas finitas e infinitas periódicas
3	8 ^(*)	Escolha múltipla	Monómios e polinómios
3	9 ^(*)	Escolha múltipla	Definição de função
4	10.1 ^(*)	Resposta curta	Operações com funções numéricas
4	10.2 ^(*)	Cálculo	Operações com funções numéricas
6	11 ^(*)	Cálculo	Equações do 2.º grau
6	12 ^(*)	Cálculo	Sistemas de equações
5	13.1	Escolha múltipla	Lugares geométricos
5	13.2	Resposta curta	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência
5	13.3	Cálculo	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência
3	13.4	Escolha múltipla	Trigonometria
6	14	Resolução de problemas	Sólidos geométricos
4	15.1.1	Resposta curta	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos
4	15.1.2	Resposta curta	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos
5	15.2	Cálculo	Medida
4	15.3	Cálculo	Sólidos geométricos Decomposição de figuras

Prova 1



- 1.** O João e a Maria estão a jogar um jogo que consiste no lançamento de dois dados. Um dos dados tem seis faces, numeradas de 1 a 6, e o outro tem quatro faces numeradas, de 1 a 4.

O João ganha se a soma dos pontos saídos for um divisor de 6 e a Maria ganha se o produto dos números saídos for um múltiplo de 6.

Explica, numa pequena composição, se consideras que o jogo é justo. Apresenta os cálculos que efetuares.



- 2.** Na figura 1 está representado um quadrado $[ABCD]$ e as respetivas diagonais $[AC]$ e $[BD]$.

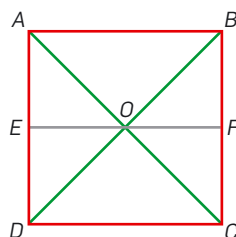


Figura 1

Escolhendo um ponto ao acaso dentro do quadrado $[ABCD]$, qual é a probabilidade de este se encontrar dentro da zona delimitada pelos segmentos de reta $[AO]$, $[OB]$ e $[AB]$?

Explica o teu raciocínio.



- 3.** Dos amigos presentes na festa do João, oito tinham 13 anos, um tinha 14 anos e os restantes 15 anos. Determina quantos amigos estiveram presentes na festa, sabendo que a mediana das idades dos amigos é 14 anos.

Explica o teu raciocínio.



- 4.** Considera os conjuntos A e B , definidos por $A =]-\pi, 6[$ e $B = [-4, 4]$.

Indica, justificando, o conjunto de números reais representado por $A \cup B$.



- 5.** Indica o valor da expressão $5^{-3} : 125$.

Assinala a opção correta.

☐ 1

☐ 5^2

☐ 5^6

☐ 5^{-6}

6. A Maria está a juntar dinheiro para comprar um MP3 que custa 79 €. No seu mealheiro tem os 25 € que recebeu de prenda no último Natal.
Na primeira semana do mês de março, a Maria começou a juntar todas as semanas 4,50 €.
Ao fim de quantas semanas conseguiu ter dinheiro para comprar o MP3?
Justifica a tua resposta.

7. Escreve um número compreendido entre 3×10^{-1} e $\frac{1}{3}$.

8. Assinala a opção que corresponde ao polinómio reduzido de:

$$2(2x - 3)^2$$

☐ $4x^2 + 6x - 9$

☐ $8x^2 - 24x + 18$

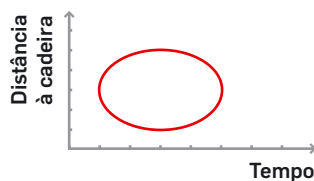
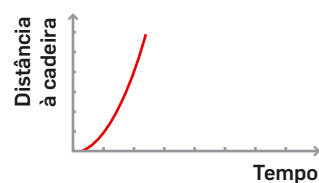
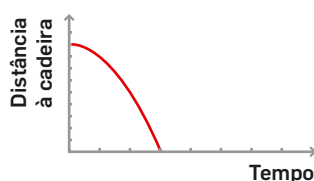
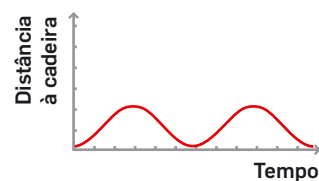
☐ $4x^2 - 9$

☐ $3x^2 - 9$

9. O João foi com os seus pais à festa da cidade. Quando chegaram viram uma roda gigante. Como a mãe do João tinha medo de alturas, o João foi com o pai andar na roda. A mãe ficou a observar os dois a partir do solo (numa posição correspondente a um ponto do mesmo plano vertical que a circunferência descrita pelo movimento da roda).



Indica qual dos gráficos apresentados pode representar a distância da mãe à cadeira onde o João e o pai vão sentados, em função do tempo decorrido.

☐ **Gráfico A**

☐ **Gráfico B**

☐ **Gráfico C**

☐ **Gráfico D**


-  **10.** O gráfico da figura 2 mostra a quantidade de água, Q_1 , em mililitros, que escorre de um recipiente furado (recipiente 1) em função do tempo decorrido, x , em minutos.

Existe outro recipiente furado (recipiente 2) no mesmo local. Sabe-se que a relação (de proporcionalidade direta) entre a quantidade de água que escorre, Q_2 , em mililitros, e o tempo decorrido, x , em minutos, é dada por:

$$Q_2(x) = \frac{1}{3}x$$

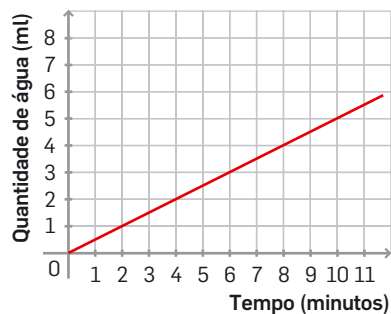


Figura 2

- 10.1** Explica o significado da constante de proporcionalidade $\frac{1}{3}$.

- 10.2** Ao fim de quantos minutos é que o recipiente 2 perdeu a mesma quantidade de água do que o recipiente 1 ao fim de 10 minutos? Justifica a tua resposta.

-  **11.** Resolve a equação $x(2 - x) + 2 = 1 - 2x^2$.
Apresenta os cálculos que efetuares.

-  **12.** Considera o seguinte sistema de equações
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + y = 1 \\ 2x + 2y = 5 \end{cases}$$

Determina o par ordenado (x, y) que é solução deste sistema.
Apresenta os cálculos que efetuares.

- 13.** Na figura 3 está representada uma circunferência de centro no ponto O .

Sabe-se que:

- os pontos A , B , C e D pertencem à circunferência;
- o triângulo $[DOC]$ é retângulo;
- o segmento de reta $[AC]$ é um diâmetro da circunferência;
- $\widehat{BCA} = 30^\circ$

A figura não está desenhada à escala.

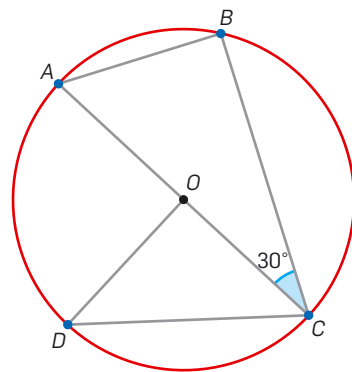


Figura 3

- 13.1** Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

Assinala a opção correta.

- ☐ O ponto D pertence à mediatriz do segmento de reta $[BC]$.
- ☐ O ponto D pertence à mediatriz do segmento de reta $[AC]$.
- ☐ O ponto B pertence à mediatriz do segmento de reta $[DC]$.
- ☐ O ponto B pertence à mediatriz do segmento de reta $[AD]$.

- 13.2** Qual é a amplitude, em graus, do arco AD ?
Justifica a tua resposta.

13.3 Relativamente ao triângulo $[ABC]$, sabe-se que $\overline{AB} = 4,2 \text{ cm}$.
 Determina o perímetro da circunferência representada na figura 3.
 Apresenta o resultado em centímetros, arredondado às décimas.
 Apresenta os cálculos que efetuares.

13.4 Com base na figura, qual é a expressão que relaciona $\overline{AB}$ com $\overline{BC}$?
 Assinala a opção correta.

☐ $\overline{AB} = \operatorname{tg} 30^\circ \times \overline{BC}$

☐ $\overline{BC} = \operatorname{sen} 30^\circ \times \overline{AB}$

☐ $\overline{BC} = \cos 30^\circ \times \overline{AB}$

☐ $\overline{AB} = \frac{\operatorname{tg} 30^\circ}{\overline{BC}}$

Nota: Sempre que, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, duas casas decimais.

14. A figura 4 é uma fotografia da Igreja Matriz de Gondomar.
 A figura 5 representa um modelo geométrico da torre dessa igreja.
 O modelo não está desenhado à escala.



Figura 4

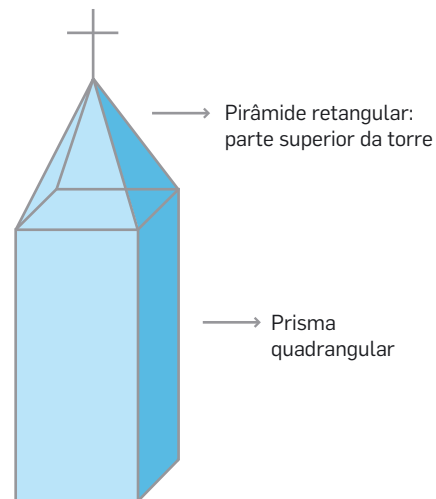


Figura 5

O modelo representado na figura 4 é um sólido que pode ser decomposto numa pirâmide e num prisma quadrangular regular.

Sabe-se ainda que:

- a base superior do prisma coincide com a base da pirâmide;
- a altura do prisma é o triplo da altura da pirâmide;
- a área da base do prisma é 9 m^2 ;
- o volume total do sólido é 105 m^3 .

Determina a altura da pirâmide, em metros.

Apresenta os cálculos que efetuares.

- 15.** Na figura 6 está representado um cubo $[ABCDEFGH]$ e uma pirâmide $[ACFH]$.

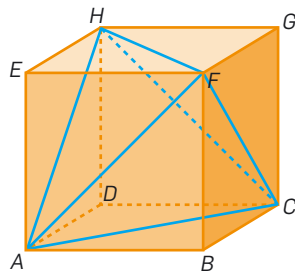


Figura 6

As arestas da pirâmide $[AFHE]$ são diagonais faciais do cubo.
 A , E , F e H são vértices comuns ao cubo e à pirâmide $[AFHE]$.
 A aresta do cubo da figura mede 3 cm.

15.1 Utilizando as letras da figura 6 indica:

15.1.1 uma reta paralela ao plano EFG ;

15.1.2 um plano não perpendicular ao plano ABC .

15.2 Determina o comprimento do segmento $[AH]$, aresta da pirâmide $[ACFH]$.

15.3 Determina o volume da pirâmide $[AFHE]$ considerando que a aresta do cubo mede 3 cm.

Prova global 2

Matriz

Cotação	Item	Tipologia de item	Subdomínio
6	1.1 ^(*)	Composição	Probabilidades
4	1.2.1	Cálculo	Probabilidades
4	1.2.2	Cálculo	Probabilidades
4	2.1	Cálculo	Funções algébricas
4	2.2	Cálculo	Funções algébricas
4	3.1 ^(*)	Resolução de problemas	Sistemas de equações
5	3.2 ^(*)	Cálculo	Sistemas de equações
6	4 ^(*)	Resposta curta	Potências de expoente inteiro
4	5 ^(*)	Cálculo	Inequações
5	6.1	Escolha múltipla	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência
5	6.2	Escolha múltipla	Vetores, translações e isometrias
5	6.3	Cálculo	Medida
5	7 ^(*)	Construção geométrica	Lugares geométricos envolvendo pontos notáveis do triângulo
4	8	Resposta curta	Dízimas infinitas não periódicas e números reais
5	9 ^(*)	Escolha múltipla	Definição de função
5	10	Cálculo	Equações do 2.º grau a uma incógnita
4	11.1	Cálculo	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência
5	11.2	Escolha múltipla	Circunferência e polígonos
3	12.1 ^(*)	Resposta curta	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos
3	12.2 ^(*)	Resposta curta	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos
5	12.3 ^(*)	Cálculo	Medida
5	13.1	Cálculo	Trigonometria no triângulo retângulo
6	13.2	Composição	Paralelismo, congruência e semelhança

Prova 2

- 1.** Uma caixa contém bolas brancas e pretas num total de 20 bolas.

O João disse à Maria:

«A percentagem de bolas brancas dentro da caixa é de 25%.»

A Maria respondeu:

«Então, o número de bolas pretas dentro da caixa é 15.»



- 1.1** Numa composição, explica o porquê da resposta da Maria.

- 1.2** Numa outra caixa também há 20 bolas e estão numeradas da seguinte forma:

- de 1 a 4 são bolas brancas;
- de 5 a 20 são bolas pretas.

- 1.2.1** Qual é a probabilidade de retirar uma bola preta com um número primo?

Escreve o resultado na forma de fração irredutível.

- 1.2.2** A Maria retirou uma bola e verificou que era de cor branca. Qual é a probabilidade de esta ter um número par?

Escreve o resultado em percentagem.

- 2.** Há 15 anos, uma viagem de comboio entre o Barreiro e Évora demorava em média uma hora e meia, a uma velocidade média de 80 km/h.

Atualmente, o tempo da mesma viagem de comboio passou a ser de uma hora e doze minutos.

- 2.1** Qual é a velocidade do comboio atualmente? Apresenta os cálculos que efetuares.

- 2.2** Considerando a viagem de comboio, determina a distância, em quilómetros, entre o Barreiro e Évora.



- 3.** Numa garagem de um prédio estão guardados automóveis e motociclos, num total de 60 veículos. O número total de rodas na garagem é 180. (Considera quatro rodas por automóvel e duas rodas por motociclo.)

- 3.1** Traduz, através de um sistema de duas equações, a situação descrita anteriormente.

- 3.2** Quantos motociclos e automóveis estão guardados na garagem?

Apresenta os cálculos que efetuares.



- 4.** Escreve o número $\frac{1}{128}$ na forma de potência de base 2.



- 5.** Indica, na forma de intervalo de números reais, o conjunto-solução da inequação:

$$2\left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 4x - \frac{x-3}{2}$$

Apresenta os cálculos que efetuares.

6. Na figura 1 está representada uma circunferência com centro no ponto O e o hexágono regular $[ABCDEF]$ inscrito na circunferência. Sabe-se que o perímetro do hexágono é de 54 cm.

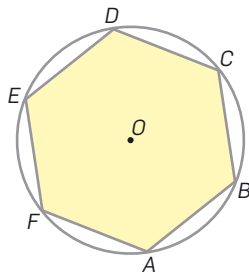


Figura 1

- 6.1 Quanto mede o raio da circunferência de centro O ?

Assinala a opção correta.

☐ 4 cm

☐ 5 cm

☐ 8 cm

☐ 9 cm

- 6.2 Qual é a imagem do ponto F por uma rotação de 240° com centro em O ?

Assinala a opção correta.

☐ Ponto A

☐ Ponto B

☐ Ponto C

☐ Ponto D

- 6.3 Calcula a área da zona não sombreada na figura 1. Em cálculos intermédios, conserva duas casas decimais. Apresenta o resultado arredondado às décimas.



7. Numa zona industrial estão localizadas três fábricas, X, Y e Z, e existem duas estradas que ligam as fábricas X a Y e Y a Z, como se representa na figura 2. Diariamente são transportados resíduos industriais das fábricas para um centro de reciclagem.

Sabe-se que o centro de reciclagem fica à mesma distância das fábricas X e Y e a 5 km da fábrica Z.

Assinala, no esquema, o local onde se encontra o centro de reciclagem.

Não apagues as construções auxiliares.

Escala 1 : 1000

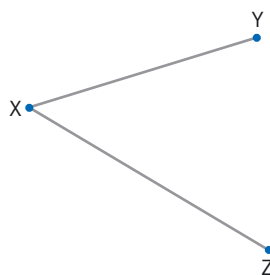


Figura 2

8. Apresenta os valores de π arredondados às centésimas, por excesso e por defeito.



9. Considera que o copo de forma aproximadamente cônica da figura 3 está vazio.

Num determinado momento foi aberta uma torneira.

A quantidade de água que sai pela torneira por unidade de tempo é constante.

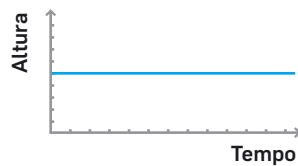
Em qual dos gráficos seguintes pode estar representada a relação entre o tempo decorrido desde que a torneira foi aberta e a altura que a água atinge no copo?

Assinala a opção correta.

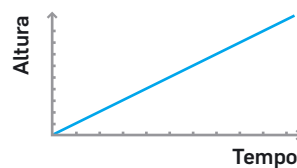


Figura 3

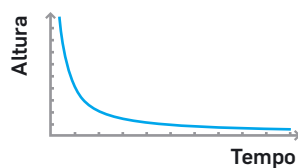
☐ Gráfico A



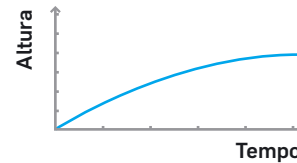
☐ Gráfico B



☐ Gráfico C



☐ Gráfico D



10. Resolve a equação do 2.º grau $x^2 - 14x + 48 = 0$.

11. Na figura 4 está representada uma circunferência com centro em A e raio 3 cm. O arco CB mede 45° .
O desenho não está à escala.

11.1 Determina a área do setor circular CAB. Apresenta o resultado aproximado às centésimas.

11.2 Qual é a amplitude do ângulo inscrito CEB?
Assinala a opção correta.

☐ 45°

☐ $15,5^\circ$

☐ $22,5^\circ$

☐ 30°

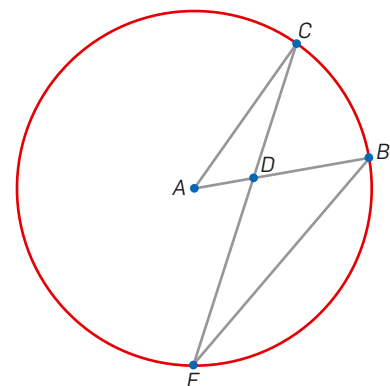


Figura 4



12. Na figura 5 está representado o paralelepípedo $[ABCDEFGH]$ e o plano IJK que divide o paralelepípedo em dois sólidos.

Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 12 \text{ cm}$;
- $\overline{LG} = \frac{1}{2} \overline{AB}$;
- $\frac{1}{3} \overline{AB} = \overline{DI}$;
- $\overline{DI} = \overline{GF} = \overline{GC}$;
- Os segmentos de reta $[LK]$ e $[IJ]$ são paralelos.

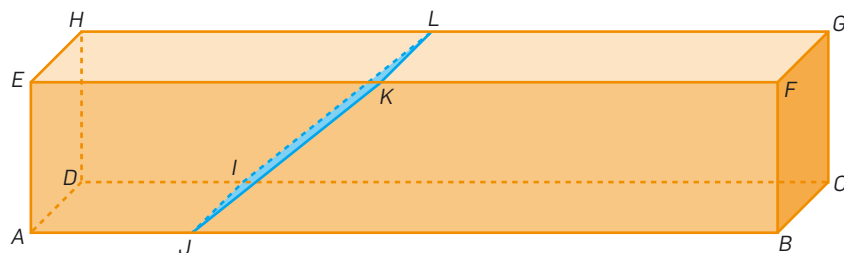


Figura 5

12.1 Indica duas retas perpendiculares.

12.2 Indica dois planos paralelos.

12.3 Calcula o volume do sólido mais pequeno resultante do corte do plano.

13. Relativamente à figura 6, sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é retângulo em A ;
- o ponto D pertence ao segmento $[AC]$;
- o ponto E pertence ao segmento $[AB]$;
- os segmentos $[AD]$ e $[FE]$ são paralelos;
- $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$;
- $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$;
- $\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{AC}$;
- $\overline{AE} = \frac{1}{2} \overline{AB}$.

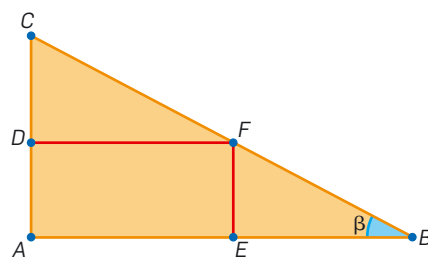


Figura 6

13.1 Indica a amplitude do ângulo β .

Apresenta o resultado arredondado às unidades.

13.2 Explica a afirmação:

«Os triângulos $[CDF]$ e $[FEB]$ são geometricamente iguais.»

Prova global 3

Matriz

Cotação	Item	Tipologia de item	Subdomínio
5	1	Resolução de problemas	Medidas de localização
6	2 ^(*)	Resolução de problemas	Probabilidade
6	3 ^(*)	Resposta restrita	Histogramas
4	4 ^(*)	Cálculo	Intervalos
3	5 ^(*)	Escolha múltipla	Potências de expoente inteiro
3	6 ^(*)	Escolha múltipla	Intervalos
4	7 ^(*)	Cálculo	Inequações
4	8.1 ^(*)	Cálculo	Sequências e sucessões
3	8.2 ^(*)	Escolha múltipla	Sequências e sucessões
6	9 ^(*)	Cálculo	Sistemas de equações
6	10 ^(*)	Cálculo	Equações do 2.º grau a uma incógnita
3	11.1 ^(*)	Escolha múltipla	Funções algébricas
6	11.2 ^(*)	Resposta restrita	Funções algébricas
3	12.1	Escolha múltipla	Teorema de Pitágoras
5	12.2	Cálculo	Sólidos geométricos
3	13.1	Cálculo	Paralelismo e perpendicularidade de retas e planos
4	13.2	Cálculo	Propriedades de ângulos, cordas e arcos definidos numa circunferência
4	13.3	Resposta restrita	Teorema de pitágoras
6	13.4	Resolução de problemas	Medida
5	14.1	Resolução de problemas	Trigonometria
4	14.2	Cálculo	Trigonometria
4	15	Resposta curta	Dízimas infinitas não periódicas e números reais
3	16 ^(*)	Escolha múltipla	Funções algébricas

(*) Neste exercício não é permitida a utilização de calculadora.

Prova 3

1. Uma turma do 9.º ano obteve as seguintes classificações na disciplina de Matemática na avaliação final do 1.º período.

Classificação	1	2	3	4	5
Número de alunos	2	6	10	8	2

No início do 2.º período, o António e a Andreia desta turma foram transferidos para uma nova escola. No final do 1.º período, ambos os alunos tinham tido classificação 3. No entanto, entrou um novo aluno para a turma, a Célia, tendo agora a média passado a ser $\frac{28}{9}$. Qual é a classificação da Célia na disciplina de Matemática? Justifica a tua resposta, explicando o teu raciocínio.

2. O André, a Beatriz e o Carlos estão a jogar com uma roleta como a da figura 1, dividida em dez setores iguais, e fazem apostas escolhendo uma ou duas cores, no máximo. Ganha o jogo quem acertar na cor em que apostou.

Sabe-se que:

- o André apostou na cor verde;
- a Beatriz não apostou no verde;
- o Carlos não apostou no azul.



Figura 1

Qual dos amigos tem maior probabilidade de ganhar o jogo?

Justifica a tua resposta.

3. Numa determinada região do país, foi feito um estudo sobre os preços praticados nas dormidas em quarto duplo, por noite, no turismo de habitação. Os valores recolhidos foram registados na tabela seguinte.

50	65	62	69,5	59	59	52
54	54	68	63	67	68	62

Tomando o valor mínimo para extremo inferior da primeira classe, agrupa os dados em classes de amplitudes.

4. Considera os conjuntos $A =]-\pi, 4]$ e $B =]-4, 5[$.
Apresenta o conjunto de números inteiros pertencentes ao conjunto $A \cup B$.

5. Qual das seguintes expressões é equivalente a 2^6 ?
Assinala a opção correta.

☐ $2^4 + 2^2$

☐ $2^8 - 2^2$

☐ $2^4 \times 2^2$

☐ $2^{12} : 2^2$

-  **6.** Considera o conjunto de números reais A definido por:

$$A =]-4, \pi]$$

Qual é o conjunto de números inteiros que está contido no conjunto A ?
Assinala a opção correta.

☐ $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

☐ $\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

☐ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

☐ $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

-  **7.** Indica o menor número inteiro que verifica a inequação:

$$\frac{2x+1}{3} < 3x$$

Apresenta os cálculos que efetuares.

-  **8.** Os três primeiros números triangulares (1, 3 e 6) estão representados na figura 2 na forma de triângulos equiláteros.



Figura 2

8.1 Indica o quinto número triangular.

8.2 Qual das seguintes expressões é o termo geral da sequência dos números triangulares, para $n \in \mathbb{N}$?

☐ $2n - 1$

☐ $\frac{n(n+1)}{2}$

☐ $\frac{2n+1}{2}$

☐ $2n + 1$

-  **9.** Considera o seguinte sistema de equações.

$$\begin{cases} x + 2 - \frac{y-1}{3} = 2 \\ 2x - 4 = y \end{cases}$$

Determina o par ordenado (x, y) que é solução deste sistema.
Apresenta os cálculos que efetuares.

-  **10.** Resolve a equação do 2.º grau apresentada.

$$2x(x - 1) - x = 2 - 4x$$

Apresenta os cálculos que efetuares.

-  **11.** Na figura 3 estão representadas, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções, f e g .

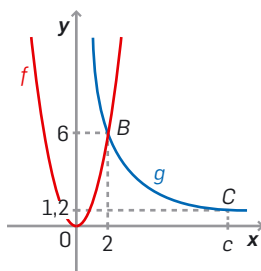


Figura 3

Sabe-se que:

- a função f é uma função quadrática definida por $f(x) = ax^2$, sendo a um número positivo;
- a função g é uma função de proporcionalidade inversa;
- o ponto B pertence ao gráfico da função f e ao gráfico da função g e tem coordenadas $(2, 6)$;
- o ponto C pertence ao gráfico da função g e tem coordenadas $(c; 1,2)$, sendo c um número positivo.

11.1 Qual é o valor de $f(-2)$?

☐ -6

☐ 6

☐ -4

☐ 4

11.2 Qual é o valor de c ?

Mostra como chegaste à tua resposta.

- 12.** Considera o cubo $[ABCDEFGH]$ e o segmento de reta $[BH]$, diagonal espacial do cubo, representados na figura 4.
O comprimento da aresta do cubo é igual a x cm.

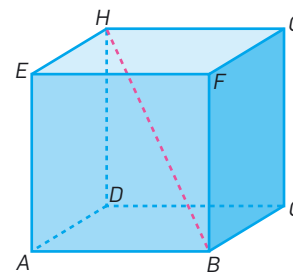


Figura 4

- 12.1** Qual das seguintes expressões traduz o comprimento da diagonal espacial do cubo?

Assinala a opção correta.

☐ $x\sqrt{2}$ cm

☐ $\sqrt{3}x$ cm

☐ $\sqrt{3}x$ cm

☐ $3\sqrt{x}$ cm

- 12.2** Sabe-se que a área total do cubo é igual a 96 cm^2 . Calcula o volume do cubo.

- 13.** A figura 5 representa o modelo de uma caixa (cilindro com um prisma triangular regular inscrito) que o Francisco comprou para guardar berlindes.
A figura 6 é um esquema (que não está à escala) da base desta caixa.

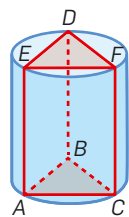


Figura 5

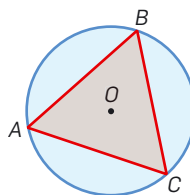


Figura 6

Sabe-se ainda que:

- $\overline{AB} = 8 \text{ cm}$;
- a área do círculo é $100\pi \text{ cm}^2$;
- a altura do cilindro é 12 cm .

- 13.1** Qual é a posição da reta CF relativamente ao plano ABD ?

- 13.2** Qual é a amplitude do arco AB ? Justifica a tua resposta.

- 13.3** Determina o comprimento do raio da circunferência.

Apresenta os cálculos que efetuares.

- 13.4** Determina o volume do compartimento (prisma triangular regular) de que o Francisco dispõe para guardar os berlindes.

Apresenta os cálculos que efetuares.

14. Observa a figura 7.

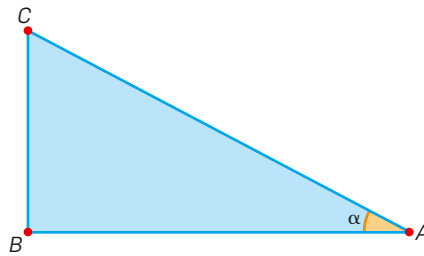


Figura 7

Sabe-se que:

- o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B ;
- α é a amplitude de um ângulo agudo do triângulo $[ABC]$;
- $\sin \alpha = \frac{1}{2}$;
- a distância do ponto A ao ponto B é de 30 cm.

14.1 Determina a altura do triângulo relativamente à base $[AB]$.

14.2 Qual é a amplitude do ângulo α ?

15. Escreve, na forma de uma fração em que o numerador e o denominador sejam números naturais, um número, x , que verifique a condição seguinte:

$$\sqrt{5} < x < 2,5$$

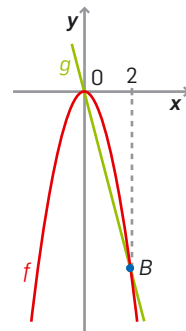
In Exame Nacional 3.º Ciclo, 2.ª chamada, 2010



16. Na figura 8 estão representadas, num referencial cartesiano, partes dos gráficos de duas funções, f e g .

Sabe-se que:

- o ponto O é a origem do referencial;
- o gráfico da função g é uma reta que passa na origem do referencial;
- a função f é definida por $f(x) = -2x^2$;
- o ponto P pertence ao gráfico da função f e ao gráfico da função g e tem abscissa igual a 2.



Qual das expressões seguintes é equivalente a $g(x)$?

- ☐ $-2x$
☐ $-4x$
☐ $-2x - 4$
☐ $-4x - 2$

In Prova Final 3.º Ciclo, 2.ª chamada, 2014

Prova 2 (pág. 11)

1.1 Como a percentagem de bolas brancas é de 25%, então existem cinco bolas brancas na caixa, porque 25% de um total de 20 bolas é igual a $20 \times 0,25 = 5$.

Como no total existem 20 bolas de duas cores na caixa e já se sabe que cinco bolas são brancas, então o número de bolas pretas é igual a $20 - 5 = 15$.

$$\mathbf{1.2.1} \quad p(\text{bola preta com número primo}) = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$\mathbf{1.2.2} \quad p(\text{uma bola branca ter um número par}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} \times 100 = 50\%$$

2.1 Proporcionalidade inversa com constante de proporcionalidade igual a $1,5 \times 80 = 120$.

1 h 12 min equivale a 1,2 horas. Assim, $V = \frac{120}{1,2} = 100 \text{ km/h}$.

2.2 Velocidade = $\frac{\text{Distância}}{\text{Tempo}}$. Assim, $80 = \frac{d}{1,5}$. Logo, $d = 120$.

A distância entre as duas cidades é igual a 120 km.

3.1 x – número de automóveis; y – número de motociclos

$$\begin{cases} x + y = 60 \\ 4x + 2y = 180 \end{cases}$$

3.2 Resolução do sistema:

$$\begin{cases} y = 60 - x \\ 4x + 2(60 - x) = 180 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30 \\ x = 30 \end{cases}$$

Número de automóveis = 30

Número de motociclos = 30

$$\mathbf{4.} \quad \frac{1}{28} = 2^{-7}$$

$$\mathbf{5.} \quad 2\left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 4x - \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow 2x - \frac{2}{3} \leq 4x - \frac{x-3}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 12x - 4 \leq 24x - 3x + 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -9x \leq 13 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9x \geq -13 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \geq -\frac{13}{9}$$

$$\text{C.S.} = \left[-\frac{13}{9}, +\infty\right[$$

6.1 9 cm

6.2 Ponto D

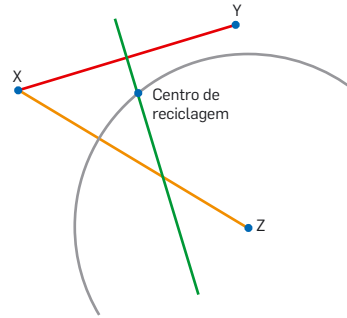
$$\mathbf{6.3} \quad 9^2 = ap^2 + 4,5^2 \Leftrightarrow ap \approx 7,79 \text{ cm}$$

$$A_{\text{hexágono}} = \frac{P}{2} \times ap = \frac{54}{2} \times 7,79 \approx 210,33 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{círculo}} = \pi r^2 = \pi \times 9^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{círculo}} - A_{\text{hexágono}} = 9\pi - 210,33 \approx 44,1 \text{ cm}^2$$

7.



8. Aproximação por excesso: 3,15.

Aproximação por defeito: 3,14.

9. Gráfico D.

10. Fórmula resolvente:

$$x = \frac{14 \pm \sqrt{196 - 4 \times 1 \times 48}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 8$$

11.1 Área do círculo = $9\pi \text{ cm}^2$

Área do setor circular é igual à oitava parte da área do círculo.

Assim, a área do setor pedido é igual a $\frac{9\pi}{8} \approx 3,53 \text{ cm}^2$.

11.2 $22,5^\circ$

12.1 A reta AB com a reta CB.

12.2 O plano ABC e o plano EFG.

12.3 $V_{\text{prisma}} = A_b \times \text{Altura do sólido}$

$$A_{\text{base}} = \frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$$

$$A_{\text{base}} = \frac{\overline{EK} + \overline{AJ}}{2} \times \overline{EH} = \frac{6+4}{2} \times 4 = 20 \text{ cm}^2$$

$$V_{\text{prisma}} = 20 \times 4 = 80 \text{ cm}^3$$

$$\mathbf{13.1} \quad \beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{4}{6}\right) \approx 34^\circ$$

13.2 Por exemplo:

Os triângulos [ABC] e [CDF] são semelhantes pelo critério ângulo-ângulo, uma vez que de um para o outro $\hat{CAB} = \hat{CDF} = 90^\circ$ e $\hat{ABC} = \hat{CDF} = \beta$, pois são ângulos de lados paralelos.

A razão de semelhança entre os triângulos [ABC] e [CDF] é igual a 0,5.

Os triângulos [ABC] e [FEB] são semelhantes pelo critério ângulo-ângulo, uma vez que de um para o outro $\hat{FEB} = \hat{CAB} = 90^\circ$, pois são ângulos de lados paralelos e possuem um ângulo comum (β).

A razão de semelhança entre os triângulos [ABC] e [FEB] é igual a 0,5.

Assim, os triângulos [CDF] e [FEB] são geometricamente iguais.

Prova 3 (pág. 17)

$$1.1 \quad \frac{1 \times 2 + 2 \times 6 + 3 \times 8 + 4 \times 8 + 5 \times 2 + x}{27} = \frac{28}{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{80 + x}{27} = \frac{28}{9} \Leftrightarrow x = 4$$

A Célia obteve 4 na disciplina de Matemática.

$$2. p(\text{ganhar André}) = \frac{7}{10}$$

$$p(\text{ganhar Beatriz}) = \frac{3}{10}$$

$$p(\text{ganhar Carlos}) = \frac{9}{10}$$

Quem tem maior probabilidade de ganhar o jogo é o Carlos.

$$3. \begin{array}{l} 50 \\ 52 \\ 54 \\ 54 \end{array} \rightarrow [50, 55[\quad \begin{array}{l} 59 \\ 59 \end{array} \rightarrow [55, 60[$$

$$\begin{array}{l} 62 \\ 62 \\ 63 \end{array} \rightarrow [60, 65[\quad \begin{array}{l} 65 \\ 67 \\ 68 \\ 68 \\ 69,5 \end{array} \rightarrow [65, 70[$$

$$4. \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$5. 2^4 \times 2^2$$

$$6. \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

$$7. \frac{2x+1}{3} < 3x \Leftrightarrow 2x+1 < 9x \Leftrightarrow -7x < -1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{7}$$

O menor número inteiro é o 1.

$$8.1 \quad 15$$

$$8.2 \quad \frac{n(n+1)}{2}$$

$$9. \begin{cases} x+2-\frac{y-1}{3}=2 \\ 2x-4=y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+6-y+1=6 \\ 2x-4=y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \Leftrightarrow 3x+6-(2x-4)+1=6 \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6-11 \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5 \\ y=-14 \end{cases}$$

A solução do sistema é $(x, y) = (-5, -14)$.

$$10. 2x(x-1) - x = 2 - 4x \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - x - 2 + 4x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 - \sqrt{17}}{4} \vee x = \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$$

$$\text{C.S.} = \left\{ \frac{-1 - \sqrt{17}}{4}, \frac{-1 + \sqrt{17}}{4} \right\}$$

$$11.1 \quad 6$$

11.2 Como g é uma função de proporcionalidade inversa:

$$6 \times 2 = 1,2 \times c \Leftrightarrow c = \frac{12}{1,2} \Leftrightarrow c = 10$$

$$12.1 \quad \sqrt{3} \text{ x cm}$$

$$12.2 \quad 6 \times x^2 = 96 \Leftrightarrow x = 4$$

Aresta igual a 4 cm.

$$V = x^3 \Leftrightarrow V = 64$$

Então, o volume do cubo é igual a 64 cm³.

13.1 Estritamente paralela.

$$13.2 \quad \overline{AB} = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$$

$$13.3 \quad \pi \times r^2 = 100\pi \Leftrightarrow r^2 = 100 \Leftrightarrow r = \pm \sqrt{100} \Leftrightarrow r = 10 \quad (r > 0)$$

$$13.4 \quad 8^2 = 4^2 + x^2 \Leftrightarrow x^2 = 48 \Leftrightarrow x = \pm \sqrt{48} \Leftrightarrow x = \sqrt{48} \quad (r > 0)$$

$$V = A_{\text{base}} \times \text{altura} = \frac{8 \times \sqrt{48}}{2} \times 12$$

$$\approx 332,55$$

Assim, o volume é aproximadamente igual a 332,55 cm³.

$$14.1 \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos \alpha \approx 0,866$$

$$\text{Como } \cos \alpha = \frac{30}{\overline{AC}}, \text{ então: } 0,866 = \frac{30}{\overline{AC}}; \text{ logo, } \overline{AC} = 34,64.$$

$$\text{Assim: } \sin \alpha = \frac{\overline{CB}}{34,64} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{\overline{CB}}{34,64}. \text{ Então, } \overline{CB} = 17,32.$$

A altura pedida é igual a 17,32 cm.

$$14.2 \quad \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 30^\circ$$

$$15. \text{ Por exemplo, } \frac{12}{5}.$$

$$16. -4x$$